

# Одночастичный сценарий перехода металл—изолятор в двумерных системах при $T = 0$

Ю. В. Тарасов

*Институт радиопластики и электроники НАН Украины  
ул. акад. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина  
E-mail: yutarasov@ire.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 6 мая 2002 г., после переработки 30 июля 2002 г.

Контактанс неупорядоченных ограниченных электронных систем рассчитан путем сведения исходной динамической задачи произвольной размерности к строго одномерным задачам для одночастичных модовых пропагаторов. Показано, что металлическое основное состояние двумерных проводников, рассматриваемых как предельный случай трехмерных квантовых волноводов, обусловлено их многомодовостью. При уменьшении толщины волновода, например с помощью «прижимающего» потенциала, электронная система претерпевает последовательность непрерывных квантовых фазовых переходов, связанных с дискретным изменением числа протяженных мод. Закрытие последней токнесущей моды интерпретируется как фазовый переход электронной системы из металлического в диэлектрическое состояние. Полученные результаты качественно согласуются с наблюдаемыми «аномалиями» сопротивления различных двумерных электронных и дырочных систем.

Контактанс обмежених неупорядкованих електронних систем обчислено шляхом зведення початкової динамічної задачі довільної вимірності до системи строго одновимірних задач відносно одночасткових модових пропагаторів. Виявлено, що металевий основний стан двовимірних провідників, що розглядаються як граничний випадок тривимірних квантових хвильоводів, є наслідком їх багатомодовості. Із зменшення товщини хвильоводу, наприклад за допомогою потенціалу, що «притискує», електронна система зазнає послідовності неперервних квантових фазових перетворень, які пов'язані із дискретною зміною кількості поширених мод. Закриття останньої моди, що переносить струм, інтерпретується як фазовий перехід електронної системи із металевого до діелектричного стану. Отримані результати якісно погоджуються із «аномаліями» опору, що спостерігаються у різних двовимірних електронних та діркових системах.

PACS: 71.30.+h, 72.15.Rn, 73.50.-h

## 1. Введение

Проблема электронного транспорта в неупорядоченных проводниках в течение многих лет привлекает внимание исследователей как своей актуальностью в прикладном аспекте, так и интригующей сложностью фундаментальных задач, возникающих в этой области. Одна из таких задач, не решенная однозначно до настоящего времени, состоит в выяснении природы необычного явления, наблюдаемого в двумерных электронных и дырочных системах, которое многими исследователями интерпретируется как переход металл—изолятор (ПМИ), обуслов-

ленный беспорядком. Необычное поведение контактанса планарных гетероструктур, регистрируемое экспериментально (см. обширную библиографию в [1]), очевидно противоречит распространенному убеждению, что в двумерных (2D) системах, так же, как и в одномерных (1D), существование металлического основного состояния невозможно при наличии даже сколь угодно малого беспорядка [2]. Эта точка зрения все еще остается доминирующей, хотя однопараметрический скейлинговый подход [2], с учетом экспериментальных фактов, уже подвергался как частичному усовершенствованию [3,4], так и радикальной ревизии [5].

Неоднократно предпринимались попытки объяснить «аномальное» металлическое поведение  $2D$  систем в области низких температур с привлечением различных физических гипотез. Среди них — возникновение проводящей фазы в сильно разреженных электронных системах [6,7], нефермижидкостное поведение таких систем [8], возможность сверхпроводящего состояния  $2D$  электронного газа с взаимодействием [9,10], температурнозависящая экранировка примесного рассеяния [11,12] и др. Однако фундаментальный вопрос, являются ли наблюдаемые аномалии сопротивлением проявлением истинного *квантового фазового перехода* [13] или же их можно объяснить в рамках традиционной теории неупорядоченных систем [14], все еще остается открытым.

В настоящей работе предложена модель для объяснения наблюдаемых явлений, в рамках которой по сути реализуется концепция *квантовой дефазировки* электронных состояний за счет их взаимодействия с некоторым «дефазирющим окружением», состояние которого в ходе эксперимента не определяется [15]. Обычно считается, что потеря когерентности электронов в проводниках со *статическим* беспорядком обусловлена традиционными истинно неупругими процессами взаимодействия (электрон-фононное, электрон-электронное и др.), так что частота дефазировки, связанная с этими типами взаимодействия, при понижении температуры стремится к нулю. Однако публикации последних лет показали, что вопрос о физической природе дефазирющего окружения все еще остается дискуссионным [16]. В качестве основного механизма дефазировки изначально когерентных (предположительно, локализованных) электронных состояний чаще всего рассматривают квазиупругое электрон-электронное взаимодействие, поскольку «аномальное» поведение сопротивления регистрируется в основном в  $2D$  системах низкой плотности ( $r_s \gtrsim 10$ ,  $r_s = E_{e-e}/E_F$  — отношение кулоновской энергии к энергии Ферми электронов). Однако роль этого взаимодействия в различных теориях интерпретируется по-разному — и как способствующего локализации [17,18], и как препятствующего ее возникновению [6,7,19].

Между тем в [20,21] было показано, что к дефазировке квантовых состояний, классифицированных с учетом ограниченности реальной динамической системы, наряду с неупругими процессами должно приводить и рассеяние на статических неоднородностях. Для доказательства в [20,21] было использовано модовое представление одночастичных пропагаторов, наиболее подходящее для анализа *открытых* квантовых систем волноводной конфигурации. Немаловажным при этом является тот

факт, что применительно к электронам в твердых телах модовые состояния являются *коллективными*, и поэтому хорошо приспособленными для описания сильно скоррелированной системы носителей тока. Скоррелированность последней, даже и без учета кулоновского взаимодействия, изначально заложена в формализме гриновских функций, явно учитывающем принцип Паули [22].

В [20,21] показано, что в не слишком узких  $2D$  проводниках при наличии более чем одной *протяженной* моды (или, иными словами, более чем одного открытого квантового канала) рассеяние между ними, если оно не подавлено в силу каких-либо специальных условий, приводит к дефазировке когерентных модовых состояний и предотвращает их интерференционную локализацию. При этом роль дефазирющего окружения для каждого из каналов играет совокупность всех остальных открытых каналов того же проводника. Если межмодовое рассеяние отсутствует, что имеет место, например, в проводниках, приготовленных случайно слоистыми в направлении тока, то андерсоновская локализация электронных состояний возникает в каждом из каналов независимо. Результатом является хорошо известное из теории квазиодномерных проводников [23–26] экспоненциальное уменьшение кондактанса с ростом длины проводника, когда последняя превосходит величину порядка  $N_c \ell$ , где  $N_c$  — число открытых каналов,  $\ell$  — квазиклассическая длина свободного пробега электронов.

Хотя, как это следует из результатов [20,21], металлическое основное состояние двумерных статически неупорядоченных систем не должно рассматриваться в качестве аномального явления, все же механизм наблюдаемого в многочисленных экспериментах перехода  $2D$  систем из проводящего в диэлектрическое состояние в указанных работах идентифицирован не был. В настоящей работе (краткий вариант опубликован ранее в [27]) для выяснения физической природы ПМИ в планарных структурах предлагается адаптировать постановку задачи к реальным условиям эксперимента, распространив метод [20,21], развитый ранее для строго двумерных открытых систем, на системы большей размерности. Мотивацией для этого служит тот факт, что на практике  $2D$  системы чаще всего формируют с помощью приповерхностных потенциальных ям конечной ширины, создаваемых либо приложенным извне «прижимающим» электрическим полем, либо за счет контактной разности потенциалов.

## 2. Выбор модели и постановка задачи

Проводники пониженной размерности (одномерные и двумерные) служат математической идеали-

зацией реальных физических объектов, в геометрическом смысле трехмерных. Потенциальные ямы, образующиеся вследствие изгиба энергетических зон в области контакта различных материалов (см., например, рис. 1,а), формируют приповерхностный квантовый волновод конечной толщины, *двумерную* плотность носителей тока в котором обычно варьируют с помощью внешнего потенциала  $\Phi_d$  (depletion voltage) либо путем емкостного воздействия. Форма приповерхностных ям (в большинстве случаев она близка к треугольной [19,28]) не имеет принципиального значения для их основной функции — ограничения электронного транспорта в направлении, перпендикулярном гетерофазной границе. Поэтому в настоящей работе с целью упрощения расчетов рассмотрена модель планарного проводника в виде прямоугольного трехмерного «электронного волновода» с жесткими боковыми стенками (рис. 1,б), занимающего область пространства

$$x \in (-L/2, L/2), y \in [-W/2, W/2], z \in [-H/2, H/2]. \quad (1)$$

Длину проводника  $L$ , ширину  $W$  и толщину  $H$  будем считать произвольными.

Из теории линейного отклика [29] безразмерный (в единицах  $e^2/\pi\hbar$ ) статический кондактанс  $g(L)$  при  $T = 0$  выражается через одночастичные электронные пропагаторы следующим образом:

$$g(L) = \frac{2}{L^2} \iint d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \frac{\partial}{\partial x} [G^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - G^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \times \\ \times \frac{\partial}{\partial x'} [G^A(\mathbf{r}', \mathbf{r}) - G^R(\mathbf{r}', \mathbf{r})]. \quad (2)$$

Здесь  $G^{R,A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — запаздывающая ( $R$ ) и опережающая ( $A$ ) функции Грина электронов, интегрирование ведется по области пространства (1), занимаемой проводником. В модели изотропной ферми-жидкости при использовании единиц с  $\hbar = 2m = 1$  ( $m$  — эффективная масса электронов) запаздывающий пропагатор, у которого в дальнейшем опущен индекс « $R$ », удовлетворяет уравнению:

$$[\Delta + k_F^2 + i0 - V(\mathbf{r})] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (3)$$

Здесь  $\Delta$  — трехмерный лапласиан;  $k_F$  — фермиевское волновое число;  $V(\mathbf{r})$  — статический случайный потенциал, характеризуемый нулевым средним значением  $\langle V(\mathbf{r}) \rangle = 0$  и бинарной корреляционной функцией  $\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = Q\mathcal{W}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . Функцию  $\mathcal{W}(\mathbf{r})$  считаем нормированной на единицу и убывающей на характерном масштабе  $r_c$  (корреляционный радиус). В дальнейшем с целью упрощения формул

ограничимся рассмотрением корреляционной функции несколько менее общего вида, а именно,

$$\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = Q\mathcal{W}(x - x')\delta(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp), \quad \mathbf{r}_\perp = (y, z), \quad (4)$$

что, очевидно, не должно существенно сказываться на результатах.

Решение уравнения (3) требует задания адекватных граничных условий. «Непроницаемые» для электронов боковые границы проводника можно характеризовать вещественным импедансом, частный случай которого приводит к условиям Дирихле:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{\substack{y=\pm W/2 \\ z=\pm H/2}} = 0. \quad (5)$$

В то же время, будучи присоединенным в точках  $x = \pm L/2$  к равновесным «резервуарам», проводник является *открытой* системой, из чего вытекают два важных следствия. Во-первых, в теории Кубо химические потенциалы массивных контактов считаются одинаковыми. Поэтому химический потенциал соединяющего их проводника (или, в проводящей фазе, энергию Ферми электронов в нем) можно считать не зависящим от геометрических параметров квантового волновода, полагая всюду далее  $k_F = \text{const}$ . Во-вторых, открытость торцов волновода обуславливает *комплексный* характер импеданса контактных областей, из-за чего дифференциальная операция в (3) применительно к системе (1) является неэрмитовой.

В [20,21] предложен метод решения такой неэрмитовой задачи в случае двух измерений. Аналогичная процедура применима и для волноводных систем произвольной размерности. Важным ее этапом является переход от одной изначально многомерной стохастической задачи к бесконечной системе строго одномерных задач (в общем случае неэрмитовых) для модовых компонент Фурье пропагатора  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Ниже изложим подробнее основные моменты методики [20,21] применительно к рассматриваемой волноводной системе.

### 3. Редукция к одному измерению

#### 3.1. Общая схема

Предлагаемый алгоритм редукции многомерной задачи (3) к системе строго одномерных граничных задач применим для открытых систем произвольной волноводной конфигурации и с произвольным уровнем беспорядка. Первый шаг состоит в переходе к модовому представлению электронных пропагаторов. В случае волновода, изображенного на рис. 1,б, переход к этому представлению осуществляется путем разложения по полному ортонормиро-

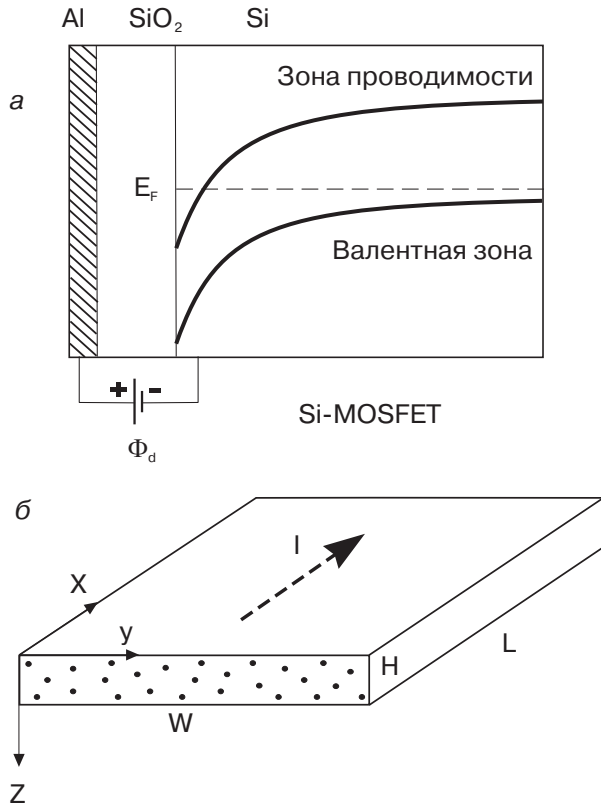


Рис. 1. Реальная (а) и модельная (б) конфигурации двумерной проводящей системы.

ванному набору собственных функций  $|\mathbf{r}_\perp; \boldsymbol{\mu}\rangle$  поперечного оператора Лапласа, составленному из обычных тригонометрических функций. Для конфигурации (1) и граничных условий (5) эти функции имеют вид

$$|\mathbf{r}_\perp; \boldsymbol{\mu}\rangle = \frac{2}{\sqrt{WH}} \sin \left[ \left( \frac{y}{W} + \frac{1}{2} \right) \pi n \right] \sin \left[ \left( \frac{z}{H} + \frac{1}{2} \right) \pi m \right], \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\mu} = (n, m)$  – векторный модовый индекс ( $n, m \in \mathcal{N}$ ). С помощью функций (6) уравнение (3) преобразуется в систему связанных уравнений для модовых компонент фурье-функции  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_\mu^2 + i0 - V_\mu(x) \right] G_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'}(x, x') - \sum_{\nu \neq \boldsymbol{\mu}} U_{\boldsymbol{\mu}\nu}(x) G_{\nu\boldsymbol{\mu}'}(x, x') = \delta_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'} \delta(x - x'). \quad (7)$$

В уравнении (7) параметр

$$\kappa_\mu^2 = k_F^2 - (\pi n/W)^2 - (\pi m/H)^2 \quad (8)$$

имеет смысл невозмущенной продольной энергии моды  $\boldsymbol{\mu}$ . Матрица потенциалов  $\|U_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'}\|$  составлена из функций

$$U_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'}(x) = \int_S d\mathbf{r}_\perp |\mathbf{r}_\perp; \boldsymbol{\mu}\rangle V(\mathbf{r}) \langle \mathbf{r}_\perp; \boldsymbol{\mu}' |, \quad (9)$$

интегрирование в (9) производится по поперечному сечению проводника  $S$ . Диагональные элементы этой матрицы  $V_\mu(x) \equiv U_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}}(x)$  представляют собой фурье-компоненты потенциала  $V(\mathbf{r})$ , обуславливающие внутримодовое, а недиагональные – межмодовое рассеяние квантовых частиц. Слагаемые с «внутримодовыми» потенциалами в уравнении (7) намеренно отделены от слагаемых с «межмодовыми» потенциалами  $U_{\boldsymbol{\mu}\nu}(x)$  ( $\nu \neq \boldsymbol{\mu}$ ) для того, чтобы избежать сингулярностей в ходе дальнейшего построения теории возмущений (см. [21]).

Исходную задачу, переформулированную в виде системы однокоординатных дифференциальных уравнений (7), нельзя, конечно, рассматривать как одномерную из-за перепутывания в этой системе всех модовых компонент гриновской матрицы  $\|G_{\nu\boldsymbol{\mu}}\|$ . С целью сведения уравнения (3) к системе независимых одномерных уравнений введем в качестве первого шага вспомогательные модовые пропагаторы, учитывающие рассеяние только на внутримодовых потенциалах:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_\mu^2 + i0 - V_\mu(x) \right] G_\mu^{(V)}(x, x') = \delta(x - x'). \quad (10)$$

Для «пробных» функций Грина  $G_\mu^{(V)}(x, x')$  условие открытости квантового волновода на концах  $x = \pm L/2$  может быть сформулировано в виде условий излучения Зоммерфельда [30,31], которые в случае идеального (не приводящего к рассеянию) контакта проводника с подводящими «берегами» имеют вид

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \mp i\kappa_\mu \right) G_\mu^{(V)}(x, x') \Big|_{x=\pm L/2} = 0, \quad x' \in (-L/2, L/2). \quad (11)$$

Считая в дальнейшем решение задачи (10), (11) известным, перейдем от дифференциального уравнения (7) к интегральному:

$$G_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'}(x, x') = G_\mu^{(V)}(x, x') \delta_{\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}'} + \sum_{\nu \neq \boldsymbol{\mu}} \int_L dx_1 R_{\boldsymbol{\mu}\nu}(x, x_1) G_{\nu\boldsymbol{\mu}'}(x_1, x'), \quad (12)$$

ядро которого

$$R_{\boldsymbol{\mu}\nu}(x, x') = G_\mu^{(V)}(x, x') U_{\boldsymbol{\mu}\nu}(x') \quad (13)$$

содержит только межмодовые гармоники рассеивающего потенциала. Из системы (12) все недиагональные элементы матрицы  $\|G_{\nu\boldsymbol{\mu}}\|$  можно выразить через соответствующие диагональные элементы

$G_{\nu\mu}$  при помощи некоторого линейного оператора  $\hat{K}$ , заданного на координатно-модовом пространстве  $M = \{x, \nu\}$ ,

$$G_{\nu\mu}(x, x') = \int_L dx_1 K_{\nu\mu}(x, x_1) G_{\mu\mu}(x_1, x'), \quad \nu \neq \mu. \quad (14)$$

Матричные элементы  $K_{\nu\mu}(x, x')$  можно найти из уравнения Липпмана – Швингера [32]:

$$K_{\nu\mu}(x, x') = R_{\nu\mu}(x, x') + \sum_{\nu_1 \neq \mu} \int_L dx_1 R_{\nu\nu_1}(x, x_1) K_{\nu_1\mu}(x_1, x'), \quad (15)$$

решение которого в операторной форме  $\hat{K} = (1 - \hat{R})^{-1} \hat{R}$  выражается через оператор  $\hat{R}$ , представленный на  $M$  матричными элементами (13).

Обратим внимание, что отсутствие в суммах (12), (15) слагаемых с модовым индексом  $\mu$  позволяет интерпретировать оператор  $\hat{R}$  как оператор межмодового рассеяния, который действует в редуцированном координатно-модовом подпространстве  $\bar{M}_\mu$ , содержащем все моды квантового волновода, за исключением моды  $\mu$ . Наличие же модового индекса  $\mu$  у ядра интегрального оператора (14), а также в иных необходимых случаях, будет обеспечено проекционным оператором  $\mathbf{P}_\mu$ , действие которого состоит в присвоении ближайшему модовому индексу произвольного рядом стоящего оператора (независимо, слева или справа) фиксированного значения  $\mu$ .

Полагая в уравнении (7)  $\mu' = \mu$  и подставляя межмодовые пропагаторы в виде (14), приходим окончательно к замкнутому *одномерному* дифференциальному уравнению для диагонального пропагатора  $G_{\mu\mu}(x, x')$ :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_\mu^2 + i0 - V_\mu(x) - \hat{T}_\mu \right] G_{\mu\mu}(x, x') = \delta(x - x'). \quad (16)$$

Здесь, наряду с *локальным* внутримодовым потенциалом  $V_\mu(x)$ , возник эффективный *нелокальный* (операторный в  $x$ -пространстве) потенциал

$$\hat{T}_\mu = \mathbf{P}_\mu \hat{U} (1 - \hat{R})^{-1} \hat{R} \mathbf{P}_\mu = \mathbf{P}_\mu \hat{U} (1 - \hat{R})^{-1} \mathbf{P}_\mu, \quad (17)$$

$\hat{U}$  – операторный межмодовый потенциал, заданный на  $\bar{M}_\mu$  матричными элементами

$$|x, \mu\rangle \hat{U} |x', \nu\rangle = U_{\mu\nu}(x) \delta(x - x'). \quad (18)$$

Строго говоря, потенциал  $\hat{T}_\mu$ , так же, как и  $V_\mu(x)$ , является *внутримодовым* в том смысле, что и начальное, и конечное состояния рассеяния на нем принадлежат моде  $\mu$ . Однако эффективно он учи-

тывает и процессы *межмодового* рассеяния, причем точно, в любом порядке теории возмущений. Из структуры выражения (17) видно, что рассеяние на операторном потенциале  $\hat{T}_\mu$  можно интерпретировать как происходящее через промежуточные «пробные» модовые состояния, описываемые пропагаторами  $G_\nu^{(V)}(x, x')$  с  $\nu \neq \mu$ . Поэтому в дальнейшем будем условно называть потенциал  $\hat{T}_\mu$  межмодовым. С математической точки зрения он представляет собой не что иное, как  $T$ -матрицу, хорошо известную в квантовой теории рассеяния [32,33].

На завершающем этапе процедуры сведения многомерной задачи о контактансе системы (1) к одномерной задаче (16) выразим контактанс (2) непосредственно через функции  $G_{\mu\mu}(x, x')$ . Разложив электронные пропагаторы по собственным функциям (6), выделим в выражении (2) два слагаемых. В первом, которое далее будем условно называть «диагональным» контактансом и обозначать  $g^{(d)}(L)$ , сгруппируем те члены разложения, которые с самого начала содержат диагональные модовые пропагаторы  $G_{\mu\mu}$ . Во второе слагаемое, «недиагональный» контактанс  $g^{(nd)}(L)$ , объединим все остальные члены разложения, которые содержат модовые компоненты  $G_{\nu\mu}$  с  $\nu \neq \mu$ . Учитывая связь (14), а также тот факт, что запаздывающие и опережающие функции Грина «закритических» мод ( $\kappa_\mu^2 < 0$ ) при слабом рассеянии можно считать вещественными (см. формулу (23) в следующем разделе), вышеуказанные слагаемые контактанса можно представить в виде

$$g^{(d)}(L) = -\frac{4}{L^2} \sum_\mu \iint_L dx dx' \frac{\partial G_{\mu\mu}(x, x')}{\partial x} \frac{\partial G_{\mu\mu}^*(x, x')}{\partial x'}; \quad (19a)$$

$$g^{(nd)}(L) = -\frac{4}{L^2} \times \sum_{\substack{\mu, \nu \\ \nu \neq \mu}} \iiint_L dx_1 \dots dx_4 \frac{\partial K_{\nu\mu}(x_1, x_2)}{\partial x_1} G_{\mu\mu}(x_2, x_4) \times \times K_{\nu\mu}^*(x_1, x_3) \frac{\partial G_{\mu\mu}^*(x_3, x_4)}{\partial x_4}. \quad (19b)$$

Здесь и далее черта над знаком суммы означает, что суммирование производится только по *протяженным* («распространяющимся») модам с  $\kappa_\mu^2 > 0$ .

### 3.2. Приближение слабого рассеяния

Имея в виду статистическую постановку задачи, важный вспомогательный элемент применяемой техники, пробную функцию Грина  $G_\mu^{(V)}(x, x')$ , можно считать определенной точно, если найдены все ее



статистические моменты  $\langle [G_{\mu}^{(V)}(x, x')]^p \rangle$ ,  $p \in \mathcal{N}$ . Для сильно неупорядоченных систем это можно сделать только численными методами. Однако, если рассеяние на потенциале  $V(\mathbf{r})$  является слабым, то используя методику, описанную в [21], которая позволяет учесть многократное рассеяние в 1D стохастической задаче (10), (11), эти моменты можно найти аналитически. Критерий слабости рассеяния выражается в виде системы неравенств

$$k_F, r_c \ll \ell, \quad (20)$$

где  $\ell$  означает борновскую длину свободного пробега электронов. В частном случае строго беломумного потенциала, когда в (4)  $\mathcal{W}(x) = \delta(x)$ , эта длина равна  $4\pi/Q$ . При выполнении условий (20) расчет искоемых моментов для протяженных мод дает

$$\begin{aligned} \langle [G_{\mu}^{(V)}(x, x')]^p \rangle &= \left( \frac{-i}{2\kappa_{\mu}} \right)^p \times \\ &\times \exp \left[ ip\kappa_{\mu} |x - x'| - \frac{p}{2} \left( \frac{p}{L_f^{(V)}(\mu)} + \frac{1}{L_b^{(V)}(\mu)} \right) |x - x'| \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь  $L_{f,b}^{(V)}(\mu)$  — длины рассеяния моды  $\mu$  «вперед» ( $f$ ) и «назад» ( $b$ ) на внутримодовом потенциале  $V_{\mu}(x)$ :

$$\begin{aligned} L_f^{(V)}(\mu) &= \frac{4S}{9Q} (2\kappa_{\mu})^2, \\ L_b^{(V)}(\mu) &= \frac{4S}{9Q} \frac{(2\kappa_{\mu})^2}{\tilde{\mathcal{W}}(\kappa_{\mu})}, \end{aligned} \quad (22)$$

$\tilde{\mathcal{W}}(\kappa_{\mu})$  — фурье-образ функции  $\mathcal{W}(x)$ . Что касается *неоднородных* (evanescent) мод с  $\kappa_{\mu}^2 < 0$ , то для них при слабом рассеянии можно пренебречь в (10) потенциалом  $V_{\mu}(x)$  и ограничиться невозмущенным решением:

$$G_{\mu}^{(V)}(x, x') = -\frac{1}{2|\kappa_{\mu}|} \exp(-|\kappa_{\mu}||x - x'|). \quad (23)$$

Функциональная структура  $T$ -матрицы (17) и, соответственно, уравнения (16) при условии (20) существенно упрощаются. Непосредственный расчет, с использованием (13) и (21), показывает, что норма оператора  $\hat{K}$  на пространстве базисных функций  $\exp(i\kappa_{\mu}x)$  оценивается следующим параметром:

$$\|\hat{K}\|^2 \sim \frac{1}{\kappa_{\mu} \ell}. \quad (24)$$

Это позволяет заменить оператор  $\hat{K}$ , определенный в (15), его приближенным значением  $\hat{K} \approx \hat{R}$ . В результате потенциал (17) приобретает вид

$$\hat{T}_{\mu} = \mathbf{P}_{\mu} \hat{U} \hat{G}^{(V)} \hat{U} \mathbf{P}_{\mu}, \quad (25)$$

где оператор  $\hat{G}^{(V)}$  задается на  $\bar{M}_{\mu}$  матричными элементами

$$|x, \nu\rangle \hat{G}^{(V)} \langle x', \nu'| = G_{\nu}^{(V)}(x, x') \delta_{\nu\nu'}. \quad (26)$$

Аналогичная замена точных матричных элементов оператора  $\hat{K}$  в (19б) их приближенными значениями позволяет заключить, что при слабом рассеянии недиагональная часть кондактанса  $g^{(nd)}(L)$  параметрически мала по сравнению с его диагональной частью  $g^{(d)}(L)$ . Подтверждением правильности такой оценки служит и результат численного расчета обоих слагаемых кондактанса. С учетом этого обстоятельства, ограничимся далее анализом только слагаемого (19а), считая  $g(L) \approx g^{(d)}(L)$ .

#### 4. Анализ спектра модовых состояний

В отличие от исходного потенциала  $V(\mathbf{r})$  и, соответственно, его модовых компонент в уравнении (7), эффективный потенциал  $\hat{T}_{\mu}$  имеет ненулевое среднее значение. Для применения в дальнейшем теории возмущений по этому потенциалу выделим его усредненную и флуктуационную части  $\langle \hat{T}_{\mu} \rangle$  и  $\Delta \hat{T}_{\mu} = \hat{T}_{\mu} - \langle \hat{T}_{\mu} \rangle$ . В качестве нулевого приближения для модового пропагатора  $G_{\mu\mu}(x, x')$  рассмотрим функцию Грина уравнения

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_{\mu}^2 + i0 - \langle \hat{T}_{\mu} \rangle \right] G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x') = \delta(x - x'), \quad (27)$$

которое отличается от (16) отсутствием флуктуационных потенциалов. При определении действия оператора  $\langle \hat{T}_{\mu} \rangle$  на функцию  $G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x')$  важно то обстоятельство, что для волновода с «жесткими» боковыми стенками корреляция межмодового и внутримодового рассеяния отсутствует:

$$\langle U_{\mu\nu}(x) V_{\nu}(x') \rangle = 0. \quad (28)$$

Вследствие этого потенциал (25) при усреднении превращается из операторного в эффективно локальный. В [21] показано, что его действие сводится к перенормировке модовой энергии  $\kappa_{\mu}^2$  массовым оператором  $\Sigma(\kappa_{\mu}) = \Delta\kappa_{\mu}^2 + i/\tau_{\mu}^{(\phi)}$ :

$$\langle \hat{T}_{\mu} \rangle G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x') = -\Sigma(\kappa_{\mu}) G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x'). \quad (29)$$

Повторяя для рассматриваемой системы процедуру расчета, изложенную в [21], находим

$$\Delta\kappa_{\mu}^2 = \frac{Q}{S} \sum_{\nu \neq \mu} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} \frac{\tilde{\mathcal{W}}(q + \kappa_{\mu})}{q^2 - \kappa_{\nu}^2}, \quad (30a)$$

$$\frac{1}{\tau_{\mu}^{(\phi)}} = \frac{Q}{4S} \sum_{\nu \neq \mu} \frac{1}{\kappa_{\nu}} [\tilde{\mathcal{W}}(\kappa_{\mu} - \kappa_{\nu}) + \tilde{\mathcal{W}}(\kappa_{\mu} + \kappa_{\nu})]. \quad (30b)$$

Интеграл в (30a) понимается в смысле главного значения.

Абсолютная величина массового оператора (30) не зависит существенно от числа открытых каналов в проводнике. При любом  $N_c > 1$  справедлива оценка  $\Delta\kappa_{\mu}^2 \sim 1/\tau_{\mu}^{(\phi)} \sim k_F/\ell$ , которая почти для всех мод позволяет пренебречь перенормировкой скорости, связанной со слагаемым (30a). В то же время ширина модовых уровней имеет критическое значение для анализа электронной динамики. Частота (30b) испытывает быстрое насыщение с ростом  $N_c$  и перестает зависеть от номера моды. В частности, в модели точечных рассеивателей асимптотика этой частоты при  $N_c \gg 1$  имеет вид

$$\frac{1}{\tau_{\mu}^{(\phi)}} \approx \frac{Qk_F}{4\pi} = \frac{k_F}{\ell}. \quad (31)$$

Обратим внимание, что в формуле (30b) в отличие от (30a) суммирование проводится только по *протяженным* модам квантового волновода, причем отличным от рассматриваемой моды  $\mu$ . Для одноканального проводника, где нелокальна только низшая мода  $\mu_1 = (1, 1)$ , слагаемое (30b) отсутствует.

Мнимую часть массового оператора (30) можно интерпретировать как результат дефазировки когерентных модовых состояний. Из структуры выражения (30b) следует, что для произвольной моды  $\mu$  причиной дефазировки является циклическое («возвратное») рассеяние электронов исключительно через нелокальные промежуточные моды, если таковые существуют в рассматриваемой системе. Такая трактовка дает основание для каждой из токонесящих мод рассматривать все остальные *протяженные* моды того же проводника как своеобразное «дефазирющее окружение», взаимодействие с которым осуществляется посредством *межмодового* рассеяния на потенциале  $V(\mathbf{r})$ . Хотя в терминах одноэлектронной энергии рассеяние на статических неоднородностях является упругим (при  $T = 0$  эта энергия сохраняется фермиевской), *многочастичные* модовые состояния характеризуются разными (продольными) энергиями. Это позволяет рассматривать виртуальные межмодовые переходы, «скрытые» в  $T$ -матрицах (17) и (25), как эффективно неупругие, придерживаясь тем самым традиционной точки зрения, связывающей дефазировку кванто-

вых состояний исключительно с процессами неупругого рассеяния.

Обратим внимание, что межмодовое рассеяние через одни только сильно локализованные *неоднородные* промежуточные моды (одномодовый проводник) не приводит к дефазировке. Заметный дефазирющий эффект проявляется при рассеянии электронов через существенно нелокальные *протяженные* моды, что возможно, естественно, если в проводнике их имеется хотя бы две. Из этого можно заключить, что для *интерференционной* андерсоновской локализации важным фактором является сохранение в ходе рассеяния не только временной, но и пространственной когерентности состояний.

Влияние флуктуационных потенциалов  $V_{\mu}(x)$  и  $\Delta\hat{T}_{\mu}$  на модовые уровни можно проанализировать, оценив соответствующие борновские частоты рассеяния  $1/\tau_{\mu}^{(V)}$  и  $1/\tau_{\mu}^{(T)}$ . С учетом структуры оператора (25) и результата (31) имеем

$$\frac{\tau_{\mu}^{(\phi)}}{\tau_{\mu}^{(V)}} \sim [k_F r_c N_c \cos^2 \theta_{\mu}]^{-1}, \quad (32a)$$

$$\frac{\tau_{\mu}^{(\phi)}}{\tau_{\mu}^{(T)}} \sim \frac{\tau_{\mu}^{(\phi)}}{\tau_{\mu}^{(V)}} \times \begin{cases} L/\ell, & L < \ell, \\ N_{\text{loc}}^{(s)}, & L > \ell. \end{cases} \quad (32b)$$

Здесь  $\theta_{\mu}$  — угол «скольжения» моды  $\mu$  ( $\cos \theta_{\mu} = |\kappa_{\mu}|/k_F$ );  $N_{\text{loc}}^{(s)} \leq N_c$  — число «затравочных» модовых состояний, определяемых уравнением (10), длина локализации которых  $4L_b^{(V)}(\mu)$  не превосходит длины проводника  $L$ .

Поскольку в реальных материалах обычно выполнено соотношение  $k_F r_c \gtrsim 1$ , из (32) нетрудно заключить, что влияние потенциала  $V_{\mu}(x)$  на динамику электронов в многомодовых системах пренебрежимо мало. Это относится и к потенциалу  $\Delta\hat{T}_{\mu}$ , если длина проводника  $L \ll N_c \ell$ . Более тщательный анализ, выполненный в [21], показал, что рассеяние на этом потенциале (при  $N_c > 1$  — существенно нелокальном!) слабо сказывается на контактансе и при  $L \gg N_c \ell$ . Это представляется довольно естественным, если принять во внимание, что рассеяние на потенциале  $\Delta\hat{T}_{\mu}$  носит «возвратный» характер. С точки зрения теории возмущений это означает, что посредством оператора  $\Delta\hat{T}_{\mu}$  рассеяние на межмодовых потенциалах  $U_{\mu\nu}(x)$  учитывается в более высоком порядке, чем при расчете массового оператора (30).

Возвращаясь к затравочному внутримодовому потенциалу  $V_{\mu}(x)$ , следует подчеркнуть, что при условии (20) рассеяние на нем слабо нарушает пространственную когерентность моды, и поэтому должно учитываться с особой точностью. При

$N_c \gg 1$  это рассеяние приводит к малым поправкам слабой локализации в кондактансе, которые не рассматриваются в данной работе. Роль этих поправок, безусловно, возрастает с уменьшением числа проводящих каналов, но и при  $N_c \sim 1$  они качественно не изменяют результат, полученный в кинетическом приближении. Определяющее влияние на спектр электронных состояний потенциал  $V_\mu(x)$  оказывает лишь в *одномодовых* проводниках, на чем остановимся подробнее в следующем разделе.

### 5. Зависимость кондактанса от формы проводника

Модовый спектр носителей тока наряду с энергией электронов определяется структурой ограничивающего потенциала, а в рассматриваемой здесь модели – геометрией образца. Если кондактанс массивного проводника при изменении его размеров изменяется в соответствии с классическим законом Ома, то в случае, когда какой-либо из этих размеров становится сравнимым с микроскопическими длинами системы, квантование спектра становится крайне существенным и может радикально изменить классическое поведение кондактанса. Рассмотрим некоторые предельные случаи, когда размерное квантование существенно различным образом влияет на характер электронного транспорта.

#### 5.1. Многомодовые проводники

Если конфигурация ограничивающего потенциала и энергия электронов таковы, что в системе имеется более чем один проводящий канал, то точная функция Грина  $G_{\mu\mu}(x, x')$ , как следует из (32), хорошо аппроксимируется функцией  $G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x')$  в области  $L \ll N_c \ell$ . Но и при  $L > N_c \ell$ , как показано в [21], замена точного пропагатора в (19а) его приближенным значением из (27) является обоснованной с учетом конфигурационного усреднения. Решение уравнения (27), удовлетворяющее граничным условиям излучения на открытых концах проводника, имеет вид

$$G_{\mu\mu}^{(0)}(x, x') = \frac{1}{2i\kappa_\mu} \exp \left\{ [i\kappa_\mu - 1/l_\mu^{(\varphi)}] |x - x'| \right\}. \quad (33)$$

Здесь  $l_\mu^{(\varphi)} = 2\kappa_\mu \tau_\mu^{(\varphi)}$  – длина экстинкции (или, эквивалентно, длина дефазировки) моды  $\mu$ , связанная с некогерентным межмодовым рассеянием. Подстановка (33) в (19а) дает следующее выражение для среднего кондактанса:

$$\langle g(L) \rangle = \overline{\sum_\mu \frac{l_\mu^{(\varphi)}}{L} \left[ 1 - \frac{l_\mu^{(\varphi)}}{L} \exp \left( -\frac{L}{l_\mu^{(\varphi)}} \right) \operatorname{sh} \frac{L}{l_\mu^{(\varphi)}} \right]}. \quad (34)$$

При большом числе каналов ( $N_c \gg 1$ ) замена суммы (34) интегралом позволяет получить простые предельные формулы для кондактанса в тех областях, которые соответствуют классическому баллистическому ( $L \ll \ell$ ) и диффузионному ( $L \gg \ell$ ) транспорту электронов:

$$\langle g(L) \rangle \approx N_c, \quad L \ll \ell, \quad (35a)$$

$$\langle g(L) \rangle \approx \frac{4}{3} \frac{N_c \ell}{L}, \quad L \gg \ell. \quad (35b)$$

В баллистическом пределе (35а) кондактанс как функция электронной энергии и поперечных размеров квантового волновода имеет ступенчатую структуру, причем высота ступенек в точности равна кванту кондактанса  $G_0 = e^2/\pi\hbar$  (напомним, что для массивных проводников  $N_c = [k_F^2 S/4\pi]$ , где [...] означает целую часть числа, заключенного в скобки). По мере перехода из баллистического в диффузионный режим ( $\ell \ll L$ ) кондактанс асимптотически приближается к классической величине (35б), известной из кинетической теории. При этом ступенчатая структура кондактанса формально сохраняется, но высота ступенек уменьшается пропорционально отношению  $\ell/L$ . Зависимость среднего кондактанса (34) от длины квантового волновода представлена на рис. 2. Кривые соответствуют разному числу открытых каналов, но в области  $L/\ell > 1$  все они демонстрируют одинаковое «омовское» поведение.

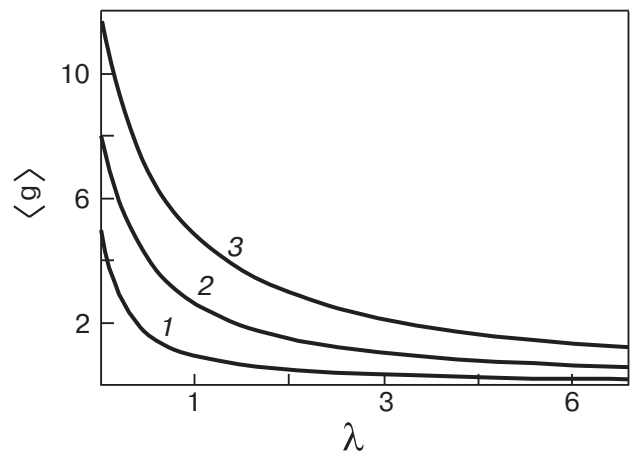


Рис. 2. Кондактанс (34) как функция безразмерной длины  $\lambda = L/\ell$  для проводников с различным числом открытых каналов  $N_c$ : 5 (1), 8 (2) и 12 (3).



Существенно, что диффузионный характер кондактанса (формула (356)) сохраняется не только в области длин  $\ell \ll L \ll N_c \ell$ , в которой электронный транспорт традиционно считался диффузионным, но также и при  $L > N_c \ell$ . Теорией квазиодномерных (Q1D) проводников [23–26] при таких длинах предсказана зависимость  $\langle g(L) \rangle \propto \exp(-L/N_c \ell)$ , из чего сделан вывод об андерсоновской локализации всех электронных состояний в таких проводниках, независимо от энергии.

Причина несоответствия результата (356) предсказаниям теории Q1D локализации связана с дефазировкой *модовых* состояний электронов, возникающей из-за квазиупругости межмодового рассеяния. С математической точки зрения неупругость обусловлена отсутствием «вращательной симметрии» в *канальном* пространстве, явно использованной при выводе уравнений теории [24–26]. Если бы все невозмущенные модовые энергии в (7) можно было формально полагать одинаковыми («симметричные» каналы), то массовый оператор (30) оказался бы вещественным. Это, в свою очередь, означало бы, что при слабом рассеянии модовые электронные состояния практически сохраняют свою когерентность. Средний кондактанс в области  $L > N_c \ell$  в этом случае действительно экспоненциально зависел бы от длины проводника, в полном соответствии с результатами теории [23–26].

В отличие от модельных каналосимметричных систем, в реальных квазиодномерных проводниках все каналы (волноводные моды) характеризуются *разными* продольными энергиями (8), хотя одноэлектронная энергия при  $T = 0$ , конечно же, сохраняется фермиевской. Поскольку, однако, представленная здесь теория оперирует не одночастичными, а модовыми энергиями электронной системы, неупругость межмодового рассеяния является неустранимой даже при статическом рассеивающем потенциале. Эта неупругость проявляет себя в ограниченности пространственного масштаба затухания модовых пропагаторов (33), что с физической точки зрения соответствует некогерентному внутриканальному транспорту электронов. Из (31) при этом следует, что длины когерентности всех без исключения мод не превосходят по порядку величины длину свободного пробега электронов  $\ell$ .

Эффективную неупругость межканального рассеяния в реальных проводниках можно устранить, полагая все матричные элементы (9) равными нулю при  $\mu \neq \mu'$ . Для (квази-)двумерного проводника конечной толщины это можно осуществить, выбрав модель случайного потенциала, который зависит только от координаты вдоль направления тока (слу-

чайно стратифицированная система). Такая модель рассматривалась в работе [34], где происхождение «стратифицирующего» (а значит, локализирующего) случайного потенциала связывалось с дальнедействующими заряженными центрами, случайным образом размещенными вне квантового волновода. Делокализирующее же модовое перемешивание электронов обеспечивалось в работе [34] не межмодовым примесным рассеянием, а внешним магнитным полем, ориентированным параллельно поверхности квазидвумерного проводника.

### 5.2. Андерсоновская локализация в одномодовых проводниках

Если параметры электронной системы допускают существование только одного открытого канала, то все остальные моды квантового волновода являются неоднородными и сильно локализованными по координате  $x$ . В этом случае потенциал  $\hat{T}_\mu$ , как и  $V_\mu(x)$ , является вещественным и локальным. Из-за этого теория возмущений в использованной выше форме перестает быть конструктивной, поскольку слабое рассеяние, в том числе и межмодовое, существенно не нарушает когерентности единственной протяженной моды. Расчет кондактанса в такой ситуации требует применения методов, позволяющих учесть интерференцию многократно рассеянных квантовых волн, например, таких, которые применялись в [35,36] при вычислении проводимости 1D неупорядоченных проводников.

В [37,38], с использованием метода резонансного слабого рассеяния, эквивалентного методам [35,36], нами получено общее выражение для статистических моментов кондактанса одномодовых проводников конечной длины в ситуации, когда беспорядок вызван не объемными неоднородностями, а шероховатостями боковых границ проводника. Такая задача, хотя она существенно отличается физической постановкой от задачи объемного рассеяния, с точки зрения применяемого математического аппарата полностью аналогична решаемой в настоящей работе. В ее одномодовом варианте отличие проявляется лишь в конкретном виде длин рассеяния, которые в случае неоднородностей поверхностного характера представляются сложными нелокальными выражениями, отличными от (22). Применяя методику, описанную в [37,38], к настоящей задаче, для одномодового объемно-неупорядоченного проводника получаем

$$\langle g^n(L) \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{L_b^{(V)}(\mu_1)}{L} \right]^{3/2} \exp \left[ -\frac{L}{4L_b^{(V)}(\mu_1)} \right] \times \\ \times \int_0^\infty \frac{z dz}{\text{ch}^{2n-1} z} \exp \left[ -z^2 \frac{L_b^{(V)}(\mu_1)}{L} \right] \int_0^z dy \text{ch}^{2(n-1)} y, \\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (36)$$

Из (36) можно заключить, что в одноканальном случае различаются только два режима электронного транспорта, баллистический и «локализованный», диффузионный же режим отсутствует. Соответствующие предельные выражения для среднего кондактанса имеют вид

$$\langle g(L) \rangle \approx \begin{cases} 1 - 4L/\xi_1, & L/\xi_1 \ll 1, \\ (\pi^{5/2}/16)(\xi_1/L)^{3/2} \exp(-L/\xi_1), & L/\xi_1 \gg 1, \end{cases} \quad (37)$$

где  $\xi_1 = 4L_b^{(V)}(\mu_1)$  — *одномерная* длина локализации гармоники  $\mu_1$ , обусловленная *коллективным* рассеянием электронов «назад» на затравочном внутримодовом потенциале  $V_{\mu_1}(x)$ .

### 5.3. Переход металл–изолятор как квантовый фазовый переход

Кондактанс (37) демонстрирует локализованный характер электронного транспорта в одномодовом квантовом волноводе, в соответствии с известными результатами спектрального анализа одномерных неупорядоченных систем [39]. Уже сам по себе этот факт свидетельствует о принципиальной возможности перехода ограниченной электронной системы из проводящего в диэлектрическое состояние под воздействием только геометрических факторов, при неизменном уровне беспорядка. Одномерная локализация (андерсоновского типа) в линейных системах является всеобъемлющей в том смысле, что в 1D случайном потенциале экспоненциально локализованными оказываются все электронные состояния, независимо от энергии. В то же время в определенном смысле эта локализация может рассматриваться как слабая. При уменьшении уровня беспорядка длина  $\xi_1$  неограниченно растет, и в сравнительно чистых проводниках, даже при очень большой их длине, коллективный транспорт электронов может фактически оставаться близким к баллистическому.

Предлагаемый в данной работе подход позволяет объяснить наблюдаемый переход электронной системы из проводящего состояния в диэлектрическое и при не очень больших, мезоскопических длинах образцов, причем вне зависимости от степени их структурного беспорядка. При уменьшении попе-

речных размеров проводник в конце концов должен перейти в «запредельный» волноводный режим, когда все моды в нем становятся неоднородными, локализованными каждая на длине волны  $|\kappa_\mu|^{-1}$ , которая в рамках используемой здесь техники расчета рассматривается как микроскопическая. В таком «размерно» локализованном режиме кондактанс резко падает относительно его величины (37) в пограничном одномодовом состоянии квантовой системы и с параметрической точностью может считаться равным нулю.

Существенно, что модовую структуру проводника, изображенного на рис. 1,б, можно изменять, меняя только один из его поперечных размеров, сохраняя при этом другой постоянным. Из (8) видно, что даже при очень большой ширине  $W$  квантовый волновод может быть переведен в запредельный режим за счет уменьшения только его толщины  $H$ . В реальных планарных структурах этого добиваются, увеличивая приложенный извне прижимающий потенциал (см. рис. 1,а), либо путем емкостного воздействия на область гетероконтакта.

На рис. 3 представлены результаты численного расчета зависимости кондактанса (34) от толщины проводника при фиксированной его ширине. Кривая 1 соответствует баллистическому пределу  $\ell/L \rightarrow \infty$ , кривые 2 и 3 — конечным значениям этого отношения. Баллистический кондактанс является идеально квантованным, с величиной скачка, равной кванту  $G_0$ . Своеобразная модуляция кривой 1 обусловлена используемой моделью квантового волновода (см. рис. 1,б), спектр (8) которого предписывает неэквидистантное по величине  $H$  открытие и закрытие проводящих каналов.

По мере увеличения беспорядка (кривые 2 и 3) скачки кондактанса уменьшаются по величине, а форма ступеней сглаживается. В окрестности точек открытия (закрытия) квантовых каналов должны наблюдаться существенные провалы в кондактансе. Форма этих провалов отчетливо видна на рис. 3,б, где в увеличенном масштабе показан участок кривых, выделенный на рис. 3,а. Относительно плавное уменьшение кондактанса при подходе к точке закрытия очередного канала со стороны больших значений  $H$  обусловлено ростом плотности состояний *медленной* краевой моды  $\mu_m$  и, соответственно, переходом в нее электронов из более быстрых открытых мод. Частоты дефазировки последних, формула (30б), имеют в критических точках ( $\kappa_{\mu_m} = 0$ ) корневые особенности, что проявляется в деструктивной редукции модовых пропагаторов (33) в окрестности критических точек.

Аналогичные провалы обнаружены при численном анализе оптического кондактанса волноводных

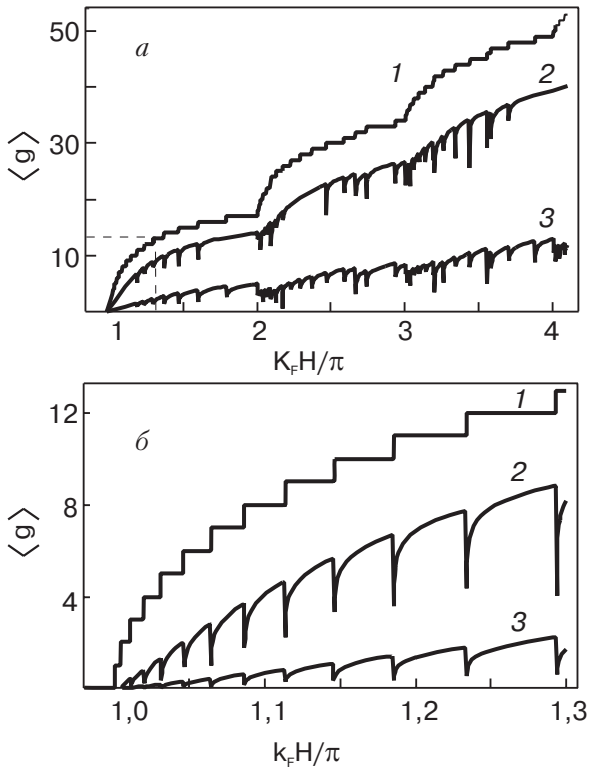


Рис. 3. Зависимость безразмерного кондактанса от толщины квантового волновода при фиксированной ширине ( $k_F W / \pi = 20,5$ ) и различных значениях параметра диффузности  $\lambda = L / \ell$ : 0 (1), 0,5 (2) и 5 (3).

систем, выполненном в [40] с использованием подхода Ландауэра. Однако в [40] эти провалы имели сравнительно симметричную форму относительно точек исчезновения протяженных мод, тогда как на рис. 3 их форма выражено асимметрична. Асимметрия связана с тем обстоятельством, что при выводе формулы (34) в приближении (20) мы пренебрегли вкладом неоднородных мод в кондактанс и тем самым не учли туннельную часть кондактанса, связанную с этими модами. Для краевой моды это не вполне оправдано, поскольку в окрестности критической точки условие слабости рассеяния нарушается, и пропагатор этой моды сразу после ее закрытия не равен, строго говоря, выражению (23).

Зависимости, представленные на рис. 3, демонстрируют последовательность квантовых фазовых переходов [13], происходящих в электронной системе при изменении ограничивающего ее потенциала. В критических точках кондактанс скачкообразно меняется, причем роль корреляционной длины в электронной системе в окрестности этих точек играет длина волны краевой моды, пропорциональная ее плотности состояний.

Крайний левый из фазовых переходов, хорошо видный на рис. 3,б — переход электронной системы

из проводящей фазы в диэлектрическое состояние. В металлической фазе непосредственно вблизи перехода значение кондактанса в идеальной баллистической ситуации равно кванту  $G_0$ . Это приблизительно соответствует значениям, наблюдаемым в окрестности так называемой сепаратрисы — условной линии, разделяющей множества экспериментальных кривых  $T$ -зависимости сопротивления, которые относятся к диэлектрической и проводящей фазам 2D систем [1].

В большинстве экспериментальных работ спектральная классификация двумерных систем осуществляется на основе данных по температурной и магнитополовой зависимостям их сопротивления. Детальный анализ эффектов, связанных с магнитным полем, составляет предмет отдельной публикации. Что же касается температурной зависимости сопротивления двумерных систем, то на основе описанных выше особенностей квантового транспорта в планарных структурах уже можно сделать ряд качественных заключений.

Прежде всего, обратим внимание, что переход от «металлического» кондактанса (34), (35) к малой его величине в локализованной (0-модовой) фазе неизбежно происходит через одномодовое состояние электронной системы, которая при этом, несмотря на макроскопическую ширину квантового волновода, ведет себя как эффективно одномерная. Для одномерных же систем ранее предсказывалась немонотонная зависимость проводимости от температуры, в [36] для случая  $T\tau \gg 1$  и в [41] для  $T\tau \ll 1$ . Сопротивление 2D систем, измеренное вблизи сепаратрисы со стороны металлической фазы [1], действительно немонотонно изменяется с температурой.

Слабую зависимость от температуры самой сепаратрисы также можно объяснить, если учесть, что длина волны последней из протяженных мод по мере приближения к точке ее закрытия неограниченно возрастает и становится большой по сравнению с длиной волны тепловых фононов. Взаимодействие моды с фононной подсистемой кристалла при этом, естественно, становится малоэффективным.

Наконец, глубоко в диэлектрической фазе, когда все электронные моды уже являются неоднородными, а значит сильно локализованными, естественно ожидать температурную зависимость сопротивления, которая следует из прыжковой теории протекания [42]. Именно такого типа зависимости наблюдаются в двумерных системах, находящихся в диэлектрической фазе [1,43].

### Заключительные замечания

Основной целью настоящей работы была разработка полевой одночастичной модели перехода дву-

мерных электронных систем из диэлектрического состояния (предписываемого скейлинговой теорией локализации) в металлическую фазу, наблюдаемую экспериментально. Суть предлагаемого подхода состоит в том, что системы, с экспериментальной точки зрения вполне двумерные, следует рассматривать как предельный случай *трехмерных* квантовых волноводов, тем самым в более полной мере учитывая квантовый характер электронной системы.

Заметим, что процедура сведения многомерных динамических задач к одномерным, ключевая в используемой аналитической технике, применима и к системам, рассматриваемым изначально как строго двумерные [20,21]. Однако усмотреть для таких систем возможность перехода из металлического в диэлектрическое состояние в рамках развитого подхода представляется затруднительным, поскольку одномоновое состояние  $2D$  электронов ассоциируется обычно не с макроскопическим проводником, а с квантовой проволокой.

Тем не менее макроскопический двумерный квантовый волновод, если его рассматривать как «уплотненный» трехмерный, вполне может находиться и в одномоновом, и даже в запредельном  $0$ -моновом состоянии. В этой связи довольно естественен вопрос, какие же электронные системы разумно относить к классу двумерных, а какие нет. И чем, собственно, неодномерные электронные системы принципиально отличаются, с точки зрения их транспортных свойств, от трехмерных систем?

Из численных и аналитических результатов, представленных в данной работе, установить объективные критерии для дифференциации  $2D$  и  $3D$  систем невозможно. Принципиально различаются лишь кондактанс *диффузионного* типа, характерный для *неодномоновых* систем, и «локализованный» кондактанс одномоновых проводников и  $0$ -моновых (диэлектрических) систем. Если при этом учесть, что двумерные и трехмерные транспортные задачи одинаковым образом сводятся к одномерным в моновом представлении, то напрашивается вывод, что классифицировать небаллистические системы фермиевского типа рационально, исходя не из их формальной геометрической структуры, а из монового содержания. С этой точки зрения существенно различными являются неупорядоченные системы с более чем одной протяженной модой, в которых реализуется диффузионный транспорт квазичастиц и, следовательно, существует непрерывная составляющая их одночастичного спектра, и класс систем локализованных. Последний, в свою очередь, включает одномоновые системы, для которых характерна локализация андерсоновской природы (сильная или слабая, в зависимости от степени беспорядка), и

$0$ -моновые системы, локализация состояний в которых не связана с беспорядком и/или взаимодействием, а обусловлена размерным квантованием спектра носителей тока.

1. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).
2. E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).
3. M. Shreiber and M. Ottomeier, *J. Phys.: Condens. Matter.* **4**, 1959 (1992).
4. V. Dobrosavljević, E. Abrahams, E. Miranda, and S. Chakravarty, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 455 (1997).
5. Z. Ye, *Chin. J. Phys.* **39**, L207 (2001); *idem cond-mat/0106481*.
6. A. M. Finkel'stein, *Z. Phys.* **B56**, 189 (1984).
7. C. Castellani, C. D. Di Castro, and P. A. Lee, *Phys. Rev.* **B57**, R9381 (1998).
8. S. Chakravarty, L. Yin, and E. Abrahams, *Phys. Rev.* **B58**, R559 (1998).
9. D. Belitz and T. R. Kirkpatrick, *Phys. Rev.* **B58**, 8214 (1998).
10. J. S. Takur and D. Neilson, *Phys. Rev.* **B58**, 13717 (1998).
11. T. M. Klapwijk and S. Das Sarma, *Solid State Commun.* **110**, 581 (1999).
12. S. Das Sarma and E. H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5596 (2000).
13. S. L. Sondhi, S. M. Girvin, J. P. Carini, and D. Shahar, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 315 (1997).
14. P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).
15. P. Mohanty, *Physica* **B280**, 446 (2000); *idem cond-mat/9912263*.
16. I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and M. E. Gershenson, *Waves Random Media* **9**, 201 (1999).
17. B. L. Altshuler, A. G. Aronov, and P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1288 (1980).
18. B. Tanatar and D. M. Ceperley, *Phys. Rev.* **B39**, 5005 (1989).
19. D. Belitz and T. R. Kirkpatrick, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 261 (1994).
20. Yu. V. Tarasov, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, L437 (1999).
21. Yu. V. Tarasov, *Waves Random Media* **10**, 395 (2000).
22. F. Mancini and A. Avella, *cond-mat/0006377*.
23. K. B. Efetov, *Adv. Phys.* **32**, 53 (1983).
24. O. N. Dorokhov, *Solid State Commun.* **51**, 381 (1984).
25. O. N. Dorokhov, *Phys. Rev.* **B37**, 10526 (1988).
26. P. A. Mello, P. Pereyra, and N. Kumar, *Ann. Phys.* **181**, 290 (1988).
27. Yu. V. Tarasov, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, L357 (2002); *idem cond-mat/0203507*.
28. M. P. Sarachik and S. V. Kravchenko, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **96**, 5900 (1999); *idem cond-mat/9903292*.



29. R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 570 (1957).
30. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, *Рассеяние волн на статистически шероховатой поверхности*, Наука, Москва, (1972).
31. В. С. Владимиров, *Уравнения математической физики*, Наука, Москва, (1967).
32. Дж. Тейлор, *Теория рассеяния*, Мир, Москва, (1975).
33. Р. Ньютон, *Теория рассеяния волн и частиц*, Мир, Москва, (1969).
34. J. S. Meyer, V. I. Fal'ko, and B. L. Altshuler, in: *Strongly Correlated Fermions and Bosons in Low-Dimensional Disordered Systems*, I. V. Lerner, B. L. Altshuler, V. I. Fal'ko, and T. Giamarchi (eds.), NATO Science Series II: *Mathematics, Physics and Chemistry* **72**, 117, Kluwer Academic Publishers (2002); *idem cond-mat/0206024*.
35. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **65**, 1251 (1973).
36. А. А. Abrikosov and I. A. Ryzhkin, *Adv. Phys.* **27**, 147 (1978).
37. N. M. Makarov and Yu. V. Tarasov, *J. Phys: Condens. Matter* **10**, 1523 (1998).
38. N. M. Makarov and Yu. V. Tarasov, *Phys. Rev.* **B64**, 235306 (2001).
39. И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва, (1982).
40. P. García-Mochales, P. Serena, N. García, and J. L. Costa-Krämer, *Phys. Rev.* **B53**, 10268 (1996).
41. Yu. V. Tarasov, *Phys. Rev.* **B45**, 8873 (1992).
42. Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос, *Электронные свойства легированных полупроводников*, Наука, Москва, (1979).
43. W. Mason, S. V. Kravchenko, G. E. Bowker, and J. E. Furneaux, *Phys. Rev.* **B52**, 7857 (1995).

The one-particle scenario for the metal—insulator transition in two-dimensional systems at  $T = 0$

Yu. V. Tarasov

The conductance of bounded disordered electron systems is calculated by reducing the original dynamic problem of arbitrary dimensionality to a set of strictly one-dimensional problems for one-particle mode propagators. The metallic ground state of a two-dimensional conductor, which is considered as a limiting case of three-dimensional quantum waveguide, is shown to result from its multi-modeness. As the waveguide thickness is reduced, e.g., by applying a «pressing» potential, the electron system undergoes a set of continuous phase transitions related to discrete variations of the number of extended modes. The closing of the last current carrying mode is regarded as a phase transition of the electron system from metallic to dielectric state. The obtained results agree qualitatively with the observed «anomalies» of resistivity of different two-dimensional electron and hole systems.