Физика низких температур, 2002, т. 28, № 11, с. 1227–1229

Краткие сообщения

Магнитоупругие волны в многоподрешеточных системах

И. Р. Кызыргулов, М. Х. Харрасов

Башкирский государственный университет, ул. Фрунзе, 32, г. Уфа, 450074, Россия
E-mail: kizirgulovir@ic.bashedu.ru

Статья поступила в редакцию 25 марта 2002 г., после переработки 27 мая 2002 г.

Рассмотрены связанные магнитоупругие волны в антиферромагнитных кристаллах с 2^n-подрешеточной магнитной подсистемой (n = 0, 1, 2, ...). Найдена явная зависимость параметров взаимодействия подсистем от феноменологических постоянных. Получено дисперсионное уравнение, определяющее собственные частоты связанных магнитоупругих волн.

Розглянуто зв'язані магнітопружні хвилі в антиферомагнітних кристалах з 2^n-підгратковою магнітною підсистемою (n = 0, 1, 2, ...). Знайдено явну залежність параметрів взаємодії підсистем від феноменологічних сталих. Одержано дисперсійне рівняння, яке визначає власні частоти пов'язаних магнітопружних хвиль.

PACS: 75.50.Ee

Практически все магнитоупорядоченные кристаллы содержат несколько атомов в элементарной ячейке, т.е. являются многоподрешеточными. В качестве примера можно привести редкоземельные ортоферриты, содержащие восемь магнитных подрешеток, редкоземельные ферриты-гранаты — 32 подрешетки, популярный антиферромагнетик $CuCl_2{\cdot}2H_2O$ — четыре подрешетки и многие другие [1,2]. При этом микроскопическая теория магнетика, содержащего в элементарной ячейке более чем два магнитных атома, технически чрезвычайно сложна. Значительные трудности вызывает даже определение спектра элементарных возбуждений такого магнетика, не говоря уже об анализе нелинейных процессов. Эти обстоятельства делают актуальной разработку методов, позволяющих находить спектр спиновых волн для многоподрешеточных систем.

В настоящее время существует развитая теория спин-фононного взаимодействия в магнитоупорядоченных кристаллах [3–5]. Однако максимальное количество рассматриваемых спиновых подрешеток не превышало четырех [6–8]. В данной работе рассмотрены связанные магнитоупругие волны в антиферромагнитных кристаллах с 2^n-подрешеточной магнитной подсистемой (n = 0, 1, 2, ...).

Будем исходить из гамильтониана, в котором учтена энергия магнитной и упругой частей многоподрешеточной системы и энергия их взаимодействия:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_M + \mathcal{H}_U + \mathcal{H}_{MU}, \qquad (1)$$

$$\mathcal{H}_M = \frac{1}{2}\int d\mathbf{x}\,[\chi^{\alpha\beta}_{jm} M^{\alpha}_{j} M^{\beta}_{m} + \alpha^{\alpha\beta}_{ijmn} \frac{\partial M^{\alpha}_{i}}{\partial x_j}\frac{\partial M^{\beta}_{m}}{\partial x_n} - -2\sum_{\alpha}(\mathbf{H}_0, \mathbf{M}^{\alpha})], \qquad (2)$$

$$\mathcal{H}_U = \frac{1}{2}\int d\mathbf{x}(\rho\dot{u}^2 + \Lambda_{ijmn} u_{ij} u_{mn}), \qquad (3)$$

$$\mathcal{H}_{MU} = \int d\mathbf{x}\,\lambda^{\alpha\beta}_{ijmn} M^{\alpha}_{i} M^{\beta}_{j} u_{mn}, \qquad (4)$$

где $\chi^{\alpha\beta}_{jm} = I^{\alpha\beta}_{jm} + \beta^{\alpha\beta}_{jm}$, $I^{\alpha\beta}_{jm}$ — тензор однородного обменного взаимодействия; $\beta^{\alpha\beta}_{jm}$ — тензор анизотропии; $\alpha^{\alpha\beta}_{ijmn}$ — тензор неоднородного обменного взаимодействия; Λ_{ijmn} — тензор упругих постоянных; $\lambda^{\alpha\beta}_{ijmn}$ — тензор магнитострикции; u_{mn} — тензор деформации; $\mathbf{M}^{\alpha}$ — намагниченность подрешеток; $\alpha, \beta = 1, \ldots, 2^n$; $i, j, m, n = x, y, z$.

Запишем гамильтониан (1) в представлении приближенного вторичного квантования [9]. Намагниченности подрешеток $\mathbf{M}^{\alpha}$ можно выразить через операторы Гольштейна–Примакова [10]. Тогда энергия магнитной подсистемы будет иметь вид

$$\mathcal{H}_M = \sum_{k\gamma} \varepsilon^M_{k\gamma} c^+_{k\gamma} c_{k\gamma}, \qquad (5)$$

где $\varepsilon^M_{k\gamma} = [C^2_\gamma - D^2_\gamma]^{1/2}$ — энергия спиновых волн;

$$C_\gamma = \sum_{\beta=1}^{2^n} a[\gamma,\beta] A^{1\beta}_k, \;\; D_\gamma = \sum_{\beta=1}^{2^n} a[\gamma,\beta] B^{1\beta}_k, \qquad (6)$$

$$A^{\alpha\beta}_k = \mu M_0 [(\chi^{\alpha\beta}_{jm} e^{\alpha*}_{\perp j} + \alpha^{\alpha\beta}_{ijmn} k_j k_n e^{\alpha*}_{\perp i})\, e^{\beta}_{\perp m} -$$

$$- \delta^{\alpha\beta} (\sum_{\beta jm} \chi^{\alpha\beta}_{jm} e^{\alpha}_{3j} e^{\beta}_{3m} + \frac{1}{\mathbf{M}_0} (\mathbf{H}_0, \mathbf{e}^{\alpha}_3))],$$

$$B^{\alpha\beta}_k = \mu M_0\, [\chi^{\alpha\beta}_{jm} e^{\alpha*}_{\perp j} + \alpha^{\alpha\beta}_{ijmn} k_j k_n e^{\alpha*}_{\perp i}]\;\; e^{\beta*}_{\perp m}.$$

Величина $a[\gamma,\beta]$, зависящая от γ и β, определяет знак перед $A^{1\beta}_k$ и $B^{1\beta}_k$, т.е. принимает значение 1 или −1. Для определения $a[\gamma,\beta]$ нужно воспользоваться таблицей.

Исследуем упругую подсистему (3). Путем квантования упругих деформаций найдем спектр упругих волн:

$$\mathcal{H}_U = \sum_{ks} \varepsilon^U_{ks} b^+_{ks} b_{ks}. \qquad (7)$$

При переходе к операторам вторичного квантования $c_{k\gamma}$, b_{ks} энергия взаимодействия магнитной и упругой подсистем (4) примет вид

$$\mathcal{H}_{MU} = \sum_{ks\gamma} \Psi^{MU}_{k\gamma s} c_{k\gamma} [b_{-ks} - b^+_{ks}] + \text{э. с.}; \qquad (8)$$

$$\Psi^{MU}_{k\gamma s} = i \sum_{\beta,\alpha} \sqrt{\frac{8\mu M_0^3}{\rho \varepsilon^U_{ks}}} \lambda^{\alpha\beta}_{ijmn} e^{\alpha}_{3i} Q^{\beta\gamma}_{jk} e^{s}_{km} k_n; \qquad (9)$$

$$Q^{\beta\gamma}_{jk} = e^{\beta}_{\perp j} u_{k\beta\gamma} + e^{\beta*}_{\perp j} v_{k\beta\gamma}.$$

Преобразования показали, что в рассматриваемом приближении со звуковыми волнами взаимодействуют только спиновые волны первой и второй ветвей, соответствующие операторам c_{k1} и c_{k2}.

Тогда гамильтониан антиферромагнетика (1) будет иметь вид

$$\mathcal{H} = \sum_{k\gamma} \varepsilon^{\mathbf{M}}_{\kappa\gamma} c^+_{k\gamma} c_{k\gamma} + \sum_{ks} \varepsilon^U_{ks} b^+_{ks} b_{ks} +$$

$$+ [\sum_{\substack{ks,\gamma' \\ \gamma'=1,2}} \Psi_{k\gamma' s} c_{k\gamma'} (b_{-ks} - b^+_{ks}) + \text{э. с.}]. \qquad (10)$$

Квадратичный по операторам $c_{k\gamma}$ и b_{ks} гамильтониан антиферромгнетика (10) можно привести к диагональному виду с помощью канонического преобразования Боголюбова, если перейти к операторам, представляющим собой суперпозицию операторов $c_{k\gamma}$ и b_{ks}. При этом получим следующее дисперсионное уравнение, которое определяет частоты связанных магнитоупругих колебаний:

$$\prod_{\gamma,s} (\varepsilon^{M^2}_{k\gamma} - \omega^2)(\varepsilon^{U^2}_{ks} - \omega^2) - 4\sum_s \varepsilon^M_{k1}\, \varepsilon^U_{ks} \left|\Psi^{MU}_{k1s}\right|^2 (\varepsilon^{M^2}_{k2} - \omega^2) \prod_{s'\neq s} (\varepsilon^{U^2}_{ks'} - \omega^2) -$$

$$- 4\sum_s \varepsilon^M_{k2} \varepsilon^U_{ks} \left|\Psi^{MU}_{k2s}\right|^2 (\varepsilon^{M^2}_{k1} - \omega^2) \prod_{s'\neq s} (\varepsilon^{U^2}_{ks'} - \omega^2) = 0. \qquad (11)$$

Таблица

Схема вычисления $\alpha[\gamma,\beta]$ в зависимости от количества подрешеток

1 подрешетка $n = 0;\ \gamma,\beta = 1$	2 подрешетки $n = 1;\ \gamma,\beta = 1, 2$	4 подрешетки $n = 2;\ \gamma,\beta = 1, 2, 3, 4$	8 подрешеток $n = 3;\ \gamma,\beta = 1, \ldots, 8$	…	2^n подрешеток $\gamma,\beta = 1, \ldots, 2^n$
$A := 1$	$B := \begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$	$C := \begin{pmatrix} B & B \\ B & -B \end{pmatrix}$	$D := \begin{pmatrix} C & C \\ C & -C \end{pmatrix}$	…	$\{N+1\} := \begin{pmatrix} \{N\} & \{N\} \\ \{N\} & -\{N\} \end{pmatrix}$
$a[\gamma,\beta]$: A	$a[\gamma,\beta]$: B	$a[\gamma,\beta]$: C	$a[\gamma,\beta]$: D		$a[\gamma,\beta]$: $\{N+1\}$

Таким образом, в работе найден спектр спиновых волн для многоподрешеточного антиферромагнетика, определен параметр связи спиновых и упругих волн, в общем виде получено дисперсионное уравнение, определяющее спектр связанных магнитоупругих волн.

1. Е. А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Наука, Москва (1963).
2. Дж. Смарт, *Эффективное поле в теории магнетизма*, Наука, Москва (1968).
3. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
4. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
5. М. А. Савченко, *ФТТ* **6**, 864 (1964).
6. Ю. Г. Пашкевич, В. Г. Соболев, В. В. Шахов, *ФНТ* **12**, 962 (1986).
7. В. Н. Криворучко, А. А. Степанов, Д. А. Яблонский, *ФНТ* **12**, 725 (1986).
8. А. У. Абдуллин, М. А. Савченко, М. Х. Харрасов, *ДАН* **342**, 753 (1995).
9. С. В. Тябликов, *Методы квантовой теории магнетизма*, Наука, Москва (1965).
10. T. Holstein and H. Primakoff, *Phys. Rev.* **58**, 1098 (1940).

Magnetoelastic waves in multisublattice systems

I. R. Kizirgulov and M. Kh. Kharrasov

A general consideration of the coupled magnetoelastic waves for antiferromagnetic crystals with 2^n-sublattice magnet subsystems (n = 0, 1, 2 , ...) is presented. An obvious dependence of the subsystem interaction parameters on phenomenological constants is determined. A dispersion equation is derived, which defines the proper frequencies of the coupled magnetoelastic waves.