

# Механизм переворота вихрей в магнитных нанодотах под действием циркулярного магнитного поля. I. Резонансное воздействие поля на собственные моды нанодота

А. С. Ковалев, Я. Е. Прилепский

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail:kovalev@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 20 июня 2002 г.

Для теоретического объяснения механизма переворота вихрей в магнитных нанодотах под действием циркулярного внешнего поля рассмотрена резонансная активация собственных мод двумерного легкоплоскостного ферромагнетика конечного размера полем данной симметрии. Аналитически показано, что при слабой легкоплоскостной анизотропии, когда вихрь имеет ненулевую поляризацию (полную намагниченность вдоль «тяжелой оси»), влияние поля на собственные моды системы имеет сложный характер. Циркулярное поле воздействует резонансным образом на азимутальные моды системы, в которых намагниченность зависит от азимутальной координаты (в виде прямого резонанса на собственных частотах азимутальных мод). Связь азимутальных и симметричных (не зависящих от азимутальной координаты) мод через внешнее поле приводит к появлению сложных параметрических резонансов на комбинированных частотах. Проведено сравнение полученных результатов с данными предыдущих численных исследований.

Для теоретичного пояснення механізму перевороту вихорів у магнітних нанодотах під впливом циркулярного зовнішнього поля розглянуто резонансну активацію власних мод двовимірного легкоплощинного феромагнетику кінцевого розміру полем даної симетрії. Аналітично показано, що при слабкої легкоплощинної анізотропії, коли вихор має ненульову поляризацію (повну намагніченість уздовж «важкої осі»), вплив поля на власні моди системи, має складний характер. Циркулярне поле впливає резонансним образом на азимутальні моди системи, у яких намагніченість залежить від азимутальної координати (у виді прямого резонансу на власних частотах азимутальних мод). Зв'язок азимутальних і симетричних (не залежних від азимутальної координати) мод через зовнішнє поле приводить до появи складних параметричних резонансів на комбінованих частотах. Проведено порівняння отриманих результатів з даними попередніх чисельних досліджень.

PACS: 75.10.Hk, 75.30.Ds

## Введение

Теоретическое и экспериментальное исследование нелинейной динамики магнитоупорядоченных сред в настоящее время является одним из важных направлений современной нелинейной физики твердого тела [1,2]. К началу 80-х годов было в основном завершено построение теории нелинейных волн и солитонов в магнетиках разной физической природы, и их существование под-

тверждено в ряде экспериментов. Однако основная масса результатов как теоретических, так и экспериментальных была получена для одномерных моделей или квазидвумерных магнетиков [1–3]. В последние годы интерес к нелинейной динамике магнетиков вырос в связи с синтезом большого числа новых магнитных материалов с необычными физическими свойствами. В первую очередь отметим квазидвумерные металлоорганические соединения с магнитными слоями, интер-

калированными органикой [4–11], магнитоупорядоченные изоструктурные аналоги ВТСП соединений и сами эти соединения в стехиометрическом составе, а также двумерные магнетики на основе пленок Ленгмюра–Блаже [12,13]. Важным отличием нелинейной динамики одномерных и двумерных магнетиков является возможность существования в последних специфических двумерных топологических возбуждений: магнитных скирмионов (в легкоосных ферромагнетиках) [1,14,15] и магнитных вихрей (в легкоплоскостных ферро- и антиферромагнетиках) [1,16–18]. Роль последних особенно важна, поскольку в 2D магнетиках фазовый переход в магнитоупорядоченное состояние происходит в соответствие с механизмом Березинского–Костерица–Таулесса [19,20], и вблизи точки перехода число вихрей и вихревых пар должно быть аномально велико. В настоящее время имеются экспериментальные подтверждения существования указанных топологических возбуждений [7,8,21]. По своей структуре и динамическим свойствам магнитные вихри очень близки к точечным вихрям в двумерной гидродинамике несжимаемой жидкости [22], вихрям Питаевского в газе слабовзаимодействующих бозонов [23] и оптическим вихрям в нелинейной оптике [24]. Основным отличием магнитных вихрей от вихрей в перечисленных средах является наличие у них наряду с обычным топологическим зарядом (отличающим вихрь от антивихря) дополнительной характеристики, связанной с поляризацией вихря — направлением намагниченности (или вектора антиферромагнетизма) в его центре [18]. В длинноволновом приближении при описании структуры вихря в рамках дифференциальных уравнений его поляризация является топологическим инвариантом и сохраняется. Однако в реальных магнетиках поле намагниченности определено на дискретной кристаллической решетке, и поляризация вихрей (как и некоторые другие топологические характеристики многомерных солитонов [25]) перестает быть топологическим инвариантом. Экспериментальное исследование внеплоскостной структуры магнитного вихря является довольно сложной задачей, поскольку в реальных системах размер ядра магнитного вихря, где выход спинов из плоскости существует, очень мал. Вместе с тем к настоящему моменту имеются веские экспериментальные подтверждения как существования вихрей в магнитных частицах наноразмера (магнитные доты) [26,27], так и наличия у вихря внеплоскостного максимума намагниченности в центре (см. рис. 1). Исследования численными методами [28] пока-

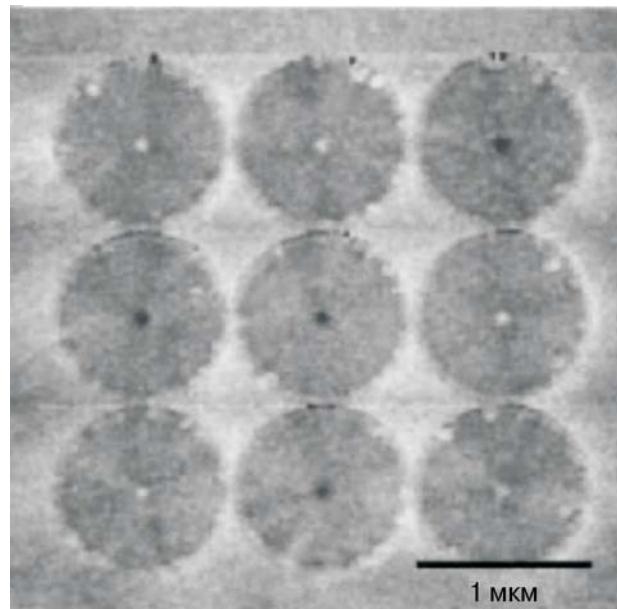


Рис. 1. Снимок массива магнитных дотов из пермалоя ( $Ni_{80}Fe_{20}$ ) диаметром 1 мкм каждый, полученный методом магнитосиловой микроскопии. Точка в центре каждого из дотов соответствует максимуму внеплоскостной компоненты намагниченности в ядре вихря, причем темная и светлая точки соответствуют разному знаку поляризации вихря. (Рисунок взят из [27].)

зывают, что при учете шумового воздействия, моделирующего конечную температуру магнетика, вихри могут менять свою поляризацию. Более важна возможность *целенаправленного* воздействия на вихри для изменения их поляризации, например, с помощью приложенного циркулярного магнитного поля. В [29] методом численного моделирования было показано, что в циркулярном магнитном поле вихрь может менять свою поляризацию, и при этом отсутствует симметрия по знаку поляризации вихря: переворачиваются лишь вихри одной полярности. Это указывает на принципиальную возможность с помощью такого воздействия сделать подавляющее большинство вихрей в магнитном образце униполярными. При этом должна возникнуть макроскопическая намагниченность легкоплоскостного ферромагнетика, пропорциональная плотности вихрей в нем, которая, в принципе, может быть обнаружена экспериментально. Это явились бы дополнительным прямым доказательством существования магнитных вихрей и инструментом их экспериментального исследования. Подобный процесс изменения полярности вихря с помощью внешнего магнитного поля, приложенного перпендикулярно плоскости расположения наночастиц, был проведен экспериментально в [27], где получено подтвер-

ждение возможности направленного изменения вихревой полярности. В [28,29] предложена теоретическая модель для описания смены поляризации вихрей. Авторы предполагали, что по крайней мере на начальной стадии переворота внешнее воздействие приводит к нарастанию амплитуды собственных линейных мод системы с вихрем и учитывали динамику лишь нескольких спинов в ядре вихря. При этом для простоты считалось, что эти магнитные моменты прецессируют в фазе, т.е. учитывалась лишь одна низкочастотная «симметричная» магнонная мода. Однако из-за симметрии этой моды по частоте оставался открытым вопрос о наблюдаемых в численном эксперименте [29] асимметрии динамики переворота вихря.

В настоящей работе рассмотрена спиновая динамика двумерного магнитного нанодота конечного размера  $L$  в вихревой конфигурации под воздействием внешнего вращающегося пространственно однородного поля, но с учетом нескольких собственных магнонных мод системы при наличии вихря. Как будет показано ниже, для объяснения результатов численных экспериментов учет лишь одной симметричной моды является недостаточным и необходимо учитывать дополнительные моды с азимутальной зависимостью фазы прецессии спинов («азимутальные моды»).

## 1. Модель и структура вихревого решения

Традиционно структуру и динамику магнитоупорядоченных сред теоретически рассматривают в рамках классической гейзенберговской модели с обменным взаимодействием магнитных моментов. В нашем случае необходим учет слабой анизотропии этого взаимодействия, которая предполагается одноосной. При этом гамильтониан имеет следующий вид:

$$H_0 = -J \sum_{n,\delta} (S_n^x S_{n+\delta}^x + S_n^y S_{n+\delta}^y + \lambda S_n^z S_{n+\delta}^z), \quad (1)$$

где  $\mathbf{S}_n$  — узелный классический спин (в дальнейшем мы будем полагать модуль спинового вектора одинаковым для всех узлов и, сделав соответствующую перенормировку, можно считать  $|\mathbf{S}_n|=1$ ), индекс  $n$  нумерует узлы (в нашем случае двумерной) спиновой решетки,  $\delta$  — их ближайших соседей, константа обменного взаимодействия  $J > 0$  в случае ферромагнетика, и параметр обменной анизотропии  $\lambda$  для легкоплоскостной симметрии изменяется в пределах  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Реально обменная анизотропия, имеющая релятивистское происхождение, является слабой и

$(1-\lambda) \sim 10^{-2}$ . При этом она оказывает качественно такое же влияние на структуру и динамику магнитных возбуждений, как и слабая одиночонная анизотропия, приводящая к появлению в гамильтониане (1) дополнительного слагаемого вида  $\beta \Sigma_n (S_n^z)^2$ .

Классическая динамика вектора намагниченности описывается уравнениями Ландау — Лифшица (УЛЛ) [1,2], в рамках которых длина вектора намагниченности (узельного спина) сохраняется, и он может характеризоваться двумя переменными. Удобными являются  $z$ -проекция спина на «тяжелую» ось  $m_n = S_n^z$  и азимутальный угол спина  $\varphi_n = \arctg(S_n^y/S_n^x)$ , поскольку в терминах этих переменных УЛЛ приобретают гамильтонов вид, а  $\varphi_n$  и  $m_n$  играют роль канонически сопряженных координат и импульса для гамильтониана  $\mathcal{H}_0(m_n, \varphi_n)$ . Сам гамильтониан (1) в терминах этих переменных переписывается как

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 = -J \sum_{n,\delta} & \left[ \lambda m_n m_{n+\delta} + \sqrt{1-m_n^2} \times \right. \\ & \times \sqrt{1-m_{n+\delta}^2} \cos(\varphi_n - \varphi_{n+\delta}) \left. \right], \end{aligned} \quad (2)$$

а УЛЛ выглядят следующим образом:

$$\frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial m_n}, \quad \frac{dm_n}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial \varphi_n}. \quad (3)$$

В длинноволновом пределе решение УЛЛ с гамильтонианом (1) для статического магнитного вихря в бесконечной системе было получено в [16,17] (см. также [30–32]). В полярных координатах  $(r, \chi)$ , связанных с центром вихря, оно имеет вид

$$\varphi^0(\chi) = q\chi + C, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m^0(r) = p & \left[ 1 - a \left( \frac{r}{r_v} \right)^2 \right], \text{ при } r \rightarrow 0, \\ m^0(r) = pb & \sqrt{\frac{r_v}{r}} \exp \left( -\frac{r}{r_v} \right), \text{ при } r \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a$  и  $b$  — численные константы порядка единицы, а  $C$  — произвольная постоянная, наличие которой отражает непрерывное вырождение основного состояния по направлению спинов в легкой плоскости; параметр  $r_v = [\lambda/4(1-\lambda)]^{1/2}$  характеризует радиус вихря. Заметим, что даже для слабой анизотропии  $(1-\lambda)=0,1$ , при которой проводили основную массу численных симуляций,  $r_v=1,5$ , т.е. размер ядра вихря имеет порядок

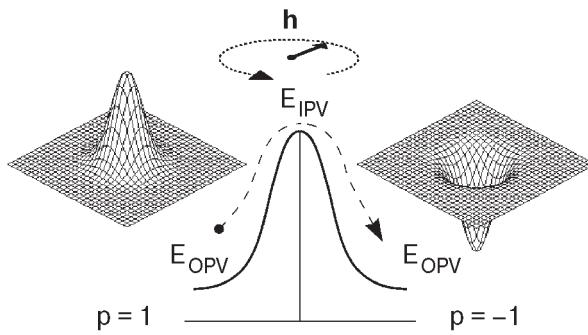


Рис. 2. Схема переворота вихря в циркулярном поле, как процесса преодоления энергетического барьера  $\Delta$ .

док величины межатомного расстояния ( $a_0 = 1$ ), и необходим учет дискретности системы в ядре вихря. Параметры  $q$  и  $p$  характеризуют топологическую структуру вихря:  $q = \pm 1, \pm 2 \dots$  — его топологический заряд ( $q > 0$  соответствуют вихрям,  $q < 0$  — антивихрям),  $p = \pm 1$  — поляризацию (значение  $m$  в центре вихря). Произведение этих двух характеристик задают так называемый гировектор  $\mathbf{G} = 2\pi q i_z$ , направленный перпендикулярно плоскости двумерного магнетика и определяющий динамику вихря. В длинноволновом пределе (при описании пространственного распределения намагниченности в рамках дифференциальных уравнений) оба параметра  $q$  и  $p$  являются топологическими инвариантами. В дискретной системе только топологический заряд  $q$  остается инвариантной величиной, а поляризация  $p$  перестает быть инвариантом. В [33] вычислена зависимость величины дискретного аналога гировектора (а значит и поляризации вихря) от параметра анизотропии  $\lambda$  и показано, что поляризация вихря обращается в нуль при критическом значении анизотропии  $\lambda = \lambda_c \approx 0,72$ . При большей величине анизотропии статический вихрь переходит в плоскую конфигурацию (ПВ) с нулевой  $z$ -компонентой намагниченности, не зависящей от параметра  $\lambda$  [32]. При длинноволновом описании плоский вихрь не существует, так как энергия его ядра расходится, в то время как

энергия внеплоскостного (ВВ) вихря (4), (5) остается конечной. В дискретной модели энергия ядра ПВ конечна, и он устойчив при  $\lambda < \lambda_c$ . При этом разность энергий ВВ и ПВ имеет порядок величины  $E_{OPV} - E_{IPV} = \Delta \sim \pi J \ln(a_0/r_v)$ , где  $a_0$  — межатомное расстояние. Из приведенной оценки видно, что при  $a_0 \sim r_v$  происходит переход вихря из одной конфигурации в другую. Отсюда же следует, что при малой анизотропии, когда устойчивым является внеплоскостной вихрь, в дискретной модели существует принципиальная возможность смены его поляризации: для этого необходимо преодолеть конечный энергетический барьер  $\Delta$  (см. рис. 2), что может произойти под влиянием температуры [28] или внешнего магнитного поля [27, 29].

В настоящей статье рассматривается динамика внеплоскостного вихря под влиянием циркулярного внешнего магнитного поля, приложенного в легкой плоскости  $\mathbf{h} = h(\cos \omega t, \sin \omega t, 0)$ , которое приводит к появлению в гамильтониане дополнительного слагаемого

$$\mathcal{H}_{int}(t) = -h \sum_n \sqrt{1 - m_n^2} \cos(\varphi_n - \omega t). \quad (6)$$

При этом УЛЛ (3) с учетом затухания в форме Гильберта [34] примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_n}{dt} &= \frac{\partial}{\partial m_n} (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int}(t)) - \frac{\gamma}{1 - m_n^2} \frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial \varphi_n}, \\ \frac{dm_n}{dt} &= -\frac{\partial}{\partial \varphi_n} (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int}(t)) - \gamma(1 - m_n^2) \frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial m_n}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\gamma$  — коэффициент затухания (считая внешнее поле и затухание малыми, мы в последних слагаемых учитываем лишь  $H_0$ ). Малость затухания  $\gamma$  должна определяться в сравнении с характерными временными масштабами рассматриваемых процессов.

Подставляя в (7) выражения для  $H_0$  и  $H_{int}(t)$ , получаем уравнения динамики в окончательном виде:

$$\frac{d\varphi_n}{dt} = \sum_{\delta} \left( \frac{m_{\perp\delta}}{m_{\perp n}} [m_n \cos(\varphi_n - \varphi_{n+\delta}) - \gamma \sin(\varphi_n - \varphi_{n+\delta})] - \lambda m_{n+\delta} \right) + h \frac{m_n}{m_{\perp n}} \cos(\varphi_n - \omega t), \quad (8)$$

$$\frac{dm_n}{dt} = \sum_{\delta} \left( -m_{\perp n} m_{\perp n+\delta} [\gamma m_n \cos(\varphi_n - \varphi_{n+\delta}) + \sin(\varphi_n - \varphi_{n+\delta})] + \gamma \lambda m_{\perp n}^2 m_{n+\delta} \right) - hm_{\perp n} \sin(\varphi_n - \omega t), \quad (9)$$

где введено обозначение  $m_{\perp n} \equiv \sqrt{1 - m_n^2}$  и полагается  $J = 1$ .

## 2. Численное моделирование и анализ переворота вихря в циркулярном поле

В [29] численно решали уравнения (8), (9) для двумерного легкоплоскостного ферромагнетика с квадратной решеткой (для которой критическое значение анизотропии ПВ–ВВ перехода  $\lambda_c \approx 0,72$ ). Вычисления проведены для области радиусом  $L = 24$  (постоянная решетки положена равной единице), содержащей  $\sim 1800$  спинов, при значении параметра анизотропии  $\lambda = 0,9$  и величине затухания  $\gamma = 2 \cdot 10^{-3}$ . Амплитуду внешнего поля выбирали в области  $h \leq 0,02$ , а его частоту в интервале  $|\omega| < 0,5$ . В качестве начального условия была принята конфигурация с внеплоскостным вихрем и различной поляризацией. Основные результаты численных расчетов, полученные в [29], сводятся к следующему: 1. Динамика переворота вихря и антивихря идентична, т.е. характер переворота не зависит от топологического заряда вихря. 2. Переворот происходит пороговым образом при превышении амплитудой поля определенного критического значения  $h_{\text{cr}}$ , зависящего от величины и знака частоты внешней накачки  $\omega$  (при фиксированной величине затухания  $\gamma$ ). 3. Зависимость  $h_{\text{cr}} = h_{\text{cr}}(\omega)$  является существенно немонотонной и носит резонансный характер. На рис. 3 представлена эта зависимость, взятая из [29]. На ней нами добавлена точка (отмеченная кружком), соответствующая значению  $\omega = -0,1$  и обсуждаемая в тексте [29]. 4. Процесс переворота вихря несимметричен относительно знака поляризации и направления вращения магнитного поля и существенно зависит от знака произведения  $r\omega$ . При  $r\omega < 0$  (например, в случае вихря с положительной поляризацией в поле, врачающимся по часовой стрелке) переворот происходит легко, и при  $\omega = -0,1$  критическое значение амплитуды поля  $h_{\text{cr}} \approx 0,0025$ . При вращении поля в противоположном направлении ( $\omega = 0,1$ ) критическое значение амплитуды циркулярного поля на порядок выше:  $h_{\text{cr}} \approx 0,02$ . 5. При  $r\omega < 0$  после переворота возникает устойчивая вихревая конфигурация с перевернутым вихрем, а при  $r\omega > 0$  после переворота структура ядра вихря полностью разрушается спиновыми волнами большой амплитуды. Последнее обстоятельство естественным образом следует из предыдущего результата: при  $r\omega < 0$  и слабом превышении полем порогового значения после переворота система попадает в допороговую область с  $r\omega > 0$ , а при  $r\omega > 0$  в исходном состоянии и превышении большого порогового значения поля после переворота система попадает в далекую запороговую область с  $r\omega < 0$ .

## 3. Сценарии переворота вихря

Естественно предложить следующий сценарий наблюдаемого процесса переворота вихря в циркулярном внешнем магнитном поле. На начальном этапе поле резонансным образом возбуждает одну или несколько собственных линейных мод системы. Затем происходит нелинейное нарастание амплитуды этих мод, приводящее к перевороту вихря. Однако для объяснения данных численного эксперимента этот механизм должен удовлетворять ряду условий. Во-первых, частоты соответствующих мод должны быть близки к наблюдаемым в эксперименте резонансным частотам. (На рис. 3 хорошо видны минимумы порога поглощения на частотах  $\omega = -0,05$ ,  $\omega = -0,06$  и  $\omega = -0,1$ ). Во-вторых, профиль этих нормальных мод должен иметь значительный максимум амплитуды в области локализации вихря, чтобы приводить, в основном, к его возбуждению, а не активации всей системы. Наконец, указанные моды должны обладать ярко выраженной асимметрией по отношению к знаку частоты, чтобы объяснить различие порога переворота вихря при изменении знака частоты внешней накачки в эксперименте.

В [29] авторы предположили, что смена полярности вихря в поле связана с возбуждением «мягкой» (самой низкочастотной) симметричной собственной моды системы. Этой моде соответствуют малые добавки к статическому вихревому решению  $(\phi, m)$  (4), (5) вида  $\phi(\mathbf{r}, t) - \phi^0(\chi) = v(\mathbf{r}, t)$ ,  $m(\mathbf{r}, t) - m^0(r) = \mu(\mathbf{r}, t)$ , где  $r$  – расстояние от центра вихря (когда вихрь находится в центре круглой области). При этом было показано, что динамика амплитуды этой моды описывается эффективным уравнением для ангармонического ос-

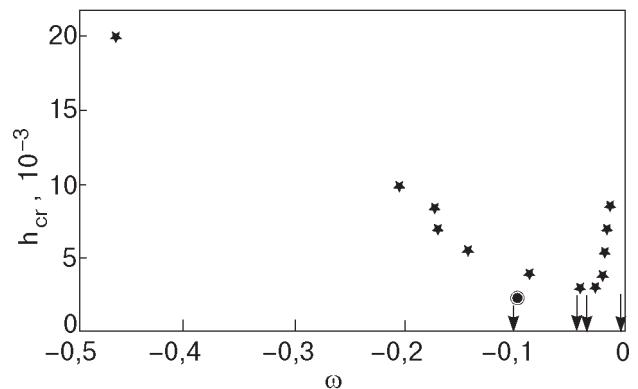


Рис. 3. Зависимость критической амплитуды внешнего поля от его частоты. Рисунок взят из [29]. На графике нами добавлена точка (отмеченная кружком) на частоте  $\omega = -0,1$ , обсуждавшаяся в тексте [29].

циллятора под действием прямой и параметрической накачки.

На наш взгляд предложенный авторами [29] сценарий обладает рядом недостатков. 1. Аналитическое рассмотрение проводилось для малоамплитудных вихрей, существующих при значениях параметра анизотропии  $\lambda$ , близких к критическому значению  $\lambda = \lambda_c \approx 0,72$ , в то время как численные эксперименты — при значении  $\lambda = 0,9$ , и частоты собственных мод при этих значениях  $\lambda$  существенно различаются. 2. Предложенный подход применим лишь при фиксированных граничных спинах системы (условиях Дирихле:  $m|_{r=L} = 0, \phi|_{r=L} = \chi$ ), в то время как в численных экспериментах переворот вихря наблюдали и при свободной границе ( $\partial\phi/\partial r|_{r=L} = \partial m/\partial r|_{r=L} = 0$ ). 3. В аналитическом подходе авторов переворот вихря мог осуществляться только при его расположении не в центре системы: воздействие внешнего поля было мало в меру параметра  $R/L$ , где  $R$  — расстояние между центром вихря и центром системы. 4. Как показано в [35], распределение поля намагниченности основной симметричной моды не локализовано вблизи вихря. Оно практически совпадает с распределением поля в отсутствие вихря и, более того, обращается в нуль в ядре вихря. Таким образом, эта мода скорее «раскачивает» всю магнитную систему, чем сам вихрь. 5. Наконец, полевые переменные в этой моде не зависят от азимутальной координаты, а потому ее свойства симметричны относительно знака частоты, и незначительная их асимметрия возникает в процессе накачки лишь за счет сдвига центра вихря из центра системы и слабого отклонения полной намагниченности вихря от «тяжелой» оси. Однако воспользовавшись результатами [29], легко показать, что отношение пороговых полей переворота вихря при одинаковых по величине, но противоположных по знаку частотах накачки в резонансной области имеет вид  $h_{cr}(\omega)/h_{cr}(-\omega) \approx (1 + \xi\omega)/(1 - \xi\omega)$ , где  $\xi \sim 1$ . Поскольку в рассмотренной системе радиуса  $L = 24$  при  $\lambda > \lambda_c$  частоты мягкой симметричной моды лежат в интервале  $0 \leq \Omega \leq 0,063$ , то с большой точностью  $h_{cr}(\omega)/h_{cr}(-\omega) \approx 1$ , в то время как в численном эксперименте это отношение было порядка 10.

Указанные несоответствия вызвали необходимость формулировки другого сценария изменения полярности вихря. Но, поскольку центральную роль в нем играют несколько собственных мод системы, остановимся вкратце на их классификации.

### 3.1. Классификация собственных мод системы с вихрем

Прежде всего рассмотрим вихрь, расположенный в центре круглой системы радиуса  $L$  ( $R = 0$ ). При этом собственные моды УЛЛ, линеаризованных по малым добавкам  $v(\mathbf{r}, t)$  и  $\mu(\mathbf{r}, t)$ ), будут иметь вид

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}, t) &= v_{lk}(r) \sin(k\chi - \Omega t), \\ \mu(\mathbf{r}, t) &= \mu_{lk}(r) \cos(k\chi - \Omega t). \end{aligned} \quad (10)$$

где номер  $l$  классифицирует радиальные функции по числу узлов. Зависимости  $v_{lk}(r)$  и  $\mu_{lk}(r)$ , а также соответствующие частотные зависимости  $\Omega = \Omega_{lk}(\lambda)$  подробно исследовали в работах [35–38] как для фиксированных, так и для свободных границ. На рис. 4 приведены (качественно) зависимости  $\Omega = \Omega_{lk}(\lambda)$  четырех низколежащих мод системы радиуса  $L = 24$  для случая свободных (рис. 4,а) и фиксированных (рис. 4,б) граничных условий. Видно, что при критическом значении анизотропии  $\lambda = \lambda_c$  происходит бифуркация мод с  $k \neq 0$ . (Приведены графики только для мод с  $k = 1$ , которые мы ниже будем называть «первыми азимутальными модами». Расщепление мод с большими значениями  $k$  существенно меньше). Симметричные моды с  $k = 0$  не расщепляются. Ниже для нас будет существенна классификация мод при малых значениях анизотропии ( $1 - \lambda \ll 1$ ). Важно, что в этой области зависимости  $\Omega = \Omega(\lambda)$  для мод в присутствии вихря практически совпадают с соответствующими зависимостями для собственных мод системы в отсутствие вихря. Более того, профили распределения полей  $v_{lk}(r; \lambda)$  и  $\mu_{lk}(r; \lambda)$  близки к таковым в системе без вихря в области внеихревого ядра и с большой точностью выражаются через бесселевы функции. Исключение составляют самые низкочастотные квазилокальные моды (1 на рис. 4), которые не имеют аналогов в идеальной системе и описывают гирокопическую прецессию вихря. Частоты этих мод аномально малы ( $\Omega_{(1)} \sim (L^2 - R^2)^{-1} \approx 0,0015$ ) и зависят от радиуса вращения вихря  $R$ . Частоты остальных мод лежат значительно выше ( $\Omega_{s>1} \sim L^{-1} \gg \Omega_{(1)}$ ), и существенно, что они практически не зависят от величины сдвига вихря из центра системы [37]. Поэтому для них можно воспользоваться результатами работы [35] для вихря в центре системы.

Как видно на рис. 4 симметричные моды (например,  $\Omega_{00}$  на рис. 4,б и  $\Omega_{10}$  на рис. 4,а) вырождены по знаку частоты, в то время как зависимости для азимутальных мод расщепляются. При этом надо иметь в виду, что разные ветви возни-

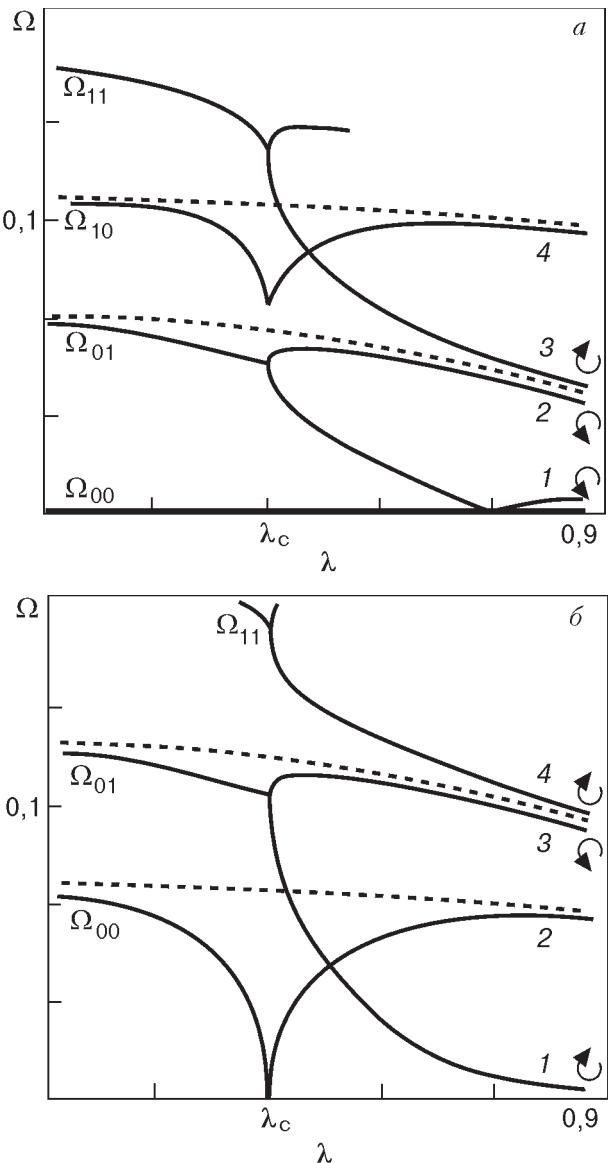


Рис. 4. Частотные зависимости собственных низкоколебающих магнонных мод системы размера  $L = 24$  с вихрем в центре [37]: при свободных граничных условиях (а) и фиксированной границе (б). Пунктирные линии показывают зависимости соответственных частот собственных мод системы без вихря.

кающих дублетов соответствуют вращению спиновых волн в различных направлениях (т.е. разным знакам частоты). В случае свободной границы вихрь вращается против часовой стрелки, как и волна в моде 2 (мода 3 вращается по часовой стрелке). В случае фиксированной границы вихрь вращается по часовой стрелке, как и мода 4, а в моде 3 волна вращается против часовой стрелки. Как указывалось выше, радиальный профиль симметричных мод практически совпадает с профилем этих мод в системе без вихря и стремится к нулю в ядре вихря, т.е. в области

$r \leq r_v$ . Форма азимутальных мод существенно изменяется при наличии вихря: она почти совпадает с профилем волновой функции в отсутствие вихря при  $r \sim L$ , но деформируется и имеет значительные максимумы (превышающие среднюю амплитуду моды) вблизи его ядра. Согласно результатам работ [35, 37, 38], приближенно совпадающими с оценочными данными для мод в отсутствие вихря, модули частот приведенных на рис. 4 мод при  $L = 24$  и  $\lambda = 0,9$  имеют следующие значения: для свободной границы  $\Omega_{(1)} \approx 0,0015$ ,  $\Omega_{(2)} \approx 0,044$ ,  $\Omega_{(3)} \approx 0,051$ ,  $\Omega_{(4)} \approx 0,1$  и для фиксированной границы  $\Omega_{(1)} \approx 0,0015$ ,  $\Omega_{(2)} \approx 0,063$ ,  $\Omega_{(3)} \approx \Omega_{(4)} \approx 0,1$ . Сравнивая эти данные с рис. 3, видим, что частоты мод 2, 3 и 4 для обоих типов граничных условий близки к минимумам численной зависимости критической амплитуды поля от частоты накачки.

Приведенные выше соображения указывают, что сценарий переворота вихрей под внешним воздействием должен быть гораздо более сложным, чем предложенный в работе [29], и включать учет возбуждения азимутальных мод. На первый взгляд это кажется странным, поскольку мы интересуемся изменением полярности вихря, т.е. изменением полной проекции намагниченности системы. В симметричных модах эта величина отлична от нуля и меняется со временем, а в азимутальных модах она равна нулю. Однако в условиях внешнего воздействия ситуация меняется.

### 3.2. Анализ воздействия циркулярного поля на симметричные и азимутальные моды

Для качественного описания явления ограничимся вначале длинноволновым рассмотрением и пре-небрежем затуханием в системе. При этом динамические уравнения (8), (9) примут следующий вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = m (4(1 - \lambda) - (\nabla \phi)^2) - \left( \frac{1}{m_\perp^2} - 1 + \lambda \right) \Delta \phi - \frac{m(\nabla m)^2}{m_\perp^4} + h \frac{m}{m_\perp} \cos(\phi - \omega t), \quad (11)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \nabla(m_\perp^2 \nabla \phi) - hm_\perp \sin(\phi - \omega t). \quad (12)$$

Рассмотрим вихрь, находящийся на малом расстоянии  $R \ll L$  от центра круглой системы радиуса  $L$ . Поскольку скорость гиротропного движения вихря в этом случае мала:  $V \approx R / L^2 \ll c = 2(1 - \lambda)^{1/2}$  (где  $c$  — скорость спиновых волн), то можно ограничиться приближением статического вихря. При этом гиротропное вращение

вихря с частотой  $\Omega \sim L^{-2}$  и изменение его формы (в частности, появление степенных добавок  $\delta m \sim V/R$  к решению (5)) учитывается при  $R \rightarrow 0$  наличием нижней азимутальной моды (1 на рис. 4, а и 4, б). В статическом вихре  $m$ -компонентам намагниченности отлична от нуля только в его ядре радиуса  $r_v$ . Во всей остальной области в уравнениях (11), (12) можно положить  $m(\mathbf{r}, t) \approx \mu(\mathbf{r}, t)$ . Для выполнения граничных условий для вихря, сдвинутого из центра, решение (4) в полярных координатах, связанных с центром вихря, должно быть модифицировано следующим образом:

$$\varphi_0 \approx \chi + \frac{Rr}{L^2} \sin \chi. \quad (13)$$

При качественном рассмотрении случая  $r \ll L$  можно ограничиться исследованием только области  $r \gg R$  и считать  $r$  и  $\chi$  полярными координатами, связанными с центром системы. Для введенных выше малых добавок  $\mu$  и  $v$  к статическому вихревому решению уравнения (11), (12) приближенно сводятся к следующему виду:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{r_v^2} \mu + hm \cos(\varphi_0 + v - \omega t), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = \Delta v - h \sin(\varphi_0 + v - \omega t), \quad (15)$$

с  $\varphi_0$ , определяемым формулой (13). (При выводе уравнений (14), (15) мы отбросили слагаемые  $\sim \Delta \mu$  и  $\sim \mu(\nabla \varphi_0)^2$ , малые по сравнению с основным слагаемым  $\mu/r_v^2$  в (14)). Уравнения (14), (15) дополняются граничными условиями  $v|_L = \mu|_L = 0$  на границе магнетика (при фиксированной границе).

Для качественного понимания различия разных сценариев воздействия на систему циркулярного поля рассмотрим динамику лишь двух спиновых мод — симметричной и азимутальной. В качестве симметричной выберем самую низкочастотную симметричную моду (2 на рис. 4, б). В отсутствие вихря и внешнего поля решение, соответствующее этой моде, имеет вид

$$v_{(2)}^{(0)} = AJ_0\left(\rho \frac{r}{L}\right) \sin \Omega_{(2)} t, \\ \mu_{(2)}^{(0)} = A\Omega_{(2)} r_v^2 J_0\left(\rho \frac{r}{L}\right) \cos \Omega_{(2)} t, \quad (16)$$

где  $J_0(z)$  — функция Бесселя,  $\Omega_{(2)} = \rho/r_v L$  и  $\rho \approx 2,4$  — наименьший корень уравнения  $J_0(z) = 0$ .

В качестве азимутальной выберем моду, которая в отсутствие вихря и накачки превращается в низкочастотную азимутальную моду с решением

$$v_{(3)}^{(0)} = BJ_1\left(\tilde{\rho} \frac{r}{L}\right) \sin \chi \sin \Omega_{(3)} t, \\ \mu_{(3)}^{(0)} = B\Omega_{(3)} r_v^2 J_1\left(\tilde{\rho} \frac{r}{L}\right) \sin \chi \cos \Omega_{(3)} t, \quad (17)$$

где  $\Omega_{(3)} = \tilde{\rho}/r_v L$  и  $\tilde{\rho} \approx 3,8$  — наименьший нетриальный корень уравнения  $J_1(z) = 0$ . Вообще говоря, выписанное решение соответствует стоячей волне. Рассматриваемая мода дважды вырождена, и двум различным решениям отвечают спиновые волны, врачающиеся в противоположных направлениях и имеющие зависимости от времени и угловой координаты вида  $\sin(\pm \chi + \Omega t)$ . В присутствии вихря эти два решения имеют слегка отличные частоты и разную (хотя и близкую) форму. С этим различием может быть связана асимметрия процесса переворота вихря в циркулярном поле. Тем не менее, интересуясь качественным влиянием азимутальных мод на изменение полярности вихря, мы не будем учитывать это обстоятельство и воспользуемся следующим анзацем для решения уравнений (14), (15):

$$v = v_{(2)}(r, t) + v_{(3)}(r, t) \sin \chi, \\ \mu = \mu_{(2)}(r, t) + \mu_{(3)}(r, t) \sin \chi, \quad (18)$$

где радиальные зависимости функций  $v_{(n)}$  и  $\mu_{(n)}$  близки к таковым в решениях (16), (17). Действительно, как показано в [35], профиль всех мод кроме моды 1 слабо отличается от профиля соответствующего решения в отсутствие вихря во всей области кроме вихревого ядра.

Здесь необходимо сделать следующее важное замечание. Фактически в настоящем разделе мы не учитываем  $z$ -компоненту вихревого решения и, рассматривая малые значения анизотропии, тем не менее, имеем дело с вихрем в плоскости. При этом асимметрия переворота вихря должна отсутствовать. Она может проявиться лишь при учете различия азимутальных мод 3 и 4 и учете самой низкочастотной моды 1, которая в отличие от всех вышеприведенных азимутальных мод единственная не входит в дублет пары близких мод. Тогда задача существенно усложняется, так как мы не можем воспользоваться анзацем (18) для «стоячих волн» и вынуждены рассматривать врачающиеся в разных направлениях спиновые волны. Но рассмотрение двух мод: 2 и (3, 4) позволяет наглядно на качественном уровне продемонстрировать процесс взаимодействия мод разной симметрии.

Подставив анзац (18) в уравнения (14), (15), проведя в них линеаризацию тригонометрических функций по малым  $v_{(n)}$  и проинтегрировав полученные громоздкие уравнения по угловой переменной  $\chi$ , получим следующую пару уравнений:

$$\frac{\partial v_{(2)}}{\partial t} = \frac{1}{r_v^2} \mu_{(2)} - \frac{hRr}{2L^2} \mu_{(2)} \cos \omega t + \frac{h}{2} \mu_{(3)} \sin \omega t, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_{(2)}}{\partial t} &= \Delta_r v_{(2)} + \frac{hRr}{2L^2} \sin \omega t + \\ &+ \frac{h}{2} v_{(2)} \frac{Rr}{L^2} \cos \omega t - \frac{h}{2} v_{(3)} \sin \omega t, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\Delta_r = \partial^2 / \partial r^2 + (1/r) \partial / \partial r$ . Видно, что эти уравнения не образуют полной системы, так как в них входят все 4 функции  $v_{(n)}$  и  $\mu_{(n)}$ . Недостающие два уравнения легко получить, если перед интегрированием уравнений (14), (15) по координате предварительно домножить их на  $\sin \chi$ . При этом получается следующая дополнительная пара уравнений:

$$\frac{\partial v_{(3)}}{\partial t} = \frac{1}{r_v^2} \mu_{(3)} + h\mu_{(2)} \sin \omega t - \frac{3hRr}{2L^2} \cos \omega t, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_{(3)}}{\partial t} &= \left( \Delta_r - \frac{1}{r_v^2} \right) v_{(3)} - \\ &- h \cos \omega t - h v_{(2)} \sin \omega t + \frac{3h}{2} v_{(3)} \frac{Rr}{L^2} \cos \omega t. \end{aligned} \quad (22)$$

Приближенно будем считать, что радиальная зависимость функций  $v_{(n)}$  и  $\mu_{(n)}$  остается такой же, что и у функций  $v_{(n)}^{(0)}$  и  $\mu_{(n)}^{(0)}$ . (При этом  $\Delta_r v_{(2)} = -r_v^2 \Omega_{(2)}^2 v_{(2)}$  и  $(\Delta_r - 1/r^2)v_{(3)} = -r_v^2 \Omega_{(3)}^2 v_{(3)}$ ). Положив  $v_{(2)} = \Phi_{(2)}(t) J_0(\rho r/L)/r_v^2 \Omega_{(2)}$ ,  $\mu_{(2)} = \mathcal{M}_{(2)}(t) J_0(\rho r/L)$ ,  $v_{(3)} = \Phi_{(3)}(t) J_1(\tilde{\rho} r/L)/r_v^2 \Omega_{(3)}$ ,  $\mu_{(3)} = \mathcal{M}_{(3)}(t) J_1(\tilde{\rho} r/L)$

и проинтегрировав уравнения (19)–(22) по  $r$  от 0 до  $L$ , получим следующую систему окончательных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{(2)}}{dt} - \Omega_{(2)} \mathcal{M}_{(2)} &= \\ = -h \frac{R}{L} a \Omega_{(2)} r_v^2 \mathcal{M}_{(2)} \cos \omega t + h b \Omega_{(2)} r_v^2 \mathcal{M}_{(3)} \sin \omega t, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_{(2)}}{dt} + \Omega_{(2)} \Phi_{(2)} &= h \frac{R}{L} a \frac{\Phi_{(2)}}{\Omega_{(2)} r_v^2} \cos \omega t - \\ - h b \frac{\Phi_{(3)}}{\Omega_{(3)} r_v^2} \sin \omega t + h \frac{R}{L} c \sin \omega t, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{(3)}}{dt} - \Omega_{(3)} \mathcal{M}_{(3)} &= -h \frac{R}{L} f \Omega_{(3)} r_v^2 \mathcal{M}_{(3)} \cos \omega t + \\ + h g \Omega_{(3)} r_v^2 \mathcal{M}_{(2)} \sin \omega t, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_{(3)}}{dt} + \Omega_{(3)} \Phi_{(3)} &= h \frac{R}{L} f \frac{\Phi_{(3)}}{\Omega_{(3)} r_v^2} \cos \omega t - \\ - h g \frac{\Phi_{(2)}}{\Omega_{(2)} r_v^2} \sin \omega t - h s \cos \omega t, \end{aligned} \quad (26)$$

где  $a \approx 0,25$ ,  $b \approx 0,42$ ,  $c \approx 0,77$ ,  $f \approx 0,88$ ,  $g \approx 1,2$ ,  $s \approx 2,79$ .

Обращает на себя внимание сложный характер возбуждения рассматриваемой системы. Имеется прямое возбуждение системы, описываемое последними слагаемыми в правых частях (24), (26), параметрическая накачка — первые слагаемые в правых частях всех уравнений, и сложное воздействие друг на друга различных мод — вторые слагаемые в правых частях. Кроме того, видна асимметрия прямого воздействия циркулярного поля на разные моды: оно велико для азимутальной моды и мало для симметричной моды в меру малого параметра  $R/L \ll 1$ .

### 3.3. Воздействие поля на симметричные моды

Как указывалось выше, в [29] предлагался простой сценарий воздействия циркулярного поля на вихрь, учитывающий лишь симметричную моду. Если положить в (23), (24)  $\mathcal{M}_{(3)} = \Phi_{(3)} = 0$  и ввести новые переменные  $\Phi = \Phi_{(2)}/\Omega_{(2)}$  и  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{(2)}/\Omega_{(2)}^2$ , то уравнения (23), (24) примут следующий вид:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Omega_{(2)}^2 \mathcal{M} - hB\mathcal{M} \cos \omega t, \quad (27)$$

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = -\Phi + hA_2\Phi \cos \omega t + hA_1 \sin \omega t, \quad (28)$$

где  $A_1 = (R/L)c/\Omega_{(2)}^2$ ,  $A_2 = (R/L)a/(\Omega_{(2)} r_v^2)$  и  $B = (R/L)a\Omega_{(2)}^2 r_v^2$ . Эти уравнения совпадают с выведенными авторами [29] в линейном пределе и при отсутствии затухания. К сожалению, в [29] не вычислены и даже не оценены величины параметров  $A_i$  и  $B$ . Нелинейный аналог уравнений (27), (28) при учете затухания был использован авторами [29] для пояснения эффекта асимметрии процесса переворота вихря по знаку частоты внешнего поля. Как было ими показано, вся асимметрия зависимости  $h_{\text{ср}} = h_{\text{ср}}(\omega)$  определяется лишь  $h_{\text{ср}} \sim |\omega/\Omega_{(2)} - B/A_1|^{-1}$ . Для оценки были взяты значения  $B = A_1$  и сделан неверный вывод о сильном различии величины  $h_{\text{ср}}$  при частотах, близких к резонансным  $\omega \approx \pm \Omega_{(2)}$ , и отли-

чающихся знаком (речь идет о вихре с фиксированным знаком поляризации). Однако, как видно из наших приближенных вычислений,  $B/A \approx 4L^{-4} \sim 10^{-3}$ . Таким образом, в действительности асимметрия по знаку частоты переворота вихря в предложенном в [29] сценарии отсутствует. Из (27), (28) также видно, что поскольку  $A_1, B \sim R/L$ , то все эффекты, связанные с внешним полем, малы и исчезают в пределе  $R \rightarrow 0$ . Между тем, при экспериментальном исследовании вихрей и смены их полярности в магнитных нанодотах, как правило, вихрь расположен в центре круглой системы [26,27]. Легко показать, что вследствие указанной малости в уравнении (24) второе слагаемое в правой части может быть отброшено, и система (27), (28) сводится к уравнению осциллятора при одновременном воздействии прямой и параметрической накачки:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \Omega_{(2)}^2 \left( 1 - h \frac{R}{L} \frac{a}{r_v^2 \Omega_{(2)}^2} \cos \omega t \right) \Phi = h \frac{R}{L} c \sin \omega t. \quad (29)$$

В этом уравнении амплитуды обоих типов возбуждения малы и приблизительно одинаковы  $hRa/La^2 \approx hRc/L = \varepsilon \ll 1$ . Видно, что на частотах  $\omega = \pm \Omega_{(2)}$  имеются прямые резонансы, решения для которых легко находятся в виде разложения по степеням параметра  $\varepsilon$ :

$$\Phi \approx \frac{\varepsilon \sin \omega t}{(\Omega_{(2)}^2 - \omega^2)} + O(\varepsilon^3).$$

При этом возникают дополнительные более слабые резонансы на частотах  $\Omega_{(2)}/2 (\sim \varepsilon^2)$ ,  $\Omega_{(2)}/3 (\sim \varepsilon^3)$  и т.д. На частотах  $\omega = \pm 2\Omega_{(2)}$  возникают параметрические резонансы, и соответствующие решения также строятся в виде разложений по степеням  $\varepsilon$ . Области экспоненциального нарастания амплитуды, как обычно, ограничены прямыми линиями  $\omega \approx 2\Omega_{(2)} \pm 0,03hR$ . При этом видно, что картина резонансного возбуждения системы (как прямого, так и параметрического) абсолютно симметрична по отношению к замене знака частоты.

#### 3.4. Учет азимутальных мод

Мы предлагаем иной сценарий воздействия поля на систему, учитывающий возбуждение азимутальных мод. Из (23)–(26) видно, что в этом случае циркулярное поле оказывает влияние на вихрь даже в случае его расположения в центре системы. При этом слагаемые, пропорциональные малому параметру  $R/L \sim \varepsilon$ , в основном прибли-

жении могут быть отброшены, и мы приходим к упрощенной системе уравнений

$$\frac{d\Phi_{(2)}}{dt} - \Omega_{(2)} \mathcal{M}_{(2)} = hb \Omega_{(2)} r_v^2 \mathcal{M}_{(3)} \sin \omega t, \quad (30)$$

$$\frac{d\mathcal{M}_{(2)}}{dt} + \Omega_{(2)} \Phi_{(2)} = -hb \frac{\Phi_{(3)}}{\Omega_{(3)} r_v^2} \sin \omega t, \quad (31)$$

$$\frac{d\Phi_{(3)}}{dt} - \Omega_{(3)} \mathcal{M}_{(3)} = hg \Omega_{(3)} r_v^2 \mathcal{M}_{(2)} \sin \omega t, \quad (32)$$

$$\frac{d\mathcal{M}_{(3)}}{dt} + \Omega_{(3)} \Phi_{(3)} = -hg \frac{\Phi_{(2)}}{\Omega_{(2)} r_v^2} \sin \omega t - hs \cos \omega t. \quad (33)$$

Видно, что в данном случае прямая накачка воздействует лишь на азимутальную моду, а на симметричную моду поле воздействует опосредованно — также через азимутальную моду. Как и в предыдущем случае, воспользовавшись малостью параметра  $L^2$ , систему уравнений (30)–(36) можно существенно упростить, сведя к двум уравнениям второго порядка:

$$\frac{d^2\Phi_{(2)}}{dt^2} + \Omega_{(2)}^2 \Phi_{(2)} = -h \frac{b}{r_v^2} \frac{\Omega_{(2)}}{\Omega_{(3)}} \Phi_{(3)} \sin \omega t, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi_{(3)}}{dt^2} + \Omega_{(3)}^2 \Phi_{(3)} &= \\ &= -h \frac{g}{r_v^2} \frac{\Omega_{(3)}}{\Omega_{(2)}} \Phi_{(2)} \sin \omega t - hs \Omega_{(3)} \cos \omega t. \end{aligned} \quad (35)$$

Мы пришли к необычной системе, описывающей два осциллятора, связанные через внешнее поле. При этом существенное различие симметричной 2 и азимутальной 3 мод заключается в том, что прямое резонансное воздействие происходит только на азимутальную моду. На частоте этой азимутальной моды имеется обычный резонанс с  $\Phi_{(3)} = -hs \Omega_{(3)} \cos \omega t / (\Omega_{(3)}^2 - \omega^2) \sim hL$ , симметричный по отношению к изменению знака частоты. Он сопровождается резонансом на половинной частоте симметричной моды

$$\Phi_{(2)} = \frac{2h^2 sb \Omega_{(2)} \sin 2\omega t}{r_v^2 (\Omega_{(2)}^2 - 4\omega) (4\Omega_{(3)}^2 - \Omega_{(2)}^2)} \sim h^2 L^3$$

и последовательностью резонансов на более низких частотах.

Параметрические резонансы в этой системе достаточно необычны. Основные резонансы ( $\sim h$ ) наблюдаются на комбинированных частотах  $\omega = \pm (\Omega_{(3)} + \Omega_{(2)})$ , и область экспоненциального

нарастания амплитуды решений ограничена линиями

$$\omega \approx \Omega_{(3)} + \Omega_{(2)} \pm \frac{h}{2r_v^2} \frac{\sqrt{gb}}{\sqrt{\Omega_{(2)}\Omega_{(3)}}}. \quad (36)$$

При этом каждый из двух обобщенных осцилляторов колеблется примерно со своей собственной частотой

$$\Omega_{(2,3)}(h) = \Omega_{(2,3)} \pm \frac{h}{4r_v^2} \frac{\sqrt{gb}}{\sqrt{\Omega_{(2)}\Omega_{(3)}}}. \quad (37)$$

Кроме этих резонансов существуют и более слабые ( $\sim h^2$ ) параметрические резонансы обычного типа на удвоенных собственных частотах системы  $2\Omega_{(2)}$  и  $2\Omega_{(3)}$ . В них оба обобщенных осциллятора колеблются на общей частоте ( $\Omega_{(2)}$  или  $\Omega_{(3)}$ ). Область экспоненциального нарастания амплитуды ограничена параболами

$$\omega \approx 2\Omega_{(i)} \pm h^2 \frac{gb}{4r_v^2} \frac{1}{\Omega_{(i)}} \frac{1}{(\Omega_{(3)}^2 - \Omega_{(2)}^2)}, \quad (38)$$

где  $i = 2,3$ , т.е. в отличие от предыдущего случая (при учете только симметричной моды), где  $\omega - 2\Omega_{(2)} \sim hR$ , теперь ширина областей этого резонанса имеет порядок величины  $\omega - 2\Omega_{(i)} \sim \sim h^2 L^3$ . Она становится квадратичной по амplitude внешнего поля, но увеличивается с ростом размера системы.

Как видим, учет воздействия системы на азимутальные моды в корне меняет картину воздействия внешнего поля на спиновую систему в присутствии вихря и абсолютно необходим при решении задачи о перевороте вихря в циркулярном поле. Однако для объяснения асимметрии этого процесса при изменении направления вращения поля (или поляризации вихря) необходимо учитывать наличие отличной от нуля проекции намагниченности и асимметрию свойств азимутальных мод относительно направления вращения спиновых волн. Эта задача существенно сложнее. Поэтому мы рассмотрим ее в полном объеме в следующей статье на примере малого спинового пластика, моделирующего магнитный дот в вихревой конфигурации.

Авторы выражают благодарность Ю. Б. Гайдею и А. М. Косевичу за стимулирующие дискуссии и полезные комментарии. Выражаем также благодарность программе INTAS, при частичной поддержке которой в рамках гранта INTAS № 99-0167 была выполнена эта работа.

Материалы настоящей статьи были частично представлены на конференции «Nonlinear Lattice Structure and Dynamics», Дрезден, 2001.

1. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
2. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
3. A. J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **90**, 191 (1991).
4. L. J. de Jong and A. R. Miedema, *Adv. Phys.* **23**, 2 (1974).
5. H. R. Boesch, U. Schmocker, F. Waldner, K. Emerson, and J. E. Drumheller, *Phys. Lett.* **36**, 461 (1971).
6. H. Hagen, H. Reimann, U. Schmocker, and F. Waldner, *Physica* **B36–38**, 461 (1971).
7. F. Waldner, *J. Magn. Mag. Mater.* **31–34**, 1203 (1983).
8. F. Waldner, *J. Magn. Mag. Mater.* **54–57**, 837 (1986).
9. А. А. Степанов, М. И. Кобец, В. А. Пащенко, *ФНТ* **20**, 267 (1994).
10. H. Yamazaki and M. Mino, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **94**, 400 (1989).
11. А. И. Звягин, В. Н. Криворучко, В. А. Пащенко, А. А. Степанов, Д. А. Яблонский, *ЖЭТФ* **92**, 311 (1987).
12. M. Pomerantz, *Surf. Sci.* **142**, 556 (1984).
13. D. I. Head, B. H. Blott, and D. Melville, *J. Phys. C8*, 1649 (1988).
14. А. С. Ковалев, А. М. Косевич, К. В. Маслов, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 321 (1979).
15. N. R. Cooper, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4554 (1998); **82**, 1554 (1999).
16. А. М. Косевич, В. П. Воронов, И. В. Манжос, *ЖЭТФ* **84**, 148 (1983).
17. А. В. Никифоров, Э. Б. Сонин, *ЖЭТФ* **83**, 642 (1983).
18. F. G. Mertens and A. R. Bishop, *Nonlinear Sciences at the dawn of the 21st century. Lecture Notes in Physics*, P. L. Christiansen, M. P. Soerensen, and A. C. Scott (eds.), Springer, Berlin (2000), p.1.
19. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **61**, 1144 (1971).
20. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys. C6*, 1181 (1973).
21. D. G. Wiesker, H. Zabel, and S. M. Shapiro, *Z. Phys.* **B93**, 277 (1994).
22. G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*, University Press, Cambridge (1967).
23. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч.2, Наука, Москва (1978).
24. M. Soskin and M. Vasnetsov, *Photonics Science News* **4**, 21 (2000).
25. I. L. Bogolubsky, *Phys. Lett.* **A126**, 511 (1988).

26. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, M. E. Welland, and D. M. Tricker, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999); R. P. Cowburn, *J. Phys. D* **33**, R1 (2000).
27. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto, and T. Ono, *Science* **289**, 930 (2000); *ICR Ann. Rep.* **7**, 16 (2000).
28. Yu. Gaididei, T. Kampeter, F. G. Mertens, and A. R. Bishop, *Phys. Rev. B* **59**, 7010 (1999).
29. Yu. Gaididei, T. Kampeter, F. G. Mertens, and A. R. Bishop, *Phys. Rev. B* **61**, 9449 (2000).
30. S. Nikami and T. Tsunedo, *Prog. Theor. Phys.* **63**, 387 (1980).
31. S. Takeno and S. Homma, *Prog. Theor. Phys.* **65**, 172 (1980).
32. M. E. Gouvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *Phys. Rev. B* **39**, 11840 (1989).
33. G. M. Wysin, *Phys. Rev. B* **54**, 15156 (1996).
34. S. Iida, *J. Phys. Chem. Solids*, **24**, 625 (1963).
35. B. A. Ivanov, H. J. Schnitzer, F. G. Mertens, and G. M. Wysin, *Phys. Rev. B* **58**, 8464 (1998).
36. G. M. Wysin and A. R. Volkel, *Phys. Rev. B* **52**, 7412 (1995).
37. H. J. Schnitzer, *Zur Dynamik Kollektiver Anregungen in Hamiltonschen Systemen*, Ph. D. Thesis, Bayreuth, University of Bayreuth (1996).
38. F. G. Mertens, H. J. Schnitzer, and A. R. Bishop, *Phys. Rev. B* **56**, 2510 (1997).

The mechanism of vortex switching in magnetic nanodots under circular magnetic field.

I. The resonance action of the field on the nanodot eigenmodes

A. S. Kovalev and J. E. Prilepsky

The resonance activation of eigenmodes for a finite 2D easy-plane ferromagnet is considered to treat theoretically by the vortex switching in magnetic nanodots due to the action of external circular magnetic field. It is shown analytically that if the anisotropy is weak, i.e. the vortex has a nonzero polarity (total magnetization along the  $z$ -axis), the process of the field action has a complicated nature. The circular field acts in a resonance way upon azimuthal system eigenmodes, in which magnetization depends on the azimuthal coordinate (as a direct resonance at the eigenfrequencies of these modes). The interaction of the azimuthal and symmetric modes (in which the magnetization does not depend on the azimuthal coordinate) via the applied field gives rise to complex parametric resonance at multifrequencies. The results obtained are compared with the data of previous numerical calculations.