

Нечетный резистивный отклик в сверхпроводниках с бианизотропным пиннингом

В. А. Шкловский^{1,2}, А. А. Сорока¹

¹Национальный научно-технический центр «Харьковский физико-технический институт»
Институт теоретической физики, ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина

²Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: valerij.a.shklovskij@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 13 июня 2002 г.

Теоретически исследован нечетный относительно инверсии магнитного поля резистивный отклик сверхпроводника в смешанном состоянии при наличии бианизотропного пиннинга и малого изотропного эффекта Холла. В рамках двумерной стохастической модели бианизотропного пиннинга на основе уравнений Фоккера–Планка в приближении невзаимодействующих вихрей и в первом приближении по малой константе Холла получены нечетные по магнитному полю продольное и поперечное по току магнитосопротивления. Возможны реализации такой модели как естественно возникающие, так и искусственно получаемые. Показано, что нелинейные анизотропные свойства магнитосопротивлений естественно связаны с основными критическими токами и токами насыщения исследуемой системы. Рассмотрены скейлинговые соотношения для холловской проводимости в терминах наблюдаемых продольного и поперечного магнитосопротивлений и скейлинг и его устойчивость в базовых X - и Y -геометриях задачи.

Теоретично досліджено непарний відносно інверсії магнітного поля резистивний відгук надпровідника у змішаному стані при наявності біанізотропного пінінга та малого ізотропного ефекта Холла. У рамках двовимірної стохастичної моделі біанізотропного пінінга на основі рівнянь Фоккера–Планка в наближенні неваємодіючих вихорів та в першому наближенні по малій константі Холла одержано непарні по магнітному полю поздовжнє та поперечне по струму магнітоопори. Можливі реалізації такої моделі як природно виникаючі, так і такі що отримуються штучно. Показано, що нелінійні анізотропні властивості магнітоопорів природно пов'язані з основними критичними струмами та струмами насичення системи, що досліджується. Розглянуто скейлінгові співвідношення для холлівської провідності у термінах поздовжнього та поперечного магнітоопорів, що спостерігаються, і скейлінг та його стійкість у базових X - і Y -геометриях задачі.

PACS: 74.25.Fy, 74.60.Ge

1. Введение

Одним из актуальных вопросов физики сверхпроводников в смешанном состоянии при наличии в них пиннинга вихрей является его влияние на эффект Холла и наблюдаемый резистивный отклик [1–16]. Теоретически вначале был изучен эффект Холла в сверхпроводниках с хаотическим распределением точечных центров пиннинга. Для слабого изотропного пиннинга на основе феноменологического подхода [1] и теории коллективного пиннинга [2] получен универсальный (не зависящий от вида

вихревой фазы и режима динамики вихрей) скейлинг вида $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}^2$, наблюдавшийся в ряде экспериментальных работ [3,4]. В [1,2] показано, что холловская проводимость не зависит от слабого случайного беспорядка и ее аномальное поведение [5] в зависимости от магнитного поля и температуры связано не с пиннингом, а с соответствующими зависимостями холловской константы. В феноменологической модели Вонга, Донга и Тинга (ВДТ) [6] явный учет поверхностной силы, действующей на вихрь при обтекании током его кора, и силы, возникающей за счет противотока внутри кора вихря, приво-

дит к явной зависимости константы Холла от силы пиннинга и скорости вихря, что составляет ее кардинальное отличие от теорий, представленных в [1,2]. В следующем из этой модели законе скейлинга $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}^\beta$ показатель β может принимать различные значения в зависимости от режима вихревой динамики.

Другой предельный случай при изучении холловского резистивного отклика в смешанном состоянии связан с наличием одноосной анизотропии пиннинга, обусловленной в высокотемпературных сверхпроводниках системой однонаправленных плоских центров пиннинга (ЦП) — главным образом двойников [7–9,11–15,17]. В работах [11–13] развита феноменологическая теория сверхпроводников с одноосной анизотропией. В работах [14,17] предложена двумерная стохастическая модель анизотропного пиннинга. В [15] эта модель дополнена анизотропией холловских проводимостей и конкретизирован вид потенциала пиннинга, допускающий аналитический расчет наблюдаемых эффектов в нелинейном случае (линейный случай рассмотрен в [14]). В отличие от работы [17], в [15] учтена зависимость резистивного отклика от направления магнитного поля и теоретически исследованы четные и нечетные относительно инверсии магнитного поля компоненты магнитосопротивления. Показано, что выражения для нечетных продольного $\rho_{||}$ и поперечного ρ_{\perp} по току магнитосопротивлений состоят как из нелинейных холловских вкладов, связанных с направленным движением вихрей вдоль плоскостей ЦП (так называемый guiding-эффект [21–23], или G-эффект для краткости), так и вкладов, обусловленных зависимостью анизотропной динамики вихрей от направления магнитного поля. Исследованы взаимовлияние G-эффекта и эффекта Холла и скейлинговые соотношения.

В работе [7] экспериментально впервые обнаружено нечетное продольное магнитосопротивление $\rho_{||}$ в монокристалле $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{\delta-7}$ с однонаправленными двойниками. В этой работе на основе феноменологической модели [12] из зависимостей $\rho_{||}(H)$ и $\rho_{\perp}(H)$, измеренных при угле $\alpha = 45^\circ$ между лежащим в ab -плоскости вектором плотности тока \mathbf{j} и плоскостями двойников (величина $\rho_{||}(H)$ при этом ожидалась максимальной), получены зависимости холловских магнитосопротивлений $\rho_{Hl}(H)$, $\rho_{Ht}(H)$ в L -, T - геометриях $\mathbf{j} \parallel \mathbf{m}$ и $\mathbf{j} \perp \mathbf{m}$, где \mathbf{m} — единичный вектор, перпендикулярный плоскостям двойников. Оказалось, что поведение зависимостей $\rho_{Hl}(H)$ и $\rho_{Ht}(H)$ существенно различается, на основании этого был сделан вывод об анизотропном влиянии двойников на константу Холла, обуславливающим, в свою очередь, возникновение продольной

нечетной компоненты $\rho_{||}$. Анизотропия холловской проводимости исследована экспериментально в работе [8], где ниже характерной температуры начала пиннинга вихрей на двойниках наблюдалась убывающая с понижением температуры зависимость отношения $\sigma_{\perp}^H / \sigma_{\parallel}^H$ ($\sigma_{\perp}^H, \sigma_{\parallel}^H$ — холловские проводимости при векторе \mathbf{j} , направленном перпендикулярно и параллельно плоскостям двойников). В [8] анизотропия холловской проводимости, вызванная влиянием двойников, была объяснена на основе теории ВДТ [6], обобщенной на случай учета порождаемой двойниками анизотропии пиннинга. В работе [9] исследовано влияние вида вихревой фазы и пиннинга вихрей на двойниках на поведение холловской проводимости и скейлинг (при $\alpha = 45^\circ$). В зависимости от направления магнитного поля по отношению к плоскостям двойников (задаваемого углом θ) наблюдалось два типа фазовых переходов: в области $\theta > \theta^*$ переход брэгг-стекло — жидкая фаза (при $T = T_m$) и в области $\theta < \theta^*$ переход бозе-стекло — жидкая фаза при ($T = T_{Bg}$). В обоих случаях установлен закон скейлинга $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}^\beta$ со значением $\beta = 1,4$ при $\theta > \theta^*$ и значением $\beta = 2$ при $\theta < \theta^*$, не зависящий от величин температуры, магнитного поля, плотности тока, угла θ (в соответствующих областях) и нечувствительный к фазовому переходу. Наблюдались монотонное убывание зависимости $\sigma_{xy}(T)$ до температур T_m , T_{Bg} , а далее резкая расхожимость при $T < T_m$ в брэгг-фазе и насыщение при $T < T_{Bg}$ в бозе-фазе; в брэгг-фазе наблюдалась зависимость $\sigma_{xy}(T)$ от пиннинга. Таким образом, сделан вывод, что поведение холловской проводимости и вид скейлинга существенно различны в бозе- и брэгг-фазах и последний обусловлен типом беспорядка (значение $\beta = 1,4$ соответствует точечному беспорядку, а $\beta = 2$ — коррелированному беспорядку).

Отметим, что экспериментальные результаты [7,8] указывают на нарушение соотношения Онсагера для кинетических коэффициентов ($\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$), обусловленное влиянием двойников на холловскую проводимость изотропного образца. Обратим внимание на то, что в рамках феноменологической модели анизотропного пиннинга [13] получены скейлинговые соотношения общего вида, выражающие компоненты тензора проводимости $\hat{\sigma}$ (включая холловские проводимости σ_{xy}, σ_{yx}) через наблюдаемые вольт-амперные характеристики в L -, T -геометриях; в работе [15] получено скейлинговое соотношение для холловской проводимости при наличии анизотропного пиннинга через наблюдаемые магнитосопротивления при произвольном угле между направлением тока и плоскостями двойников, существенно отличающееся от степенного скейлинга в изотропном случае [1].

Особенностью теоретических моделей анизотропного пиннинга, рассмотренных в [11–15,17], является существование критического тока j_c только для направления, строго перпендикулярного к плоскостям двойников ($\alpha = 0$); для любого другого направления $j_c(\alpha) = 0$ ($0 < \alpha \leq \pi/2$). Тем не менее измерения резистивного отклика для твердой вихревой фазы всегда показывают, что $j_c(\alpha) > 0$ для любых углов α [9,23] (хотя $j_c(\alpha)$ может быть анизотропным). Таким образом, модель одноосного анизотропного пиннинга не может учесть j_c -анизотропию твердой вихревой фазы [9,23]. Самой простой моделью, реализующей j_c -анизотропию для любых углов α при наличии планарного потенциала пиннинга, служит модель бианизотропного пиннинга с составным потенциалом, формируемым суперпозицией двух периодических планарных потенциалов пиннинга, действующих во взаимно перпендикулярных направлениях. Экспериментальной реализацией бианизотропного пиннинга, как в естественно возникающих [24], так и искусственно получаемых [25] пиннинговых структурах, является наличие в образце двух взаимно ортогональных систем плоских однонаправленных равноотстоящих ЦП. Следует заметить, что в настоящее время существует небольшое число экспериментальных работ по изучению резистивных свойств сверхпроводников только с одноосной анизотропией пиннинга [7–9,11]. Для случая бианизотропного пиннинга такие работы пока отсутствуют (первая теоретическая работа на эту тему появилась лишь в 2002 г. [16]). Как нам известно, в ближайшее время планируется исследование сверхпроводников с бианизотропным потенциалом пиннинга, создаваемым взаимно ортогональными системами двойников и нанотрещин [25], а также системой взаимно ортогональных узких полосок из магнитных материалов (Co, Ni), напыленных на сверхпроводящие пленки [26,27].

В настоящей работе теоретически изучается нечетный (относительно инверсии магнитного поля) резистивный отклик сверхпроводника в смешанном состоянии при наличии бианизотропного пиннинга и малом эффекте Холла, рассматривается случай изотропной константы Холла [14]. Формулы для наблюдаемых резистивных характеристик системы — четных и нечетных по магнитному полю продольного и поперечного по току магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, T, \alpha)$ как функций плотности тока j , температуры T , угла α , задающего направление вектора плотности тока по отношению к осям анизотропии (см. рис. 1), получены в рамках двумерной стохастической модели бианизотропного пиннинга на основе уравнений Фоккера—Планка в приближении невзаимодействующих вихрей и в первом приближе-

нии по малой константе Холла [16]. Малый эффект Холла не влияет на выражения для четных по магнитному полю компонент магнитосопротивления $\rho_{\parallel,\perp}^{+}(j, T, \alpha)$, но приводит к появлению нечетных по магнитному полю компонент магнитосопротивления $\rho_{\parallel,\perp}^{-}(j, T, \alpha)$. При отсутствии эффекта Холла свойства наблюдаемых (четных по магнитному полю) магнитосопротивлений, связанные с ними анизотропия критического тока и эффект направленного движения вихрей, детально теоретически изучены в работах [18,19]. Нелинейное поведение наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, T, \alpha)$ в стохастической модели бианизотропного пиннинга как при наличии эффекта Холла, так и при его отсутствии, определяются свойствами функций $v_{x,y}(j, T, \alpha)$ вероятности преодоления вихрем xy -компонент потенциала пиннинга, описывающих динамику вихрей по отношению к соответствующим системам плоских ЦП. Поведение зависимостей $\rho_{\parallel,\perp}^{-}(j, T, \alpha)$ обусловлено эволюцией вихревой динамики с изменением тока и температуры и связано с реализацией определенных комбинаций режимов динамики вихрей относительно обеих систем ЦП. Количественный и качественный анализ этих зависимостей проводится в терминах функций $v_{x,y}(j, T, \alpha)$ и наглядно демонстрируется при помощи диаграммы динамических состояний вихревой системы на плос-

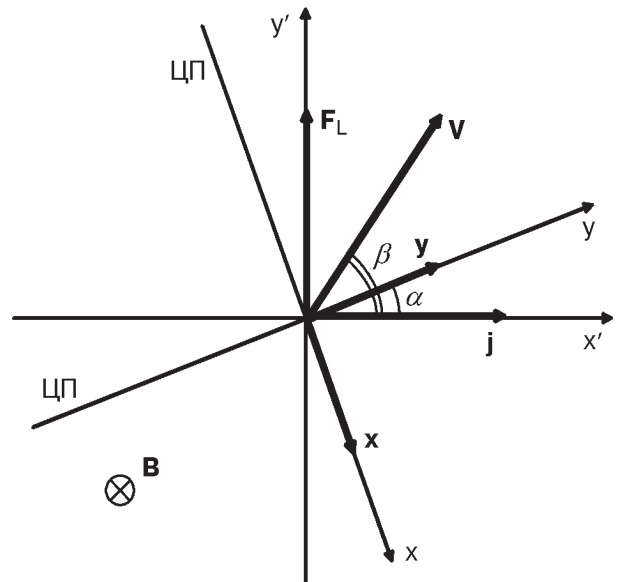


Рис. 1. Система координат xy , связанная с двумя взаимно ортогональными системами ЦП (их расположение задают векторы анизотропии \mathbf{x}, \mathbf{y} , являющиеся перпендикулярами к их плоскостям), и система координат $x'y'$, связанная с направлением тока (вектор плотности тока \mathbf{j} направлен вдоль оси $0x'$); α — угол между векторами \mathbf{y} и \mathbf{j} ; β — угол между вектором скорости вихрей \mathbf{v} и вектором \mathbf{j} ; \mathbf{B} — вектор магнитного поля; \mathbf{F}_L — сила Лоренца.

кости $j_x j_y$ [19]. Анализируется взаимосвязь нелинейных анизотропных свойств $\rho_{\parallel,\perp}^-$ с основными (в направлениях осей анизотропии) критическими токами $j_c^{x,y}(T)$ и токами насыщения $j_s^{x,y}(T)$ рассматриваемой системы. Обсуждаются новые скейлинговые соотношения для холловской проводимости в модели бианизотропного пиннинга в терминах наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^\pm(j, T, \alpha)$ [16], а также рассматривается скейлинг и его устойчивость в базовых X - и Y -геометриях.

Расположение материала статьи по разделам следующее. В разд. 2 изложена двумерная стохастическая модель бианизотропного пиннинга на основе уравнений Фоккера–Планка и получены выражения для средней скорости вихревой системы в первом приближении по малой константе Холла. В разд. 3 получены в общем виде формулы для тензоров нелинейных проводимостей и сопротивлений и всех компонент наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^\pm$. В разд. 4 потенциал бианизотропного пиннинга общего вида конкретизирован применительно к его возможным экспериментальным реализациям и обсуждаются точные частные выражения для функций вероятности v_x, v_y . В разд. 5 всесторонне анализируются наблюдаемые магнитосопротивления $\rho_{\parallel,\perp}^-$. В разд. 6 рассматриваются скейлинговые соотношения в рамках предлагаемой модели. В заключении сформулированы основные выводы работы.

2. Стохастическая модель бианизотропного пиннинга

Рассмотрим задачу о динамике вихрей в сверхпроводящем образце при наличии бианизотропного пиннинга, создаваемого двумя ортогональными системами плоских однонаправленных равноотстоящих центров пиннинга, в общем случае с различными концентрациями ЦП и глубиной потенциалов пиннинга в этих системах. Выделенные направления, вдоль которых действуют силы пиннинга со стороны соответствующих систем ЦП, характеризуются векторами анизотропии пиннинга \mathbf{x} и \mathbf{y} (см. рис. 1).

Двумерный потенциал пиннинга такой системы плоских дефектов предполагается аддитивным и периодическим в направлениях анизотропии, т.е.

$$U_p(x, y) = U_{pa}(x) + U_{pb}(y), \quad (1)$$

где $U_{pa}(x) = U_{pa}(x + a)$, $U_{pb}(y) = U_{pb}(y + b)$, a, b — постоянные периоды.

Для решения задачи о динамике вихрей при наличии бианизотропного пиннинга применим метод Фоккера–Планка. Уравнение Ланжевена для движущегося со скоростью \mathbf{v} вихря в магнитном поле

$\mathbf{V} = n\mathbf{B}$ (где $B \equiv |\mathbf{B}|$, $\mathbf{n} = n\mathbf{z}$, \mathbf{z} — орт вдоль оси z , а $n = \pm 1$) имеет следующий вид:

$$\eta\mathbf{v} + n\alpha_H \mathbf{v} \times \mathbf{z} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{th}, \quad (2)$$

где $\mathbf{F}_L = n(\Phi_0/c) \mathbf{j} \times \mathbf{z}$ — сила Лоренца (Φ_0 — квант магнитного потока, c — скорость света, \mathbf{j} — плотность тока); $\mathbf{F}_p = -\nabla U_p$ — сила пиннинга (U_p — потенциал пиннинга); \mathbf{F}_{th} — сила термических флуктуаций; η — константа электронной вязкости; α_H — константа Холла. Флуктуационная сила $\mathbf{F}_{th}(t)$ представляется гауссовым белым шумом, стохастические свойства которого задаются соотношениями

$$\langle F_{th,i}(t) \rangle = 0, \quad \langle F_{th,i}(t) F_{th,j}(t') \rangle = 2\tilde{T} \delta_{ij} \eta \delta(t - t'), \quad (3)$$

где \tilde{T} — температура в энергетических единицах. Используя соотношения (3), уравнение (2) можно свести к системе уравнений Фоккера–Планка:

$$\eta \mathbf{S} + n\alpha_H \mathbf{S} \times \mathbf{z} = (\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p)P - \tilde{T} \nabla P, \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{S}, \quad (5)$$

где $P(\mathbf{r}, t)$ — плотность вероятности местонахождения вихря в момент времени t в точке $\mathbf{r} = (x, y)$, а $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \equiv P(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ — плотность потока вероятности скорости вихря. Средняя скорость вихрей $\langle \mathbf{v} \rangle$ по определению равна $\iint \mathbf{S} d^2\mathbf{r} / \iint P d^2\mathbf{r}$.

В стационарном случае уравнение (4) для функций $P = P(x, y)$ и $\mathbf{S} = (S_x(x, y), S_y(x, y))$ сводится к уравнениям

$$\begin{cases} \eta S_x + n\alpha_H S_y = F_x P - \tilde{T}(\partial P / \partial x), \\ -n\alpha_H S_x + \eta S_y = F_y P - \tilde{T}(\partial P / \partial y), \end{cases} \quad (6)$$

где $F_x = F_{Lx} - dU_{pa}/dx$, $F_y = F_{Ly} - dU_{pb}/dy$.

Условие стационарности для уравнения (5) приводит к равенству

$$\partial S_x / \partial x + \partial S_y / \partial y = 0. \quad (7)$$

Вследствие аддитивности потенциала пиннинга функция плотности вероятности местонахождения вихрей может быть представлена в факторизованном виде: $P(x, y) = P_a(x)P_b(y)$.

В данной работе константа Холла α_H предполагается малой по сравнению с электронной вязкостью η . Введем безразмерный малый параметр $\epsilon \equiv \alpha_H / \eta$ ($\epsilon \ll 1$) и параметр $\delta \equiv n\epsilon$.

В нулевом приближении по параметру δ (случай пренебрежения эффектом Холла) выражения для компонент средней скорости вихря имеют вид [18]:

$$\langle v_x \rangle = \tilde{v}_x(F_{Lx}) / \eta; \quad \langle v_y \rangle = \tilde{v}_y(F_{Ly}) / \eta \quad (8)$$

где $\tilde{v}_i(F) \equiv Fv_i(F)$, $i = x, y$ (выражения для $v_i(F)$ см. в [18], формула (11)), функция $v_i(F)$ имеет физический смысл вероятности преодоления вихрями потенциальных барьеров ЦП в направлениях x и y под действием внешней эффективной силы F (см. подробнее [15]).

Получим теперь выражения для компонент средней скорости вихря при учете эффекта Холла в первом приближении по малому параметру δ ($|\delta| \ll 1$). Функции P_a , P_b и a_x , b_y (см. определение в [18], формула (9)) в этом случае можно представить как

$$\begin{cases} P_a = P_{a0} + \delta P_{a1}, & a_x = a_0 + \delta a_{x1}, \\ P_b = P_{b0} + \delta P_{b1}, & b_y = b_0 + \delta b_{y1}, \end{cases} \quad (9)$$

где P_{a1} , P_{b1} и a_{x1} , b_{y1} — поправки к функциям P_{a0} , P_{b0} и a_0 , b_0 нулевого приближения по δ , появляющиеся за счет учета малого эффекта Холла (очевидно, функции P_{a1} , a_{x1} и P_{b1} , b_{y1} периодичны с периодами a и b соответственно). Действуя по аналогии со случаем $\delta = 0$ [18], используем формулы (6), (7) и получим выражения для a_{x1} , b_{y1} :

$$\begin{cases} a_{x1} = \tilde{v}_y(F_{Ly})(P_{a0}(x) - P_{a0}(0)), \\ b_{y1} = -\tilde{v}_x(F_{Lx})(P_{b0}(y) - P_{b0}(0)). \end{cases} \quad (10)$$

Дифференциальные уравнения для P_{a1} , P_{b1} получим из системы уравнений для a_x , b_y :

$$\begin{cases} F_x P_{a1} - \tilde{T} dP_{a1}/dx = a_{x1}, \\ F_y P_{b1} - \tilde{T} dP_{b1}/dy = b_{y1}. \end{cases} \quad (11)$$

Уравнения (11) аналогичны уравнениям для нулевого приближения, однако теперь в правой части появились зависящие от x и y функции a_{x1} , b_{y1} . Решением уравнений (11) являются функция

$$P_{a1}(x) = (1/\tilde{T}^2) \tilde{v}_y(F_{Ly}) a_0 \theta_a^2 f(x) \int_x^{x+a} d\xi \int_\xi^{\xi+a} d\zeta / f(\zeta), \quad (12)$$

$$f(x) = \exp[-(F_{Lx}x - U_p(x))/\tilde{T}]$$

и функция $P_{b1}(y)$, формально получаемая из $P_{a1}(x)$ заменой переменной $x \rightarrow y$, индексов $x \leftrightarrow y$ и $a \rightarrow b$, $a_0 \rightarrow b_0$, $\theta_a \rightarrow \theta_b$.

Из определения средней скорости вихря $\langle \mathbf{v} \rangle$ ее компоненты в первом приближении по малому параметру δ равны

$$\begin{cases} \langle v_x \rangle = \tilde{v}_x [1 - \delta(\tilde{v}_x A_1 / aa_0)] / \eta, \\ \langle v_y \rangle = \tilde{v}_y [1 - \delta(\tilde{v}_y B_1 / bb_0)] / \eta, \end{cases} \quad (13)$$

где $A_1 \equiv \int_0^a P_{a1} dx$, $B_1 \equiv \int_0^b P_{b1} dy$. Для A_1 и B_1 путем тождественных преобразований получим следующее представление:

$$\begin{aligned} A_1 &= -aa_0 \tilde{v}_y d/dF_{Lx} (1/\tilde{v}_x), \\ B_1 &= bb_0 \tilde{v}_x d/dF_{Ly} (1/\tilde{v}_y). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя формулы (14) в (13), окончательно для компонент средней скорости вихря при наличии малого эффекта Холла в первом приближении по параметру δ получаем

$$\begin{cases} \langle v_x \rangle = \tilde{v}_x [F_{Lx} - \delta \tilde{v}_y(F_{Ly})] / \eta, \\ \langle v_y \rangle = \tilde{v}_y [F_{Ly} + \delta \tilde{v}_x(F_{Lx})] / \eta. \end{cases} \quad (15)$$

Вывод формул (15) с помощью разложения по малому параметру δ предполагает выполнение условий $|F_{Lx}| \gg |\delta \tilde{v}_y(F_{Ly})|$, $|F_{Ly}| \gg |\delta \tilde{v}_x(F_{Lx})|$. Следовательно, выражения (15) для компонент средней скорости вихря справедливы в области углов α , удовлетворяющих условию $\epsilon \ll \text{tg } \alpha \ll \epsilon^{-1}$. В разделах 3, 5 рассмотрены резистивные свойства относятся к этой области углов. Случай углов α , близких к X -, Y -геометриям, рассмотрен отдельно в разд. 6.

3. Тензоры нелинейной проводимости и магнитосопротивления и экспериментально наблюдаемые магнитосопротивления

Электрическое поле, индуцируемое движущейся вихревой системой, есть

$$\mathbf{E} = (1/c) \mathbf{B} \times \langle \mathbf{v} \rangle = n(B/c) (-\langle v_y \rangle \mathbf{x} + \langle v_x \rangle \mathbf{y}). \quad (16)$$

Из формул (15), (16) получим тензор магнитосопротивлений $\hat{\rho}$ для нелинейного закона Ома $\mathbf{E} = \hat{\rho}(\mathbf{j})\mathbf{j}$:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y(F_y) & -\delta v_x(F_{Lx}) v_y(F_{Ly}) \\ \delta v_x(F_{Lx}) v_y(F_{Ly}) & v_x(F_x) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Компоненты тензора $\hat{\rho}$ измеряют в единицах $\rho_f \equiv (\Phi_0 B / \eta c^2)$ — магнитосопротивления течения потока; $F_x = F_{Lx} - \delta F_{Ly} v_y(F_{Ly})$, $F_y = F_{Ly} + \delta F_{Lx} v_x(F_{Lx})$ — компоненты внешней силы, действующие вдоль векторов \mathbf{x} и \mathbf{y} соответственно.

Как видно из (17), в общем нелинейном случае недиагональные компоненты тензора $\hat{\rho}$ удовлетворяют соотношению Онсагера ($\rho_{xy} = -\rho_{yx}$). Отметим также, что компоненты ρ_{xy} и ρ_{yx} зависят от параметра δ явно, тогда как диагональные компоненты ρ_{xx} и ρ_{yy} — неявно, через свои аргументы F_y и F_x . Все компоненты тензора $\hat{\rho}$ (в отличие от компонент тензора $\hat{\sigma}$) являются функциями плотности тока, температуры и угла α .

Тензор проводимости $\hat{\sigma}$ (компоненты которого измеряют в единицах $1/\rho_f$), обратный $\hat{\rho}$, имеет вид

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y(F_y)^{-1} & \delta \\ -\delta & v_x(F_x)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Недиагональные компоненты тензора $\hat{\sigma}$, с точностью до знака равные безразмерной константе Холла ϵ , также удовлетворяют соотношению Онсагера ($\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$). В диагональных компонентах зависимость от параметра δ , по аналогии с тензором $\hat{\rho}$, неявная.

Измеряемые экспериментально величины относятся к системе координат, связанной с током (см. рис. 1). Продольная E_{\parallel} и поперечная E_{\perp} по отношению к направлению тока компоненты электрического поля связаны с E_x, E_y простыми соотношениями:

$$\begin{cases} E_{\parallel} = E_x \sin \alpha + E_y \cos \alpha, \\ E_{\perp} = -E_x \cos \alpha + E_y \sin \alpha. \end{cases} \quad (19)$$

При наличии эффекта Холла в наблюдаемых в эксперименте продольном $\rho_{\parallel} = E_{\parallel}/j$ и поперечном $\rho_{\perp} = E_{\perp}/j$ по току магнитосопротивлениях необходимо разделить четную по магнитному полю $\rho^+ = [\rho(n) + \rho(-n)]/2$ и нечетную $\rho^- = [\rho(n) -$

$-\rho(-n)]/2$ составляющие. Для этого найдем четную по магнитному полю $v^+ = [v(n) + v(-n)]/2$ и нечетную $v^- = [v(n) - v(-n)]/2$ составляющие функций $v_x(F_x), v_y(F_y)$, входящих в (17) (функции $v_x(F_{Lx})$ и $v_y(F_{Ly})$ четны по магнитному полю ввиду предполагаемой четности $v(F)$). В области углов, ограниченной условием $\epsilon \ll \text{tg } \alpha \ll \epsilon^{-1}$, при котором возможно разложение функций $v_x(F_x), v_y(F_y)$ по малому параметру δ , с точностью до величины $\sim \delta^3$ для этих составляющих имеем:

$$\begin{cases} v_x^+(F_x) = v_x(F_{Lx}), \\ v_x^-(F_x) = -\delta v'_x(F_{Lx}) \tilde{v}'_y(F_{Ly}), \\ v_y^+(F_y) = v_y(F_{Ly}), \\ v_y^-(F_y) = \delta v'_y(F_{Ly}) \tilde{v}'_x(F_{Lx}), \end{cases} \quad (20)$$

где штрихом обозначена производная $v'(F) \equiv dv(F)/dF$.

Используя формулы (19), (20), получаем выражения для четной и нечетной по магнитному полю компонент продольного ρ_{\parallel} и поперечного ρ_{\perp} по току магнитосопротивлений [16]:

$$\begin{cases} \rho_{\parallel}^+ = v_y(F_{Ly}) \sin^2 \alpha + v_x(F_{Lx}) \cos^2 \alpha, \\ \rho_{\perp}^+ = [v_x(F_{Lx}) - v_y(F_{Ly})] \sin \alpha \cos \alpha, \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \rho_{\parallel}^- = v_y^-(F_y) \sin^2 \alpha + v_x^-(F_x) \cos^2 \alpha, \\ \rho_{\perp}^- = \delta v'_x(F_{Lx}) v_y(F_{Ly}) + [v_x^-(F_x) - v_y^-(F_y)] \sin \alpha \cos \alpha. \end{cases} \quad (22)$$

Четные по магнитному полю компоненты магнитосопротивления $\rho_{\parallel, \perp}^+$, являющиеся комбинацией функций v_x, v_y , отражают нелинейную динамику вихрей в сверхпроводнике с бианизотропным пиннингом. Формулы (21) для $\rho_{\parallel, \perp}^+$ не зависят от параметра δ в первом приближении по нему, т.е. соответствуют случаю $\delta = 0$, теоретически подробно изученному в [18,19]. Нечетные по магнитному полю компоненты магнитосопротивления $\rho_{\parallel, \perp}^-$ имеют холловское происхождение. Они пропорциональны параметру δ и являются комбинацией функций v_x, v_y и их производных v'_x, v'_y . Ниже будут изучены свойства магнитосопротивлений $\rho_{\parallel, \perp}^-$ на основе модельного потенциала бианизотропного пиннинга, использованного в работах [15,18,19].

Безразмерные функции $v_x(F, \tilde{T}), v_y(F, \tilde{T})$ (F обозначает аргументы F_{Lx}, F_x функции v_x , и F_{Ly}, F_y функции v_y), имеющие физический смысл вероятностей преодоления вихрем потенциальных барьеров соответствующих систем ЦП — основные

нелинейные компоненты задачи. В нелинейном случае функции $v_{x,y}$ соответствуют сглаженному ступенчатому резистивному переходу, а функции v'_x, v'_y имеют форму пиков, расположенных в области нелинейности перехода (см. ниже). В областях нелинейности функций v_x, v_y по току и температуре (или, другими словами, в областях нелинейности пиннинговых вязкостей) в соответствующих зависимостях наблюдаемых экспериментально магнитосопротивлений проявляется ярко выраженная нелинейность. Из формул (21), (22) можно заметить, что в нелинейном случае $\rho_{\parallel}^+, \rho_{\perp}^+$ являются комбинациями сглаженных ступенчатых переходов («ступенек»): ρ_{\parallel}^- — комбинации пиков, ρ_{\perp}^- — комбинации «ступенек» и пиков.

Отметим связь четных компонент магнитосопротивления со свойствами функций $v_{x,y}$. Введем X- и Y-геометрии, в которых $\mathbf{j} \parallel \mathbf{x}$ ($\alpha = \pi/2$) и $\mathbf{j} \parallel \mathbf{y}$ ($\alpha = 0$). При этом существуют только продоль-

ные четные магнитосопротивления $\rho_{||}^x(j, \tilde{T}) = v_y(j, \tilde{T})$, $\rho_{||}^y(j, \tilde{T}) = v_x(j, \tilde{T})$, тогда как $\rho_{\perp}^x = \rho_{\perp}^y \equiv 0$ (здесь временно опущен индекс «+» у величин $\rho_{||, \perp}^{\pm}$). Таким образом, измерение в X-, Y-геометриях продольных четных магнитосопротивлений позволяет получить токовые и температурные зависимости функций $v_{x,y}$, что достаточно для получения в первом приближении по параметру δ всех видов магнитосопротивлений $\rho_{||, \perp}^{\pm}(j, \tilde{T})$ при произвольных углах α , поскольку входящие в формулы (21), (22) функции $v_{x,y}$ можно представить как $v_x(F_{Lx}, \tilde{T}) = v_x(j_y, \tilde{T}) = \rho_{||}^y(j_y, \tilde{T})$; $v_y(F_{Ly}, \tilde{T}) = v_y(j_x, \tilde{T}) = \rho_{||}^x(j_x, \tilde{T})$ и, следовательно, восстановить также $v'_x(F_{Lx}, \tilde{T})$ и $v'_y(F_{Ly}, \tilde{T})$.

4. Свойства функций вероятностей преодоления периодических потенциалов пиннинга $v_{x,y}(j, \tau, \alpha, p, \varepsilon, k)$

Нелинейные свойства нечетных наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{||}^{\pm}$, как видно из формул (20), (22), полностью определяются поведением функций $v_x(F_{Lx}, \tilde{T})$, $v_y(F_{Ly}, \tilde{T})$, $v'_x(F_{Lx}, \tilde{T})$, $v'_y(F_{Ly}, \tilde{T})$, зависящим от вида потенциала пиннинга (см. определение в [18], формула (11)). Аналогично работам [15,18], конкретизируем этот потенциал применительно к ВТСП типа YBaCuO, когда экспериментальной реализацией анизотропных центров пиннинга могут быть двойники, нанотрещины или промежутки между плоскостями слоистого сверхпроводника [20,25,26]. Для каждого из этих случаев параметр порядка понижен в области центра пиннинга, и, следовательно, в этой области вихрям энергетически выгодно локализоваться.

Анализ холловских резистивных свойств будем проводить на основе тех же потенциалов пиннинга U_{pa} и U_{pb} , что и в [18] (формулы (19), рис. 2), которые приводят к формулам (20) для функции $v(f, \tau, \varepsilon)$. Количественный и качественный анализ ее поведения в зависимости от всех параметров и асимптотики этих зависимостей подробно рассмотрены в работе [15]. Характерные графики зависимостей функции $v(f, \tau, \varepsilon)$ от параметров f и τ (см. [15], рис. 4, 5) описывают нелинейную динамику вихревой системы соответственно в зависимости от действующей на вихри перпендикулярно ЦП внешней силы и температуры. Как видно на этих рисунках, вид графиков зависимостей $v(f)$ и $v(\tau)$ определяется значениями соответствующих фиксированных параметров τ и f . Монотонно возрастающая зависимость $v(f)$ отображает нелинейный переход из режима термически активируемого течения потока (TAFF-режим) в режим свободного течения потока (FF-режим) при возрастании внешней силы при низких

температурах ($\tilde{T} \ll U_0$), тогда как при высоких температурах ($\tilde{T} \geq U_0$) FF-режим реализуется во всей области изменения внешней силы, при малых силах — вследствие действия на вихри термических флуктуаций. Аналогично, монотонно возрастающая зависимость $v(\tau)$ отображает нелинейный переход из динамического состояния, соответствующего значению внешней силы при нулевой температуре, в FF-режим насыщения.

Характерной особенностью нечетных магнитосопротивлений (22) является наличие в них помимо самих функций v их производных по внешней силе. Математически происхождение этих производных связано с нечетными по магнитному полю компонентами функций v (см. формулы (20)). Последние, в свою очередь, имеют простой физический смысл. Динамика вихревой системы при наличии эффекта Холла существенным образом зависит от направления магнитного поля. Эффективные внешние силы $F_x = F_{Lx} - n\varepsilon F_{Ly} v_y(F_{Ly})$ и $F_y = F_{Ly} + n\varepsilon F_{Lx} v_x(F_{Lx})$, входящие в выражения для $\rho_{||}$, ρ_{\perp} (при одном из направлений магнитного поля) и действующие на вихри вдоль векторов анизотропии пиннинга \mathbf{x} и \mathbf{y} перпендикулярно ЦП, содержат вклады как компонент силы Лоренца, так и компонент силы Магнуса. В зависимости от направления магнитного поля, задаваемого множителем $n = \pm 1$, пары компонент сил Лоренца и Магнуса могут быть сонаправленными или противоположно направленными, результирующая сила будет различной в этих случаях, и, соответственно, будет различаться резистивный отклик. Поведение функций v в зависимости от параметров f, τ прямо следует из свойств функции v .

Зависимость $v'(f)$ имеет форму пика, расположенного в области нелинейного перехода, и стремится к нулю в линейных режимах (при $f \rightarrow 0, \infty$). При $f \leq 1$ $v'(\tau = 0) \equiv 0$ (это связано с тем, что при $\tau = 0$ в области $f \leq 1$ $v(f) \equiv 0$) и зависимость $v'(\tau)$ также имеет форму пика с нулевым пределом при $\tau \rightarrow \infty$; при $f > 1$ функция $v'(\tau)$ монотонно убывает от значения $v'(f, 0)$ до нуля при $\tau \rightarrow \infty$.

Переход к безразмерным параметрам, позволяющим учесть в общем случае различие потенциалов U_{pa}, U_{pb} , осуществляется так же, как и ранее в [18]. Температуру будем характеризовать параметром $\tau = \tilde{T} / U_0$, плотность тока будем измерять в единицах $j_c = cU_0 / (\Phi_0 d)$, $U_0 = (U_{x0}, U_{y0})^{1/2}$ — средняя глубина потенциальных ям; $\varepsilon = (\varepsilon_x \varepsilon_y)^{1/2}$ — средняя концентрация ЦП; $k = (\varepsilon_y / \varepsilon_x)^{1/2} = (a/b)^{1/2}$; $p = (U_{x0} / U_{y0})^{1/2}$ — меры соответствующих анизотропий. Напомним, что безразмерные параметры f_{Lx}, f_{Ly} , задающие отношение компонент силы Лоренца F_{Lx}, F_{Ly} к соответствующим силам пиннинга

$F_{px} = U_{0x}/d, F_{py} = U_{0y}/d$, равны $f_{Lx} = njp^{-1} \cos \alpha$, $f_{Ly} = -njp \sin \alpha$. Безразмерные параметры f_x, f_y , задающие отношение перпендикулярных к ЦП внешних сил F_x, F_y к силам пиннинга, имеют вид $f_x = F_x/F_{px} = njp^{-1}[\cos(\alpha) + n\epsilon v_y(f_{Ly}, \tau) \sin \alpha]$ и $f_y = F_y/F_{py} = njp[-\sin \alpha + n\epsilon v_x(f_{Lx}, \tau) \cos \alpha]$. Значениям внешней силы $F = F_x, F = F_y$, при которых высоты потенциальных барьеров потенциалов U_{pa}, U_{pb} обращаются в нуль при $\tilde{T} = 0$, соответствуют безразмерные критические токи $j_c^x(\alpha) \approx 1/(p \sin \alpha)$, $j_c^y(\alpha) \approx p/\cos \alpha$ (с точностью до величин $v_x \epsilon \operatorname{ctg} \alpha \ll 1, v_y \epsilon \operatorname{tg} \alpha \ll 1$ соответственно). При $\tilde{T} = 0$ основные критические токи вдоль векторов анизотропии пиннинга \mathbf{x} и \mathbf{y} равны $j_c^x \equiv j_c^x(\pi/2) \approx p^{-1}$, $j_c^y \equiv j_c^y(0) \approx p$. В общем случае ненулевой температуры критические токи $j_c^x(\tau, \alpha), j_c^y(\tau, \alpha)$ зависят от нее и соответствуют при заданном угле α изменению динамики вихрей из TAFF- в нелинейный режим по отношению к системам ЦП с векторами анизотропии пиннинга \mathbf{x} и \mathbf{y} . Условием, определяющим область температур, в которой понятие критических токов имеет физический смысл, явля-

ется $0 < \tilde{T} \ll U_0$ (при $\tilde{T} \geq U_0$ переход из TAFF- в нелинейный режим размывается и понятие критического тока теряет физический смысл). Аналогично критическим токам $j_c^x(\tau, \alpha), j_c^y(\tau, \alpha)$ можно определить токи насыщения $j_s^x(\tau, \alpha), j_s^y(\tau, \alpha)$, при которых нелинейный режим динамики вихрей переходит в FF-режим на соответствующих системах ЦП ($j_s^x = j_s^x(\pi/2), j_s^y = j_s^y(0)$ — основные токи насыщения вдоль векторов анизотропии пиннинга \mathbf{x} и \mathbf{y} и $j_s^x(\alpha) = j_s^x/\sin \alpha, j_s^y(\alpha) = j_s^y/\cos \alpha$).

5. Нечетные по магнитному полю магнитосопротивления

Рассмотрим обусловленные эффектом Холла нечетные продольное и поперечное по току магнитосопротивления на основе введенного ранее (см. [18], формула (19)) потенциала бианизотропного пиннинга. Аналитические формулы для них получим, подставляя соответствующие выражения для $v_{x,y}$ -функций (вычисленные по формуле (20) в [18]) в формулы (22):

$$\begin{cases} \rho_{\parallel}^- = n\epsilon j \sin \alpha \cos \alpha [p^{-1} \cos \alpha v_y(pj \sin \alpha, \tau, \epsilon_y) v'_x(p^{-1} j \cos \alpha, \tau, \epsilon_x) - \\ \quad - p \sin \alpha v_x(p^{-1} j \cos \alpha, \tau, \epsilon_x) v'_y(pj \sin \alpha, \tau, \epsilon_y)], \\ \rho_{\perp}^- = n\epsilon v_x(p^{-1} j \cos \alpha, \tau, \epsilon_x) v_y(pj \sin \alpha, \tau, \epsilon_y) + \\ \quad + n\epsilon j \sin \alpha \cos \alpha [p^{-1} \sin \alpha v_y(pj \sin \alpha, \tau, \epsilon_y), v'_x(p^{-1} j \cos \alpha, \tau, \epsilon_x) + \\ \quad + p \cos \alpha v_x(p^{-1} j \cos \alpha, \tau, \epsilon_x) v'_y(pj \sin \alpha, \tau, \epsilon_y)]. \end{cases} \quad (23)$$

Поведение резистивных зависимостей $\rho_{\parallel, \perp}^-(j)$ и $\rho_{\parallel, \perp}^-(\tau)$ обусловлено характером воздействия на вихри эффекта Холла при нелинейной динамике вихревой системы и, согласно формулам (22), полностью определяется свойствами четных и нечетных компонент функций $v_x(F_x)$ и $v_y(F_y)$. Магнитосопротивление ρ_{\parallel}^- является комбинацией нечетных компонент функций $v_{x,y}$. Влияние эффекта Холла на возникновение магнитосопротивления ρ_{\parallel}^- связано с тем, что результирующие силы F_x, F_y содержат компоненты силы Магнуса, зависящие от направления магнитного поля. Это приводит к возникновению нечетных по магнитному полю составляющих функций $v_x(F_x), v_y(F_y)$ в областях их нелинейности, пропорциональных соответствующим компонентам силы Магнуса в этих областях (см. формулу (20)). Магнитосопротивление ρ_{\perp}^- содержит вклады как от четных, так и от нечетных компонент функций $v_{x,y}$. Холловский вклад в магнитосопротивление ρ_{\perp}^- за счет четных компонент (первое сла-

гаемое в формуле (23) для ρ_{\perp}^-) отражает нелинейный по току и температуре эффект Холла за счет пиннинга вихрей на обеих системах ЦП и непосредственно связан с действием силы Магнуса на вихри. Наиболее эффективно это воздействие в случае, когда вихри находятся в FF-режиме движения относительно обеих систем ЦП, т.е. когда влиянием последних можно пренебречь. Если же пиннинг вихрей на одной из систем ЦП значителен, так что относительно этой системы ЦП реализуется эффект направленного движения вихрей (G-эффект), то сила Магнуса, действующая перпендикулярно скорости и, следовательно, ЦП этой системы, подавлена силой пиннинга (если вихри движутся вдоль оси Ox , то действие силы Магнуса вдоль оси Oy подавлено пиннингом, и наоборот), и холловский вклад в магнитосопротивление ρ_{\perp}^- от четных компонент функций $v_{x,y}$ пренебрежимо мал.

Таким образом, физическое происхождение холловских вкладов в магнитосопротивления $\rho_{\parallel, \perp}^-$ свя-

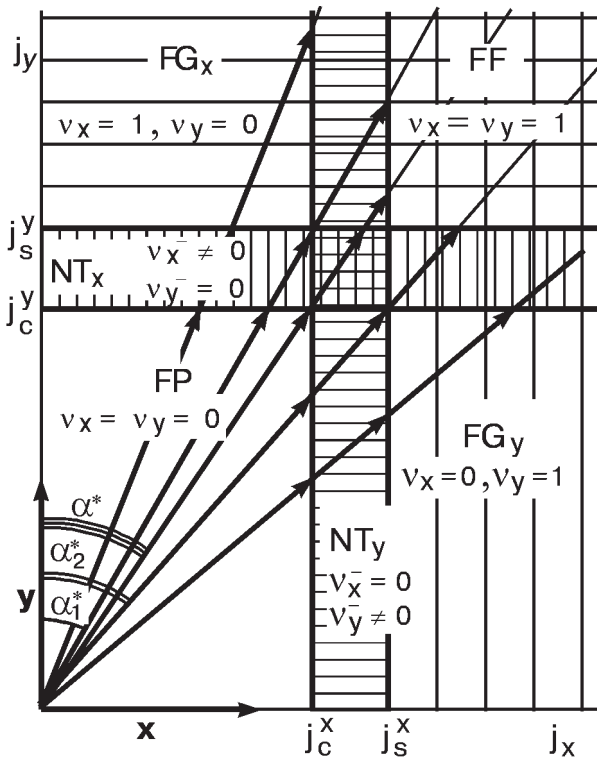


Рис. 2. Диаграмма динамических состояний вихревой системы на плоскости $j_x j_y$ и характерные значения v_x^\pm, v_y^\pm в каждой из ее областей. j_c^x, j_s^x и j_c^y, j_s^y — основные критические токи и токи насыщения вдоль векторов анизотропии пиннинга x и y соответственно; FP — область полного пиннинга, NT_x и NT_y — области нелинейных переходов между линейными TAFF- и FF-режимами движения вихрей в направлении осей $0x$ и $0y$ соответственно, FG_x и FG_y — области направленного движения вихрей вдоль осей $0x$ и $0y$ соответственно, FF — область свободного течения потока. $\alpha^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*$ — характерные критические углы (см. текст).

зано с реализацией определенных комбинаций режимов динамики вихрей относительно обеих систем ЦП, а поведение зависимостей $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j, \tau)$ определяется эволюцией динамики вихрей при изменении тока и температуры. Для описания и анализа динамики вихрей в стохастической модели бианизотропного пиннинга при отсутствии эффекта Холла в [16,19] использована диаграмма динамических состояний вихревой системы на плоскости $j_x j_y$. Поскольку изменения критических токов и токов насыщения за счет малого эффекта Холла пренебрежимо малы, можно пренебречь различием вида диаграммы для противоположных направлений магнитного поля и использовать ее (см. рис. 2) для выяснения поведения функций v и v^- в различных областях диаграммы и соответствующего анализа резистивных зависимостей $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j, \tau)$.

Плоскость рис. 2 разделена линиями $j_x = j_c^x(\tau), j_y = j_c^y(\tau)$ и $j_x = j_s^x(\tau), j_y = j_s^y(\tau)$ на несколько областей, соответствующих всем возможным различным динамическим состояниям вихревой системы в данной модели. Конец вектора \mathbf{j} , имеющий координаты $(j \sin \alpha, j \cos \alpha)$, в зависимости от значений j, α принадлежит какой-либо из этих областей. Введем критические углы $\alpha^* = \arctg(j_c^x/j_c^y), \alpha_1^* = \arctg(j_c^x/j_s^y)$ и $\alpha_2^* = \arctg(j_s^x/j_c^y)$ (углы α^*, α_1^* и α_2^* образованы лучами, проходящими через начало координат и соответственно точки пересечения пар линий $j_x = j_c^x$ и $j_y = j_c^y, j_x = j_c^x$ и $j_y = j_s^y, j_x = j_s^x$ и $j_y = j_c^y$). На рис. 2 незаштрихованной области FP (full pinning) соответствует FP-режим полного пиннинга, так как здесь $j_x < j_c^x, j_y < j_c^y$, TAFF-динамика вихрей реализуется по отношению к обеим системам ЦП, и $v_x \simeq 0, v_y \simeq 0$. Области NT_x (NT — nonlinear transition) соответствует режим нелинейного перехода между линейными TAFF- и FF-режимами движения вихрей в направлении вектора x (обусловленный пиннингом на системе ЦП, параллельной оси $0y$), здесь $j_c^y < j_y < j_s^y$ ($j_c^y(\alpha) < j < j_s^y(\alpha)$) и $0 < v_x < 1, v_x^- \neq 0, v_y \simeq 0, v_y^- \simeq 0$. Аналогично области NT_y соответствует режим нелинейного перехода в направлении вектора y (обусловленный пиннингом на системе ЦП, параллельной оси $0x$), здесь $j_c^x < j_x < j_s^x$ ($j_c^x(\alpha) < j < j_s^x(\alpha)$) и $v_x \simeq 0, v_x^- \simeq 0, 0 < v_y < 1, v_y^- \neq 0$. Области FG_x , заштрихованной горизонтальными линиями, соответствует режим направленного движения вихрей вдоль ЦП, параллельных оси $0x$ (FG_x -режим), здесь $j_x < j_c^x, j_y > j_s^y$ ($j_s^y(\alpha) < j < j_c^x(\alpha)$) и $v_x \simeq 1, v_y \simeq 0, v_x^- \simeq 0, v_y^- \simeq 0$. Области FG_y , заштрихованной вертикальными линиями, соответствует режим направленного движения вихрей вдоль ЦП, параллельных оси $0y$ (FG_y -режим), здесь $j_x > j_s^x, j_y < j_c^y$ ($j_s^x(\alpha) < j < j_c^y(\alpha)$) и $v_x \simeq 0, v_y \simeq 1, v_x^- \simeq 0, v_y^- \simeq 0$. Наконец, области FF, заштрихованной обоими видами линий, соответствует режим свободного течения магнитного потока относительно обеих систем ЦП и, следовательно, изотропный резистивный отклик (FF-режим), здесь $j_x > j_s^x, j_y > j_s^y$ ($j > j_s^x(\alpha), j > j_s^y(\alpha)$) и $v_x \simeq 1, v_y \simeq 1, v_x^- \simeq 0, v_y^- \simeq 0$. Таким образом, только в области нелинейных режимов NT_x, NT_y величины v_x^- и v_y^- , а следовательно, и пропорциональные им вклады в $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$ отличны от нуля.

В соответствии с этими результатами легко проследить последовательность динамических режимов, в которых будет находиться вихревая система с увеличением тока при фиксированной температуре и заданном угле α и, следовательно, объяснить качественный вид резистивных зависимостей $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}(j)$. Рассмотрим три случая, когда их вид различен. При

$\alpha < \alpha_1^*$ с увеличением тока получаем последовательность режимов $FP \rightarrow NT_x \rightarrow FG_x \rightarrow NT_y \rightarrow FF$, которой соответствует последовательность токов перехода между ними $j_c^y(\alpha) < j_s^y(\alpha) < j_c^x(\alpha) < j_s^x(\alpha)$. В этом случае, в соответствии с формулой (20), вклад в зависимость $\rho_{||}^-(j)$ дает только компонента $v_y^-(F_y)$ в области токов $j_c^x(\alpha) < j < j_s^x(\alpha)$ (она возникает за счет y -компоненты силы Магнуса $F_{My} \approx \epsilon F_{Lx}$, соответствующей FF-режиму движения вихрей вдоль оси $0x$ в области нелинейности v_y). Вклад же компоненты $v_x^-(F_x)$ в $\rho_{||}^-(j)$ пренебрежимо мал, так как в области нелинейности v_x компонента x силы Магнуса $F_{Mx} = -\epsilon F_{Ly} v_y(F_{Ly}) \approx 0$ вследствие ТАФФ-режима движения вихрей вдоль оси $0y$. В зависимости $\rho_{\perp}^-(j)$ наряду с вкладом от компоненты $v_y^-(F_y)$ в области токов $j_c^x(\alpha) < j < j_s^x(\alpha)$ существует также вклад $n\epsilon v_x(F_{Lx})v_y(F_{Lx})$ от четных компонент $v_x^+(F_x)$, $v_y^+(F_y)$ в области токов $j > j_c^x(\alpha)$, где $v_x \approx 1$, и v_y выходит из ТАФФ-области. Аналогичным образом можно рассмотреть случай, когда $\alpha > \alpha_2^*$. При этом с увеличением тока получаем последовательность режимов $FP \rightarrow NT_y \rightarrow FG_y \rightarrow NT_x \rightarrow FF$, которой соответствует последовательность токов перехода между ними $j_c^x(\alpha) < j_s^x(\alpha) < j_c^y(\alpha) < j_s^y(\alpha)$. В этом случае зависимость $\rho_{||}^-(j)$ отлична от нуля в области $j_c^x(\alpha) < j < j_s^x(\alpha)$ за счет вклада от компоненты $v_x^-(F_x)$. В зависимости $\rho_{\perp}^-(j)$ наряду с последним имеется вклад $n\epsilon v_x(F_{Lx})v_y(F_{Lx})$ в области токов $j > j_c^y(\alpha)$, где $v_y \approx 1$, и v_x выходит из ТАФФ-области. И, наконец, рассмотрим случай $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$. В этой области углов в некотором интервале токов имеется перекрытие нелинейных режимов NT_x и NT_y , вследствие чего в зависимости $\rho_{||,\perp}^-(j)$ вносят вклад компоненты $v_x^-(F_x)$ и $v_y^-(F_y)$. Так, в области углов $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$ при достижении током величины $j_c^x(\alpha)$ наряду с нелинейным NT_x -режимом (в направлении оси $0x$) начинается нелинейный NT_y -режим (в направлении оси $0y$). Поэтому при этом токе вместе с компонентой $v_y^-(F_y)$ (за счет y -компоненты силы Магнуса $F_{My} \approx \epsilon v_x(F_{Lx})$) появляется компонента $v_x^-(F_x)$ (за счет x -компоненты силы Магнуса $F_{Mx} \approx -\epsilon v_y(F_{Ly})$). В области углов $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$ при достижении током величины $j_c^y(\alpha)$ наряду с нелинейным NT_y -режимом начинается нелинейный NT_x -режим. Поэтому при этом токе вместе с компонентой $v_x^-(F_x)$ появляется компонента $v_y^-(F_y)$. Вклад $n\epsilon v_x(F_{Lx})v_y(F_{Lx})$ в зависимость $\rho_{\perp}^-(j)$ остается в области токов $j > j_c^x(\alpha)$ при $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$ и в области токов $j > j_c^y(\alpha)$ при $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$, когда ни одна из функций v_x и v_y не находится в ТАФФ-режиме динамики вихрей.

С помощью диаграммы состояний также можно проанализировать качественный вид резистивных

зависимостей $\rho_{||,\perp}^-(\tau)$ в области температур, где понятия критических токов и токов насыщения имеют физический смысл. Если рассмотреть срыв вихрей с центров пиннинга под воздействием термических флуктуаций и определить температуру депиннинга вихрей $\tilde{T}_{dp}(j, \alpha, p, \epsilon, k)$ как величину, при которой вихревая система переходит в FF-режим динамики при данных параметрах $j, \alpha, p, \epsilon, k$, то условие применимости диаграммы состояний для анализа зависимостей $\rho_{||,\perp}^-(\tau)$ имеет вид $\tilde{T} \ll \tilde{T}_{dp}$ [19]. Влияние температуры на диаграмму состояний заключается в монотонном уменьшении величин критических токов и возрастании величин токов насыщения с увеличением температуры в области их определенности, что позволяет проследить за динамикой вихрей и качественно объяснить зависимости $\rho_{||,\perp}^-(\tau)$. Заметим, что их характерный вид обусловлен вихревой динамикой, зависящей от j и α при $\tau = 0$.

По аналогии с работой [19], где в модели бианизотропного пиннинга при отсутствии эффекта Холла изучались наблюдаемые зависимости $\rho_{||,\perp}^+(j, \tau)$, можно сказать, что в рассматриваемой модели с малым эффектом Холла разнообразие и качественный вид зависимостей $\rho_{||,\perp}^-(j, \tau)$ при фиксированных параметрах p, ϵ, k , и t, j соответственно обусловлены влиянием совокупности значений этих параметров (кроме j) на величины базисных токов $j_c^x, j_s^x, j_c^y, j_s^y$, формирующих диаграмму динамических состояний, а также геометрическим фактором — величиной угла α , которой определяется последовательность состояний вихревой системы на диаграмме при увеличении тока или температуры. Действительно, из анализа диаграммы следует, что при данной величине $\epsilon \ll 1$ токи $j_{c,s}^x(\tau, p, \epsilon k)$, $j_{c,s}^y(\tau, p, \epsilon/k)$ определяют области существования и величину наблюдаемых резистивных откликов $\rho_{||,\perp}^-(j, \tau)$. Как показано в [19], влияние «внутренних» параметров p, ϵ, k и температуры (параметр τ) на величины токов $j_c^x, j_s^x, j_c^y, j_s^y$ характеризуется следующим образом. С ростом τ происходит уменьшение базисных критических токов j_c^x, j_c^y и увеличение базисных токов насыщения j_s^x, j_s^y , так что FP-область на диаграмме сужается, а NT-области расширяются. С ростом ϵ происходит увеличение обеих пар базисных токов j_c^x, j_c^y и j_s^x, j_s^y , так как функции $v_{x,y}$ монотонно убывают с ростом ϵ ; однако возрастание второй пары токов происходит значительно быстрее, чем первой, в результате на диаграмме происходит расширение NT-областей и менее значительное расширение FP-области. Параметры p и k описывают анизотропию бианизотропного потенциала пиннинга и определяют анизотропию критических токов и токов насыщения. Рост параметра p или (и) убывание параметра k приводят к уменьшению величин пары

критического тока и тока насыщения j_c^x и j_s^x и возрастанию величин пары токов j_c^y и j_s^y . При этом NT_x -область смещается вверх, NT_y -область смещается влево, а FP -область соответственно сужается и удлиняется.

Проанализируем теперь поведение токовых и температурных зависимостей магнитосопротивлений $\rho_{||}, \rho_{\perp}$ с помощью формул (23); такое рассмотрение качественно соответствует проведенному выше анализу диаграммы состояний. В выражения для $\rho_{||}, \rho_{\perp}$ входят комбинации множителей вида

$$\begin{aligned} &v'_x(f_{Lx}, \tau, \varepsilon_x) v_y(f_{Ly}, \tau, \varepsilon_y), \\ &v_x(f_{Lx}, \tau, \varepsilon_x) v'_y(f_{Ly}, \tau, \varepsilon_y), \\ &v_x(f_{Lx}, \tau, \varepsilon_x), v_y(f_{Ly}, \tau, \varepsilon_y), \end{aligned}$$

и свойства их токовых и температурных зависимостей непосредственно следуют из свойств соответствующих зависимостей функций $v_{x,y}$ при данных величинах фиксированных параметров $p, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ и τ (для токовых зависимостей) или j (для температурных зависимостей) и угла α . Функции $v'_x(j)v_y(j), v_x(j)v'_y(j)$ имеют колоколообразный вид, функции $v'_x(\tau)v_y(\tau), v_x(\tau)v'_y(\tau)$ имеют колоколообразный вид или являются монотонно убывающими в зависимости от величин модулей аргументов f_{Lx} и f_{Ly} функций $v_{x,y}$ по отношению к единице. Функции $v_x(j)v_y(j), v_x(\tau)v_y(\tau)$ имеют вид сглаженного ступенчатого перехода.

Проиллюстрируем зависимости $\rho_{||,\perp}(j, \tau)$ для ряда значений угла α и некоторого набора значений параметров $\varepsilon = 0,01, p = 1,4, \varepsilon = 0,1, k = 10, \tau = 0,1, j = 1,7$, обеспечивающего для наглядности широкие области нелинейных режимов с хорошо выраженными в них резистивными откликами. Данному набору параметров соответствуют пары критических токов и токов насыщения $j_c^x \approx 0,5, j_s^x \approx 2$ и $j_c^y \approx 0,5, j_s^y \approx 1$ и критические углы $\alpha^* \approx 45^\circ, \alpha_1 \approx 27^\circ, \alpha_2 \approx 76^\circ$ (в качестве критерия для определения величин критических токов и токов насыщения используем условие наклона касательных к графикам $v_{x,y}$ в соответствующих точках под углом 45° к оси абсцисс).

В нелинейном случае зависимости магнитосопротивления $\rho_{||}$ от тока (см. рис. 3) представляют наложение колоколообразных функций разных знаков и их результирующий вид определяется относительным вкладом этих функций, который, в свою очередь, обусловлен значениями параметров и угла α . Заметим, что в магнитосопротивлениях $\rho_{||,\perp}$ имеется внешняя зависимость от угла α за счет множителей $\sin \alpha, \cos \alpha$ и внутренняя — через аргументы $f_{Lx} = p^{-1}j \cos \alpha, f_{Ly} = pj \sin \alpha$ функций $v_{x,y}$. На рис. 3 видно, что с увеличением угла α вклад в $\rho_{||}(j)$ от нечетной компоненты $v'_x(f_x)$ увеличивает-

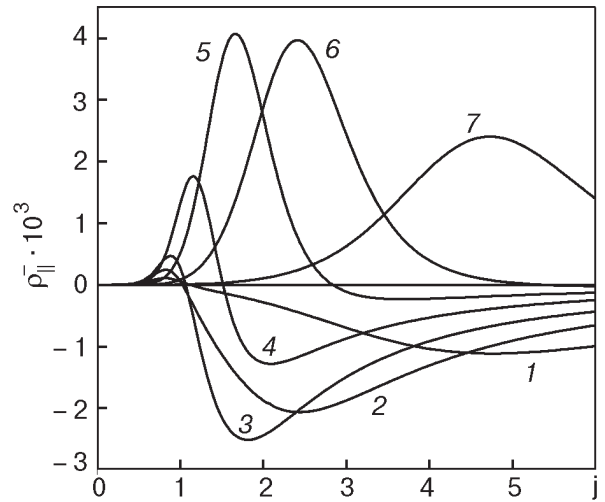


Рис. 3. Зависимость $\rho_{||}^-(j)$ для ряда значений угла α , град: 10 (1), 20 (2), 30 (3), 45 (4), 60 (5), 70 (6), 80 (7) при $\varepsilon = 0,01; p = 1,4; \tau = 0,1; \varepsilon = 0,1; k = 10$.

ся, а от нечетной компоненты $v'_y(f_y)$ уменьшается (согласно диаграмме состояний, обе компоненты существуют в области углов $\alpha_1^* < \alpha < \alpha_2^*$). Действительно, в соответствии с формулой (23), при увеличении угла α внешние угловые зависимости $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ и $\sin^2 \alpha \cos \alpha$ имеют качественно аналогичное поведение, компонента $v'_x(f_x)$ увеличивается, компонента $v'_y(f_y)$ уменьшается за счет увеличения и уменьшения соответствующих компонент сил Магнуса $|f_{Mx}| = \varepsilon \tilde{v}_y(f_{Ly})$ и $f_{My} = \varepsilon \tilde{v}_x(f_{Lx})$. Качественный вид температурных зависимостей сопротивления $\rho_{||}$ (см. рис. 4) может быть либо таким же, как и токовых зависимостей (в этом случае с изменением угла α проявляется такая же закономерность при наложении колоколообразных функций), либо это функции с конечным (не TAFF-) пределом при $\tau \rightarrow 0$ (см. кривую 2 на рис. 4), что, как было показано выше, определяется величинами безразмерных сил f_{Lx} и f_{Ly} относительно единицы, т.е. совокупностью значений параметров p, k, ε, j и угла α (задающих соответствующий режим на диаграмме состояний). Магнитосопротивление $\rho_{||}$ существует только в нелинейных режимах (в областях нелинейности функций $v'_x(f_x), v'_y(f_y)$), пропорционально безразмерной константе Холла ε и имеет такой же порядок величины; за счет внешней зависимости от α $\rho_{||} \equiv 0$ при $\alpha = 0, \pi/2$. Зависимость $\rho_{||}(j)$ имеет нулевой предел при $j \rightarrow 0, j \rightarrow \infty$. Зависимость $\rho_{||}(j)$ имеет TAFF-предел при $\tau \rightarrow 0$, если $p^{-1}j \cos \alpha \leq 1$ и/или $pj \sin \alpha \leq 1$, и конечный (не TAFF-) предел, если $p^{-1}j \cos \alpha > 1$ и $pj \sin \alpha > 1$; при $\tau \rightarrow \infty$ предел $\rho_{||}(\tau)$ равен нулю. У токовых и температурных зависимостей $\rho_{||}$ возможно изменение знака (см. рис. 3, 4),

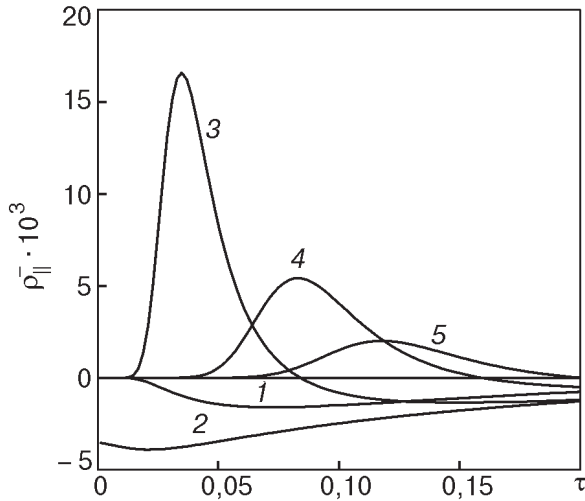


Рис. 4. Зависимость $\rho_{\parallel}^-(\tau)$ для ряда значений угла α , град.: 20 (1), 30 (2), 45 (3), 60 (4), 70 (5) при $\epsilon = 0,01$; $p = 1,4$; $j = 1,7$; $\epsilon = 0,1$; $k = 10$.

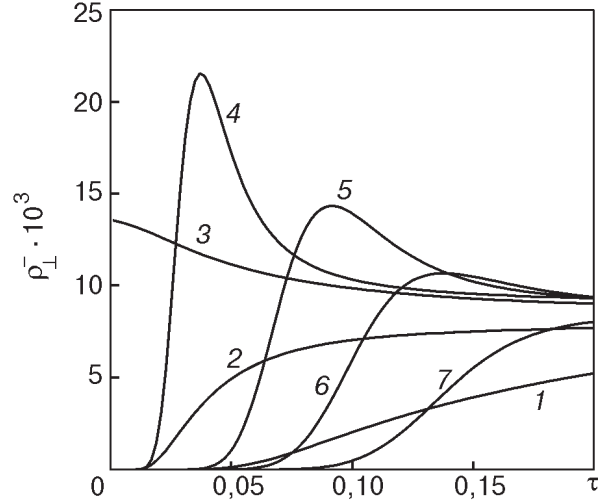


Рис. 6. Зависимость $\rho_{\perp}^-(\tau)$ для ряда значений угла α , град.: 10 (1), 20 (2), 30 (3), 45 (4), 60 (5), 70 (6), 80 (7) при $\epsilon = 0,01$; $p = 1,4$; $j = 1,7$; $\epsilon = 0,1$; $k = 10$.

так как в магнитосопротивление ρ_{\parallel}^- входят положительные слагаемые с разным знаком.

Зависимости магнитосопротивления ρ_{\perp}^- от тока при низких температурах (см. рис. 5) являются наложением сглаженного ступенчатого перехода и колоколообразных функций. Качественный вид температурных зависимостей магнитосопротивления ρ_{\perp}^- (см. рис. 6) либо аналогичен токовым зависимостям, либо отличается от них по тем же причинам, что и для сопротивления ρ_{\parallel}^- . Аналогично зависимостям продольного магнитосопротивления, изменение вида графиков $\rho_{\perp}^-(j)$ и $\rho_{\perp}^-(\tau)$ при увеличении угла α происходит за счет увеличения нечетной компоненты $v_x^-(f_x)$ и уменьшения нечетной

компоненты $v_y^-(f_y)$. Магнитосопротивление ρ_{\perp}^- пропорционально безразмерной константе Холла ϵ и имеет такой же порядок величины. В отличие от ρ_{\parallel}^- ρ_{\perp}^- существует и в линейном режиме, при высоких токах, температурах за счет вклада $n\epsilon v_x v_y$; за счет внешней зависимости от α $\rho_{\perp}^- \equiv 0$ при $\alpha = 0, \pi/2$. При низких температурах зависимость $\rho_{\perp}^-(j)$ имеет ТАФФ-предел при $j \rightarrow 0$. Зависимость $\rho_{\perp}^-(\tau)$ имеет ТАФФ-предел при $\tau \rightarrow 0$, если $p^{-1}j \cos \alpha \leq 1$ и/или $pj \sin \alpha \leq 1$, и конечный предел, если $p^{-1}j \cos \alpha > 1$ и $pj \sin \alpha > 1$. Предел зависимостей $\rho_{\perp}^-(j)$ и $\rho_{\perp}^-(\tau)$ при $j \rightarrow \infty$ и $\tau \rightarrow \infty$ соответственно равен $n\epsilon$. В отличие от ρ_{\parallel}^- зависимости $\rho_{\perp}^-(j)$ и $\rho_{\perp}^-(\tau)$ не изменяют знак, так как в магнитосопротивление ρ_{\perp}^- все слагаемые входят с одним знаком.

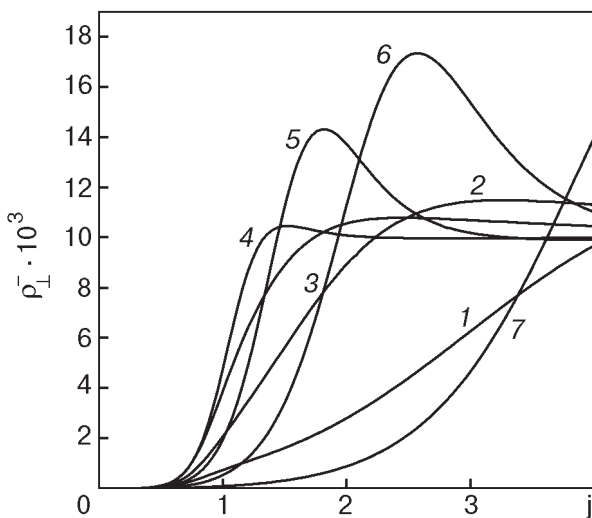


Рис. 5. Зависимость $\rho_{\perp}^-(j)$ для ряда значений угла α , град.: 10 (1), 20 (2), 30 (3), 45 (4), 60 (5), 70 (6), 80 (7) при $\epsilon = 0,01$; $p = 1,4$; $\tau = 0,1$; $\epsilon = 0,1$; $k = 10$.

Рассмотрим влияние параметров p, k, ϵ , характеризующих бианизотропный потенциал пиннинга, на наблюдаемые магнитосопротивления. Параметры p и k задают анизотропию потенциала, а параметр ϵ — среднюю концентрацию ЦП (напомним, что $\epsilon_x = \epsilon/k, \epsilon_y = \epsilon k$). В зависимостях $\rho_{\parallel, \perp}^-(j)$ увеличение параметра p и уменьшение параметра k приводят к увеличению вклада нечетной компоненты $v_x^-(f_x)$ и уменьшению вклада нечетной компоненты $v_y^-(f_y)$ вследствие относительного смещения функций v_x и v_y (функция v_x смещается вправо, функция v_y — влево). В предельных случаях $p \gg 1, k \ll 1$ и $p \ll 1, k \gg 1$ вклады от $v_x^-(f_x)$ и $v_y^-(f_y)$ соответственно пренебрежимо малы. На рис. 7, 8 проиллюстрированы токовые зависимости магнитосопротивления ρ_{\parallel}^- для ряда значений параметров p и k . Влияние изменения параметра p на зависимости $\rho_{\parallel, \perp}^-(\tau)$ заключается в изменении аргументов f_{Lx}, f_{Ly} функций v_x, v_y , влияние параметра k аналогично случаю

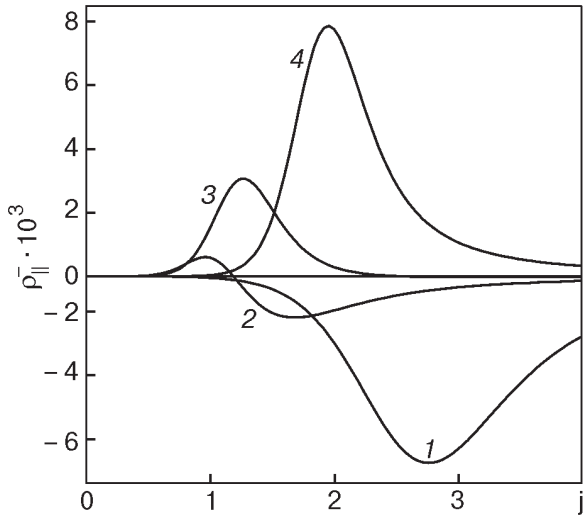


Рис. 7. Зависимость $\rho_{||}(j)$ для ряда значений параметра p : 0,7 (1), 1,2 (2), 1,4 (3), 2 (4) при $\epsilon = 0,01$, $\alpha = 25^\circ$, $\tau = 0,1$, $\epsilon = 0,1$, $k = 1$.

токовых зависимостей. В зависимостях $\rho_{||}(j)$ (см. кривую 3 на рис. 8) и $\rho_{||}(\tau)$ возможна двойная перемена знака. Это объясняется тем, что при $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$, где вклад в сопротивление дают обе нечетные компоненты v_x^-, v_y^- , может существовать такой интервал токов и температур, в котором преобладает одна из компонент (по модулю), тогда как вне этого интервала преобладает другая, так что их сумма приводит к двойной перемене знака в соответствующих зависимостях. При увеличении параметра ϵ зависимости v_x и v_y как функции как j , так и τ , смещаются вправо, на основании чего можно про-

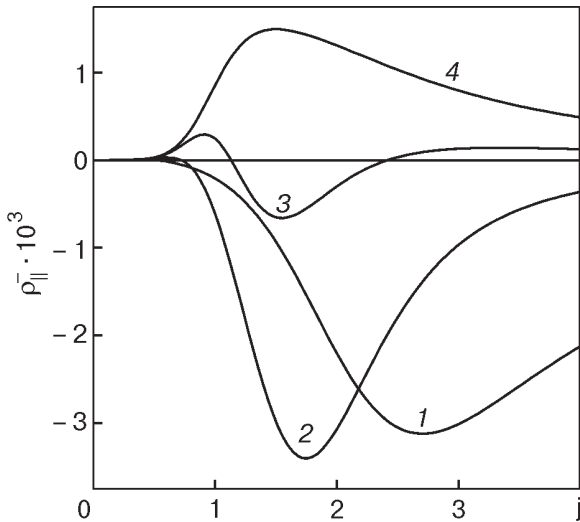


Рис. 8. Зависимость $\rho_{||}(j)$ для ряда значений параметра k : 10 (1), 1 (2), 0,25 (3), 0,1 (4) и $\epsilon = 0,01$, $\alpha = 25^\circ$, $\tau = 0,1$, $\epsilon = 0,1$.

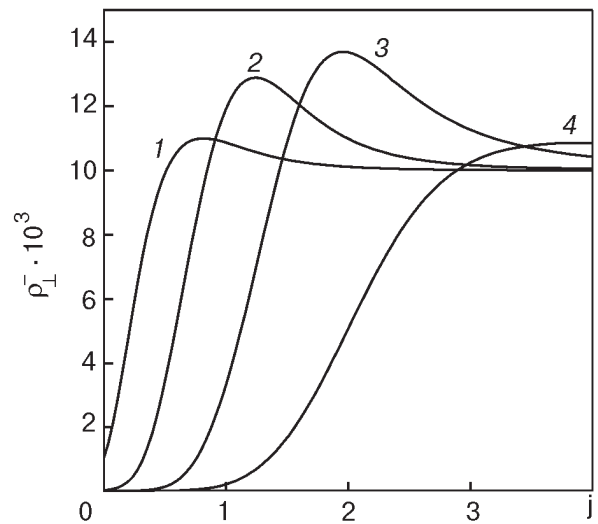


Рис. 9. Зависимость $\rho_{\perp}(j)$ для ряда значений параметра ϵ : 0,001 (1), 0,01 (2), 0,1 (3), 1 (4) при $\epsilon = 0,01$, $\alpha = 25^\circ$, $\tau = 0,1$, $k = 1$.

следить за изменением зависимостей $\rho_{||,\perp}(j, \tau)$. На рис. 9 приведены зависимости сопротивления $\rho_{\perp}(j)$ для ряда значений ϵ .

Заметим, что, согласно формулам (23), замена $p \rightarrow 1/p$, $k \rightarrow 1/k$, $\alpha \rightarrow 90^\circ - \alpha$ сводится к переобозначению координат и, соответственно, к симметрии расположения графиков зависимостей $\rho_{||}(j, \tau)$ при взаимно обратных значениях p , k и углах, взаимно дополняющих друг друга до 90° . Так, при этой замене графики $\rho_{||}(j, \tau)$ симметричны относительно линии $\rho_{||}(j, \tau) = 0$, а графики $\rho_{\perp}(j, \tau)$ совпадают. Случай $p = 1$, $k = 1$ являются вырожденными и дают такие виды симметрии при взаимно обратных значениях k , p соответственно и взаимно дополняющих углах.

6. Скейлинговые соотношения

Рассмотрим скейлинговые соотношения в данной задаче. Вернемся к формулам общего вида (21), (22). Выразив через наблюдаемые магнитосопротивления $\rho_{||,\perp}^{\pm}$ безразмерную константу Холла, получим анизотропные скейлинговые соотношения в двух эквивалентных формах:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta &= \frac{\rho_{||} \operatorname{tg} \alpha - \rho_{\perp}}{v'_y(j_x) \tilde{v}_x(j_y) \operatorname{tg} \alpha - v_x(j_y) v_y(j_x)}, \\ \delta &= \frac{\rho_{||} + \rho_{\perp} \operatorname{tg} \alpha}{v_x(j_y) v_y(j_x) \operatorname{tg} \alpha - v'_x(j_y) \tilde{v}_y(j_x)}, \end{aligned} \right. \quad (24)$$

входящие сюда функции v находятся при обращении уравнений (21). Соотношения (24) справедливы в области применимости формул (21), (22), т.е.

при $\epsilon \ll 1$ и при углах α , не близких к $\alpha = 0, \pi/2$, таких, что $\epsilon \ll \text{tg } \alpha \ll \epsilon^{-1}$. Скейлинговые соотношения (24) выражают константу Холла через наблюдаемые нелинейные магнитосопротивления $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$. Например, измерив все магнитосопротивления $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$, из скейлинговых соотношений (24) можно найти величину константы Холла. Или же, зная константу Холла и какие-либо три из наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$, можно восстановить четвертое. Легко проверить, что в частном случае одноосной анизотропии ($v_y \equiv 1$) первое из скейлин-

говых соотношений (24) переходит в соотношение, ранее полученное в работе [15] (формула (40)). Отметим, что в рассматриваемой модели бианизотропного пиннинга скейлинг вида $\rho_{xy} \propto \rho_{xx}^{\beta}$, обычно наблюдаемый при изотропном пиннинге, невозможен, так как немонотонная функция $\rho_{\perp}^{-}(j, \tau)$ и монотонная функция $\rho_{\parallel}^{+}(j, \tau)$ не могут быть связаны степенным соотношением.

Рассмотрим также скейлинг в X - и Y -геометриях, в которых $\mathbf{j} \parallel \mathbf{x}$ ($\alpha = \pi/2$) и $\mathbf{j} \parallel \mathbf{y}$ ($\alpha = 0$). Для этих случаев из формул (15), (16) и (19) получаем

$$\begin{aligned} X\text{-геометрия, } \alpha = \pi/2: \rho_{\parallel, X}^{+} &= v_y(pj), \rho_{\perp, X}^{-} = n\epsilon v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v_y(pj), \\ Y\text{-геометрия, } \alpha = 0: \rho_{\parallel, Y}^{+} &= v_x(p^{-1}j), \rho_{\perp, Y}^{-} = n\epsilon v_x(p^{-1}j)v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)], \\ \text{tg } \Theta_H^X &= \rho_{\perp, X}^{-}/\rho_{\parallel, X}^{+} = n\epsilon v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)], \text{tg } \Theta_H^Y = \rho_{\perp, Y}^{-}/\rho_{\parallel, Y}^{+} = n\epsilon v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] \end{aligned} \quad (25)$$

и $\rho_{\parallel, X}^{-} = \rho_{\perp, Y}^{+} = \rho_{\parallel, X}^{-} = \rho_{\perp, Y}^{+} \equiv 0$, т.е. специфические для сверхпроводника с анизотропным пиннингом продольное нечетное ρ_{\parallel}^{-} и поперечное четное ρ_{\perp}^{+} магнитосопротивления обращаются в нуль в X - и Y -геометриях из-за обращения в нуль «тензорных» (внешних) угловых зависимостей. Формулы (25) для ρ_{\parallel}^{+} и ρ_{\perp}^{-} в X - и Y -геометриях симметричны относительно преобразования $v_y \leftrightarrow v_x$, $p \leftrightarrow p^{-1}$. Магнитосопротивления ρ_{\parallel}^{+} в X - и Y -геометриях обусловлены динамикой вихрей относительно систем ЦП, вдоль которых направлен ток, и описываются функциями v_y и v_x . Магнитосопротивления ρ_{\perp}^{-} в X - и Y -геометриях возникают за счет соответствующих сил Магнуса $f_{Mx} = n\epsilon p^{-1}jv_y(pj)$ и $f_{My} = n\epsilon pjv_x(p^{-1}j)$, вызывающих движение вихрей в направлении тока. Как силы Магнуса, так и магнитосопротивления ρ_{\perp}^{-} пропорциональны скорости вихрей, так что в результате они обусловлены динамикой вихрей относительно обеих систем ЦП. Заметим, что при умеренных токах $j \sim j_s^{x,y}$, реально достижимых в эксперименте, $v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)] \approx v_x(0)$, $v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] \approx v_y(0)$ с точностью до величин порядка $\epsilon v_{x,y}'(0) \ll 1$. Следовательно, с этой точностью $\text{tg } \Theta_H^X \approx n\epsilon v_x(0)$, $\text{tg } \Theta_H^Y \approx n\epsilon v_y(0)$ и холловские углы $\Theta_H^{X,Y}$ практически не зависят от плотности тока. Формулы (25) выражают скейлинговые соотношения между наблюдаемыми магнитосопротивлениями ρ_{\parallel}^{+} и ρ_{\perp}^{-} в X -, Y - геометриях и холловской константой ϵ и позволяют также по наблюдаемым ρ_{\parallel}^{+} и ρ_{\perp}^{-} в X -, Y -геометриях восстановить функции v_x и v_y .

Рассмотрим вопрос об устойчивости измерений в X -, Y -геометриях, так как в реальных образцах угол α не может точно соответствовать значениям

$\alpha = 0, \pi/2$ (см. также [15]). Для нахождения тензоров магнитосопротивлений вблизи X -, Y -геометрий воспользуемся результатами метода решения рассматриваемой задачи при произвольных значениях ϵ , предложенного в [16]. В работе [16] показано, что компоненты средней скорости вихрей равны $\langle v_x \rangle = \tilde{v}_x(\bar{F}_x)/\eta$, $\langle v_y \rangle = \tilde{v}_y(\bar{F}_y)/\eta$, где силы \bar{F}_x , \bar{F}_y удовлетворяют уравнениям (13). При $\epsilon \ll 1$ эти уравнения преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= F_{Lx} - n\epsilon F_{Ly}v_y[F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x(\bar{F}_x)], \\ \bar{F}_y &= F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x[F_{Lx} - n\epsilon F_{Ly}v_y(\bar{F}_y)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Рассмотрим области углов вблизи X -, Y -геометрий.

Вблизи X -геометрии ($\text{ctg } \alpha \ll \epsilon$)

$$\begin{aligned} v_y[F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x(\bar{F}_x)] &\approx \\ \approx v_y(F_{Ly}) + v_y'(F_{Ly})(n\epsilon F_{Lx}v_x(\bar{F}_x)). \end{aligned}$$

Пренебрегая квадратичными по ϵ вкладками, получаем

$$\begin{aligned} \bar{F}_x^X &= F_{Lx} - n\epsilon F_{Ly}v_y[F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x(\bar{F}_x)] \approx \\ &\approx F_{Lx} - n\epsilon F_{Ly}v_y(F_{Ly}), \\ \bar{F}_y^X &\approx F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x[F_{Lx} - n\epsilon F_{Ly}v_y(F_{Ly})] \approx \\ &\approx F_{Ly} + n\epsilon F_{Lx}v_x(\bar{F}_x^X), \end{aligned}$$

а в безразмерных величинах

$$\begin{aligned} f_x^X &\approx np^{-1}j(\cos \alpha + n\epsilon v_y(f_{Ly})\sin \alpha), \\ f_y^X &\approx npj(-\sin \alpha + n\epsilon v_x(f_x^X)\cos \alpha). \end{aligned}$$

Используя формулу (16), получим тензор магнитосопротивлений вблизи X -геометрии:

$$\hat{\rho}_X = \begin{pmatrix} v_y(f_y^X) & -n\epsilon v_x(f_x^X)v_y(f_{Ly}) \\ n\epsilon v_x(f_x^X)v_y(f_{Ly}) & v_x(f_x^X) \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Аналогично, вблизи Y -геометрии ($\text{tg}\alpha \ll \epsilon$) получим тензор магнитосопротивлений $\hat{\rho}_Y$.

Окончательно, подстановка тензоров $\hat{\rho}_X$, $\hat{\rho}_Y$ в формулы (19), разложение $\rho_{\parallel,\perp}$ по $\Delta\alpha = \pi/2 - \alpha$ в

окрестности $\alpha = \pi/2$ ($\text{ctg}\alpha \ll \epsilon v_y(pj)$) и по α в окрестности $\alpha = 0$ ($\text{tg}\alpha \ll \epsilon v_x(p^{-1}j)$) до первых не исчезающих членов с учетом слагаемых первого порядка по ϵ ($\epsilon \ll 1$) и выделение четных и нечетных составляющих дает:

$$\begin{aligned} \rho_{\parallel,X}^- &= -n\epsilon pjv_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v'_y(pj)\Delta\alpha, \\ \rho_{\perp,X}^+ &= -\left\{v_y(pj) - v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)] - \epsilon p^{-1}jv'_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v_y(pj)\right\}\Delta\alpha, \\ \rho_{\parallel,Y}^- &= n\epsilon p^{-1}jv'_x(p^{-1}j)v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)]\alpha, \\ \rho_{\perp,Y}^+ &= \left\{v_x(p^{-1}j) - v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] - \epsilon pjv'_x(p^{-1}j)v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)]\right\}\alpha, \\ \rho_{\parallel,X}^+ &= v_y(pj) + \left\{v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)] - \frac{1}{2}pj[1 + 2\epsilon p^{-1}jv'_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]]v'_y(pj) - v_y(pj)\right\}(\Delta\alpha)^2, \\ \rho_{\perp,X}^- &= n\epsilon v_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v_y(pj) + np^{-1}jv'_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)](\Delta\alpha)^2 + \\ &+ \frac{1}{2}n\epsilon\left\{pjv_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v'_y(pj) + p^{-2}j^2v'_x[\epsilon p^{-1}jv_y(pj)]v_y(pj)\right\}(\Delta\alpha)^2, \\ \rho_{\parallel,Y}^+ &= v_x(p^{-1}j) + \left\{v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] - \frac{1}{2}p^{-1}jv'_x(p^{-1}j)[1 + 2\epsilon pjv'_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)]] - v_x(p^{-1}j)\right\}\alpha^2, \\ \rho_{\perp,Y}^- &= n\epsilon v_x(p^{-1}j)v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] + npjv'_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)]\alpha^2 + \\ &+ \frac{1}{2}n\epsilon\left\{p^{-1}jv'_x(p^{-1}j)v_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)] + \frac{1}{2}p^2j^2v_x(p^{-1}j)v'_y[\epsilon pjv_x(p^{-1}j)]\right\}\alpha^2, \end{aligned} \quad (28)$$

где штрихом обозначена производная $v'(f) \equiv \partial v(f)/\partial f$. Формулы (28) для $\rho_{\parallel,\perp}^\pm$ при небольших отклонениях $\Delta\alpha$ и α от X - и Y -геометрий аналогично формулам (25) симметричны относительно преобразования $v_y \leftrightarrow v_x$, $p \leftrightarrow p^{-1}$. Как показывают формулы (28), поправки как первого, так и второго по $\Delta\alpha, \alpha$ порядка существуют только в области низких температур, в которой реализуются нелинейные режимы (будем рассматривать этот случай), и обращаются в нуль с повышением температуры. Магнитосопротивления ρ_{\parallel}^- , ρ_{\perp}^+ , равные нулю в X, Y -геометриях, изменяются линейно по $\Delta\alpha$ и α при малых отклонениях от них. Магнитосопротивления ρ_{\parallel}^+ существуют только в областях нелинейности функций $v_{y,x}$ (соответственно при отклонении от X, Y -геометрий) и пропорциональны множителям $v_x(0), v_y(0) \ll 1$, т.е. являются устойчивыми. Основной вклад в магнитосопротивления ρ_{\perp}^+ при отклонении от X, Y -геометрий при реально достижимых токах дают слагаемые $-v_y(pj)\Delta\alpha$ и

$v_x(p^{-1}j)\alpha$, так что их устойчивость определяется режимом динамики относительно ЦП, вдоль которых направлен ток в X, Y -геометриях. Магнитосопротивления ρ_{\parallel}^+ , ρ_{\perp}^- изменяются квадратично по $\Delta\alpha$ и α от своих значений в X, Y -геометриях. Относительные отклонения величин магнитосопротивлений для $\rho_{\parallel,X}^+$ и $\rho_{\parallel,Y}^+$ имеют порядок

$$\begin{aligned} \Delta\rho_{\parallel,X}^+/\rho_{\parallel,X}^+ &\simeq \left\{-\frac{1}{2}pjv'_y(pj)/v_y(pj) - 1\right\}(\Delta\alpha)^2, \\ \Delta\rho_{\parallel,Y}^+/\rho_{\parallel,Y}^+ &\simeq \\ &\simeq \left\{-\frac{1}{2}p^{-1}jv'_x(p^{-1}j)/v_x(p^{-1}j) - 1\right\}\alpha^2. \end{aligned}$$

В линейном режиме $\Delta\rho_{\parallel,X}^+/\rho_{\parallel,X}^+ \simeq -(\Delta\alpha)^2$, $\Delta\rho_{\parallel,Y}^+/\rho_{\parallel,Y}^+ \simeq -\alpha^2$. Относительные отклонения величин магнитосопротивлений для $\rho_{\perp,X}^-$ и $\rho_{\perp,Y}^-$ имеют порядок

$$\Delta\rho_{\perp,X}^-/\rho_{\perp,X}^- \simeq \frac{1}{2}pj[v'_y(pj)/v_y(pj)](\Delta\alpha)^2,$$

$$\Delta\rho_{\perp,Y}^-/\rho_{\perp,Y}^- \simeq \frac{1}{2}p^{-1}j[v'_x(p^{-1}j)/v_x(p^{-1}j)]\alpha^2$$

и существуют только в областях нелинейности функций v_y, v_x . Как и в случае линейных поправок, квадратичные по $\Delta\alpha, \alpha$ поправки в магнитосопротивлениях $\rho_{\parallel}^+, \rho_{\perp}^-$ при малых отклонениях от X, Y -геометрий определяются динамикой вихрей относительно ЦП, параллельных току в соответствующих геометриях.

Формулы (28) для наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$ при малых отклонениях угла α от значений $\alpha = 0, \pi/2$, соответствующих Y, X -геометриям, позволяют найти эти отклонения. Сначала, пренебрегая малыми квадратичными по α и $\Delta\alpha = \pi/2 - \alpha$ вкладами в магнитосопротивления ρ_{\parallel}^+ и ρ_{\perp}^- , по формулам (25) можно решить задачу скейлинга, то есть восстановить значение константы ϵ и функций v_x, v_y . Далее по формулам (28) для магнитосопротивлений ρ_{\parallel}^- и ρ_{\perp}^+ , обращающихся в нуль в Y - и X -геометриях и линейных по α и $\Delta\alpha = \pi/2 - \alpha$ при малых отклонениях от этих геометрий, можно найти соответствующие величины α и $\Delta\alpha$. Самосогласованность этой схемы проверяется вычислением квадратичных по α и $\Delta\alpha$ поправок, которые должны быть малы относительно основного вклада в Y - и X -геометриях.

Заключение

Нечетный относительно инверсии магнитного поля резистивный отклик сверхпроводника в смешанном состоянии при наличии двух взаимно ортогональных систем однонаправленных ЦП, возникающий за счет действия малого изотропного эффекта Холла, исследован в рамках планарной стохастической модели бианизотропного пиннинга. В рамках этой модели на основе уравнений Фоккера — Планка в приближении невзаимодействующих вихрей и в первом приближении по малой константе Холла получены формулы для наблюдаемых нечетных по магнитному полю продольного и поперечного по току магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, \tilde{T}, \alpha)$. Двумерный потенциал бианизотропного пиннинга общего вида (предполагаемый аддитивным и периодическим в направлениях анизотропии), моделирующий две взаимно ортогональные системы однонаправленных плоских ЦП, конкретизирован с целью исследования зависимостей магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$ от всех (безразмерных) параметров задачи — как от внешних j, τ, α , характеризующих плотность тока, температуру и направление тока, так и от внутренних параметров p, ϵ, k , описываю-

щих интенсивность и анизотропию самого потенциала пиннинга, и безразмерной константы Холла ϵ .

Основными особенностями данной задачи являются нелинейное немонотонное поведение наблюдаемых анизотропных магнитосопротивлений в зависимости от плотности транспортного тока и температуры и анизотропия критического тока, обусловленная анизотропией пиннинга. Нелинейность вихревой динамики по току обусловлена нелинейным характером зависимости величин потенциальных барьеров ЦП от действующей на вихри внешней силы; нелинейность вихревой динамики по температуре связана с нелинейной температурной зависимостью вероятности выхода вихрей из потенциальных ям ЦП. В рассматриваемой стохастической модели бианизотропного пиннинга основные нелинейные компоненты — функции вероятности преодоления вихрями потенциальных барьеров соответствующих систем ЦП $v_{x,y}(j, \tau, \alpha, p, \epsilon, k)$, описывающие нелинейную по току и температуре динамику вихрей относительно этих систем ЦП. Исследуемые нечетные магнитосопротивления $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, \tau)$ являются линейными комбинациями функций $v_{x,y}$ и их производных (см. формулы (23)), и, следовательно, их свойства полностью определяются хорошо изученными свойствами последних. Зависимости $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, \tau)$ при одноосном анизотропном пиннинге, являющемся частным случаем бианизотропного, исследованы в работе [15], однако для произвольных величин константы Холла. Наглядный количественный и качественный анализ зависимостей $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, \tau)$ также проведен при помощи диаграммы динамических состояний вихревой системы на плоскости $j_x j_y$. Эта диаграмма позволяет проанализировать эволюцию вихревой динамики с изменением тока и температуры, обуславливающую характерное поведение и области существования зависимостей $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}(j, \tau)$. Показано, что нелинейные анизотропные свойства магнитосопротивлений $\rho_{\parallel,\perp}^{\pm}$ естественно связаны с основными критическими токами $j_c^{x,y}(\tau)$ и токами насыщения $j_s^{x,y}(\tau)$ рассматриваемой системы, формирующими диаграмму состояний. В отличие от ранее изученной стохастической модели одноосного анизотропного пиннинга [15], где плотность критического тока j_c равна нулю фактически для всех направлений, в данной модели анизотропный критический ток существует для всех направлений. Следует отметить, что в зависимостях $\rho_{\parallel}^{\pm}(j, \tau)$ возможно изменение знака (даже двойного), тогда как в зависимостях $\rho_{\perp}^{\pm}(j, \tau)$ знак не изменяется; при умеренных токах $j \lesssim j_s^{x,y}$ холловские углы $\Theta_H^{X,Y}$ практически не зависят от плотности тока.

Рассмотрены скейлинговые соотношения для холловской проводимости в терминах наблюдаемых магнитосопротивлений $\rho_{\parallel, \perp}^{\pm}$ (в области углов, ограниченной условием $\epsilon \ll \tan \alpha \ll \epsilon^{-1}$), а также рассмотрен скейлинг и его устойчивость в базовых X- и Y-геометриях.

1. V. M. Vinokur, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, and G. Blatter, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1242 (1993).
2. Wu Liu, T. W. Clinton, and C. J. Lobb, *Phys. Rev.* **B52**, 7482 (1994).
3. A. V. Samoilov, A. Legris, F. Rullier-Albenque, P. Lejay, S. Bouffard, Z. G. Ivanov, and L.-G. Johanson, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2351 (1995).
4. T. W. Clinton, A. W. Smith, Qi Li, J. L. Peng, R. L. Greene, C. J. Lobb, M. Eddy, and C. C. Tsuei, *Phys. Rev.* **B52**, R7046 (1995).
5. S. J. Hagen, C. J. Lobb, R. L. Greene, M. G. Forrester, and J. H. Kang, *Phys. Rev.* **B41**, 11630 (1990).
6. Z. D. Wang, J. Dong, and C. S. Ting, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3875 (1994).
7. A. A. Prodan, V. A. Shklovskij, V. V. Chabanenko, A. V. Bondarenko, M. A. Obolenskii, H. Szymczak, and S. Piechota, *Physica* **C302**, 271 (1998).
8. A. Casaca, G. Bonfait, C. Dubourdieu, F. Weiss, and J. P. Senateur, *Phys. Rev.* **B59**, 1538 (1999).
9. G. D'Anna, V. Berseth, L. Forro, A. Erb, and E. Walker, *Phys. Rev.* **B61**, 4215 (2000).
10. N. B. Kopnin and V. M. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4864 (1999).
11. Э. Б. Сонин, А. Л. Холкин, *ФТТ* **34**, 1147 (1992).
12. V. A. Shklovskij, *ФНТ* **23**, 1134 (1997).
13. V. A. Shklovskij, *ФНТ* **25**, 153 (1999).
14. Y. Mawatari, *Phys. Rev.* **B56**, 3433 (1997).
15. В. А. Шкловский, А. А. Сорока, А. К. Сорока, *ЖЭТФ* **116**, 2103 (1999).
16. V. A. Shklovskij, *Phys. Rev.* **B65**, 092508 (2002).
17. Y. Mawatari, *Phys. Rev.* **B59**, 12033 (1999).
18. В. А. Шкловский, А. А. Сорока, *ФНТ* **28**, 365 (2002).
19. В. А. Шкловский, А. А. Сорока, *ФНТ* **28**, 449 (2002).
20. S. Fleshler, W.-K. Kwok, U. Welp, V. M. Vinokur, M. K. Smith, J. Downey, and G. W. Crabtree, *Phys. Rev.* **B47**, 14448 (1993).
21. A. K. Niessen and C. H. Weijnsfeld, *J. Appl. Phys.* **40**, 384 (1969).
22. V. V. Chabanenko, A. A. Prodan, V. A. Shklovskij, A. V. Bondarenko, M. A. Obolenskii, H. Szymczak, and S. Piechota, *Physica* **C314**, 133 (1999).
23. H. Pastoriza, S. Candia, and G. Nieva, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1026 (1999).
24. J. Z. Wu and W. K. Chu, *Phys. Rev.* **B49**, 1381 (1994).
25. G. Koren, E. Polturak, N. Levy, D. Deutscher, and N. D. Zakharov, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 3763 (1998).
26. A. Hoffmann, P. Prieto, and I.K. Schuller, *Phys. Rev.* **B61**, 6958 (2000).
27. M. J. Van Bael, K. Temst, V. V. Moshchalkov, and Y. Bruynseraede, *Phys. Rev.* **B59**, 14674 (1999).
28. G. Blatter, M. V. Feigelman, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, V. M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).

Nonlinear resistive response in superconductors with bianisotropic pinning

V. A. Shklovskij and A. A. Soroka

The odd-relative to magnetic field inversion resistive response of a superconductor in the mixed states in the presence of bianisotropic pinning and a small isotropic Hall-effect is investigated theoretically. Within the framework of the two-dimensional stochastic model of bianisotropic pinning, odd-relative to-magnetic field longitudinal and transverse magnetoresistivities are derived using the Fokker–Plank equations in the single vortex approximation and as a first approximation at a small Hall constant. Both naturally occurring and artificially created realizations of the model are possible. It is shown that the nonlinear anisotropic properties of the magnetoresistivities are naturally related to the principal critical and saturation currents of the system under consideration. The scaling relations for the Hall conductivity are considered in terms of the experimentally observable longitudinal and transverse magnetoresistivities. The scaling and its stability in the base X- and Y-geometries of the problem are discussed.