

Конвективная неустойчивость при нагреве снизу сверхтекучих растворов ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$

А.А. Задорожко, Т.В. Калько, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: rudavskii@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2003 г.

В интервале температур 100–500 мК проведены исследования конвективной тепловой неустойчивости сверхтекучих растворов ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ с исходной концентрацией 9,8% ${}^3\text{He}$ при нагреве этих растворов снизу. Обнаружено, что при некоторых критических значениях мощности теплового потока в растворе изменяется характер теплопередачи, свидетельствующий о появлении конвективного теплопереноса. Критические температурные градиенты, связанные с возникновением конвекции, соответствуют числам Рэлея, превышающим на много порядков значения чисел Рэлея при нагреве растворов сверху. Полученные результаты проанализированы в рамках теории конвективной неустойчивости бинарных растворов.

В інтервалі температур 100–500 мК проведено дослідження конвективної теплової нестійкості надплинних розчинів ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ з вихідною концентрацією 9,8% ${}^3\text{He}$ при нагріванні цих розчинів знизу. Виявлено, що при деяких критичних значеннях потужності теплового потоку в розчині змінюється характер теплопередачі, що свідчить про появу конвективного теплопереносу. Критичні температурні градієнти, що зв'язані з виникненням конвекції, відповідають числам Релея, що перевищують на багато порядків значення чисел Релея при нагріванні розчинів зверху. Отримані результати проаналізовано в рамках теорії конвективної нестійкості бінарних розчинів.

PACS: 67.60.-g, 64.75.+g

1. Введение

В обычных жидкостях перенос тепла с помощью потока вещества, называемый конвекцией, обычно возникает в гравитационном поле при нагреве вещества снизу. В этом случае нагретая менее плотная жидкость под действием выталкивающей силы перемещается в направлении, противоположном силе тяжести, что приводит к выравниванию температуры жидкости. Чаще всего конвективная неустойчивость изучается в подогреваемом снизу узком слое жидкости, заключенном между двумя горизонтальными плоскостями (ячейке Бенара), что теоретически было впервые рассмотрено Рэлеем. В сверхтекучем ${}^4\text{He}$ конвекция Рэлея—Бенара не реализуется из-за сверхтеплопроводности He II , что приводит к невозможности создания в жидкости градиентов температуры.

При добавлении в He II примесей ${}^3\text{He}$ теплопроводность полученных сверхтекучих растворов ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ становится конечной, что делает возможным наблюдение свободной конвекции. Экспериментальные исследования процессов конвекции в сверхтекучих растворах ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ проводили в геометрии Рэлея—Бенара при температурах выше 0,6 К [1–6]. Спецификой этой системы является то, что при наличии теплового потока в ней одновременно возникают градиенты температуры и концентрации при отсутствии градиента давления. При достаточно низких температурах нормальная компонента сверхтекучих растворов состоит практически только из квазичастиц ${}^3\text{He}$, поэтому при возникновении противотока нормальной и сверхтекучей компонент атомы ${}^3\text{He}$ устремляются к более холодной части ячейки. Для того чтобы вызвать конвективную неустойчивость системы, в экспериментах [1–5] использовали нагрев сверху, при котором

жидкость с меньшей плотностью оказывалась в нижней части ячейки. Лишь в работе [7], где изучали особый случай конвекции раствора $^3\text{He}-^4\text{He}$ вблизи λ -точки, измерения проводили как при верхнем, так и при нижнем нагреве, и при этом были получены разные результаты. Вопрос о конвективной устойчивости сверхтекущих растворов гелия часто возникает при работе рефрижератора растворения, где в разбавленной части могут возникнуть нестабильности, обусловленные конвекцией [6].

Ключевым параметром, используемым для описания конвективных процессов, является безразмерная величина, пропорциональная отношению выталкивающей силы, возникающей в области нагрева жидкости, к вязкостной силе, связанной с диссипацией. Этот параметр, называемый числом Рэлея, выражается

$$R = \frac{g\beta\nabla Th^4}{v\chi}, \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент теплового расширения, ∇T — градиент температуры в жидкости, h — вертикальный размер, $v = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость, $\chi = \kappa/\rho C_p$ — температуропроводность, η и κ — коэффициенты вязкости и теплопроводности, C_p — теплоемкость и ρ — плотность жидкости.

Как было показано Рэлеем, в горизонтальном слое толщиной h с направленным вниз градиентом температуры при $\beta > 0$ стационарная конвекция возникает при $R > R_{\text{cr}} = 1708$, что обычно выполняется для классических жидкостей. В случае сверхтекущих растворов $^3\text{He}-^4\text{He}$ при нагреве сверху были получены значения R_{cr} , отличающиеся от указанного критерия, но имеющие тот же порядок величины [3]. В этом случае градиенты температуры были направлены вверх, а параметр β в формуле (1) рассматривали как эффективный коэффициент расширения β_{eff} , учитывающий изменение плотности жидкости как за счет температуры, так и за счет концентрации, причем $\beta_{\text{eff}} < 0$.

Теоретические изучения процессов конвекции в сверхтекущих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ [8–15] также проводили для случая конвекции Рэлея–Бенара. При этом были получены нелинейные уравнения, описывающие конвекцию с учетом двухжидкостных эффектов, и проанализировано влияние температуры и концентрации на конвективную неустойчивость растворов $^3\text{He}-^4\text{He}$.

В настоящей работе, в отличие от экспериментов [1–5], процессы неустойчивости в сверхтекущих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ исследовали при нагреве жидкости снизу. Была использована измерительная ячейка, по своей геометрии существенно отличающаяся

от случая Рэлея–Бенара, в которой ранее изучали стационарные градиенты температуры и концентрации [16]. Кроме того, впервые эксперименты проводили при очень низких температурах (ниже $\sim 0,5$ К), в том числе при температурах, где исследуемый раствор испытывает фазовое расслоение.

2. Особенности экспериментальной методики

Используемая в работе измерительная ячейка была подробно описана ранее [16]. Исследуемая жидкость заполняла цилиндр диаметром 2,38 см и высотой 4,7 см, верхний фланец которого находился в постоянном тепловом контакте с камерой растворения рефрижератора растворения. Для уменьшения теплового граничного сопротивления Капицы между исследуемой жидкостью и фланцем к нему припекали теплообменник из ультрадисперсного серебряного порошка с поверхностью теплообмена $1,5 \text{ м}^2$. Боковые стенки ячейки были изготовлены из тонкостенной нержавеющей стали (толщиной 0,1 мм), так что теплопроводность стенок была намного меньше эффективной теплопроводности жидкости.

Для создания теплового потока использовали плоский нагреватель, который располагался прямо в жидкости в нижней части ячейки. Температуру жидкости измеряли двумя идентичными термометрами сопротивления из RuO_2 . Нижний термометр располагался на расстоянии 20 мм от нижнего фланца ячейки, а верхний термометр был на расстоянии 10 мм от нижнего. Сопротивление термометров измеряли с помощью моста переменного тока Cryobridge R441, погрешность измерений составляла $\pm 0,2 \text{ мК}$ при температуре 250 мК и уменьшалась при понижении температуры.

Одновременно с измерением температуры в тех же самых местах ячейки регистрировали и концентрацию раствора по измерению диэлектрической проницаемости. Использовали емкостные датчики концентрации в виде цилиндрических конденсаторов высотой 0,5 см, электроды которых представляли собой спираль из латунной фольги с зазором между обкладками 0,1 и 0,2 мм соответственно для нижнего и верхнего датчика. Номинальная емкость датчиков составляла 750 и 300 пФ, что обеспечивало определение относительной концентрации ^3He с точностью 0,05 % и 0,1 %.

Температуру камеры растворения определяли с помощью кристаллизационного термометра, основанного на кривой плавления ^3He . Этот термометр располагали на плите камеры растворения и использовали для калибровки термометров сопротивления. В работе исследовали раствор $^3\text{He}-^4\text{He}$ с

исходной молярной концентрацией $x_0 = 9,8\%$ ${}^3\text{He}$, который готовили смешиванием чистых компонент. Измерения проводили в области температур 100–500 мК при давлении насыщенного пара.

3. Критический температурный градиент и появление конвекции

В работе измерены стационарные градиенты температуры и концентрации в исследуемом растворе при нескольких постоянных тепловых потоках, излучаемых нагревателем на дне ячейки. В этом случае переход от одной температуры жидкости к другой осуществлялся за счет изменения температуры верхнего фланца. На рис. 1 представлены типичные зависимости регистрируемых в эксперименте градиентов температуры ∇T от мощности теплового потока \dot{Q} при различных средних температурах между датчиками. На всех зависимостях наблюдаются изломы при некоторых критических значениях мощности \dot{Q}_{cr} , свидетельствующие о росте эффективной теплопроводности жидкости $\kappa_{\text{eff}} = \dot{Q}_{\text{cr}} / \Delta T$, что естественно связать с возникновением конвективного переноса тепла.

Критические значения температурного градиента ∇T_{cr} при соответствующих критических значениях теплового потока \dot{Q}_{cr} в зависимости от средней температуры жидкости приведены на рис. 2. При наличии теплового потока максимум на этой зависимости практически соответствует температуре фазового расслоения T_s исследуемого раствора. Значения T_s при разных мощностях теплового потока были измерены в работе [16] по излому на температурной зависимости концентрации раствора, регистрируе-

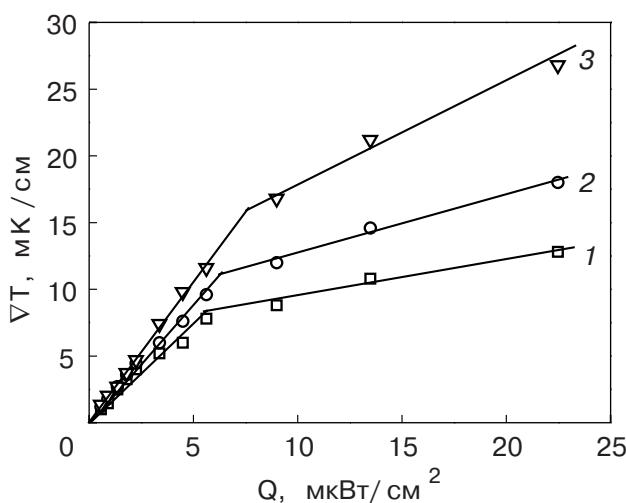


Рис. 1. Зависимость стационарных градиентов температуры от удельной мощности теплового потока при постоянной средней температуре жидкости T , мК: 150 (1); 200 (2); 300 (3).

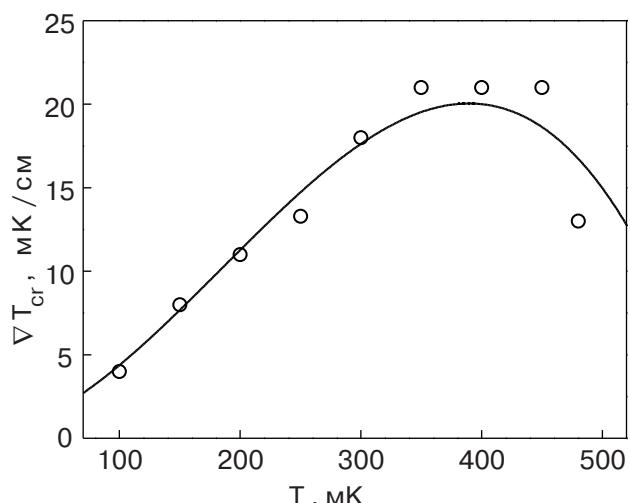


Рис. 2. Температурная зависимость критических градиентов температуры, связанных с появлением конвекции.

мой емкостными датчиками концентрации. При этом в связи с наличием градиентов температуры и концентрации по высоте ячейки, расслоение раствора начинается вблизи верхнего фланца ячейки, где температура минимальна, а концентрация максимальна. По этой причине температура, указанная на рис. 2 и соответствующая средней температуре жидкости в области между обоими термометрами, может существенно превышать температуру раствора в верхней части ячейки.

Значения ∇T_{cr} , приведенные на рис. 2, правее максимума относятся к исходному однородному раствору. Левее максимума критические температурные градиенты относятся к нижней расслоившейся фазе, концентрация которой определяется фазовой диаграммой и мощностью теплового потока. По-видимому, существенным здесь является также то обстоятельство, что при изменении температуры расслоившегося раствора, согласно фазовой диаграмме, некоторое количество вещества будет переходить из одной фазы в другую.

Изменение характера теплопередачи при появлении конвекции четко проявляется на зависимости числа Нуссельта $Nu = \kappa_{\text{eff}}(\dot{Q}) / \kappa$ от безразмерного параметра $a = (\nabla T(\dot{Q}) / \nabla T_{\text{cr}} - 1)$, где κ – значения теплопроводности до момента возникновения конвекции. Такая зависимость приведена на рис. 3 для двух температур. Значения числа $Nu = 1$ при $a < 0$ соответствуют диффузионному механизму распространения тепла, а при $a > 0$ реализуется конвективный механизм теплопереноса. Точка пересечения этих линий при $a = 0$ определяет теплопроводность и критический градиент температуры в момент начала конвекции. Как видно на рис. 3, угол наклона на зависимостях $Nu(a)$ в конвективной области увеличивается при понижении температуры.

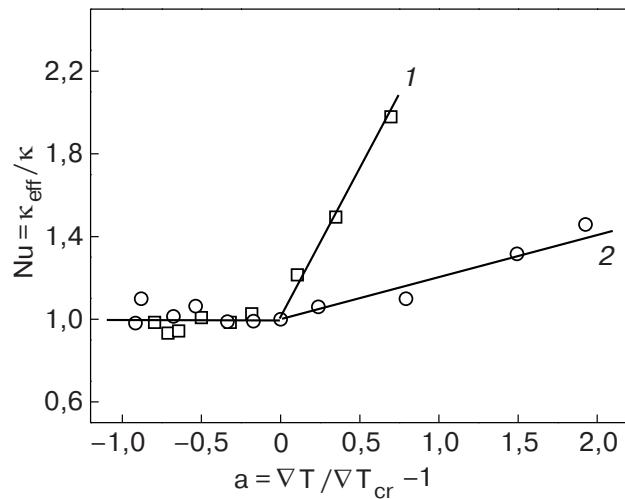


Рис. 3. Зависимость числа Нуссельта от параметра $a = \nabla T / \nabla T_{cr} - 1$ при двух средних температурах ячейки T , мК: 250 (1); 400 (2).

Полученные значения температурных градиентов при различных тепловых потоках позволяют определить соответствующие числа Рэлея. В случае растворов формула для R отличается от выражения (1), справедливого для чистых компонент, поскольку в растворах конвекция может возникнуть за счет неоднородности как температуры, так и концентрации. Для сверхтекучих растворов ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ формула (1) приобретает вид [3,11,12]

$$R = \frac{|\beta_{\mu_4, P}| g \nabla T h^4}{v_n \chi_{eff}}, \quad (2)$$

где $v_n = \eta_n / \rho_n$ — кинематическая вязкость нормальной компоненты раствора с плотностью ρ_n , $\chi_{eff} = \kappa_{eff} / \rho C_P$ — эффективный коэффициент температуропроводности. Коэффициент теплового расширения $\beta_{\mu_4, P}$ при постоянном химическом потенциале ${}^4\text{He}$ в растворе μ_4 выражается [9,10]:

$$\beta_{\mu_4, P} = \beta_T - \frac{\gamma_c}{T} \beta_c, \quad (3)$$

где $\beta_T = -1/\rho(\partial\rho/\partial T)_{P, c}$ — обычный коэффициент теплового расширения жидкости; c — массовая концентрация раствора, связанная с молярной концентрацией x соотношением

$$c = \frac{m_3 x}{m_3 x + m_4 (1 - x)}$$

(m_3, m_4 — массы атомов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$);

$$\beta_c = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial c} \right)_{\mu_4 P};$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial \ln c}{\partial \ln T} \right)_{\mu_4 P} = \frac{T}{c} \frac{(\partial \mu_4 / \partial T)_{c, P}}{(\partial \mu_4 / \partial c)_{T, P}}.$$

Как показывают оценки, в условиях данного эксперимента обычный коэффициент теплового расширения раствора очень мал ($|\beta_T| \sim 10^{-3} \text{ K}^{-1}$), и в формуле (3) основной вклад вносит второй член, связанный с изменением плотности раствора из-за изменения концентрации, который почти на 2 порядка больше первого. В итоге, критическое число Рэлея R_{cr} , рассчитанное по (2), для данного эксперимента оказывается $R_{cr} \sim 10^7-10^9$, что на много порядков больше величины R_{cr} для случая Рэлея — Бенара, когда рассматривается стационарная конвекция при нагреве сверху [3].

4. Критический градиент концентрации. Концентрационное число Рэлея

При рассмотрении конвективной неустойчивости бинарных растворов, как уже указывалось, существенную роль играет неоднородность концентрации, которая определяется величиной концентрационного градиента, создаваемого тепловым потоком. В этом случае в системе гидродинамических уравнений растворов при наличии в них как диффузионного потока вещества, так и теплового потока входят два безразмерных числа Рэлея [17] — обычное (температурное) число Рэлея R_T , связанное с градиентом температуры и совпадающее с выражением (1), и концентрационное число Рэлея R_c

$$R_c = \frac{g \beta_c \nabla c h^4}{v D}, \quad (4)$$

где D — коэффициент диффузии. Градиент концентрации ∇c , возникающий при наличии теплового потока в сверхтекучем растворе, измеряли в условиях данного эксперимента в зависимости от мощности теплового потока \dot{Q} [16]. На зависимостях $\nabla c(\dot{Q})$ виден четкий излом, соответствующий началу конвекции (см. рис. 5 [16]). Измеренные значения критических градиентов концентрации ∇c_{cr} позволяют рассчитать число $(R_c)_{cr}$, используя соотношение (4). Полученная температурная зависимость $(R_c)_{cr}$ приведена на рис. 4, где для сравнения показаны также критические значения для обычного температурного числа Рэлея $(R_T)_{cr}$, рассчитанные согласно (1), и критическое число Рэлея, рассчитанное для случая стационарной конвекции в сверхтекучих растворах ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ в соответствии с выражением (2). Как видно на рис. 4, концентрационное число Рэлея на два порядка выше, чем температурное.

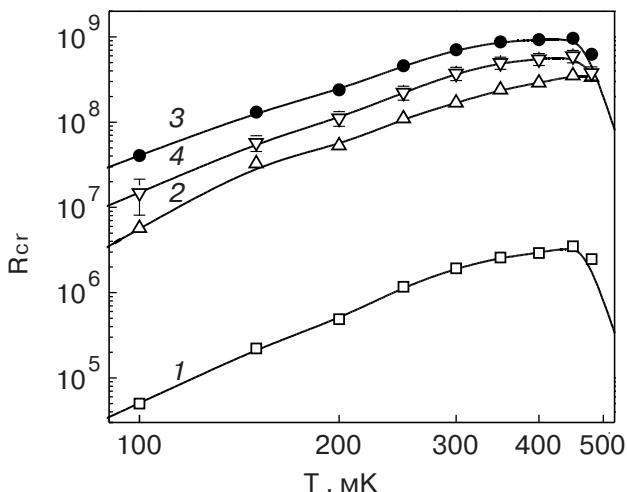


Рис. 4. Зависимость критического числа Рэлея от средней температуры раствора: 1 — температурное число Рэлея; 2 — концентрационное число Рэлея; 3 — расчет согласно (2); 4 — расчет согласно (5).

Для описания конвективной неустойчивости растворов обычно рассматривают некоторую суперпозицию чисел R_T и R_c . Для условий данного эксперимента наиболее адекватной, по-видимому, является модель полости с непроницаемыми границами [17], когда равновесный поток вещества равен нулю, а диффузионный и термодиффузионный потоки взаимно компенсируются. В этом случае параметром, определяющим границу устойчивости раствора, является модифицированное число Рэлея

$$\tilde{R} = R_T (1 + \alpha^2 N) (1 + \varepsilon) - R_c, \quad (5)$$

совпадающее с выражением для полного числа Рэлея, определенного в работе [7], где

$$\alpha = -\frac{k_T}{T}, \quad N = \frac{T}{C_P} \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{T,P},$$

μ — химический потенциал раствора, $k_T = -(\nabla c / \nabla T)T$ — термодиффузионное отношение, а параметр ε описывает связь между градиентом температуры и концентрации:

$$\varepsilon = -\frac{\beta_c}{\beta_T} \frac{\nabla c}{\nabla T}. \quad (6)$$

Критическое значение модифицированного числа Рэлея \tilde{R} также приведено на рис. 4. Оно почти совпадает по порядку величины с критическим числом Рэлея, вычисленным согласно соотношению (2), что свидетельствует о близости подходов, используемых для описания конвективной неустойчивости растворов в [3, 11, 12, 17].

Однако дискуссионным остается вопрос о природе и механизме конвекции в сверхтекущих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ при нагреве снизу. Что касается стационарной конвекции, то из-за аномального термодиффузионного эффекта (уменьшение концентрации ^3He в нагретой части ячейки), когда величина k_T положительна, реализация конвекции в сверхтекущем растворе $^3\text{He}-^4\text{He}$ обычно осуществляется при нагреве сверху [1–5]. В работе [10] предсказана принципиальная возможность нестационарной колебательной конвекции при нагреве снизу. В этом случае существенным оказывается тот факт, что в растворе релаксация температуры происходит гораздо быстрее (со скоростью второго звука), чем релаксация концентрации (в меру диффузионных процессов). Если выделить элемент жидкости, находящийся на высоте z , имеющий температуру T_1 и концентрацию c_1 , то после его адиабатического смещения на высоту $z + \delta$ он окажется в жидкости, где окружающая температура T_2 , а концентрация c_2 , причем $T_1 > T_2, c_1 < c_2$. После быстрой температурной релаксации элемент примет температуру T_2 , в то время как концентрация его будет еще гораздо меньше c_2 . По этой причине он оказывается тяжелее окружающей жидкости и за счет гравитации движется вниз. Время движения вниз определяется диссипативными процессами, и в ходе этого движения концентрация ^3He в элементе увеличивается из-за релаксации концентрации, что приводит к уменьшению плотности жидкости. В итоге этот элемент на некоторой высоте станет легче окружающей жидкости и за счет выталкивающей силы начнет подниматься вверх. Такое колебательное движение вниз — вверх означает начало колебательной конвекции.

Ранее колебательную конвекцию в сверхтекущих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ наблюдали в экспериментах при нагреве сверху [1–3], и в этом случае критическое число Рэлея, соответствующее колебательной конвекции, в несколько раз превышало R_{cr} для стационарной конвекции. В данных экспериментах, в пределах отмеченной погрешности в измерении температуры, не было зарегистрировано осцилляций температуры, характерных для колебательной конвекции. Отметим, что в соответствии с теоретическим рассмотрением колебательной конвекции в сверхтекущих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$, проведенным в работе [10], для ее наблюдения при низких температурах (ниже $\sim 0,8$ К) требуется, по оценкам, слишком большие критические градиенты температуры, что делает ее реализацию в условиях настоящего эксперимента маловероятной.

5. Заключение

Проведенные эксперименты по исследованию конвективной неустойчивости сверхтекучих растворов ^3He – ^4He в области температур ниже 0,5 К при нагреве снизу показали, что в этом случае возникает тепловая конвекция при больших температурных градиентах, что соответствует числам Рэлея, на много порядков превышающих соответствующие значения для случая нагрева сверху. По-видимому, дестабилизирующем фактором, инициирующим появление конвекции, является фазовое расслоение сверхтекучих растворов при наличии теплового потока. Конвективную неустойчивость, которая возникает в системе, где имеется граница раздела двух фаз и легкая жидкость находится вверху, и где, казалось бы, нет никаких оснований для возникновения нестабильности, иногда называют «антиконвекцией» [18]. Однако в известных нам работах антиконвекция до сих пор не наблюдалась экспериментально, а теоретически она исследована в линейном приближении лишь для слоев, неограниченных по горизонтали [18]. В настоящей работе получены результаты, которые могут свидетельствовать в пользу существования эффекта антиконвекции.

Еще одним фактором, способствующим развитию неустойчивости в жидкости, может быть вихреобразование в сверхтекучем гелии и связанное с этим появление турбулентных потоков при больших градиентах температуры в жидкости. Для идентификации механизма и типа конвекции в сверхтекучем растворе ^3He – ^4He при нагреве снизу требуются дополнительные экспериментальные и теоретические исследования.

Авторы благодарят В.Н. Григорьева, Л.Х. Ингеля, К.Э. Немченко, Ж.А. Супрунову, В.И. Полежаева, К.В. Рusanova, Е.Б. Соболеву за полезные дискуссии.

Работа была поддержана научной программой НАТО, грант PST.CLG 978495.

1. P. Warkeutin, H. Haucke, and J. Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 918 (1980).
2. H. Haucke, Y. Maeno, P. Warkeutin, and J. Wheatley, *J. Low Temp. Phys.* **44**, 505 (1981).

3. Y. Maeno, H. Haucke, R.E. Ecke, and J. Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 340 (1985); *J. Low Temp. Phys.* **59**, 305 (1985).
4. G.P. Metcalfe and R.P. Behringer, *Phys. Rev. A* **41**, 5735 (1990).
5. T.S. Sullivan, V. Steinberg, and R.E. Ecke, *J. Low Temp. Phys.* **90**, 343 (1993).
6. J.C. Wheatley, R.E. Rappy, and R.T. Jonhson, *J. Low Temp. Phys.* **4**, 1 (1971).
7. G. Lee, P. Lucas, and Tyller, *Phys. Lett.* **75A**, 81 (1979).
8. V. Steinberg, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 2050 (1980).
9. V. Steinberg, *Phys. Rev. A* **24**, 975 (1981).
10. V. Steinberg, *Phys. Rev. A* **24**, 2584 (1981).
11. A. Fetter, *Phys. Rev. B* **26**, 1164 (1982); *Phys. Rev. B* **26**, 1174 (1982).
12. R.P. Behringer, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 657 (1985).
13. А.П. Гридин, *ЖЭТФ* **97**, 1852 (1990).
14. G. Metcalfe and R.P. Behringer, *J. Low Temp. Phys.* **78**, 231 (1993).
15. А.Я. Паршин, *Письма ЖЭТФ* **10**, 567 (1969).
16. А.А. Задорожко, Т.В. Калько, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **29**, 367 (2003).
17. Г.З. Гершунин, Е.М. Жуховицкий, *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*, Наука, Москва (1972).
18. Л.Х. Ингель, *УФН* **167**, 779 (1997).

Thermal convection in superfluid solutions ^3He – ^4He at the heating from below

A.A. Zadorozhko, T.V. Kalko, E.Ya. Rudavskii,
V.K. Chagovets, and G.A. Sheshin

The thermal instability of ^3He – ^4He superfluid solutions with an initial ^3He concentration of 9.8% is studied in a temperature range 100–500 mK with heating from the bottom. It is shown that near some critical values of heat power the nature of heat transfer in the solution changes, testifying the appearance of convective heat-transfer. The critical temperature gradients related to the onset of the convection conform to the Rayleigh numbers which are higher than those with heating from the top by many orders of magnitude. The results obtained are analyzed within the framework of the theory of convective instability of binary solutions.