Физика низких температур, 2001, т. 27, № 5, с. 519–522

Фермижидкостные циклотронные моды в квазидвумерных проводниках

О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: vpeschansky@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 11 декабря 2000 г.

Получен спектр собственных колебаний, распространяющихся вдоль направления внешнего постоянного магнитного поля, в проводниках с резко анизотропным законом дисперсии носителей заряда с учетом их фермижидкостного взаимодействия.

Одержано спектр власних коливань, що поширюються у напрямку зовнішнього постійного магнітного поля, в провідниках з анізотропним законом дисперсії носіїв заряду з урахуванням їх фермірідинної взаємодії.

PACS: 71.10.Ay

В ферми-жидкости электронов проводимости могут распространяться слабозатухающие волны, отсутствующие в газе носителей заряда. Их исследование позволяет детально изучить корреляционные эффекты в электронной подсистеме проводящей среды [1–4]. Однако в металлах экспериментальное наблюдение фермижидкостных волн затруднено в связи с тем, что их спектр находится вблизи плазменной частоты $\omega_p = (4\pi Ne^2/m)^{1/2}$, которая весьма велика из-за высокой плотности носителей заряда N (e — заряд электрона; m — характерная эффективная масса электронов проводимости).

В последнее время синтезирован большой класс органических соединений со слоистой структурой, обладающих металлическим типом проводимости. Для таких проводников плазменная частота немного меньше, чем для обычных металлов, а специфика квазидвумерного электронного энергетического спектра приводит к появлению своеобразных собственных фермижидкостных мод, которые, по-видимому, нетрудно изучать экспериментально [5].

Рассмотрим распространение волн вдоль нормали к слоям органического проводника, помещенного во внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$, с учетом корреляционных эффектов в электронной системе. В слоистом проводнике энергия носителей заряда ε слабо зависит от проекции их квазиимпульса $\mathbf{p}$ на нормаль к слоям (ось z) и может быть представлена в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n(p_x\,, p_y) \cos\frac{anp_z}{\hbar}\,, \qquad (1)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка; a — расстояние между слоями. Коэффициенты при косинусах в выражении (1) быстро убывают с номером n, так что максимальное значение $\varepsilon_1(p_x\,, p_y)$ на поверхности Ферми ($\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_F$) равно $\eta\varepsilon_F$, где параметр квазидвумерности электронного спектра η много меньше единицы.

Электромагнитное поле в проводнике найдем с помощью уравнений Максвелла

$$\begin{gathered} \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\,, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\,, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}\,, \end{gathered} \qquad (2)$$

дополненных материальным уравнением среды.

Для того чтобы найти связь между плотностью тока $\mathbf{j}$ и электрическим полем $\mathbf{E}$, необходимо решить кинетическое уравнение для неравновесной добавки $-\psi(\partial f_0/\partial\varepsilon)$ к фермиевской функции распределения носителей заряда f_0. Функция ψ удовлетворяет уравнению, которое в линейном приближении по слабому электрическому полю монохроматической волны $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$ и в приближении времени релаксации τ для интеграла столкновений принимает следующий вид:

$$-i\omega\psi + \left(\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{1}{\tau} + \frac{\partial}{\partial t_H}\right)\Phi = e\mathbf{v}\mathbf{E}\ , \qquad (3)$$

где $\mathbf{v}$ — скорость электрона; $\partial/\partial t_H = e/c[\mathbf{v}\mathbf{H}]\partial/\partial\mathbf{p}$; c — скорость света, а функции Φ и ψ связаны между собой интегральным соотношением [6,7]

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma) = \psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma) -$$

$$-\sum_{\sigma'}\int \frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}', \sigma')L(\mathbf{p}, \sigma; \mathbf{p}', \sigma')\ , \quad (4)$$

где

$$L(\mathbf{p}, \sigma; \mathbf{p}', \sigma') = L_0(\mathbf{p}, \sigma; \mathbf{p}', \sigma') + \hat{\sigma}\hat{\sigma}'L_1(\mathbf{p}, \sigma; \mathbf{p}', \sigma') \qquad (5)$$

— корреляционная функция Ландау—Силина; $\hat{\sigma}$ — матрица Паули.

Решение кинетического уравнения (3) совместно с интегральным соотношением (4) позволяет найти плотность электрического тока:

$$\mathbf{j} = -\int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}e\mathbf{v}\Phi\ . \qquad (6)$$

В дальнейшем ограничимся первым слагаемым в выражении (5). Учет второго слагаемого приводит к появлению спиновых волн, предсказанных Силиным [8] и обнаруженных экспериментально [9]. Однако в квазидвумерных проводниках колебания спиновой плотности достаточно трудно наблюдать, поскольку при низких температурах в них более ярко проявляется эффект де Гааза-ван Альфена и амплитуда осцилляций намагниченности $\mathbf{M}$, связанная с этим эффектом, значительно превышает парамагнитную часть $\mathbf{M}$.

Будем полагать, что поверхность проводника $z = 0$ зеркально отражает носители заряда, а их закон дисперсии ради краткости вычислений представим в виде

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} - \eta v_0\frac{\hbar}{a}\cos\frac{ap_z}{\hbar}\ , \qquad (7)$$

где $v_0^2 = 2\varepsilon_F/m$.

Если внешнее магнитное поле H_0 приложено вдоль нормали к слоям, то из уравнения движения зарядов следует

$$v_x = v_\perp\cos\varphi\ ;\quad v_y = -v_\perp\sin\varphi\ ;\quad v_z = \eta v_0\cos\theta\ ;$$

$$v_\perp^2 = v_0^2 + 2\eta v_0\frac{\hbar}{ma}\cos\theta\ . \qquad (8)$$

Здесь $\theta = p_z a/\hbar$; $\varphi = \Omega t_H$, циклотронная частота $\Omega = eH_0/mc$.

В слоистых проводниках взаимодействие между электронами, принадлежащими разным слоям, значительно меньше, чем между электронами в одном слое, и корреляционная функция, так же как и энергия квазидвумерных электронов, слабо зависит от p_z. Уместно предположить, что корреляционная функция пропорциональна произведению скоростей электронов $\mathbf{v}\mathbf{v}'$. Тогда в случае закона дисперсии (7) в основном приближении по малому параметру η ее можно представить формулой

$$L_0 = \Lambda\cos(\varphi - \varphi')\ . \qquad (9)$$

Это позволяет существенно упростить интегральное уравнение (5) и записать его в виде

$$\Phi(\theta, \varphi) =$$

$$= \psi(\theta, \varphi) + \frac{\tilde{\Lambda}}{(2\pi)^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta'\int_{-\pi}^{\pi}d\varphi'\psi(\theta', \varphi')\cos(\varphi - \varphi')\ , \qquad (10)$$

где $\tilde{\Lambda} = m\Lambda/2\pi\hbar^2 a$.

Используемая модель фермижидкостного взаимодействия предполагает, что функции ψ и Φ следует представить в виде суммы двух гармоник:

$$\psi(\theta, \varphi) = \psi^+(\theta)\,e^{i\varphi} + \psi^-(\theta)\,e^{-i\varphi}\ . \qquad (11)$$

С помощью уравнения (10) легко получить следующее соотношение:

$$\psi^\pm = \Phi^\pm - \lambda\overline{\Phi^\pm}\ . \qquad (12)$$

Здесь

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\Phi(\theta)\ ,\quad \lambda = \frac{\tilde{\Lambda}}{1 + \tilde{\Lambda}}\ .$$

Продолжим электрическое поле четным образом на область отрицательных z и воспользуемся представлением Фурье:

$$\Phi^{\pm}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi^{\pm}(k)dk\exp(ikz)\ . \qquad (13)$$

Исключив из кинетического уравнения с помощью формулы (12) ψ и приравняв коэффициенты при $e^{i\varphi}$ и $e^{-i\varphi}$, легко получим два алгебраических уравнения

$$\Phi^{\pm}(k)\ (-i\tilde{\omega}+ikv_z\pm i\Omega)\ \Phi^{\pm}(k)=$$

$$=\frac{ev_{\perp}}{2}E^{\pm}(k)-i\omega\lambda\overline{\Phi^{\pm}(k)}\ , \qquad (14)$$

связывающих функции $\Phi^{\pm}$ с циркулярно-поляризованными фурье-компонентами электрического поля $E^{\pm}(k)=E_x(k)\pm iE_y(k)$. Здесь $\tilde{\omega}=\omega+i/\tau$.

Из уравнения (14) находим

$$\Phi^{\pm}=\frac{ie}{2\tilde{\omega}}R^{\pm}E^{\pm}\left(v_{\perp}+\lambda\omega\frac{\overline{v_{\perp}R^{\pm}}}{\tilde{\omega}-\omega\lambda\overline{R^{\pm}}}\right), \qquad (15)$$

где

$$R^{\pm}=\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}-kv_z\mp\Omega}.$$

Для циркулярно-поляризованных компонент тока $j^{\pm}(k)=j_x(k)\pm ij_y(k)$, как видно из формул (6) и (8), справедливо следующее выражение:

$$j^{\pm}(k)=\frac{em}{\pi\hbar^2 a}\overline{v_{\perp}\Phi^{\pm}(k)}\ . \qquad (16)$$

Подставив его в уравнения Максвелла в представлении Фурье, получим два уравнения, описывающих две циклотронные волны разной поляризации:

$$\left\{k^2c^2-\omega^2+\frac{e^2m\omega}{\hbar^2 a\tilde{\omega}}\left(\overline{v_{\perp}^2R^{\pm}}+\frac{\lambda\omega(\overline{v_{\perp}R^{\pm}})^2}{\tilde{\omega}-\lambda\overline{R^{\pm}}}\right)\right\}E^{\pm}(k)=$$

$$=-2E'^{\pm}(0)\ . \qquad (17)$$

Нетрудно вычислить явный вид входящих сюда выражений:

$$\overline{R^{\pm}}=\frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{(\tilde{\omega}\mp\Omega)^2-(\eta kv_0)^2}},$$
$$\overline{v_{\perp}R^{\pm}}=v_0\overline{R^{\pm}}\ ,\quad \overline{v_{\perp}^2R^{\pm}}\approx v_0^2\overline{R^{\pm}} \qquad (18)$$

и, подставив их в формулу (17), в основном приближении по малому параметру η получить окончательно уравнения для электрического поля в проводнике:

$$\left\{k^2c^2-\omega^2\left(1+\frac{\omega_p^2}{-\omega\sqrt{(\tilde{\omega}\mp\Omega)^2-(\eta kv_0)^2}+\omega^2\lambda}\right)\right\}E^{\pm}=$$

$$=-2E'^{\pm}(0)\ . \qquad (19)$$

Спектр собственных мод получим с помощью дисперсионного соотношения

$$k^2c^2-\omega^2\left(1+\frac{\omega_p^2}{-\omega\sqrt{(\tilde{\omega}\mp\Omega)^2-(\eta kv_0)^2}+\omega^2\lambda}\right)=0\ . \qquad (20)$$

Если выполнено условие

$$(\omega\mp\Omega)^2-(\lambda\omega)^2<(\eta kv_0)^2<(\omega\mp\Omega)^2\ , \qquad (21)$$

то в области частот, более низких, чем плазменная, в бесстолкновительном пределе ($\tau=\infty$) существуют вещественные решения для k, отсутствующие в газовом приближении. Они описывают циклотронные моды, обусловленные корреляционными эффектами в проводнике. Закон дисперсии этих возбуждений имеет вид

$$\omega^{\pm}=\frac{\sqrt{(\eta kv_0)^2-[(\eta kv_0)^2-\Omega^2](\lambda-\omega_p^2/k^2c^2)^2}\pm\Omega}{1-(\lambda-\omega_p^2/k^2c^2)^2}\ ,$$
$$\Omega<|\eta kv_0|\ . \qquad (22)$$

Фермижидкостные циклотронные моды существуют при $k>k_{\min}=\omega_p/c\sqrt{\lambda}$, при этом $\omega_{\min}=\omega_0/\sqrt{\lambda}\pm\Omega$, где $\omega_0=\omega_p\eta v_0/c$. Наличие двух волн связано с тем, что магнитное поле снимает вырождение спектра колебаний электромагнитного поля.

Зависимость ω/ω_0 от $k/k_{\min}$ показана на рис. 1.

Глубину проникновения фермижидкостных циклотронных волн в проводник можно определить, измерив поверхностный импеданс Z, связывающий поле на поверхности образца с величиной полного тока

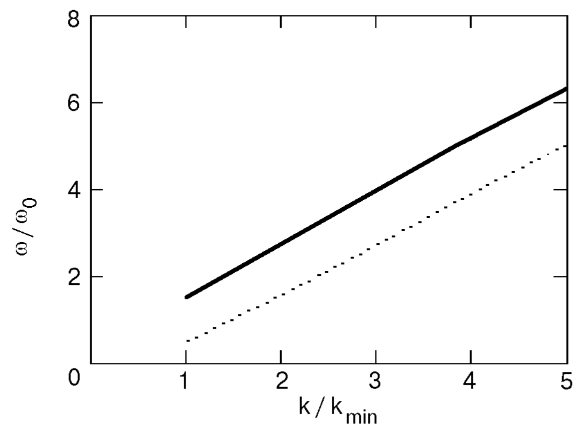

Рис. 1. Закон дисперсии для коллективной моды с электрическим полем E^+ (сплошная линия) и коллективной моды с электрическим полем E^- ($\cdot\cdot\cdot$); $\lambda = 0{,}5$.

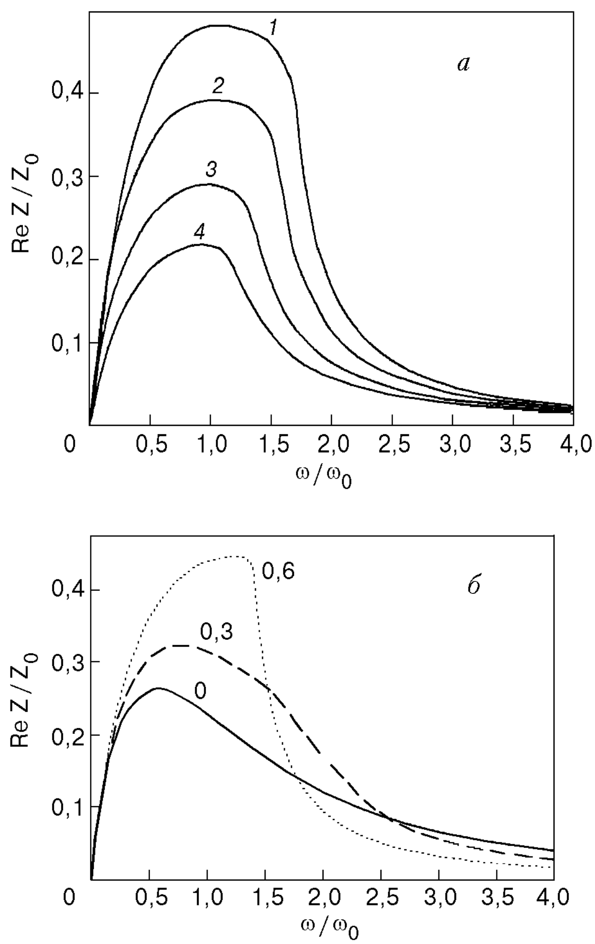

Рис. 2. Частотные зависимости отношения $\mathrm{Re}\,Z/Z_0$. Возбуждение коллективных мод с электрическим полем E^+ (кривые *1, 2*) и полем E^- (кривые *3, 4*) при различных значениях магнитного поля: $\Omega/\omega_0 = 0{,}25$ (кривые *1, 4*), $\Omega/\omega_0 = 0{,}1$ (кривые *2, 3*), $\lambda = 0{,}5$ (*а*); возбуждение моды с электрическим полем E^+ при различных значениях параметра ферми-жидкостного взаимодействия λ, $\Omega/\omega_0 = 0{,}1$ (*б*).

$$Z^{\pm} = -\frac{4\pi i\omega}{c^2}\frac{E^{\pm}(0)}{E'^{\pm}(0)}\,. \qquad (23)$$

С помощью формулы (20) получим

$$Z^{\pm} = -\,4\pi i\omega \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk \times$$

$$\times \left(k^2c^2 + \frac{\omega\omega_p^2}{\sqrt{(\tilde{\omega} \mp \Omega)^2 - (\eta k v_0)^2} - \omega\lambda} \right)^{-1}. \qquad (24)$$

На рис. 2 представлены частотные зависимости $\mathrm{Re}\,Z^{\pm}/Z_0$, $Z_0 = 8\eta v_0/c^2$.

Нетрудно убедиться, что при произвольном квазидвумерном законе дисперсии носителей заряда спектр собственных мод в магнитном поле имеет примерно такой же вид, как и полученный нами для случая, когда зависимость энергии электронов от их квазиимпульса описывается соотношением (7). Если закон дисперсии носителей заряда существенно анизотропен в плоскости слоев, то две фермижидкостные моды существуют и в отсутствие магнитного поля. В этом случае внешнее магнитное поле лишь смещает окно прозрачности проводника для электромагнитных волн, что позволяет легко обнаружить фермижидкостные моды и тем самым изучить корреляционные эффекты в электронной ферми-жидкости.

1. В. П. Силин, *УФН* **93**, 185 (1967).
2. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
3. А. С. Кондратьев, А. Е. Кучма, *Электронная жидкость нормальных металлов*, Изд-во ЛГУ, Ленинград (1980).
4. Д. Г. Ломинадзе, *Циклотронные волны в плазме*, Мецниереба, Тбилиси (1975).
5. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, *ФНТ* **25**, 43 (1999).
6. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956).
7. В. П. Силин *ЖЭТФ* **33**, 495 (1957).
8. В. П. Силин *ЖЭТФ* **35**, 1243 (1958).
9. S. Schultz and G. Dunifer, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 283 (1967).

Fermi-liquid cyclotrone modes in quasi-two-dimensional conductors

O. V. Kirichenko and V. G. Peschansky

The spectrum of normal vibrations propagating along external magnetic field in conductors with a sharply anisotropic electron dispersion law is obtained with regard to the fermi-liquid interaction of charge carriers.