



УДК 681.5.015.52

В. Д. Павленко, канд. техн. наук
Одесский национальный политехнический университет
(Украина, 65044, Одесса, пр. Шевченко, 1,
тел. (048)7348579, E-mail: pavlenko_vitalij@mail.ru)

Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов

(Статью представил д-р техн. наук А. Ф. Верлань)

Предложен новый метод идентификации нелинейных динамических систем в виде рядов Вольтерры с использованием импульсных пробных сигналов, основанный на выделении парциальных составляющих из отклика с помощью дифференцирования реакции системы по амплитуде входных воздействий. Для повышения помехоустойчивости вычислительного алгоритма идентификации применена вейвлет-фильтрация.

Запропоновано новий метод ідентифікації нелінійних динамічних систем у вигляді рядів Вольтерри з використанням імпульсних пробних сигналів, який базується на виділенні парціальних складових із відгуку за допомогою диференціювання реакції системи по амплітуді входних впливів. Для підвищення завадостійкості обчислювального алгоритму ідентифікації застосовано вейвлет-фільтрацію.

К л ю ч е в ы е с л о в а: идентификация, моделирование, нелинейные системы, ряд Вольтерры, ядра Вольтерры.

Постановка задачи. Одним из наиболее универсальных подходов к математическому моделированию нелинейных динамических систем (НС), позволяющих использовать его в различных областях науки и техники, является представление отклика системы на внешние воздействия (детерминированные и случайные) в виде интегро-степенного ряда Вольтерры (РВ) [1, 2]. Теория моделирования НС на основе РВ получила широкое применение в многочисленных исследованиях [1—7].

При описании в виде РВ соотношение вход—выход для моделируемой НС полностью характеризуется совокупностью инвариантных относительно вида входного сигнала многомерных импульсных переходных функций — ядер Вольтерры (ЯВ). Задача идентификации, т.е. построения модели на основе такого представления, заключается в выборе вида тестовых воздействий и разработке алгоритма, позволяющего определять по

измеренным реакциям динамические характеристики — ЯВ исследуемой системы [1].

Для известных экспериментальных методов оценки ЯВ во временной области [1, 4], основанных на применении пробных импульсных (ступенчатых) сигналов, характерны малое время измерения, простота обработки информации и генерирования тестового сигнала. Однако малая помехоустойчивость методов детерминированной идентификации ограничивает их применение в реальных условиях при наличии погрешностей измерений данных откликов, полученных в результате экспериментальных исследований вход—выход идентифицируемой системы. Это обуславливает необходимость поиска новых эффективных способов идентификации НС с использованием детерминированных пробных воздействий, основанных на применении алгоритмов регуляризации некорректных задач [8—10] или шумоподавления с помощью вейвлет-преобразований [11—13].

Повышение вычислительной устойчивости оценок ЯВ n -го порядка к шумам измерений тесно связано с другой проблемой — выделением парциальной составляющей (ПС) $y_n(t)$ РВ (целого однородного регулярного функционала Вольтерры n -й степени), поскольку в режиме активного эксперимента обычно измеряется суммарный отклик $y(t)$ на заданное возмущение $x(t)$. Поэтому применяются специальные приемы выделения $y_n(t)$ из $y(t)$ [4, 11, 12].

Исследуем точность и помехоустойчивость вычислительных алгоритмов предлагаемого метода идентификации НС в виде РВ с использованием импульсных пробных сигналов. Метод основан на выделении ПС с помощью n -кратного дифференцирования откликов системы по амплитуде входных воздействий.

Моделирование нелинейных систем на основе рядов Вольтерры. В общем случае соотношение вход—выход для НС может быть представлено интегростепенным РВ вида

$$y[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} y_n[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r, \quad (1)$$

где $x(t)$ и $y[x(t)]$ — входной и выходной сигналы НС; $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ — ЯВ n -го порядка; $y_n[x(t)]$ — n -я ПС отклика объекта.

На практике РВ (1) заменяют полиномом и обычно ограничиваются несколькими первыми членами ряда. Процедура идентификации заключается в выделении ПС $y_n[x(t)]$ и определении на основе ее ЯВ $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$.

Известно, что всякая непрерывная функция может быть получена как предел равномерно сходящейся последовательности ступенчатых функций $x_k(\tau)$ [14]. Непрерывный функционал $y[x(t)]$ определяется в каждой

точке такого множества, как предел последовательности значений функций $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ при условии, что $x_k(\tau)$ для рассматриваемой сходимости стремится к $x(\tau)$. Следовательно, этот функционал может быть определен, если известны функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Метод перехода от конечного к бесконечному, предложенный Вольтеррой, состоит в выводе свойств функционала $y[x(t)]$ из свойств функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

Применим этот метод при выводе РВ для выяснения смысла его ядер. Разлагая функцию $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ в ряд Тейлора в некоторой окрестности точки $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$, получаем

$$\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = \tilde{y}_k(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) + \sum_{l=1}^k \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \Big|_{x^0} \Delta x_l + \frac{1}{2!} \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \Big|_{x^0} \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} + \dots, \quad (2)$$

где $\Delta x_l = x_l - x_l^0$. Будем рассматривать случай, когда $x^0 = 0$ и $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$, т.е. предположим, что система до подачи входного воздействия находилась в состоянии покоя (нулевые начальные условия). Вообще говоря, функция \tilde{y}_k зависит также от параметра t , т.е. $\tilde{y}_k(t, x_1, x_2, \dots, x_k)$. Поэтому выражение (2) можно записать в виде

$$y[x_k(\tau), 0 \leq \tau \leq t] = \sum_{l=1}^k w_1(t, \tau_l) \Delta x_l \Delta \tau_l + \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} \Delta \tau_{l_1} \Delta \tau_{l_2} + \dots, \quad (3)$$

где $\Delta \tau_l = \tau_l - \tau_{l-1} = \Delta \tau$, $\Delta \tau = t/k$;

$$w_1(t, \tau_l) = \frac{1}{\Delta \tau} \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \Big|_{x=0};$$

$$w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) = \frac{1}{2! (\Delta \tau)^2} \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \Big|_{x=0};$$

$$\dots$$

$$w_n(t, \tau_{l_1}, \dots, \tau_{l_n}) = \frac{1}{n! (\Delta \tau)^n} \frac{\partial^n \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \dots \partial x_{l_n}} \Big|_{x=0}.$$

В выражении (3), переходя к пределу при $\Delta \tau \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$), получаем ряд (1).

Приближенное представление произвольной функции $x(\tau)$ ступенчатой функцией $x_k(\tau)$ эквивалентно представлению входного сигнала в виде суммы k импульсов длительностью $\Delta\tau$ и с амплитудами $x(\tau_l) = x_l$, вплотную следующих один за другим. Переходя в выражениях (4) к малым конечным приращениям Δf_k и Δx при достаточно малом $\Delta\tau$ так, чтобы (3) являлось «хорошим» приближением (1) (это достигается в случае, когда длительность входного импульса $\Delta\tau$ мала по сравнению с минимальной постоянной времени исследуемой системы), получаем следующее приближенное соотношение для определения ЯВ:

$$\hat{w}_n(t-t_1, \dots, t-t_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau\Delta x)^n} \sum_{\delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^n \delta_{t_i}} y(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}). \quad (5)$$

Здесь $\hat{w}_n(t-t_1, \dots, t-t_n)$ — оценка сечения ЯВ n -го порядка; $y(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n})$ — реакция системы, измеренная в момент времени t при действии на входе модулированных дельта-импульсов площадью $\sigma = \Delta\tau\Delta x$ (будем считать, что амплитуды пробных импульсов одинаковы, т.е. $\Delta x_1 = \dots = \Delta x_n = \Delta x$) соответственно в моменты времени t_1, \dots, t_n , если $\delta_{t_i} = 1$, то импульс на входе системы действует в момент времени t_i , а если $\delta_{t_i} = 0$, то импульс на входе в этот момент отсутствует. Полагаем, что идентифицируемая НС инвариантна во времени.

Анализируя выражение (5), видим, что использовать его для оценки сечений ЯВ невозможно, поскольку при определении ЯВ n -го порядка возникает методическая погрешность, обусловленная нескомпенсированным обработкой вкладом членов ряда, порядок которых выше n .

Интерполяционный метод идентификации. Для построения модели НС в виде (1) необходимо решить задачи выделения из суммарного отклика НС ПС n -го порядка $y_n[x(t)]$ и восстановления из нее соответствующего ЯВ. Рассмотрим метод выделения ПС с помощью n -кратного дифференцирования откликов НС по амплитуде тестовых сигналов, в качестве которых используем полиимпульсные сигналы.

Подавая на вход НС сигнал вида $ax(t)$, где a — масштабный коэффициент (амплитуда сигнала), отклик системы получим в виде

$$y[ax(t)] = a \int_0^t w(\tau) x(t-\tau) d\tau + \\ + a^2 \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

$$\dots + a^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t-\tau_r) d\tau_r + \dots$$

Для выделения ПС n -го порядка продифференцируем отклик системы n раз по амплитуде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^n y[ax(t)]}{\partial a^n} &= n! \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t-\tau_r) d\tau_r + \\ &+ (n+1)! a \int_0^t \dots \int_0^t w_{n+1}(\tau_1, \dots, \tau_{n+1}) \prod_{r=1}^{n+1} x(t-\tau_r) d\tau_r + \dots \end{aligned}$$

Взяв значение производной при $a = 0$, получим n -ю ПС:

$$y_n(t) = \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t-\tau_r) d\tau_r = \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n y[ax(t)]}{\partial a^n} \right|_{a=0}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4) и полагая $\tau_{l_1} = \dots = \tau_{l_n} = 0$, получаем выражения для определения диагональных сечений ЯВ n -го порядка:

$$\begin{aligned} \hat{w}_1(t) &= \frac{y_1(t)}{\Delta\tau}; \\ \hat{w}_2(t, t) &= \frac{y_2(t)}{(\Delta\tau)^2}; \\ &\dots \\ \hat{w}_n(t, t, \dots, t) &= \frac{y_n(t)}{(\Delta\tau)^n}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для определения боковых сечений ЯВ на основании (5) получаем следующее приближенное выражение:

$$\hat{w}_n(t-t_1, \dots, t-t_n) = \frac{(-1)^n}{n!(\Delta\tau)^n} \sum_{\delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}=0}^1 (-1)^{\sum \delta_{t_i}} y_n(t, \delta_{t_1}, \dots, \delta_{t_n}).$$

Вычислительный алгоритм. Дифференцирование функции, заданной в дискретных точках, может быть выполнено одним из численных методов после предварительного сглаживания результатов измерений. Заменяем частную производную выражением в конечных разностях. Известны различные формулы для численного дифференцирования [15], отличающиеся одна от другой величиной погрешности. Предложенный в [16] универсальный прием, позволяет заменить производную любого порядка

n разностным отношением так, чтобы погрешность от такой замены для функции $y(a)$ была любого наперед заданного порядка аппроксимации p относительно шага $h = \Delta a$ разностной сетки по амплитуде. Воспользуемся методом неопределенных коэффициентов для равенства

$$\frac{d^n y(a)}{da^n} = h^{-n} \sum_{s=-s_1}^{s_2} c_s y(a+sh) + O(h^p) \quad (8)$$

и подберем независимые от h коэффициенты c_s , $s = -s_1, -s_1 + 1, \dots, s_2$, так, чтобы равенство (8) оказалось справедливым. Пределы суммирования $s_1 \geq 0$ и $s_2 \geq 0$ можно взять произвольными, но так, чтобы порядок $s_1 + s_2$ разностного отношения

$$h^{-n} \sum c_s y(a+sh)$$

удовлетворял неравенству $s_1 + s_2 \geq n + p - 1$.

Для определения c_s необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -s_1 & -s_1 + 1 & \dots & s_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-s_1)^{n-1} & (-s_1 + 1)^{n-1} & \dots & s_2^{n-1} \\ (-s_1)^n & (-s_1 + 1)^n & \dots & s_2^n \\ (-s_1)^{n+1} & (-s_1 + 1)^{n+1} & \dots & s_2^{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-s_1)^{n+p-1} & (-s_1 + 1)^{n+p-1} & \dots & s_2^{n+p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-s_1} \\ c_{-s_1+1} \\ \dots \\ c_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ n! \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Если $s_1 + s_2 = n + p - 1$, то выписанные $n + p$ равенств образуют линейную систему относительно того же числа неизвестных c_s . Определитель этой системы есть определитель Вандермонда и он отличен от нуля. Таким образом, существует единственный набор коэффициентов c_s , удовлетворяющий системе (9). Если $s_1 + s_2 \geq k + p$, то, очевидно, таких систем коэффициентов c_s много.

Полученные на основе (8) формулы вычисления производных при $a = 0$ с использованием центральных разностей для равноотстоящих узлов имеют следующий вид:

для производной первого порядка

$$y'_0 = \frac{1}{2h} (-y_{-1} + y_1),$$

$$y'_0 = \frac{1}{12h} (y_{-2} - 8y_{-1} + 8y_1 - y_2), \quad (10)$$

$$y'_0 = \frac{1}{60h} (-y_{-3} + 9y_{-2} - 45y_{-1} + 45y_1 - 9y_2 + y_3);$$

для производной второго порядка

$$y''_0 = \frac{1}{h^2} (y_{-1} - 2y_0 + y_1),$$

$$y''_0 = \frac{1}{12h^2} (-y_{-2} + 16y_{-1} - 30y_0 + 16y_1 - y_2), \quad (11)$$

$$y''_0 = \frac{1}{180h^2} (2y_{-3} - 27y_{-2} + 270y_{-1} - 490y_0 + 270y_1 - 27y_2 + 2y_3);$$

для производной третьего порядка

$$y'''_0 = \frac{1}{2h^3} (-y_{-2} + 2y_{-1} - 2y_1 + y_2), \quad (12)$$

$$y'''_0 = \frac{1}{8h^3} (y_{-3} - 8y_{-2} + 13y_{-1} - 13y_1 + 8y_2 - y_3);$$

для производной четвертого порядка

$$y^{(4)}_0 = \frac{1}{h^4} (y_{-2} - 4y_{-1} + 6y_0 - 4y_1 + y_2), \quad (13)$$

$$y^{(4)}_0 = \frac{1}{6h^4} (-y_{-3} + 12y_{-2} - 39y_{-1} + 56y_0 - 39y_1 + 12y_2 - y_3),$$

где $y'_0 = y'(0)$, $y''_0 = y''(0)$, $y'''_0 = y'''(0)$, $y^{(4)}_0 = y^{(4)}(0)$, $y_s = y(sh)$, $s = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$.

Аналогичные формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов получены на основе (8) с использованием правых разностей при $a = 0$:

первого порядка

$$y'_0 = \frac{1}{2h} (-3y_0 + 4y_1 - y_2),$$

$$y'_0 = \frac{1}{12h} (-25y_0 + 48y_1 - 36y_2 + 16y_3 - 3y_4), \quad (14)$$

$$y'_0 = \frac{1}{60h} (-147y_0 + 360y_1 - 450y_2 + 400y_3 - 225y_4 + 72y_5 - 10y_6);$$

второго порядка

$$y''_0 = \frac{1}{h^2} (y_0 - 2y_1 + y_2),$$

$$y_0'' = \frac{1}{12h^2} (35y_0 - 104y_1 + 114y_2 - 56y_3 + 11y_4), \quad (15)$$

$$y_0'' = \frac{1}{8h^2} (812y_0 - 3132y_1 + 5265y_2 - 5080y_3 + 2970y_4 - 972y_5 + 137y_6);$$

третьего порядка

$$y_0''' = \frac{1}{2h^3} (-5y_0 + 18y_1 - 24y_2 + 14y_3 - 3y_4), \quad (16)$$

$$y_0''' = \frac{1}{180h^3} (-49y_0 + 232y_1 - 461y_2 + 496y_3 - 307y_4 + 104y_5 - 15y_6);$$

четвертого порядка

$$y_0^{(4)} = \frac{1}{h^4} (y_0 - 4y_1 + 6y_2 - 4y_3 + y_4), \quad (17)$$

$$y_0^{(4)} = \frac{1}{6h^4} (35y_0 - 186y_1 + 411y_2 - 484y_3 + 321y_4 - 114y_5 + 17y_6).$$

В формулах (11), (13), (14)—(17) необходимо положить $y_0 = 0$, поскольку идентификация НС осуществляется при нулевых начальных условиях.

Компьютерное моделирование. Для исследования метода идентификации выбран объект, описываемый нелинейным дифференциальным уравнением

$$\frac{dy(t)}{dt} + \alpha y(t) + \beta y^2(t) = x(t),$$

где α, β — постоянные коэффициенты, $\alpha = 2,64$, $\beta = 1,45$. Непараметрическая модель объекта в виде трех членов РВ при нулевых начальных условиях имеет вид

$$y(t) = \int_0^t w_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t w_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ + \int_0^t \int_0^t \int_0^t w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3,$$

где

$$w_1(\tau_1) = e^{-\alpha\tau_1}; \quad w_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-\alpha(\tau_1+\tau_2)} - e^{-\alpha\tau_2}), \quad \tau_1 \leq \tau_2;$$

$$w_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) =$$

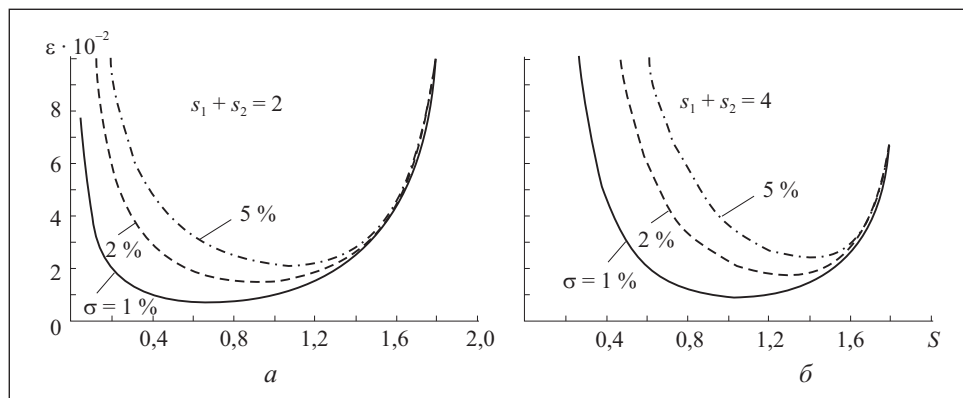


Рис. 1. Зависимости СКО идентификации ЯВ второго (а) и третьего (б) порядков от площади импульсных воздействий при различных погрешностях измерений σ

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \left(e^{\alpha(\tau_1 - \tau_2 - \tau_3)} + 3e^{-\alpha(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} - 4e^{-\alpha(\tau_2 + \tau_3)} - 2e^{-\alpha(\tau_1 + \tau_3)} + 2e^{-\alpha\tau_3} \right),$$

$$\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3.$$

Диагональные сечения ЯВ получаем, полагая $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = t$:

$$w_2(t, t) = \frac{\beta}{\alpha} (e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}), \quad w_3(t, t, t) = \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 (e^{-3\alpha t} - 2e^{-2\alpha t} + e^{-\alpha t}).$$

Для оценки погрешностей экспериментального определения сечений ЯВ используем критерии среднеквадратичной ошибки (СКО) ε и процентной нормированной среднеквадратичной ошибки (ПНСКО) ε_n :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{t=1}^k (w_t - \hat{w}_t)^2}, \quad \varepsilon_n = 100\% \sqrt{\sum_{t=1}^k \frac{(w_t - \hat{w}_t)^2}{w_t^2}},$$

где k — число отчетов на интервале времени наблюдения; w_t — эталонные значения ЯВ; \hat{w}_t — значения оценки ЯВ, полученные в результате обработки экспериментальных данных (откликов системы) в дискретные моменты времени t .

На рис. 1, а и б, представлены графики зависимостей СКО идентификации ε от шага по амплитуде Δa (площади S) импульсных воздействий при определении диагональных сечений ЯВ соответственно второго и третьего порядков с помощью формул (11) и (12) по $s_1 + s_2$ узлам при различных погрешностях измерений откликов σ .

В таблице приведены минимальные значения ПНСКО идентификации ЯВ второго и третьего порядков ($n = 2, 3$) и соответствующие им оптимальные амплитуды импульсных воздействий Δa (при неизменной длительности $\Delta \tau = 0,02$) для исследуемого объекта.

На рис. 2 представлены результаты идентификации диагональных сечений ЯВ второго порядка соответственно при $\sigma = 1 \%$, $\sigma = 3 \%$ и оптимальной площади импульсных воздействий (см. таблицу). Для сглаживания результатов идентификации применена функция шумоподавления с использованием вейвлет-преобразования на основе материнского вейвлета *coiflet* [13].

На рис. 3 представлены результаты идентификации диагональных сечений ЯВ второго порядка при $\sigma = 1 \%$, $s_1 + s_2 = 2$ и различных амплитудах импульсных воздействий (больше ($\Delta a = 65$) и меньше ($\Delta a = 10$) оптимальной ($\Delta a = 45$)), соответствующих ошибке идентификации $\varepsilon = 0, 02$ (см. рис. 1, а).

Графики, представленные на рис. 3, свидетельствуют о том, что при использовании тестовых импульсов с шагом приращения по амплитуде меньше оптимального (см. рис. 1) доминирует случайная ошибка, при значениях шага, больших оптимального, — методическая ошибка. Таким образом, в предлагаемом методе идентификации в качестве параметра регуляризации использован шаг приращения по амплитуде (площади) тестовых импульсов. Выбор шага Δa обуславливает наилучшую (т.е. обеспечивающую минимальную СКО) оценку ЯВ. Сглаживание получаемых оценок ЯВ достигается применением вейвлет-преобразований.

Результат идентификации по четырем узлам ($s_1 + s_2 = 4$) поддиагонального сечения ЯВ второго порядка, смещенного относительно диагонального на

Ошибки идентификации ЯВ второго и третьего порядков

n	s ₁ + s ₂	Минимальная ПНСКО идентификации (%) и оптимальные значения шага по амплитуде Δa при различных уровнях погрешности измерений (%)										
		Без сглаживания							С применением вейвлет-фильтрации			
		0		1		3		5		ε _n		
		ε _n	Δa	ε _n	Δa	ε _n	Δa	ε _n	Δa	1	3	5
2	2	4,85	13,0	34	26,3	45	37,5	53	10,9	15,5	19,2	
	4	4,83	14,7	72	36,5	79	58,1	80	11,2	16,8	23,6	
	6	4,84	19,6	84	54,1	86	88,1	87	11,6	20,8	31,5	
3	4	3,94	4,8	51	84,3	65	118,1	69	24,78	44,7	55,88	
	6	2,03	74,6	75	182	82	278,5	84	32,83	71,1	107,3	

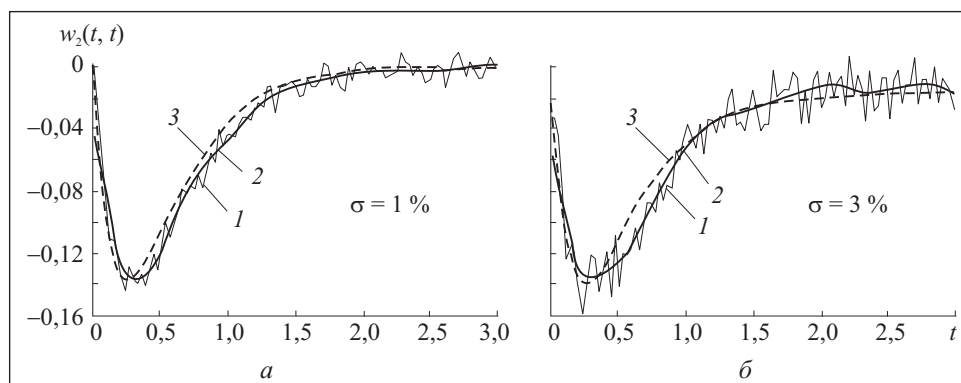


Рис. 2. Графики диагонального сечения ЯВ второго порядка при $s_1 + s_2 = 2$ и различной погрешности измерений: 1 — результат идентификации; 2 — применение вейвлет-преобразования; 3 — эталонные значения

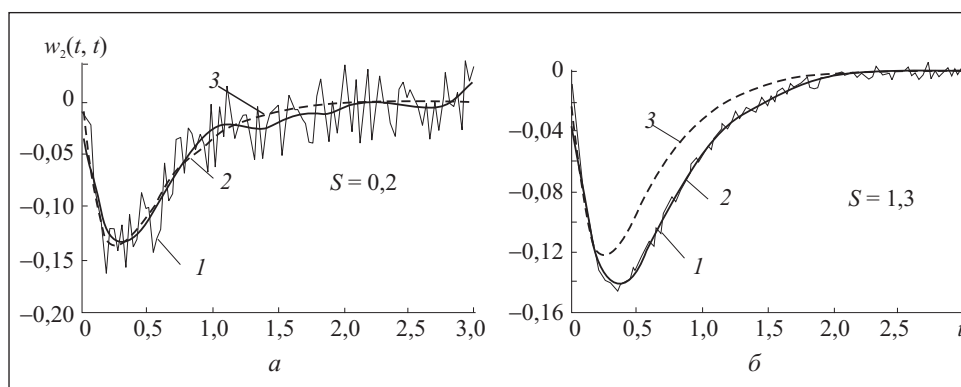


Рис. 3. Графики диагонального сечения ЯВ второго порядка при $s_1 + s_2 = 2$, $\sigma = 1\%$ и ошибке идентификации $\varepsilon = 0,02$ о.е.: 1 — результат идентификации; 2 — применение вейвлет-преобразования; 3 — эталонные значения

величину $\tau_0 = 0,2$, при $\sigma = 1\%$ и амплитуде импульсных воздействий $\Delta a = 15$ представлен на рис. 4. Полученная при этом СКО $\varepsilon = 0,0132$ о.е. После сглаживания результатов идентификации с помощью функции шумоподавления, основанной на вейвлет-преобразовании с использованием материнского вейвлета *coiflet*, получена СКО $\varepsilon = 0,006$ о.е. Таким образом, применение вейвлет-фильтрации позволяет уменьшить СКО оценки сечения ЯВ в 2,2 раза.

На рис. 5 представлены графики зависимости СКО идентификации диагонального сечения ЯВ второго порядка от площади (амплитуды) тестовых импульсных воздействий при различных уровнях погрешности σ . Из рис. 5 видно, что при больших погрешностях измерений минимум СКО иденти-

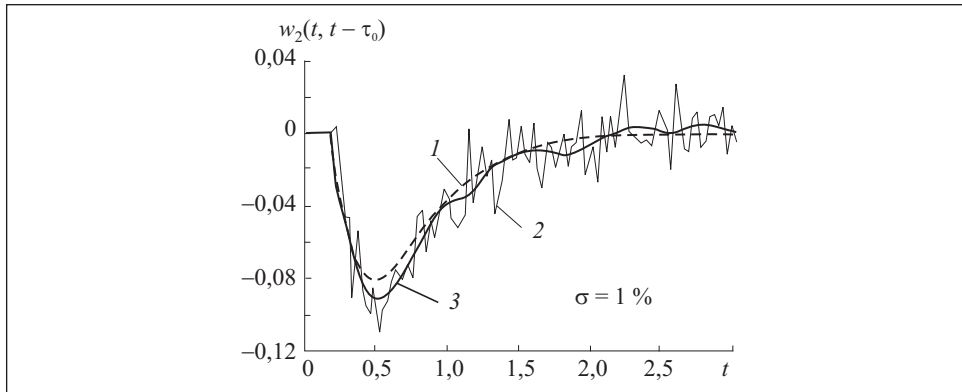


Рис. 4. Графики поддиагонального сечения ЯВ второго порядка при $S=0,3$ и $s_1 + s_2 = 4$: 1 — эталонные значения; 2 — результат идентификации; 3 — применение вейвлет-преобразования

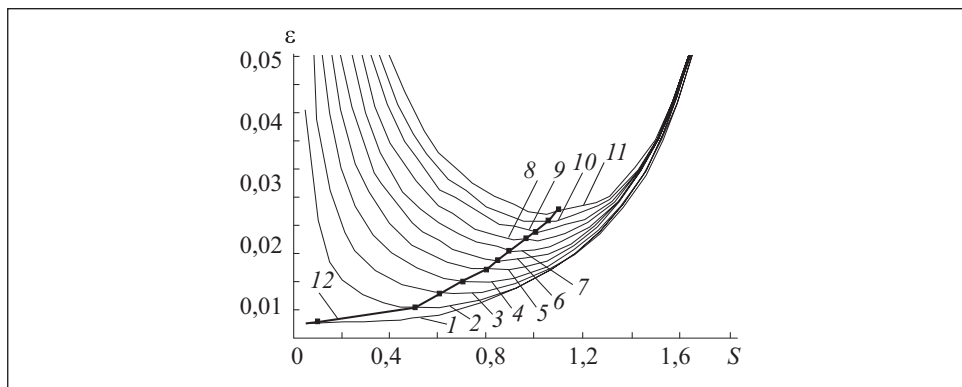


Рис. 5. Графики зависимости СКО идентификации диагонального сечения ЯВ второго порядка от площади S при различных уровнях погрешностей измерений откликов: 1 — точные измерения; 2 — $\sigma=0,5\%$; 3 — $\sigma=1\%$; 4 — $\sigma=1,5\%$; 5 — $\sigma=2\%$; 6 — $\sigma=2,5\%$; 7 — $\sigma=3\%$; 8 — $\sigma=3,5\%$; 9 — $\sigma=4\%$; 10 — $\sigma=4,5\%$; 11 — $\sigma=5\%$; 12 — кривая, соединяющая точки минимумов данных зависимостей

фикации обеспечивается использованием тестовых импульсных воздействий с большими амплитудами. При этом минимальное значение СКО также возрастает.

На рис. 6 приведены графики зависимости оптимального значения площади (амплитуды) S от уровня погрешности измерений откликов, полученные при определении ЯВ первого порядка и диагональных сечений ЯВ второго, третьего и четвертого порядков. Ядра Вольтерры вычислены на основе (7) и (10) — (13) с различным числом узлов (тестовых экспериментов): для первого и второго порядков при $s_1 + s_2 = 2$, для третьего и четвертого порядков при $s_1 + s_2 = 4$.

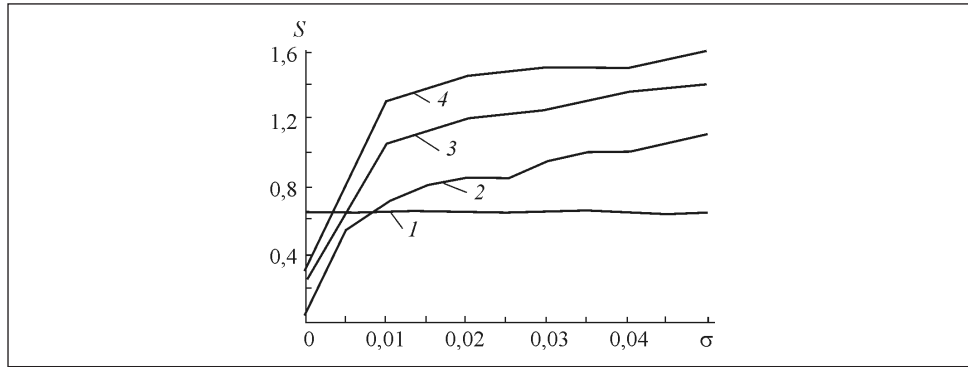


Рис. 6. Графики зависимости оптимальной площади S от уровня погрешности σ при определении ЯВ первого (1), второго (2), третьего (3) и четвертого (4) порядков: 1, 2 — при $s_1 + s_2 = 2$; 3, 4 — при $s_1 + s_2 = 4$

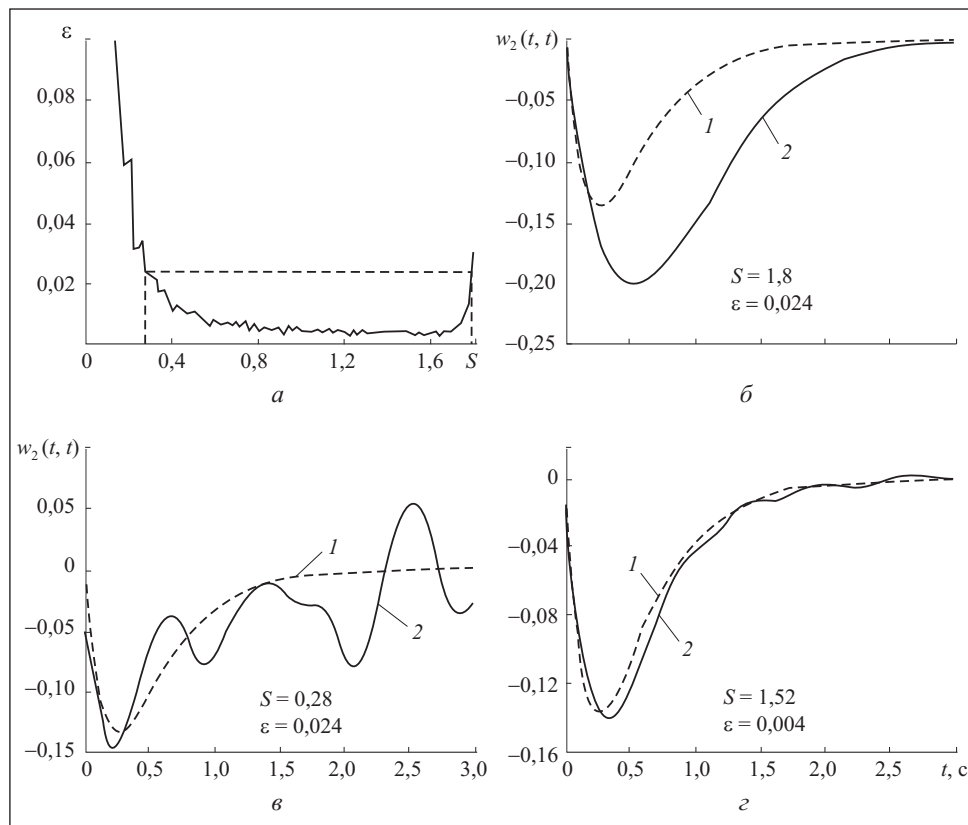


Рис. 7. Графики СКО идентификации (а) и диагонального сечения ЯВ второго порядка системы с неизвестной структурой при $s_1 + s_2 = 4$ и различных значениях S (б, в, г): 1 — эталонные значения; 2 — результат идентификации

С увеличением порядка идентифицируемого ЯВ при одном и том же значении ε оптимальные амплитуды тестовых импульсов, обеспечивающие минимум СКО идентификации, возрастают.

Методика идентификации ЯВ для систем неизвестной структуры (типа «черный ящик»).

1. Задаем максимально возможную амплитуду тестовых импульсов, при которых идентифицируемая нелинейная система еще устойчива (на границе устойчивости системы). Длительность импульсов τ_n выбираем при условии: $\tau_n \leq 0,05 \tau_{\min} / n$, где τ_{\min} — минимальная постоянная времени линейной части системы, n — порядок определяемого ЯВ [3].

2. Для каждого экспериментального исследования идентифицируемой системы и обработки полученных откликов в соответствии с одним из алгоритмов идентификации (10)—(13) или (14)—(17), начиная со второго идентификационного эксперимента, находим среднеквадратичное отклонение между соседними результатами оценок ЯВ n -го порядка.

3. На основе полученных результатов находим оптимальную амплитуду тестовых импульсных сигналов, при которой соседние результаты идентификации ЯВ n -го порядка будут наиболее близкими по критерию СКО (при минимальном значении критерия).

На рис. 7, а, указаны значения шага по амплитуде тестовых импульсов: $\Delta a = 14$ ($S = 0,28$) и $\Delta a = 90$ ($S = 1,8$), при которых СКО результатов идентификации принимает одинаковые значения ($e = 0,024$). Соответствующие им результаты идентификации ЯВ второго порядка, полученные интерполяционным методом при $s_1 + s_2 = 4$, приведены на рис. 7, б и 7, в. Результат идентификации, соответствующий минимальному значению СКО (при $e = 0,004$), приведен на рис. 7, г. При этом оптимальный шаг по амплитуде импульсов $\Delta a = 76$ ($S = 1,52$).

Выводы. Предложенный метод идентификации нелинейных непрерывных динамических систем в виде ЯВ, основанный на выделении ПС откликов с помощью n -кратного дифференцирования выходных сигналов системы по амплитуде входных импульсов, исследован экспериментально на тестовом объекте с помощью средств компьютерного моделирования в пакете MATLAB.

Полученные зависимости СКО идентификации от величины амплитуды (площади) пробных сигналов позволяют находить значения оптимального шага (при котором достигается минимум СКО) разностной сетки при численном дифференцировании откликов НС по амплитуде для различных уровней погрешностей измерений.

Для повышения помехоустойчивости метода идентификации применены процедуры шумоподавления к получаемым оценкам многомерных ЯВ, основанные на вейвлет-преобразовании. Это позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1,5—3 раза.

A new method of identification of nonlinear dynamic systems is proposed in a form of the Volterra series with the use of pulse test signals. The method is based on the response division into partial components with the help of differentiation of a target signal on amplitude of input action. The wavelet filtration is used to increase the noise immunity of the method of identification.

1. Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. — М.: Наука, 1976. — 448 с.
2. Попков Ю. С., Киселев О. Н., Петров Н. П., Шмутьян Б. Л. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. — М.: Энергия, 1976. — 440 с.
3. Пупков К. А., Егунов Н. Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. — 638 с.
4. Данилов Л. В., Матханов Л. Н., Филиппов В. С. Теория нелинейных электрических цепей. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
5. Мармарелис П., Мармарелис В. Анализ физиологических систем. Метод белого шума. — М.: Мир, 1981. — 480 с.
6. Doyle F. J., Pearson R. K., Ogunnaike D. A. Identification and Control Using Volterra Models. — London Great Britain: Springer Verlag, 2002. — 314 p.
7. Giannakis G. B., Serpedin E. A Bibliography on Nonlinear System Identification and its Applications in Signal Processing, Communications and Biomedical Engineering // Signal Processing—EURASIP. — 2001. — Vol. 81, No. 3. — P. 533—580.
8. Апарцин А. С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры // Электрон. моделирование. — 2001. — 23, № 6. — С. 3—12.
9. Апарцин А. С., Солодуша С. В. О математическом моделировании нелинейных динамических систем рядами Вольтерры // Там же. — 1999. — 21, № 2. — С. 3—12.
10. Верлань А. Ф., Горошко И. О., Гушель Т. П. Способ регуляризации с усечением спектра ядра интегрального оператора в задаче восстановления сигналов // Там же. — 2003. — 25, № 3. — С. 3—11.
11. Pavlenko V. D. Estimation of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data // Proc. the Eighth All—Ukrainian International Conference UkrOBRAZ'2006. «Signal/Image Processing and Pattern Recognition». August 28 — 31, 2006. — Kyjiv : Intern. Research and Training Center for Information Technologies Systems NAS Ukraine & ESM Ukraine, 2006. — P. 191—194.
12. Pavlenko V. D., Massri M. and Ilyin V. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data. — Proc. of 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008. August 26—28, 2008. — Amman, Jordan: Philadelphia University, 2008. — P. 131—138.
13. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. — М.: ДМК Пресс, 2005. — 304 с.

14. *Леви П.* Конкретные проблемы функционального анализа / Пер. с франц. под ред. Шилова Г.Е. — М.: Наука, 1967. — 511 с.
15. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. — М.: БИНОМ, 2004. — 636 с.
16. *Годунов С. К., Рябенский В. С.* Разностные схемы. — М.: Наука, 1973. — 400 с.

Поступила 08.10.09;
после доработки 02.01.10

ПАВЛЕНКО Виталий Данилович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доцент кафедры компьютеризированных систем управления Одесского национального политехнического университета. В 1970 г. окончил Одесский политехнический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование и идентификация нелинейных динамических объектов: теория, методы, алгоритмы и программные средства; интеллектуальные системы обработки информации, информационные технологии косвенного контроля и диагностики состояния объектов разной физической природы.