

Влияние отрицательного биквадратичного взаимодействия на фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн легкоплоскостного ферромагнетика

Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, Б. Л. Эйнгорн

*Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского
ул. Ялтинская, 4, г. Симферополь, 95007, Украина
E-mail: MAN@expl.cris.crimea.ua*

Статья поступила в редакцию 7 ноября 2000 г., после переработки 25 декабря 2000 г.

Исследованы спектры связанных магнитоупругих волн легкоплоскостного ферромагнетика с отрицательным биквадратичным взаимодействием. Показано, что в рассматриваемом случае существенно уменьшается область существования квадрупольной фазы по сравнению со случаем положительного биквадратичного взаимодействия. Построена фазовая диаграмма анализируемой системы.

Досліджено спектри пов'язаних магнітопружних хвиль легкоплоскостного ферромагнетика з негативною биквадратичною взаємодією. Показано, що в розглянутому випадку суттєво зменшується область існування квадрупольної фази у порівнянні з випадком позитивної биквадратичної взаємодії. Побудовано фазову діаграму аналізованої системи.

PACS: 75.10.-b, 75.30.Kz

Введение

В настоящее время большой интерес вызывает исследование магнетиков с взаимодействием между магнитными ионами более сложным, нежели гейзенберговский обмен [1–4]. Изучение характеристик спектра возбуждений таких магнетиков при изменении внешнего магнитного поля интересно в практическом отношении. Важность такого исследования определяется существованием ряда синглетных магнетиков [4–6], которые при $H = 0$ могут находиться в немагнитном состоянии (так называемых квадрупольных (КУ) фазах), а при наложении достаточно большого внешнего магнитного поля переходят в магнитную фазу.

В работах [1–3] показано, что учет биквадратичного взаимодействия приводит к ряду чисто квантовых эффектов, в частности к формированию в системе фаз с тензорным параметром порядка — КУ фаз. Механизм формирования этих фаз зависит от соотношения между константами гейзенберговского и биквадратичного обменов [2]. В [1–3] исследовались системы с положительной константой биквадратичного взаимодействия K_0 . Учет отрицательного биквадратичного взаимодей-

ствия ($K_0 < 0$) даже в изотропных системах приводит к качественно новым результатам [7,8].

В связи с этим представляет интерес исследовать динамические свойства и фазовые состояния сильно анизотропных негейзенберговских ферромагнетиков с $K_0 < 0$. Кроме того, при исследовании такой системы учтено также влияние магнитоупругого (МУ) взаимодействия. Учет этого, в общем-то, слабого взаимодействия обусловлен тем, что в окрестности ориентационных фазовых переходов (ОФП) влияние МУ связи на динамические свойства системы становится определяющим (см., например, [9]).

Дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн

Исследуем хорошо изученную модель негейзенберговского ферромагнетика с одноионной анизотропией (ОА) типа «легкая плоскость», находящегося во внешнем магнитном поле, перпендикулярном базисной плоскости (XOY) [2]. Однако в отличие от [2], рассмотрим случай, когда константа биквадратичного обмена отрицательна.

Такая ситуация реализуется, например, в $DyVO_4$ [7,8]. Кроме того, учтем МУ взаимодействие, поскольку, как отмечалось выше, это взаимодейст-

вие становится существенным в окрестности ОФП.

Гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -H \sum_n S_n^z - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[J(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K(n-n') (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 \right] + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \nu \sum_{n,i,j} S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \int dr \left[\frac{\lambda + \eta}{2} \sum_i u_{ii}^2 + \eta \sum_{i,j} u_{ij}^2 + \lambda \sum_{i \neq j} u_{ii} u_{jj} \right], \quad (1)$$

где S_n^i — спиновый оператор в узле n ; $J(n-n') > 0$, $K(n-n') < 0$ — константы гейзенберговского и биквадратичного взаимодействий; $\beta > 0$ — константа ОА; ν — константа МУ связи; λ, η — упругие модули; $u_{ij} = \frac{1}{2} [\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i]$ — симметричная часть компонент тензора упругих деформаций.

Первые три слагаемых в (1) описывают магнитную подсистему, четвертое — МУ связь, а последнее — упругую энергию системы, записанную нами для простоты в континуальном виде. Далее будем предполагать, что спин магнитного иона $S = 1$.

Учет ОА и МУ взаимодействия, как уже отмечалось, приводит к ряду интересных чисто квантовых эффектов. Адекватным математическим аппаратом, позволяющим точно учесть как эффекты

ОА, так и МУ взаимодействия, является техника операторов Хаббарда [10]. Эти операторы строятся на базисе собственных функций одноионного гамильтониана и связаны со спиновыми операторами следующим образом:

$$S_n^+ = \sqrt{2} \left[\sin \theta (X_n^{01} - X_n^{-10}) + \cos \theta (X_n^{0-1} + X_n^{10}) \right]; \\ S_n^z = \cos 2\theta (X_n^{11} - X_n^{-1-1}) - \sin 2\theta (X_n^{1-1} + X_n^{-11}), \\ S_n^- = (S_n^+)^+ \quad (2)$$

Здесь $X_n^{M'M} = |\Psi_n(M')\rangle \langle \Psi_n(M)|$ — операторы Хаббарда, описывающие переход магнитного иона из состояния M' в состояние M (для $S = 1$ M принимает значения $-1, 0, 1$); $\theta = \theta_1 + \theta_2$;

$$\cos \theta_1 = \left[\frac{\sqrt{H^2 + (B_2^0)^2} + H}{2 \sqrt{H^2 + (B_2^0)^2}} \right]^{1/2}; \quad \cos \theta_2 = \frac{\nu/2 (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \cos 2\theta_1}{\sqrt{\chi(\chi/2 - H \cos 2\theta_1 + B_2^0 \sin 2\theta_1 + \nu/2 (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \sin 2\theta_1)}}; \\ H = H + \left(J_0 + \frac{|K_0|}{2} \right) \langle S^z \rangle; \quad B_2^0 = -\frac{|K_0|}{2} q_2^0; \quad B_2^0 = -\frac{\beta + |K_0| q_2^0}{6}; \quad q_2^0 = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - 2; \\ q_2^0 = \frac{\langle (S^+)^2 \rangle + \langle (S^-)^2 \rangle}{2}; \quad \chi^2 = 4H^2 + [2B_2^0 - \nu (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})]^2.$$

Величины q_2^p ($p = 0, 2$) связаны с дополнительным (по отношению к среднему полю) полем, определяемым квадрупольным моментом; $u_{ij}^{(0)}$ — спонтанные деформации, которые определяются из минимума плотности свободной энергии и в случае низких температур ($T \ll T_C$, T_C — температура Кюри) имеют вид

$$u_{xx}^{(0)} = \frac{\nu}{2\eta(\eta + 3\lambda)} \left[\lambda - \eta + \frac{B_2^0}{\chi_0} (\eta + 3\lambda) \right];$$

$$u_{yy}^{(0)} = \frac{\nu}{2\eta(\eta + 3\lambda)} \left[\lambda - \eta - \frac{B_2^0}{\chi_0} (\eta + 3\lambda) \right]; \quad (3)$$

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{\nu(\lambda + \eta)}{\eta(\eta + 3\lambda)}; \quad u_{ij}^{(0)} = 0, \quad i \neq j, \quad \chi_0 = \chi_{\nu=0}.$$

Энергетические уровни магнитного иона в данном случае имеют вид

$$E_{1,-1} = -3B_2^0 + \frac{v}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) \mp \frac{\chi}{2}, \quad (4)$$

$$E_0 = v (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}).$$

Представляя компоненты тензора деформаций в виде $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$, где $u_{ij}^{(1)}$ — динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания кристаллической решетки, и квантуя ее стандартным образом, получаем гамильтониан трансформаций, описывающий процессы трансформации магненов в фононы и обратно:

$$\mathcal{H}_{\text{tr}} = \sum_n \left(\sum_M P_M X_n^{MM} + \sum_{\alpha} P_{\alpha} X_n^{\alpha(MM)} \right),$$

где

$$P_{M(\alpha)} = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda),$$

$b_{k,\lambda}, b_{k,\lambda}^+$ — операторы уничтожения (рождения) λ -поляризованных фононов; $T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda)$ — амплитуды трансформаций, $\alpha = \alpha(M', M)$ — корневые векторы.

Для получения уравнения на функцию Грина, полюса которой определяют спектры элементарных возбуждений

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = - \langle T \tilde{X}_n^{\alpha}(\tau) \tilde{X}_{n'}^{-\alpha'}(\tau') \rangle,$$

необходимо записать обменную часть гамильтониана (1) в терминах операторов Хаббарда.

Дальнейшие вычисления будем проводить в приближении среднего поля, поэтому нам понадобится лишь «поперечная» часть обменного гамильтониана, которая имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^{\perp} = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{nn' \\ \alpha\beta}} [\mathbf{c}(\alpha), A_{nn'}, \mathbf{c}(\beta)] X_n^{\alpha} X_{n'}^{\beta},$$

Здесь $\mathbf{c}(\alpha)$ — восьмимерный вектор, компоненты которого равны

$$\mathbf{c}(\alpha) = \left\{ \gamma_1^{\parallel}(\alpha), \gamma_1^{\perp}(\alpha), \gamma_1^{*\perp}(-\alpha), \gamma_2^{\parallel}(\alpha), \gamma_2^{\perp}(\alpha), \gamma_2^{*\perp}(-\alpha), \gamma_3^{\perp}(\alpha), \gamma_3^{*\perp}(-\alpha) \right\}.$$

Функции $\gamma_i^{(\perp)}(\alpha)$ определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда (2), а матрица $A_{nn'}$ размерностью 8×8 распадается на прямую сумму матриц

$$A_{nn'} = A_{nn'}^{(3)} \oplus A_{nn'}^{(5)},$$

$$A_{nn'}^{(3)} = \left\{ J(n-n') + \frac{1}{2} |K(n-n')| \right\} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{nn'}^{(5)} = -\frac{1}{2} |K(n-n')| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Включение биквадратичного взаимодействия формально свелось к увеличению размерности векторов $\mathbf{c}(\alpha)$ и матрицы $A_{nn'}$ по сравнению со случаем гейзенберговской модели.

Дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн (в приближении среднего поля) имеет вид

$$\det \left\| \delta_{ij} + G_0^{\alpha} b(\alpha) a_{ik}(\alpha) A_{kj} + \Phi(k, \lambda, \lambda') T^{-\alpha}(k, \lambda) G_0^{\alpha} b(\alpha) T^{\beta}(-k, \lambda') G_0^{\beta} b(\beta) a_{ik}(\alpha, \beta) A_{kj} \right\| = 0, \quad (5)$$

где G_0^{α} — нулевая функция Грина; $b(\alpha) = \langle \alpha \mathbf{X} \rangle$ — концевые множители; $\Phi(k, \lambda, \lambda') = \frac{D_{\lambda}(k, \omega)}{1 - Q_{\lambda\lambda'} D_{\lambda'}(k, \omega)}$, $D_{\lambda}(k, \omega)$ — функция Грина невзаимодействующего фонона,

$$Q_{\lambda\lambda'} = T^{\alpha}(-k, \lambda) G_0^{\alpha} b(\alpha) T^{-\alpha}(k, \lambda'); \quad a_{ik}(\alpha, \beta) = c_{ir}(\alpha) c_{rk}(-\beta); \quad a_{ik}(\alpha) = a_{ik}(\alpha, \alpha).$$

Уравнение (5) описывает спектры связанных магнитоупругих волн при произвольных значениях констант ОА и произвольных температурах (вплоть до критических).

Фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн

Исследуем спектры связанных МУ волн в низкотемпературном интервале ($T \ll T_C$). При этом рассматривается сильно анизотропный ферромагнетик, т.е. $\beta \gg J_0, |K_0|$.

Проанализируем уравнение (5) в случае, когда волновой вектор $\mathbf{k} \parallel OY$. В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются e_t^x, e_t^z, e_l^y , а дисперсионное уравнение (5) «распадается» на два уравнения, определяющих спектры «продольных» и «поперечных» колебаний соответственно

$$\begin{vmatrix} 1 + x_{11} & x_{15} & x_{16} \\ x_{51} & 1 + x_{55} & x_{56} \\ x_{61} & x_{65} & 1 + x_{66} \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

$$\begin{vmatrix} 1 + x_{22} & x_{23} & x_{27} & x_{28} \\ x_{32} & 1 + x_{33} & x_{37} & x_{38} \\ x_{72} & x_{73} & 1 + x_{77} & x_{78} \\ x_{82} & x_{83} & x_{87} & 1 + x_{88} \end{vmatrix} = 0, \quad (7)$$

где $x_{ij} = G_0^{\alpha b}(\alpha) a_{ik}(\alpha) A_{kj} + \Phi(k, \lambda, \lambda') T^{-\alpha}(k, \lambda) \times G_0^{\alpha b}(\alpha) T^{\beta}(-k, \lambda') G_0^{\beta b}(\beta) a_{ik}(\alpha, \beta) A_{kj}$.

Предположим, что поле $H > H_{c1}$, при этом в системе реализуется ферромагнитная (ФМ) фаза. Параметры порядка в этой фазе имеют следующий вид:

$$\langle S^z \rangle = 1, q_2^0 = 1, q_2^2 = 0 \quad (\cos \theta = 1).$$

В этом случае нижайшим энергетическим уровнем, соответствующим основному состоянию, является уровень E_1 .

Анализ уравнений (6), (7) показывает, что высокочастотная магنونная ветвь с упругой подсистемой не взаимодействует. Однако низкочастотные квазимагноны активно взаимодействуют с t -поляризованными квазифононами. Спектры этих возбуждений определяются уравнением (7) и имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp}(k) &= \alpha k^2 + H - \frac{\beta}{2} + a_0, \\ \omega^2(k) &= \omega_t^2(k) \frac{\alpha k^2 + H - \beta/2}{\alpha k^2 + H - \beta/2 + a_0}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\alpha = J_0 R_0^2$, R_0 — радиус гейзенберговского взаимодействия; $a_0 = v^2/2\eta$ — параметр МУ вза-

имодействия; $\omega_t(k) = c_t k$ — спектр t -поляризованного невзаимодействующего фонона.

Из формул (8) следует, что в длинноволновом пределе ($\alpha k^2 \ll a_0$) при $H = H_{c1} = \beta/2$ t -поляризованная квазифононная ветвь размягчается, а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель $\varepsilon_{\perp}(0) = a_0$.

При $H = H_{c1}$ система испытывает ФП из ФМ в квадрупольно-ферромагнитную (КФМ) фазу [2,3]. Как видно, влияние биквадратичного взаимодействия при этом ФП не проявляется. Поведение системы определяется в большей степени ОА и магнитным полем.

В интервале полей $0 \leq H \leq H_{c2}$ в системе реализуется КУ фаза. Это обусловлено влиянием большой ОА, что приводит к инверсии энергетических уровней при $H < H_{c2}$. В этом интервале полей нижайшим энергетическим уровнем является E_0 , и параметры порядка системы в этой фазе равны

$$\langle S^z \rangle = 0, q_2^0 = -2, q_2^2 = 0.$$

Уравнение (7) определяет спектр связанных МУ волн, который в длинноволновом пределе ($\mathbf{k} \rightarrow 0$) распадается на спектр квазимагнонов и квазифононов:

$$\varepsilon_{\perp}(k) =$$

$$= \left\{ (\beta - 2a_0) \left[ak^2 + \frac{\beta}{4} - \left(|K_0| + J_0 + \frac{a_0}{2} \right) \right] \right\}^{1/2} - H, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \omega^2(k) &= \omega_t^2(k) \left[(\beta - 2|K_0| - 2J_0) \alpha k^2 + \left(\frac{\beta}{2} - |K_0| - J_0 \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - (|K_0| + J_0)^2 - 2a_0(\beta - 3|K_0| - 3J_0) \right] \times \\ &\quad \times \left[(\beta - 2|K_0| - 2J_0) \alpha k^2 + \left(\frac{\beta}{2} - |K_0| - J_0 \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - (|K_0| + J_0)^2 - 2a_0 \left(\frac{\beta}{2} - |K_0| - J_0 \right) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что

$$H_{c2} = \sqrt{\beta[\beta/4 - (|K_0| + J_0)] - 2a_0[\beta - 3(|K_0| + J_0)]}$$

— поле ориентационного ФП из КУ фазы в КФМ. При $H = H_{c2}$ в длинноволновом пределе

спектр t -поляризованных квазифононов размягчается:

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\alpha k^2}{a_0 [1 - 2(|K_0| + J_0)/\beta]}, \quad (11)$$

а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель:

$$\varepsilon_{\perp}(0) = a_0 \left(1 - 4 \frac{|K_0| + J_0}{\beta} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Из выражения для H_{c2} следует, что КУ фаза в рассматриваемой нами системе может возникнуть лишь при следующих значениях константы ОА: $\beta_{c2}/2 = \beta/2 \geq 2(|K_0| + J_0 + a_0/2)$. Влияние отрицательного биквадратичного взаимодействия на формирование КУ фазы показано на фазовой диаграмме исследуемой нами системы (рис. 1). Как следует из выражения для H_{c2} , область существования КУ фазы существенно сужается по сравнению со случаем $K_0 > 0$, рассмотренным в [2]. Кроме того, увеличивается и критическое значение ОА (по сравнению со случаем $K_0 > 0$ [2]), начиная с которого может реализоваться КУ фаза: $\beta_{c1}/2 = \beta/2 \geq 2(J_0 - K_0 - a_0)$. Этот факт отражен на рис. 1, где штрих-пунктирная линия соответствует случаю $K_0 > 0$ [2]. Величина МУ щели (12) в случае отрицательного биквадратичного взаимодействия уменьшается по сравнению со случаем $K_0 > 0$, для которого, как показано в [2], $\varepsilon_{\perp}(0) = a_0 [1 - 4(J_0 - K_0)/\beta]^{1/2}$. Полученные нами результаты индифферентны относительно доминирования того или иного вида обменного взаимодействия. В отличие от ситуации, изучаемой в [2], исследованная нами система не «чувствует» различия между $|K_0| > J_0$ и $|K_0| < J_0$.

Такое поведение системы при переходе КУ–КФМ фаза можно пояснить следующим образом. Положительное обменное взаимодействие приво-

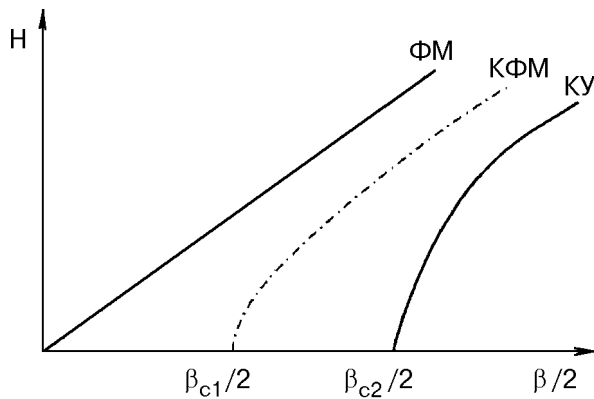


Рис. 1. Фазовая диаграмма легкоплоскостного ферромагнетика с отрицательным биквадратичным взаимодействием.

дит к возникновению упорядочения магнитных моментов, подобного антиферромагнитному. Направление спина магнитного иона равновероятно в любую сторону [1]. Таким образом, наряду с конкуренцией магнитного поля и квадрупольного поля большой ОА имеет место и конкуренция между гейзенберговским и биквадратичным обменными взаимодействиями, индуцирующими противоположные механизмы упорядочения.

В рассматриваемом нами случае отрицательный биквадратичный обмен «усиливает» влияние гейзенберговского взаимодействия, что проявляется в уменьшении области существования КУ фазы и в поведении других параметров системы по сравнению со случаем $K_0 > 0$ [2].

1. Э. Л. Нагаев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
2. Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман, *ФТТ* **34**, 66 (1992).
3. В. В. Вальков, Г. Н. Мацулева, С. Г. Овчинников, *ФТТ* **31**, 60 (1989).
4. H. H. Chen, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1383 (1971).
5. R. Aleonaro and P. Morin, *Phys. Rev.* **B19**, 3869 (1979).
6. P. Morin, L. Rouchy, and D. Dchitt, *Phys. Rev.* **B17**, 3684 (1978).
7. H. H. Chen and P. M. Levy, *Phys. Rev.* **B7**, 4267 (1973).
8. S. T. Chiu-Tsao, P. M. Levy, and C. Paulson, *Phys. Rev.* **B12**, 1819 (1975).
9. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
10. Р. О. Зайцев, *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).

Influence of negative biquadratic interaction on phase states and spectra of coupled magnetoelastic waves of easy-plane ferromagnetic

Yu. A. Fridman, O. V. Kozhemyako, and B. L. Eingorn

The spectra of coupled magnetoelastic waves of an easy-plane ferromagnetic with a negative biquadratic interaction are studied. It is shown that the region of occurrence of a quadrupole phase is much smaller in the case under consideration than in the case of a positive biquadratic interaction. A phase diagram of the system is constructed.