

## Коллективные колебания двухцепочечной электронной системы в проводящем канале над жидким гелием

В.Е. Сивоконь, С.С. Соколов

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: sokolov@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 7 июля 2015 г., опубликована онлайн 25 сентября 2015 г.

Проведено моделирование низкоразмерной системы электронов над жидким гелием. Показано, что включение дополнительного потенциала в плоскости слоя зарядов приводит к сжатию системы в направлении действия возникающей внешней силы. Такой потенциал появляется при экспериментальной реализации системы поверхностных электронов над профилированной подложкой, где он пропорционален прижимающему электрическому полю. Установлено, что при этом система, последовательно проходя через конфигурации из нескольких линейных цепочек, переходит от состояния двумерного электронного кристалла к зигзагообразному расположению зарядов, ранее предсказанному Чапликом. При дальнейшем увеличении прижимающего поля система перестраивается в одиночную линейную цепочку. Методом уравнений движения рассчитаны законы дисперсии коллективных плазменных колебаний зигзагообразной конфигурации электронов. Одна из продольных ветвей колебаний является акустической, вторая — оптической. Обе поперечные ветви колебаний — оптические. Проведено сравнение результатов с ранее полученными законами дисперсии для одиночной цепочки электронов. Показано, что законы дисперсии поперечных плазменных колебаний более устойчивы, чем поперечная ветвь колебаний одиночной цепочки. Исследовано влияние магнитного поля на спектр плазменных колебаний зигзагообразной конфигурации электронов.

Проведено моделювання низьковимірної системи електронів над рідким гелієм. Показано, що включення додаткового потенціалу в площині шару зарядів призводить до стискання системи у напрямку дії зовнішньої сили, що виникає. Такий потенціал з'являється при експериментальній реалізації системи поверхневих електронів над профільованою підкладкою, де він є пропорціональним притискуючому електричному полю. Установлено, що при цьому система, послідовно проходячи через конфігурації з декількох лінійних ланцюжків, переходить від стану двовимірного електронного кристала до зигзагоподібного розташування зарядів, раніше передбаченого Чапликом. При подальшому збільшенні притискуючого поля система перебудовується в одиночний лінійний ланцюжок. Методом рівнянь руху розраховано закони дисперсії колективних плазмових коливань зигзагоподібної конфігурації електронів. Одна з поздовжніх гілок коливань є акустичною, друга — оптичною. Обидві поперечні гілки коливань — оптичні. Проведено порівняння результатів з раніше отриманими законами дисперсії для одиночного ланцюжка електронів. Показано, що закони дисперсії поперечних плазмових коливань більш стійкі, ніж поперечна гілка коливань одиночного ланцюжка. Досліджено вплив магнітного поля на спектр плазмових коливань зигзагоподібної конфігурації електронів.

PACS: **73.20.-r** Электронные состояния на поверхности и границах раздела;  
**73.20.Mf** Коллективные возбуждения (включая экситоны, поляроны, плазмоны и другие возбуждения плотности зарядов);  
**73.21.-b** Электронные состояния и коллективные возбуждения в мультислоях, квантовых ямах, мезоскопических и наноразмерных системах.

Ключевые слова: поверхностные электроны, коллективные возбуждения, низкоразмерные системы зарядов.

**Введение**

Важной особенностью заряженных систем является существенное изменение закона дисперсии коллективных плазменных колебаний при уменьшении пространственной размерности. Так, если в двумерной системе электронов частота коллективных плазменных колебаний пропорциональна квадратному корню из волнового числа, то в квазиодномерной цепочке зарядов следует различать продольную и поперечную ветви колебаний. Закон дисперсии продольной ветви (электроны движутся вдоль цепочки) в длинноволновом пределе является почти звуковым и с точностью до логарифмического множителя в квазикристаллическом приближении имеет вид [1,2]

$$(\omega_q^{\parallel})^2 \approx \frac{\omega_{\text{Coul}}^2}{2} (qa)^2 \ln \frac{1}{|qa|}. \quad (1)$$

Здесь  $a = L/(N - 1)$ , где  $L$  — длина участка с квазикристаллическим упорядочением (электроны образуют линию с расстоянием  $a$  между их равновесными положениями),  $N$  — число частиц,  $|q| \leq \pi/a$  — волновое число в пределах первой зоны Бриллюэна,  $\omega_{\text{Coul}}^2 = 4e^2/(ma^3)$ ,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона соответственно. Следует отметить, что почти такое же выражение для закона дисперсии продольной ветви получается и в приближении случайных фаз (ПСФ) [3–9]. Единственное отличие от (1) состоит в том, что вместо  $a$  в аргументе логарифма в (1) появляется  $y_0 = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\text{conf}})}$  как характерная длина локализации электронов вдоль направления, перпендикулярного линии зарядов (ось  $y$ ; ось  $x$  соответствует направлению цепочки электронов). Частота  $\omega_0$  определяет потенциальную энергию электрона  $U = m\omega_{\text{conf}}^2 y^2/2$ , благодаря которой «стабилизируется» закон дисперсии поперечной ветви колебаний:

$$(\omega_q^{\perp})^2 = \omega_{\text{conf}}^2 - \frac{(\omega_q^{\parallel})^2}{2} \approx \omega_{\text{conf}}^2 - \frac{\omega_{\text{Coul}}^2}{4} (qa)^2 \ln \frac{1}{|qa|}. \quad (2)$$

Использование ПСФ приводит к качественно такому же закону дисперсии поперечной моды, однако с большей эффективной частотой  $\tilde{\omega}_{\text{conf}}^2 = \omega_{\text{conf}}^2 + 2\omega_{\text{conf}}\omega_{DP}$ , где  $\omega_{DP} = e^2/(\hbar a)$  — частота деполаризационного сдвига. Как и для продольных колебаний, аргумент логарифма в (2) в ПСФ зависит не от  $a$ , а от  $y_0$ . Из (2) видно, что квадрат частоты поперечной ветви колебаний положителен только при наличии внешнего потенциала с частотой  $\omega_{\text{conf}}$ . В случае  $\omega_{\text{conf}} = 0$  квадрат частоты поперечных колебаний отрицательный (система нестабильна).

Объектами, в которых изучение свойств коллективных колебаний представляется особенно удобным благодаря своей чистоте и относительной простоте созда-

ния, являются квазиодномерные системы поверхностных электронов над жидким гелием [10]. Такие системы создаются вследствие искривления формы поверхности жидкого гелия капиллярными силами и возникновения своеобразных желобов, заполненных жидкостью (см. рис. 1) [11]. Из-за действия прижимающего электрического поля  $E_{\perp}$ , нормального поверхности жидкости, поверхностные электроны (ПЭ) вблизи дна желобка приобретают характерную частоту  $\omega_{\text{conf}}^2 = eE_{\perp}/(mR)$ , где радиус кривизны жидкости  $R$  имеет типичные значения  $R \sim 10^{-4} - 10^{-3}$  см. При этом движение вдоль оси желобка остается свободным, образуется своеобразный квазиодномерный проводящий канал.

Поскольку фактически единственными типами рассеяния ПЭ являются рассеяние на атомах гелиевого пара при температурах выше 1 К и квантованных капиллярных волнах (риплонах) при более низких температурах, а интенсивность электрон-риплонного рассеяния сильно падает с понижением температуры, возникает интересная возможность изучения плазменных колебаний в квазиодномерной системе зарядов, практически свободной от рассеяния. Далее, используя пленку сверхтекучего гелия на твердотельной подложке, можно исследовать плазменные колебания в такой системе в условиях сильного экранирования кулоновского взаимодействия электронов при наличии подложки [12,13]. Заметим, что рассматриваются и плазменные колебания квазиодномерных систем зарядов, в которых кулоновское взаимодействие экранируется экспоненциально в условиях, когда потенциал парного взаимодействия электронов есть потенциал Юкавы (см, например, [14]).

Несмотря на очевидные достоинства квазиодномерных систем поверхностных электронов, плазменные колебания в ней до сих пор не исследованы экспериментально. Помимо экспериментальных трудностей, связанных со слабостью сигнала отклика от небольшого количества зарядов (из-за электродинамической не-

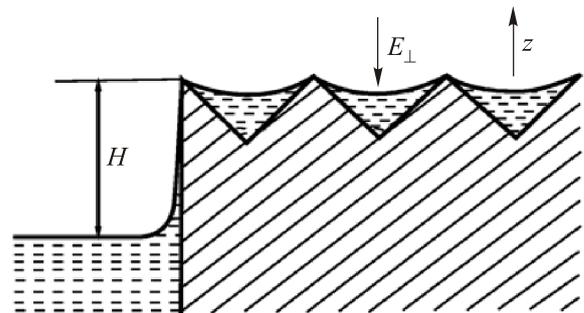


Рис. 1. Система проводящих каналов на поверхности жидкого гелия.  $H$  — расстояние от поверхности подложки с профилированными желобками, заполненными жидкостью. Радиус кривизны жидкости в желобке  $R = \alpha/(\rho gH)$ , где  $\alpha$  и  $\rho$  — коэффициент поверхностного натяжения и плотность жидкого гелия соответственно,  $g$  — ускорение свободного падения.

стабильности поверхности гелия поверхностная плотность зарядов над объемным гелием не превышает  $10^9 \text{ см}^{-2}$ ), немалую роль, по-видимому, играют сомнения в возможности устойчивого существования одиночной цепочки зарядов. Согласно предсказаниям Чаплика [1], одномерная квазикристаллическая цепочка зарядов подвержена переходу в состояние зигзага. Возможность такого перехода была продемонстрирована в [1] на основе анализа разности потенциальных энергий кулоновского взаимодействия при зигзагообразном и линейном расположениях электронов. Эта разность оказалась конечной и зависящей от нескольких параметров системы. При определенном соотношении параметров оказывается, что зигзагообразная конфигурация энергетически предпочтительней. Следует отметить, что в [1] в качестве потенциала, стабилизирующего систему, использовался потенциал заряженной нити, расположенной вдоль электронов под поверхностью гелия. В случае расположения нити радиусом  $10^{-4} \text{ см}$  под поверхностью на расстоянии  $10^{-3} \text{ см}$  от нее переход к зигзагу должен происходить с увеличением линейной плотности зарядов до  $n_l = a^{-1} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ .

Возможность образования зигзага ставит вопрос о характере плазменных колебаний при такой конфигурации зарядов. Кроме того, сама возможность и условия образования зигзага в случае ПЭ в проводящем желобе над гелием не анализировались. Цель настоящей работы — изучение такой возможности и вычисление законов дисперсии продольных и поперечных ветвей коллективных мод зигзагообразной системы ПЭ при наличии параболической потенциальной энергии для их движения поперек желоба. Процесс эволюции электронной системы и условия для образования зигзага моделируются в численном эксперименте методом молекулярной динамики. После этого проводится вычисление законов дисперсии плазменных мод путем обобщения метода уравнений движения квазикристаллической системы [1,2] на зигзагообразную (двухцепочечную) конфигурацию электронов. Следует отметить, что в длинноволновом пределе структура законов дисперсии мало зависит от метода их получения. Кроме того, немаловажным преимуществом метода уравнений движения [1,2] является простота по сравнению с ПСФ схема включения эффектов магнитного поля в процедуру вычислений. Полученные результаты сопоставляются с законами дисперсии, ранее полученными для одиночной цепочки электронов. При рассмотрении мы пренебрегаем возможностью сильной модификации плазменного спектра при образовании упорядоченного состояния электронной системы за счет взаимодействия электронов с поверхностью гелия (электрон-риплонное взаимодействие), которое приводит к сильной модификации плазменного спектра при формировании связанных электрон-риплонных мод [15–18].

## Моделирование поведения электронной системы в узком канале

Цель моделирования эволюции низкоразмерной электронной системы — установление устойчивых конфигураций в двумерном электронном слое при ограниченном характере движения частиц в одном из направлений в плоскости этого слоя. Достоинством метода моделирования является возможность воспроизведения экспериментальных условий, в которых реализуются квазидвумерные и квазиодномерные системы зарядов при наличии внешних факторов, которые приводят к практической невозможности привлечения аналитических методов рассмотрения. Известный пример таких сложных систем — электроны над профилированными подложками, покрытыми пленкой сверхтекучего гелия [19].

При моделировании предполагается, что имеется параболический ограничивающий потенциал в одном из направлений в плоскости слоя. Как отмечалось выше, в реальных экспериментальных условиях такой потенциал зависит от прижимающего поля и радиуса кривизны жидкости. Кроме того, свой вклад в этот потенциал вносят размерные эффекты, обусловленные конечностью и формой прижимающего электрода, создающего  $E_{\perp}$ .

Использовался метод молекулярной динамики. Для определения конфигурации электронов в различных условиях пошагово решалась система уравнений движения. При заданном временном шаге  $\Delta t$  координата  $\mathbf{r}_i(t)$  и скорость  $\mathbf{v}_i(t)$   $i$ -го электрона в плоскости  $\{x-y\}$  в момент времени  $t + \Delta t$  определяются уравнениями

$$\mathbf{r}_i(t + \Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \mathbf{v}_i \Delta t + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{2m} (\Delta t)^2, \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \frac{\mathbf{f}_i(t)}{m} \Delta t, \quad (4)$$

где  $\mathbf{f}_i(t)$  — сила, действующая на электрон в момент времени  $t$ ;  $i = 1 \dots N$ . Считалось, что система состоит из  $N = 60$  частиц, находящихся на расстоянии  $d = 10^{-4} \text{ см}$  от прижимающего электрода прямоугольной формы с размерами  $S = L \times M$ . В численных расчетах полагаем  $L = M = 3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ . Такие размеры обеспечивают среднее расстояние порядка  $10^{-4} \text{ см}$  между электронами в зигзагообразной конфигурации, которая возникает в системе.

В начальный момент времени  $t = 0$  электроны распределены случайным образом в прямоугольнике со сторонами  $L$  и  $M$  и имеют случайные скорости, которые изменяются на каждом шаге, но таким образом, чтобы выполнялось условие

$$\frac{m}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i^2 = NT. \quad (5)$$

Здесь  $T$  — температура. Скорости корректируются на каждом шаге вычислений, чтобы обеспечить выполне-

ние условия  $T = \text{const}$ . Значение температуры выбиралось  $T = 10^{-2}$  К. Эта температура ниже температуры кристаллизации двумерной электронной системы со средней поверхностной плотностью  $\sigma = N/S$ . Температура кристаллизации составляет в наших условиях  $T_{\text{cr}} = 5,7 \cdot 10^{-2}$  К, т.е. в отсутствие внешнего потенциала в плоскости  $\{x - y\}$  следует ожидать кристаллического упорядочения электронов.

После возникновения определенной конфигурации зарядов в момент времени  $t + \Delta t$  вновь решались уравнения движения с тем же временным шагом  $\Delta t$ , но с новым исходным временем  $t' = t + \Delta t$  и т. д. Время  $\Delta t$  выбиралось таким образом, чтобы на каждом шаге вычислений смещение  $|\mathbf{r}_i(t + \Delta t) - \mathbf{r}_i(t)|$  не превышало  $\sim 10^{-2} - 10^{-3}$  среднего расстояния между частицами. В ходе численного эксперимента количество шагов вычислений составляло порядка  $10^5$ , что гарантирует достижение равновесной конфигурации системы при заданных значениях ее параметров.

Границу электронного слоя аппроксимировали непроницаемой стенкой с условиями на границах электронного слоя, расположенного при  $-L/2 < x < L/2$ ,  $-M/2 < y < M/2$ , соответствующими диффузному отражению от непроницаемой стенки: если на некотором шаге вычислений какая-то из координат частицы оказывается за пределами электронного пятна, эта координата

заменялась координатой ближайшей границы слоя, а скорость частицы оставалась неизменной по абсолютной величине, но приобретала случайное направление.

Силу  $\mathbf{f}_i$ , действующую на электрон в плоскости слоя, запишем как

$$\mathbf{f}_i = e^2 \sum_{j \neq i}^N \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} + \mathbf{f}_i^{(\perp)} + \mathbf{f}_i^{(\text{out})}, \quad (6)$$

где первый член обусловлен кулоновским взаимодействием между электронами, второй член — проекция силы, действующей на электрон со стороны прижимающего электрода, имеющего конечные размеры, на плоскость слоя, а третий — сила, возникающая благодаря наличию дополнительных потенциалов, в плоскости электронного пятна. В нашем случае это параболический потенциал, ограничивающий движение электронов в направлении  $y$ .

Сила  $\mathbf{f}_i^{(\perp)}$  может быть вычислена в предположении, что заряд равномерно распределен по прижимающему электроду с поверхностной плотностью  $\sigma$ , а граничными эффектами можно пренебречь, поскольку выполнено условие  $d \ll L, M$ . В этом случае компоненты силы, действующей на  $i$ -электрон в плоскости слоя со стороны прижимающего электрода, можно представить в виде

$$\begin{aligned} f_x^{(\perp)}(x_i, y_i) &= \sigma e \int_{-M/2}^{M/2} dy' \int_{-L/2}^{L/2} dx' \frac{x' - x_i}{[(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + d^2]^{3/2}}; \\ f_y^{(\perp)}(x_i, y_i) &= \sigma e \int_{-M/2}^{M/2} dy' \int_{-L/2}^{L/2} dx' \frac{y' - y_i}{[(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2 + d^2]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

После вычисления интегралов получаем

$$\begin{aligned} f_x^{(\perp)}(x_i, y_i) &= \sigma e \ln \left| \frac{(-y_p + \sqrt{x_m^2 + y_p^2 + d^2})(y_m + \sqrt{x_p^2 + y_m^2 + d^2})}{(y_m + \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + d^2})(-y_p + \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + d^2})} \right|; \\ f_y^{(\perp)}(x_i, y_i) &= \sigma e \ln \left| \frac{(-x_p + \sqrt{y_m^2 + x_p^2 + d^2})(x_m + \sqrt{y_p^2 + x_m^2 + d^2})}{(x_m + \sqrt{y_m^2 + x_m^2 + d^2})(-x_p + \sqrt{y_p^2 + x_p^2 + d^2})} \right|. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь введены обозначения

$$x_p = \frac{L}{2} + x_i, \quad x_m = \frac{L}{2} - x_i, \quad y_p = \frac{M}{2} + y_i, \quad y_m = \frac{M}{2} - y_i.$$

$f_x^{(\perp)}(x, y)/(\sigma e)$  в зависимости от  $x$  при  $y = 0$  и  $y = M/2$  показана на рис. 2. Следует отметить, что сила  $f_i^{(\perp)}$  оказывается малой по сравнению с внешней силой  $f_i^{(\text{out})}$ , возникающей при наличии потенциала, ограничивающего движение электрона с координатой  $y_i$  в направлении  $y$ . Эту силу удобно представить в виде

$$f_i^{(\text{out})}(y_i) = eW y_i. \quad (9)$$

Параметр  $W$  зависит от геометрии и размеров подложки (прижимающего электрода), кривизны поверхности жидкости и прижимающего поля. При моделировании определяются устойчивые конфигурации двумерной электронной системы в зависимости от величины этого параметра. Для параболического потенциала  $U_i(y_i) = m\omega_{\text{conf}}^2 y_i^2 / 2$  имеем  $W = E_{\perp} / R$ .

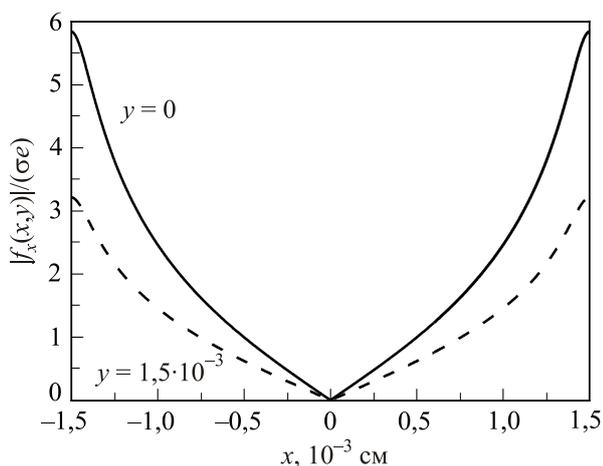


Рис. 2. Пропорциональная силе безразмерная величина  $|f_x^{(\perp)}(x,y)|/(\sigma e)$  как функция  $x$  при  $y=0$  и  $y=M/2$ .

Устойчивые конфигурации электронов при различных значениях параметра  $W$  показаны на рис. 3. Для  $W=0$  имеется упорядочение электронов над всем прижимающим электродом — образуется электронный

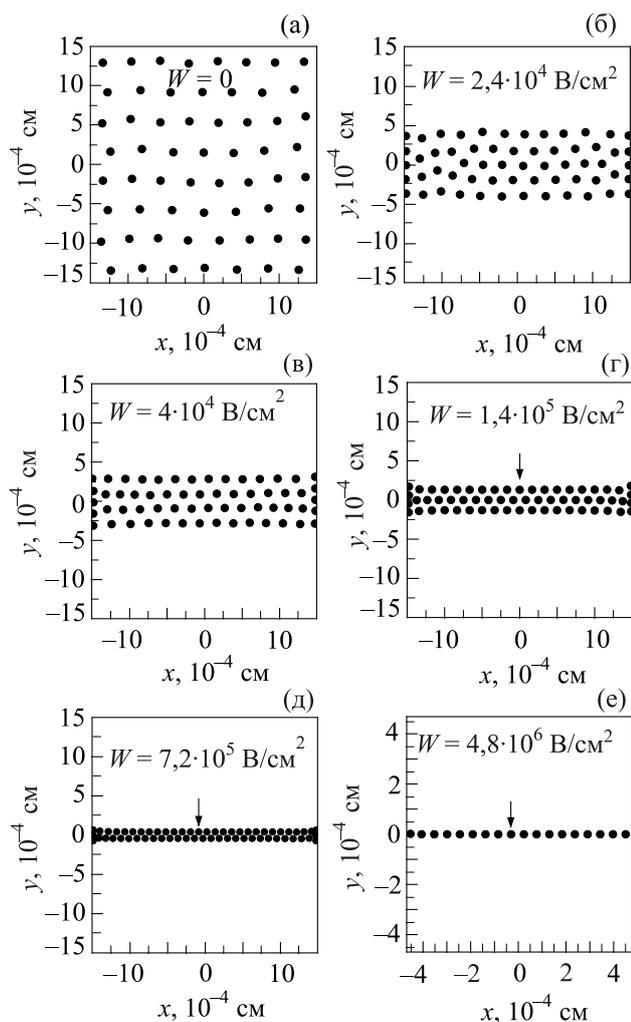


Рис. 3. Эволюция системы и устойчивые конфигурации электронов в плоскости  $\{x-y\}$  в зависимости от параметра  $W$ .

вигнеровский кристалл. По мере увеличения  $W$  происходит перестройка электронной системы — кристалл «сжимается» в направлении  $y$  (рис. 3(б)–(г)), при этом электроны проявляют тенденцию группироваться в несколько параллельных линий, число которых уменьшается с увеличением  $W$ . Для  $W=7,2\cdot 10^5$  В/см<sup>2</sup> ( $E_{\perp} \approx 360$  В/см при  $R=5\cdot 10^{-4}$  см) в системе возникает зигзагообразная конфигурация зарядов, предсказанная Чапликом [1], а дальнейшее увеличение параметра  $W$  до  $W=4,8\cdot 10^6$  В/см<sup>2</sup> ( $E_{\perp} \approx 2400$  В/см при том же значении  $R$ ) приводит к одномерной цепочке электронов. Таким образом, зигзагообразная конфигурация существует в широком интервале прижимающих электрических полей, типичных для экспериментов с поверхностными электронами.

Особенности перехода в конфигурацию с меньшим числом линий зарядов, в том числе зигзага в одномерную цепочку электронов, весьма интересны. Чтобы промоделировать этот процесс, рассчитывалось поведение электронной системы при непрерывном изменении параметра  $W$  (рис. 3(д) и (е)), причем проанализирована эволюция координат  $x$  и  $y$  одного из электронов (рис. 4(а) и (б) соответственно). Этот электрон показан стрелкой на рис. 3(д) и (е) и находится далеко от края электронного пятна.

Как видно, наблюдается достаточно резкое изменение координат в зависимости от  $W$ , что можно трактовать как указание на возможность фазового перехода между зигзагом и линейной цепочкой электронов. Аналогичный вывод можно сделать и относительно эволюции  $x$  и  $y$  координат электрона (рис. 4(в) и (г)) при образовании зигзага (рис. 3(д)) из конфигурации, показанной на рис. 3(г). Сходные поведения координат электронов следует ожидать и при переходе между конфигурациями рис. 3(в) и (г) (детальное изучение такого поведения не проводилось).

### Закон дисперсии коллективных колебаний

Как следует из проведенного моделирования, конфигурации электронов из нескольких линий зарядов существуют в достаточно широком интервале значений параметра  $W$  и, следовательно,  $E_{\perp}$ . В принципе, возможно определение законов дисперсии коллективных плазменных колебаний для конфигураций зарядов, состоящих из нескольких линий (рис. 3(в) и (г)). Однако ограничимся рассмотрением системы электронов типа зигзаг (две линии, рис. 3(д)), поскольку в этом случае возможно получение аналитических результатов, что практически невозможно при наличии трех и более линий зарядов. Рассмотрим систему электронов, изображенную на рис. 5, которая является детальным изображением системы на рис. 3(д). Система состоит из двух цепочек, расстояние между равновесными положениями зарядов в цепочках равно  $a$ , причем соот-

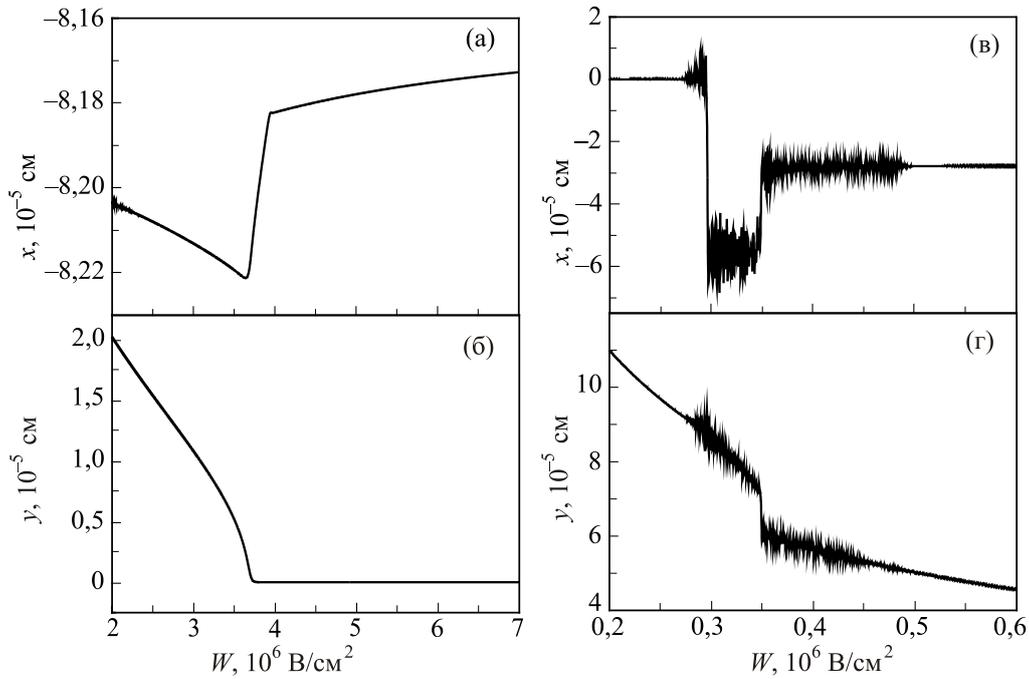


Рис. 4. Изменение координат  $x$  и  $y$  электрона вдали от края системы в области образования одной линии из зигзага (а, б) и зигзага из конфигурации рис. 3(г) (в, г).

ветствующие позиции электронов одной из цепочек смещены относительно другой на  $a/2$ . Таким образом, зигзагообразная конфигурация частиц состоит из равносторонних треугольников со стороной  $a$ . Ось  $x$  считаем расположенной посередине между двумя линиями зарядов на расстоянии  $d/2$  от каждой из линий; расстояние между линиями  $d = \sqrt{3}a/2$ .

Обозначая координаты равновесных положений частиц вдоль оси  $x$  в обеих цепочках как  $x_i^{(k)}$  ( $k = 1, 2$ ) и вводя малые смещения из положений равновесия  $\xi_i^{(k)}$  вдоль  $x$  и  $\eta_i^{(k)}$  вдоль  $y$  для  $i$ -го электрона в каждой из линий  $k = 1$  или  $2$ , разлагая кулоновскую энергию взаимодействия частиц до квадратичных членов по  $\xi_i^{(k)}$  и  $\eta_i^{(k)}$ , получаем следующий вклад в потенциальную энергию кулоновского взаимодействия:

$$U_{\text{Coul}} = U_{\text{line}} + U_{12}, \quad (10)$$

$$U_{\text{line}} = \sum_{k=1}^2 \sum_i \left\{ \frac{m}{2} \omega_{\text{conf}}^2 (\eta_i^{(k)})^2 + \frac{e^2}{2} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{(\xi_i^{(k)} - \xi_j^{(k)})^2}{|x_i^{(k)} - x_j^{(k)}|^3} - \frac{(\eta_i^{(k)} - \eta_j^{(k)})^2}{2|x_i^{(k)} - x_j^{(k)}|^3} \right] \right\}; \quad (11)$$

$$U_{12} = \frac{e^2}{2} \sum_{i,j} \left\{ \frac{[(x_i^{(1)} - x_j^{(2)})^2 - d^2/2]}{[(x_i^{(1)} - x_j^{(2)})^2 + d^2]^{5/2}} (\xi_i^{(1)} - \xi_j^{(2)})^2 - \frac{[(x_i^{(1)} - x_j^{(2)})^2 - 2d^2]}{2[(x_i^{(1)} - x_j^{(2)})^2 + d^2]^{5/2}} (\eta_i^{(1)} - \eta_j^{(2)})^2 \right\}. \quad (12)$$

Первые два члена в (11) описывают дополнительную потенциальную энергию частиц из-за наличия прижимающего поля, следующие члены — кулоновскую энергию их взаимодействия внутри обеих линий зарядов, а выражение (12) — энергию взаимодействия электронов, расположенных в разных линиях.

В пределе  $d \rightarrow \infty$  имеем  $U_{12} = 0$  и получаем  $U = U_{\text{line}}$ , что соответствует смещениям электронов из равновесных положений в невзаимодействующих линиях.

Если считать, что две линии электронов смещены относительно центра проводящего канала  $x = 0$  на  $y = \pm d/2$ , частота  $\omega_{\text{conf}}$  становится равной

$$\omega_0^2 = \frac{eE_{\perp}}{mR \left( 1 - \frac{d^2}{4R^2} \right)^{3/2}}, \quad (13)$$

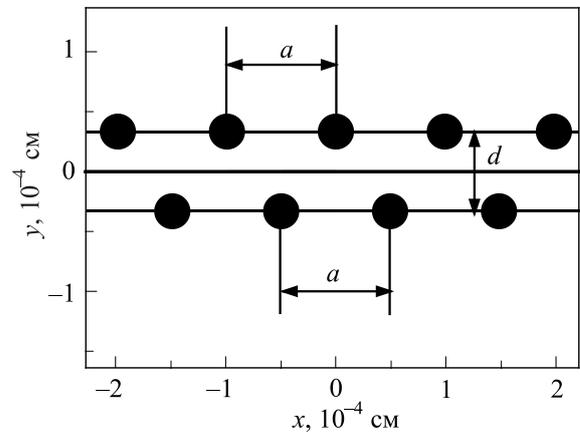


Рис. 5. Зигзагообразная конфигурация электронов.

$d < 2R$ , что несколько отличается от частоты  $\omega_{\text{conf}}^2 = eE_{\perp}/(mR)$  в случае одиночной цепочки зарядов, расположенной при  $y = 0$ .

Закон дисперсии плазменных колебаний получается при решении дисперсионного уравнения, которое является следствием условия совместности уравнений движения системы с потенциальной энергией (10). Уравнения пишутся для фурье-компонент смещений  $\xi_q^{(1)}$  и  $\xi_q^{(2)}$  (продольные колебания), а также для пары  $\eta_q^{(1)}$  и  $\eta_q^{(2)}$  в случае поперечных колебаний. При записи уравнений учитываем трансляционную инвариантность при перемещении на  $a$  в случае взаимодействия частиц внутри обеих линий и на  $a/2$  при рассмотрении взаимодействия электронов в разных линиях.

*Продольные колебания.* Закон дисперсии продольных колебаний содержит две ветви:

$$(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 = \omega_{\text{Coul}}^2 \Phi_{\parallel}^{(\pm)}(qa); \quad \Phi_{\parallel}^{(\pm)}(qa) = F_{\text{line}}(qa) + F_{\parallel}^{(\pm)}(qa), \quad (14)$$

где

$$F_{\text{line}}(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[1 - \cos(uk)]}{k^3}, \quad (15)$$

$$F_{\parallel}^{(\pm)}(u) = S_{\parallel} \pm C_{\parallel}(u), \quad (16)$$

$$S_{\parallel} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - d^2/(2a^2)]}{[(k-1/2)^2 + d^2/a^2]^{5/2}} \approx 0,0889;$$

$$C_{\parallel}(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - d^2/(2a^2)]}{[(k-1/2)^2 + d^2/a^2]^{5/2}} \cos \left[ u \left( k - \frac{1}{2} \right) \right].$$

Как уже отмечалось для конфигурации зарядов, представленной на рис. 5,  $d = \sqrt{3}a/2$ . В пределе  $d \rightarrow \infty$  второй член в (14) исчезает:  $F_{\parallel}^{(\pm)}(qa) = 0$ . В этом случае оба решения дисперсионного уравнения вырождаются в  $(\omega_{\parallel})^2 = \omega_{\text{Coul}}^2 F_{\text{line}}(qa)$ . Эта частота, соответствующая продольным колебаниям электронов в одиночной изолированной цепочке, в длинноволновом пределе  $|qa| \ll 1$  переходит в  $(\omega_q^{\parallel})^2$  из (1). В обратном пределе  $d \rightarrow 0$  получаем  $(\omega_{\parallel}^{(-)})^2 = 8\omega_{\text{Coul}}^2 F_{\text{line}}(qa/2)$ , что соответствует закону дисперсии продольных колебаний одиночной цепочки электронов [1,2] с равновесным расстоянием  $a/2$  между частицами. Вторая мода колебаний при этом становится  $(\omega_{\parallel}^{(+)})^2 = 8\omega_{\text{Coul}}^2 F_{\text{line}}(qa/2 \pm \pi)$ , что опять-таки есть закон дисперсии продольных колебаний одиночной цепочки с центром первой зоны Бриллюэна, смещенным на  $\pm\pi$  относительно положения  $q = 0$  в случае моды  $\omega_{\parallel}^{(-)}(q)$ .

Для конечных  $d$  обе ветви продольных колебаний задаются (14), и их законы дисперсии отличаются зна-

ком во втором слагаемом в  $\Phi_{\parallel}^{(\pm)}(qa)$ . В случае знака минус перед  $C_{\parallel}$  в (16) имеем акустическую моду  $\omega_{\parallel}^{(-)}$ , закон дисперсии которой начинается с нуля при  $q = 0$ . Вторая продольная мода  $\omega_{\parallel}^{(+)}$  является оптической, поскольку при нулевом значении волнового числа имеем

$$[\omega_{\parallel}^{(+)}(0)]^2 = 2(\omega_q^{\parallel})^2 = 2\omega_{\text{Coul}}^2 S_{\parallel} \approx 0,18\omega_{\text{Coul}}^2$$

при  $d = \sqrt{3}a/2$ .

Функции, характеризующие законы дисперсии (14), представлены на рис. 6. Функция  $F_{\text{line}}(u)$  (рис. 6(a)) монотонно возрастает в интервале  $0 < u < \pi$  (первая зона Бриллюэна) от  $F_{\text{line}}(0) = 0$  до  $F_{\text{line}}(\pi) = 7\zeta(3)/4 \approx 2,1$ , где  $\zeta(x)$  — дзета-функция Римана. В то же время функции  $F_{\parallel}^{(-)}(u)$  и  $F_{\parallel}^{(+)}(u)$  испытывают экстремумы в том же интервале изменения аргумента, причем  $F_{\parallel}^{(+)}$  является знакопеременной (рис. 6(б) и (в)).

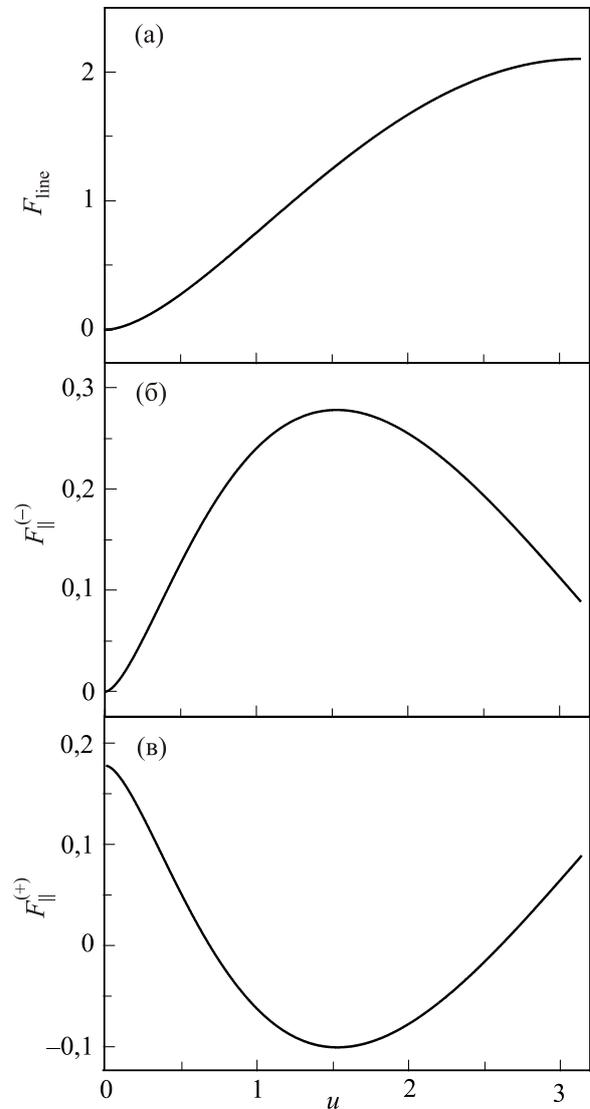


Рис. 6. Функции  $F_{\text{line}}(u)$  (а),  $F_{\parallel}^{(-)}(u)$  (б) и  $F_{\parallel}^{(+)}(u)$  (в), характеризующие продольные ветви колебаний зигзагообразной конфигурации электронов.

Граничные значения для этих функций следующие:  
 $F_{\parallel}^{(-)}(0) = 0$ ;  $F_{\parallel}^{(+)}(0) = 2S_{\parallel}$ ;  $F_{\parallel}^{(-)}(\pi) = F_{\parallel}^{(+)}(\pi) = S_{\parallel}$ .

Как видно на рис. 6, во всем интервале изменения функции  $F_{\parallel}^{(\pm)}(u)$  приобретают значения, значительно меньшие соответствующих значений  $F_{\text{line}}(u)$ . Это означает, что функции  $\Phi_{\parallel}^{(\pm)}(u)$ , которые, согласно (14), определяют частоты продольных мод, количественно несильно отличаются от  $F_{\text{line}}(u)$ . То есть частоты продольных мод количественно близки к частоте продольной моды в одинарной цепочке электронов. В то же время имеется существенное качественное отличие — одна из продольных мод,  $\omega_{\parallel}^{(+)}$ , является оптической, так как  $\Phi_{\parallel}^{(+)}(0) = F_{\parallel}^{(+)}(0) = 2S_{\parallel}$ , тогда как  $F_{\text{line}}(0) = 0$ .

Сравнительное поведение законов дисперсии акустической (знак минус) и оптической (знак плюс) продольных мод, а также продольной моды  $\omega_q^{(||)}$  в одинарной цепочке зарядов демонстрирует рис. 7, где приведены функции  $\Phi_{\parallel}^{(-)}(u)$ ,  $\Phi_{\parallel}^{(+)}(u)$  и  $F_{\text{line}}(u)$ . Обращает на себя внимание тот факт, что функции  $\Phi_{\parallel}^{(+)}(u) = F_{\text{line}}(u) + F_{\parallel}^{(+)}(u)$  и  $F_{\text{line}}(u)$  пересекаются в двух точках, что является следствием двукратного изменения знака  $F_{\parallel}^{(+)}(u)$  в интервале  $0 < u < \pi$ .

**Поперечные колебания.** Закон дисперсии поперечных колебаний также содержит две ветви и заметно отличается от закона дисперсии продольных мод:

$$(\omega_{\perp}^{(\pm)})^2 = \omega_{\text{Coul}}^2 \Phi_{\perp}^{(\pm)}(qa); \quad \Phi_{\perp}^{(\pm)}(qa) = \frac{\omega_0^2}{\omega_{\text{Coul}}^2} - \frac{F_{\text{tr}}^{(\pm)}(qa)}{2}, \quad (17)$$

где

$$F_{\text{tr}}^{(\pm)}(u) = F_{\text{line}}(u) + F_{\perp}^{(\pm)}(u), \quad F_{\perp}^{(\pm)}(u) = S_{\perp} \pm C_{\perp}(u),$$

$$S_{\perp} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - 2d^2/a^2]}{[(k-1/2)^2 + d^2/a^2]^{5/2}} \approx -1,1198,$$

$$C_{\perp}(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(k-1/2)^2 - 2d^2/a^2]}{[(k-1/2)^2 + d^2/a^2]^{5/2}} \cos \left[ u \left( k - \frac{1}{2} \right) \right].$$

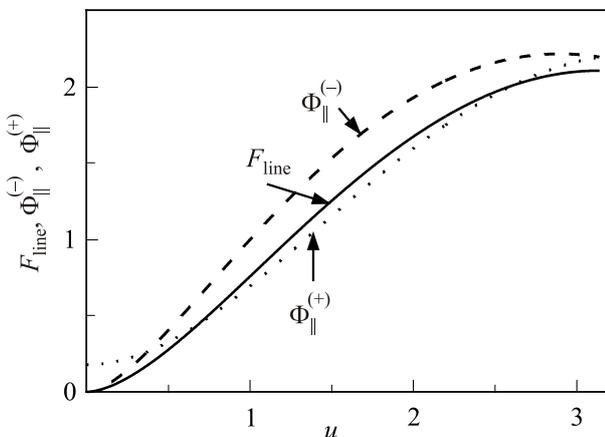


Рис. 7. Функции  $F_{\text{line}}(u)$ ,  $\Phi_{\parallel}^{(-)}(u)$  и  $\Phi_{\parallel}^{(+)}(u)$ .

Как легко видеть, аналогично продольным ветвям колебаний, получаем закон дисперсии поперечной ветви колебаний одинарной цепочки [1,2] с расстоянием  $a$  между электронами в случае  $d \rightarrow \infty$  ( $S_{\perp} = C_{\perp}(u) = 0$ ,  $F_{\text{tr}}^{(\pm)}(u) = F_{\text{line}}(u)$ ). Соответственно, при  $d \rightarrow 0$  имеем  $F_{\text{tr}}^{(-)}(u) = F_{\text{line}}(u/2)$  и  $F_{\text{tr}}^{(+)}(u) = F_{\text{line}}(u/2 \pm \pi)$ , а  $\omega_{\text{Coul}}^2$  в (17) теперь зависит от  $a/2$  и становится в 8 раз больше. В обоих пределах частоту  $\omega_0$  в (17) следует заменить на частоту  $\omega_{\text{conf}}$  для одинарной цепочки.

Функция  $F_{\perp}^{(-)}(u)$  в пределах первой зоны Бриллюэна показана на рис. 8(а), функция  $F_{\perp}^{(+)}(u)$  — на рис. 8(б). Если функция  $F_{\perp}^{(-)}$  положительна при  $x \leq 1,05$ , то  $F_{\perp}^{(+)}$  отрицательна во всем интервале  $0 < u < \pi$ . Функции имеют следующие граничные значения:  $F_{\perp}^{(-)}(0) = 0$ ,  $F_{\perp}^{(+)}(0) = 2S_{\perp}$ ,  $F_{\perp}^{(-)}(\pi) = F_{\perp}^{(+)}(\pi) = S_{\perp}$ . Эти соотношения аналогичны соответствующим соотношениям для продольных мод.

На рис. 8(в) и (г) функции  $F_{\text{tr}}^{(\pm)}(u)$ , входящие в законы дисперсии (7), показаны вместе с  $F_{\text{line}}(u)$ . Видно, что  $F_{\text{tr}}^{(-)}(u)$  заметно отличается от  $F_{\text{line}}(u)$  при  $u$ , превышающем единицу, тогда как количественное отличие  $F_{\text{tr}}^{(+)}(u)$  от  $F_{\text{line}}(u)$  весьма существенно при всех аргументах.

Функции  $\Phi_{\perp}^{(\pm)}(u)$ , определяющие, согласно (17), законы дисперсии поперечных колебаний, показаны на рис. 9 для  $E_{\perp} = 450$  В/см. Качественно такие же зависимости имеются и для больших прижимающих полей. Обе поперечные моды являются оптическими. Мода  $\omega_{\perp}^{(-)}(q)$  начинается с частоты  $\omega_0$  при  $q = 0$ , тогда как  $\omega_{\perp}^{(+)}(q)$  стартует с частоты  $\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{\text{Coul}}^2} |S_{\perp}|$ , поскольку  $F_{\text{tr}}^{(+)}(0) = F_{\perp}^{(+)}(0) = 2S_{\perp} \approx -2,24$ .

Для сравнения на рис. 9 проиллюстрирован также закон дисперсии поперечной моды колебаний одинарной цепочки зарядов. В этом случае в (17) следует положить  $F_{\text{tr}}^{(-)}(u) = F_{\text{line}}(u)$ , а также заменить  $\omega_0$  из (13) на  $\omega_{\text{conf}}$ . Небольшое отличие  $\Phi_{\text{line}}(u) = \omega_{\text{conf}}^2 / \omega_{\text{Coul}}^2 - F_{\text{line}}(u)/2$  от  $\Phi_{\perp}^{(-)}(u)$  при  $u = 0$  связано с тем, что  $\omega_{\text{conf}} > \omega_0$ .

На рис. 9 видно, что с возрастанием  $u$  функция  $\Phi_{\text{line}}(u)$  монотонно уменьшается, причем при  $u$ , близких к  $\pi$ , эта функция тем меньше, чем меньше значение пороговой частоты. Как было показано в [2], при  $E_{\perp} < 300$  В/см ( $R = 5 \cdot 10^{-4}$  см;  $a = 10^{-4}$  см) квадрат частоты поперечной моды колебаний одинарной цепочки электронов становится отрицательным при  $|qa| = \pi$ . В то же время функция  $\Phi_{\perp}^{(+)}(u)$  для всех рассмотренных  $u$  имеет значения, значительно большие, чем  $\Phi_{\text{line}}(u)$ , а  $\Phi_{\perp}^{(-)}(u) > \Phi_{\text{line}}(u)$  при  $u > 1$ . Это означает, что моды  $\omega_{\perp}^{(\pm)}$  в случае двух цепочек элек-

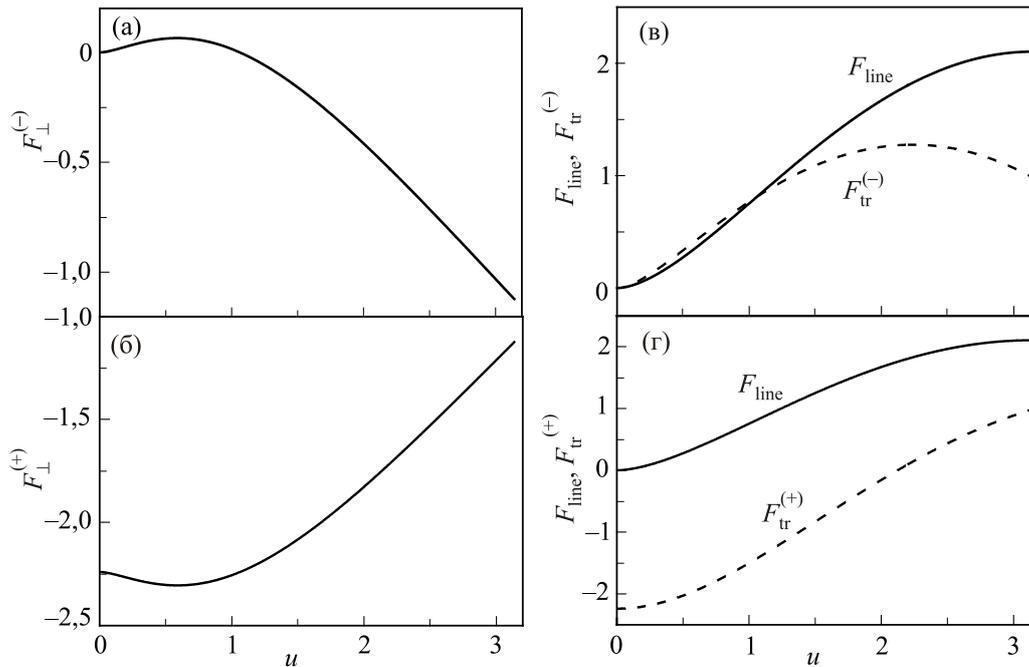


Рис. 8. Функции, характеризующие поперечные колебания зигзагообразной конфигурации электронов:  $F_{\perp}^{(-)}(u)$  (а);  $F_{\perp}^{(+)}(u)$  (б);  $F_{\text{line}}(u)$  и  $F_{\text{tr}}^{(-)}(u)$  (в);  $F_{\text{line}}(u)$  и  $F_{\text{tr}}^{(+)}(u)$  (г).

тронов значительно стабильнее поперечной моды  $\omega_{\perp}^{\perp}$  из (2). Таким образом, конфигурация зигзага (две цепочки зарядов) оказывается более устойчивой, чем одиночная цепочка зарядов. Данный вывод согласуется с утверждением [1] о том, что конфигурация зигзага энергетически предпочтительнее одиночной цепочки. Интересно отметить, что в ПСФ, где учитывается конечность масштаба  $y_0$  локализации электронов вдоль направления  $y$ , поперечная мода колебаний также оказывается заметно более стабильной, чем в одноцепочечном квазикристаллическом приближении [9].

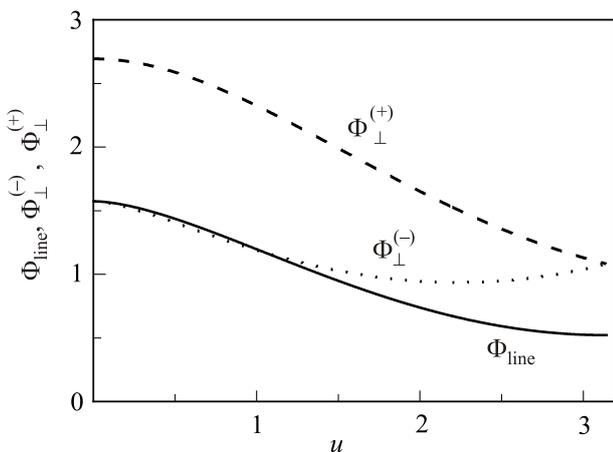


Рис. 9. Функции  $\Phi_{\text{line}}(u)$ ,  $\Phi_{\perp}^{(-)}(u)$  и  $\Phi_{\perp}^{(+)}(u)$  для  $a = 10^{-4}$  см,  $R = 5 \cdot 10^{-4}$  см и  $E_{\perp} = 450$  В/см ( $\omega_0 = 4,0 \cdot 10^{10}$  с $^{-1}$ ;  $\omega_{\text{Coul}} \simeq 3,2 \cdot 10^{10}$  с $^{-1}$ ).

### Влияние магнитного поля на коллективные колебания

Магнитное поле  $\mathbf{B}$ , перпендикулярное поверхности жидкости, «смешивает» движения вдоль направлений  $x$  и  $y$ , что приводит к сильному изменению законов дисперсии плазменных колебаний по сравнению со случаем нулевого поля. Добавляя силу Лоренца в уравнения движения для продольных и поперечных смещений электронов из равновесных положений, из условия совместности четырех уравнений получаем два биквадратных уравнения относительно частот  $\omega = \omega_{1,2}^{(\pm)}(q)$ , определяющих четыре ветви закона дисперсии в присутствии магнитного поля:

$$\omega^4 - [(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 + (\omega_{\perp}^{(\pm)})^2 + \omega_c^2]\omega^2 + (\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2(\omega_{\perp}^{(\pm)})^2 = 0. \quad (18)$$

Здесь  $\omega_c$  — циклотронная частота;  $(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2$  и  $(\omega_{\perp}^{(\pm)})^2$  задаются (14) и (17) соответственно.

Уравнения (18) имеют тот же вид, что уравнения для законов дисперсии в одиночной цепочке электронов [2], а в пределе  $d \rightarrow \infty$  переходят в эти уравнения тождественно. В обратном пределе  $d = 0$  выражения (18) описывают законы дисперсии одиночной цепочки с расстоянием  $a/2$  между частицами, причем, как уже выше отмечалось при анализе продольных и поперечных мод, при верхнем индексе «+» уравнения (18) описывают законы дисперсии с центром первой зоны

Бриллюэна, смещенным на  $\pi$  относительно такого центра в моде с индексом « $\leftarrow$ ».

Корни уравнений (18) имеют вид

$$[\omega_{1,2}^{(\pm)}(q)] = \left[ \frac{(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 + (\omega_{\perp}^{(\pm)})^2 + \omega_c^2}{2} \right] \times \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 (\omega_{\perp}^{(\pm)})^2}{[(\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 + (\omega_{\perp}^{(\pm)})^2 + \omega_c^2]^2}} \right]. \quad (19)$$

Частотам  $\omega_1^{(\pm)}$  соответствует знак плюс перед радикалом, а частотам  $\omega_2^{(\pm)}$  — знак минус. Поскольку мода  $\omega_{\parallel}^{(-)}(q)$  акустическая, акустической будет и мода  $\omega_2^{(-)}(q)$ , начинаясь с нулевого значения при  $q = 0$ . Остальные три частоты в (19) оптические.

Из-за формального сходства (19) с решением дисперсионного уравнения для одиночной цепочки в [2], асимптотические пределы мод (19) можно записать по аналогии с [2]. Так, в пределе  $\omega_{\text{Coul}}^2 \ll \omega_0^2 \ll \omega_c^2$  имеем  $(\omega_1^{(\pm)})^2 \approx \omega_c^2$ ;  $(\omega_2^{(\pm)})^2 \approx \omega_0^2 (\omega_{\parallel}^{(\pm)})^2 / \omega_c^2$ . Таким образом, частоты  $\omega_2^{(\pm)}$  убывают при больших магнитных полях обратно пропорционально величине этого поля.

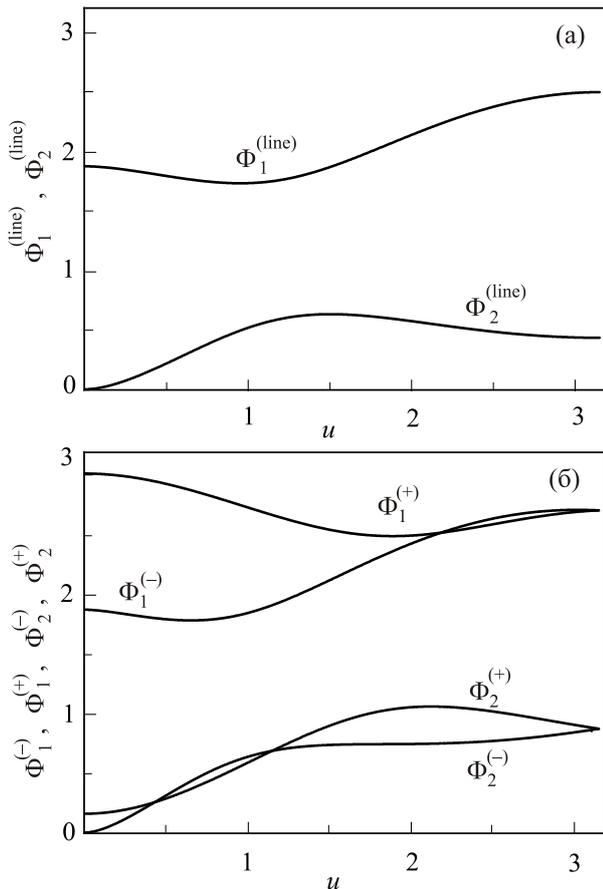


Рис. 10. Функции, характеризующие законы дисперсии плазменных колебаний в присутствии магнитного поля:  $\Phi_{1,2}^{(\text{line})}(u)$  для одной цепочки электронов (а) и  $\Phi_{1,2}^{(\pm)}(u)$  для зигзагообразного расположения частиц (б) при  $E_{\perp} = 450$  В/см и  $a = 10^{-4}$  см,  $B = 0,1$  Т.

Функции  $\Phi_{1,2}^{(\pm)}(u) = \omega_{1,2}^{(\pm)}(u) / \omega_{\text{Coul}}^2$ , где, как и выше,  $0 < u < \pi$ ,  $u = |qa|$ , характеризующие законы дисперсии мод (19), представлены на рис. 10, где для сравнения показаны также соответствующие функции  $\Phi_{1,2}^{(\text{line})}(u)$  законов дисперсии частот колебаний в одиночной цепочке [2] электронов при тех же значениях  $E_{\perp}$  и  $a$ . Интересно отметить, что  $\Phi_1^{(-)}(\pi) = \Phi_1^{(+)}(\pi)$  и  $\Phi_2^{(-)}(\pi) = \Phi_2^{(+)}(\pi)$ .

### Заключение

Проведенное моделирование показало, что в двумерном слое электронов над жидким гелием при увеличении силы, связанной с наличием внешнего потенциала, действующего в одном из пространственных направлений в плоскости электронного пятна, формируются конфигурации, состоящие из нескольких линий зарядов. Такая внешняя сила в случае квазиодномерного проводящего канала, создаваемого на поверхности жидкого гелия путем искривления формы его поверхности капиллярными силами, пропорциональна прижимающему электрическому полю, нормальному плоскости слоя зарядов. В области прижимающих полей порядка нескольких сотен вольт на сантиметр следует ожидать возникновения зигзагообразной конфигурации, которая при увеличении прижимающего поля примерно на порядок переходит в линейную цепочку зарядов, расположенных на одинаковом среднем расстоянии друг от друга вдоль цепочки (квазикристаллическое упорядочение).

Поскольку одной из важнейших характеристик линейных электронных систем являются законы дисперсии плазменных колебаний, в настоящей работе теоретически вычислены законы дисперсии плазменных колебаний для двухцепочечной зигзагообразной конфигурации зарядов и проведено сравнение с соответствующими законами дисперсии, ранее вычисленными в одноцепочечном приближении для квазиодномерных электронных систем в квазикристаллическом приближении и ПСФ [1–9]. Надеемся, что проведенное вычисление стимулирует экспериментальные исследования плазменных колебаний в квазиодномерных проводящих каналах над жидким гелием и позволит путем сопоставления с полученными нами теоретическими результатами сделать вывод о реализации той или иной конфигурации электронов в системе.

Рассмотрение, проведенное в настоящей работе, свидетельствует о том, что законы дисперсии плазменных мод существенно отличаются в случае одной цепочки электронов и двух цепочек (зигзагообразная конфигурация). Так, в случае зигзагообразной конфигурации имеются две продольных и две поперечных моды, причем одна из продольных мод — оптическая, а вторая — акустическая, тогда как единственная продольная мода в

одноцепочечной конфигурации — акустическая, а оптической является только поперечная мода (рис. 7, 8). Второе важное отличие двух конфигураций частиц — заметная стабилизация поперечных мод в зигзагообразной конфигурации по сравнению с одноцепочечной (рис. 8, 9), т.е. при эффективной «двумеризации» системы по сравнению с одномерной линейной конфигурацией. Гораздо устойчивее становится мода, при  $q = 0$  стартовая со значения  $\omega_0$ . Такая же мода в случае одной цепочки теряет устойчивость при значениях прижимающего поля менее 300 В/см при том же среднем расстоянии между частицами, что на рис. 9. Данный факт говорит о том, что зигзагообразная конфигурация, которая, согласно [1], энергетически более предпочтительна по сравнению с одиночной цепочкой, является и гораздо устойчивее относительно малых поперечных смещений частиц из равновесных позиций.

Интересно, что в присутствии магнитного поля, нормального плоскости, в которой расположены электроны (рис. 10), происходит не только удвоение числа мод по сравнению с одиночной цепочкой, но и сближение мод при приближении к верхней границе первой зоны Бриллюэна.

В то же время следует отметить, что численные значения частот плазменных колебаний оказываются довольно близкими в случае обеих указанных конфигураций частиц, особенно при малых значениях волнового числа (малые значения аргумента  $u$ ) в соответствующих функциях на рис. 7–9. Это обстоятельство следует принимать во внимание при экспериментальных попытках установить, изучая плазменные колебания, какая конфигурация электронов реализуется — одна цепочка или зигзаг. Чтобы сделать определенные заключения, необходимо не только сравнивать измеренные значения частот с теоретическими оценками, но и тщательно исследовать дисперсию колебания в пределе  $q \rightarrow 0$ . Особенно существенным было бы изучение закона дисперсии продольных колебаний. Обнаружение оптической продольной моды плазменных колебаний явилось бы сильным аргументом в пользу реализации зигзагообразной конфигурации зарядов.

Авторы выражают признательность С.Б. Феодосьеву за обсуждение результатов работы и полезные замечания в ходе ее выполнения.

1. А.В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 275 (1980) [*JETP Lett.* **31**, 252 (1980)].
2. С.С. Соколов, О.И. Киричек, *ФНТ* **20**, 761 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 599 (1994)].
3. S. Das Sarma and W.-Y. Lai, *Phys. Rev. B* **32**, 1401 (1985).
4. Q. Li and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **40**, 5860 (1990).
5. Q.P. Li and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **43**, 11768 (1991).
6. G.Y. Hu and R.F. O'Connell, *Phys. Rev. B* **42**, 1290 (1990).
7. G.-Q. Hai, N. Studart, and G.E. Marques, *Phys. Rev. B* **55**, 15154 (1997).

8. S.S. Sokolov and N. Studart, *Phys. Rev. B* **57**, R704 (1998).
9. S.S. Sokolov and N. Studart, *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, 9563 (2000).
10. Ю.З. Ковдря, *ФНТ* **29**, 107 (2003) [*Low Temp. Phys.* **29**, 77 (2003)].
11. Ю.З. Ковдря, Ю.П. Монарха, *ФНТ* **12**, 1011 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 571 (1986)].
12. S.S. Sokolov, J.-P. Rino, and N. Studart, *Phys. Rev. B* **75**, 233405 (2007).
13. S.S. Sokolov and N. Studart, *Phys. Rev. B* **68**, 195403 (2003).
14. G. Piacente, F.M. Peeters, and J.J. Betouras, *Phys. Rev. E* **70**, 036406 (2004).
15. D.S. Fisher, B.I. Halperin, and P.M. Platzman, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 798 (1979).
16. Y.P. Monarkha and K. Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer-Verlag, Berlin (2003).
17. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **38**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 1067 (2012)].
18. S.S. Sokolov and N. Studart, *Phys. Rev. B* **60**, 15562 (1999).
19. А.В. Смородин, В.А. Николаенко, С.С. Соколов, Л.А. Карачевцева, О.А. Литвиненко, *ФНТ* **38**, 1158 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 915 (2012)].

## Collective oscillations of two-chain electron system in the conducting channel over liquid helium

V.E. Syvokon and S.S. Sokolov

The simulation is made of low-dimensional electron system over liquid helium. It is shown that the inclusion of additional potential, acting in the plane of charge sheet, leads to the compression of the system in the direction of the external force action. Such potential arises under experimental realization of surface electron system over profiled substrate where the potential is proportional to the holding electric field. It is found that the system, passing sequentially through the configurations of several linear chains, moves from the state of two-dimensional electron crystal to zigzag configuration previously predicted by Chaplik. With further increase of the holding field system is reconstructed into a single linear chain. The dispersion laws of collective plasma oscillations of electrons zigzag configuration are calculated by the method of the equations of motion. One of the longitudinal oscillation modes is acoustic, whereas other one is optical. Both transverse oscillation branches of oscillations are optical. A comparison is made of the results with dispersion laws for a single chain of electrons. It is shown that the dispersion laws of transverse plasma oscillations are more stable than the transverse branch of the oscillations of a single chain. The influence of magnetic field on the spectrum of plasma oscillations of electron zigzag configuration is studied.

PACS: **73.20.-r** Electron states at surfaces and interfaces;  
**73.20.Mf** Collective excitations (including excitons, polarons, plasmons and other charge-density excitations);

**73.21.-b** Electron states and collective excitations in multilayers, quantum wells, mesoscopic, and nanoscale systems.

Keywords: surface electrons, collective excitations, low-dimensional charge systems.