

О законе дисперсии солитонов типа кинков в одномерных ферромагнетиках

Е.Г. Галкина

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, 03028, Украина

Б.А. Иванов

Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 36б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: bivanov@i.com.ua

Статья поступила в редакцию 12 сентября 2006 г.

Исследована нелинейная классическая и квантовая динамика топологических солитонов (кинков) в спиновой цепочке с немалой двухосной анизотропией. Аналитические расчеты и численное моделирование проведены для дискретной модели с классическими спинами, и результаты использованы для анализа квантовых свойств кинка в квазиклассическом приближении. Исследование потенциала решеточного пиннинга — основной момент в данном анализе. Потенциал пиннинга существенно определяется микроскопическим источником анизотропии, для чисто обменной анизотропии он отсутствует, и только для чисто одноионной анизотропии он может быть немалым. Показано, что под действием внешнего ведущего магнитного поля кинк испытывает блоховские осцилляции. Квантовый спектр кинка состоит из конечного числа неперекрывающихся зон: S зон для целого значения атомного спина S и $2S$ для полуцелого спина. Исследованы различные эффекты квантового туннелирования, а именно туннельного перехода из одного положения в решетке в другое и туннельного изменения топологического заряда кинка.

Досліджено нелінійну класичну і квантову динаміку топологічних солітонів (кінків) в спіновому ланцюжку з чималою двовісною анізотропією. Аналітичні розрахунки і чисельне моделювання проведено для дискретної моделі з класичними спінами, і результати використано для аналізу квантових властивостей кінка в квазікласичному наближенні. Дослідження потенціалу граткового пінінгу є основним моментом в нашому аналізі. Потенціал пінінгу істотно визначається микроскопічним джерелом анізотропії, для чисто обмінної анізотропії він відсутній, і тільки для чисто одноіонної анізотропії він може бути чималим. Показано, що під дією зовнішнього провідного магнітного поля кінк випробує блохівські осциляції. Квантовий спектр кінка складається з кінцевого числа зон, що не перекриваються: S зон для цілого значення атомного спину і $2S$ для напівцілого спину. Досліджено різні ефекти квантового тунелювання, а саме тунельного переходу з одного положення в ґратці в інше і тунельної зміни топологічного заряду кінка.

PACS: 05.45.Yv Солитоны;
75.40.Gb Динамические свойства.

Ключевые слова: нелинейная динамика, солитон, кинк, ферромагнетик, уравнение Ландау–Лифшица.

1. Введение и формулировка задачи

Нелинейные возбуждения (солитоны) играют важную роль в физике низкоразмерных упорядоченных сред. В частности, солитоны типа кинков (доменные стенки) нужно учитывать наряду с линейными возбуждениями (магнонами) при описании физических

свойств квазиодномерных ферромагнетиков (ФМ) [1,2]. Для последовательного изучения указанных ФМ возникает вопрос о квантовых свойствах кинков, как минимум, в рамках классического квантования [3–5]. При квазиклассическом анализе кинков как квантовых возбуждений ФМ нужно не только исследовать статическую энергию кинка, но и его закон дисперсии, т.е.

зависимость энергии кинка E от его импульса P . Точное квантовое решение задачи об *уединенном* кинке для какой-либо модели ФМ нам не известно. Среди квантовых задач о поведении спиновых цепочек есть точно решаемые. Достаточно отметить модель спиновой XYZ -цепочки со спином $S = 1/2$ и двухосной анизотропией. Для этой модели известны многие точные решения, в том числе найдено весьма нетривиальное основное состояние в случае антиферромагнитного взаимодействия, а также возбужденные состояния типа спиновых комплексов Бете, которые на классическом языке представляют собой нетопологические солитоны [3,4]. Однако точное квантовое решение задачи об *уединенном ферромагнитном* кинке не построено даже для этой, наиболее изученной модели.

В такой ситуации хорошим подходом является квазиклассическое квантование. Простой анализ солитонов классических уравнений Ландау–Лифшица в терминах квантовых наблюдаемых величин (импульса P и полного числа спиновых отклонений S_z , трактуемого как число связанных в солитоне магнонов N) дает неплохие результаты. В частности, найденная таким образом зависимость энергии солитона E от N и P точно совпадает с соответствующей зависимостью $E(P, N)$ для точно решаемых квантовых моделей; цепочки с одноосной и двухосной анизотропией и со спином $S = 1/2$ (XXZ - и XYZ -модели). Для кинков в модели Изинга с поперечным полем квазиклассическое описание такого типа показало, что закон дисперсии кинков имеет зонный характер и число зон $N = 2S$ зависит только от атомного спина S [5]. Этот результат, а также количественные характеристики зон находятся в хорошем согласии с данными численного моделирования, которое было проведено только при слабых полях [6]. Было также установлено, что такое хорошее согласие достигается только при учете двух факторов: сложного закона дисперсии классических кинков, который в континуальных моделях определяется топологической природой кинка [7], и присутствием потенциала решеточного пиннинга, который присущ только дискретным моделям ФМ. Совместный учет обоих этих факторов был проведен феноменологически в [5]. Важно отметить, что квантовые модели ФМ непременно дискретные, т.е. содержат операторы спина \hat{S}_n на узле n . Представляет интерес последовательный анализ динамики кинков в классических решеточных моделях ФМ. При этом некоторые понятия, такие как координата кинка или его импульс, не могут быть непосредственно перенесены из континуальной теории, не говоря уже о том, что построение точных решений дискретных моделей ФМ представляет собой весьма нетривиальную задачу. Дискретные солитоны рассматривались для многих физических моделей (см.

обзор [8]), но среди описанных в этой работе нет дискретных движущихся кинков в ФМ.

Единственно известное нам решение для кинка в содержательной модели дискретного ФМ было построено более 30 лет назад Гочевым [9]. Он рассмотрел модель ФМ с классическими солитонами и чисто одноосной анизотропией, происходящей из анизотропии взаимодействия спинов (обменной анизотропии). Гамильтониан этой модели \hat{H}_0 в одномерном случае запишем в виде

$$\hat{H}_0 = -J \sum_n [S_{z,n} S_{z,n+1} + (1-\kappa)(S_{x,n} S_{x,n+1} + S_{y,n} S_{y,n+1})], \quad (1)$$

где S_n — спин, расположенный на узле n ; J — обменный интеграл; параметр κ определяет анизотропию системы. Решение для любой анизотропии имеет ту же структуру, что и для известного уокеровского решения в континуальной модели. Вводя угловые переменные

$$S_z = S \cos \theta_n, \quad S_x + iS_y = S \sin \theta_n \exp(i\varphi_n), \quad (2)$$

его можно записать в виде

$$\begin{aligned} \cos \theta_n &= \text{th} [\sigma(n-\xi)], \quad \sin \theta_n = 1/\text{ch} [\sigma(n-\xi)], \\ \varphi_n &= \bar{\varphi} = \text{const}, \end{aligned} \quad (3)$$

где обозначено

$$\sigma = \ln \frac{1 + \sqrt{\kappa(2-\kappa)}}{1-\kappa}, \quad (4)$$

$\bar{\varphi}$ и ξ — произвольные числа. (Здесь использованы обозначения, несколько отличающиеся от выбранных в [9].)

Это точное решение применимо для любого значения анизотропии $0 < \kappa \leq 1$. Для малого $\kappa \ll 1$ выражение для σ упрощается, $\sigma \rightarrow \sqrt{2\kappa}$, и возможен переход к континуальному описанию, что отвечает замене $\sigma(n+\xi) \rightarrow (x-x_0)/\delta_0$, где $x = an$, a — межатомное расстояние, x может рассматриваться как непрерывная координата, $\delta_0 = a/\sqrt{2\kappa} \gg a$ — толщина кинка, x_0 — произвольное число, определяющее положение кинка. В другом предельном случае $\kappa \rightarrow 1$, что соответствует модели Изинга, величина $\sigma \rightarrow \infty$, т.е. характерная ширина кинка $\delta_0 = a/\sigma$ может быть меньше межатомного расстояния a . Наличие произвольного угла $\bar{\varphi}$ определяет плоскость разворота спинов в кинке, что не удивительно, так как модель не имеет анизотропии в плоскости (x, y) . Наличие произвольного, не обязательно целочисленного, параметра ξ является уникальным свойством модели (1). Произвольность ξ означает, что кинк может быть расположен любым образом относительно решетки, иными словами, в задаче полностью отсутствуют эффекты решеточного пиннинга. Подчеркнем, что отсутствие пиннинга ха-

рактерно только для модели (1). Если, например, анизотропия имеет одноионное происхождение, $\hat{H}_{si} = K \sum_n (S^2 - S_{z,n}^2)$, то пиннинг не мал, и при $\delta_0 \sim a$ его амплитуда порядка JS^2 и сравнима с энергией кинка. Наличие внешнего поля, перпендикулярного легкой оси ФМ, также приводит к появлению пиннинга [5].

При отсутствии пиннинга возможно, в принципе, равномерное движение солитона в решетке. Поэтому модель (1) могла бы быть хорошей начальной точкой при изучении динамики кинка в ФМ с немалой анизотропией, в том числе ее квазиклассического квантования. Однако проблема состоит в том, что в модели (1), как и для любого другого гамильтониана с чисто одноосной анизотропией, динамика кинков невозможна. Чтобы это показать, достаточно заметить, что при движении кинка непременно изменяется z -проекция суммарного спина $S_z^{(tot)}$, а аксиально-симметричный гамильтониан (1) не меняется при повороте вокруг оси z и коммутирует с $S_z^{(tot)}$. Таким образом, для поиска моделей, допускающих решение типа движущегося кинка, необходимо дополнить (1) членом, описывающим анизотропию в базисной плоскости. Таким образом, будем исходить из гамильтониана

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Delta\hat{H}, \quad (5)$$

где $\Delta\hat{H}$ — слагаемое, описывающее анизотропию в плоскости базиса. По аналогии с (1), это слагаемое естественно выбрать в виде

$$\Delta\hat{H}_{ex} = J\rho \sum_n S_{y,n} S_{y,n+1}, \quad (6)$$

где ρ — положительная константа. Можно рассматривать и одноионную анизотропию, в этом случае

$$\Delta\hat{H}_{si} = K \sum_n S_{y,n}^2. \quad (7)$$

Ниже мы убедимся, что эти две формы гамильтониана (5) приводят к существенно различным результатам для динамики кинков.

2. Гамильтонов формализм в динамике кинков

Будем искать динамическое состояние типа кинка с соответствующими условиями на бесконечности. Для определенности выберем их в виде $\cos \theta_n \rightarrow 1$ при $n \rightarrow +\infty$ и $\cos \theta_n \rightarrow -1$ при $n \rightarrow -\infty$. Динамика спинов, рассматриваемых как классические векторы фиксированной длины S , описывается дискретной версией уравнений Ландау–Лифшица. В угловых переменных (2) эти уравнения имеют вид

$$\hbar S \sin \theta_n \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \hat{H}}{\partial \theta_n}, \quad (8)$$

$$\hbar S \sin \theta_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t} = -\frac{\partial \hat{H}}{\partial \varphi_n}. \quad (9)$$

Поскольку нас интересует построение гамильтонова формализма для солитонов, начнем с соответствующих переменных. Координату солитона X введем следующим образом [5]:

$$X = \frac{a}{2S} \sum_n [S_{z,n} - S_{z,n}^{(0)}], \quad (10)$$

где $S_{z,n}^{(0)}$ отвечает некоторому «реперному» решению, для которого $X = 0$. Такое определение позволяет непосредственно ввести оператор координаты кинка, который просто выражается через операторы спинов, входящих в гамильтониан. Однако при таком определении параметр $a\xi$, входящий в решение Гочева (3), совпадает с координатой X только для достаточно малых σ , когда применимо континуальное приближение. Фактически, различие $a\xi$ и X незначительно и для $\sigma \sim 1$. Но при достаточно больших $\sigma \sim 3-5$ это различие существенно, и величины $a\xi$ и X совпадают только в симметричных точках $x = a(2k+1)/2$ (см. рис. 1).

В предельном случае модели Изинга величина $\sigma \rightarrow \infty$ и зависимость X от ξ становится разрывной: $X = -a/2$ при всех $-1 < \xi < 0$ и $X = a/2$ при всех $0 < \xi < 1$. Это отражает тот факт, что в модели Изинга кинк можно рассматривать как коллинеарный, в котором все спины параллельны или антипараллельны легкой оси z . Исключением является только избран-

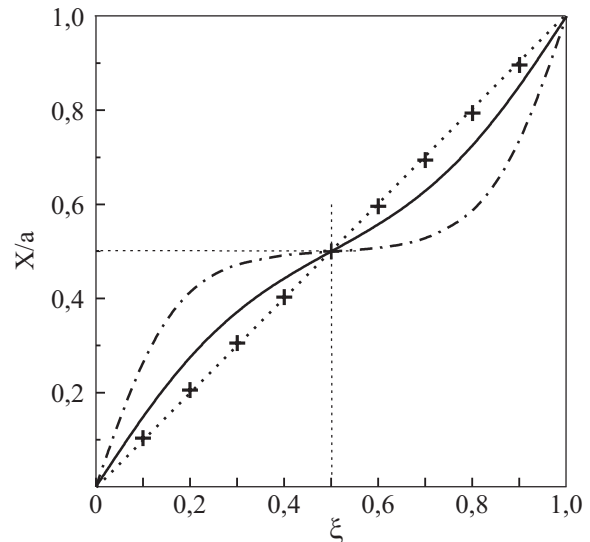


Рис. 1. Соответствие между координатой кинка X/a и параметром ξ в решении (3). Для не очень больших значений σ , типа $\sigma=1,5$, зависимость практически не отличается от асимптотической, зависимость $X/a = \xi$ при $\sigma \rightarrow 0$ указана точечной линией. Выбранные значения σ : 1,5 (+), 3 (—) и 5 (— · —).

ный случай $\xi = 0$, при котором значение $S_{z,n=0}$ может быть произвольным. В терминах координаты кинка X , введенной согласно (10), это означает, что значению $\xi = 0$ может быть приписано любое значение координаты $-a/2 < X < a/2$. Интересно отметить, что такое нетривиальное свойство формально имеет место и в квантовой задаче.

Принципиальное преимущество определения (10) проявляется в том, что оно указывает путь введения импульса кинка P в классических дискретных моделях. (В квантовом случае можно ввести квазиимпульс путем анализа сложных операторов «магнитных трансляций».) Дело в том, что в дискретных моделях, в которых обычно присутствует потенциал пиннинга, импульс не сохраняется, и обычные методы, основанные на теореме Нетер, не применимы. Исходя же из (10), можно использовать тот факт, что величины $S_z^{(tot)}$ и угол поворота вокруг оси z являются канонически сопряженными переменными. Технически проще просуммировать по n уравнение (9), что с учетом (10) дает

$$\frac{dX}{dt} = \frac{a}{2\hbar S} \sum_n \frac{\partial \Delta \hat{H}}{\partial \varphi_n}. \quad (11)$$

Отметим, что в выражении (11) стоит ΔH , а не полный гамильтониан (5). Понятно, что изотропная в базисной плоскости часть гамильтониана H_0 не приводит к изменению $S_z^{(tot)}$ и потому не входит в (11). В этом можно убедиться и непосредственно, просуммировав по n выписанное ниже уравнение (15).

Полагая, что координата и импульс солитона подчиняются уравнениям Гамильтона с некоторой функцией Гамильтона $H = H(P, X)$, можно сопоставить правую часть (11) с величиной $\partial H / \partial P$. Поскольку энергия кинка должна периодически зависеть от угловых переменных φ_n , становится понятно, что импульс должен быть некоторой линейной комбинацией величин φ_n . Отсюда, даже без знания явного решения, можно сделать вывод, что функция Гамильтона, фактически энергия кинка, должна быть периодической функцией, как в континуальной модели, $P_0 = 4\pi\hbar S / ak$ для магнетика с главной осью k -го порядка [7]. Более того, если для кинка $\varphi_n = \bar{\varphi}$ и не зависит от n (как это имеет место в решении (3), именно такие случаи актуальны для дальнейшего), можно представить импульс кинка в простом виде

$$P = \frac{2\hbar S}{a} \bar{\varphi}, \quad (12)$$

который буквально совпадает с тем, что получается для континуального решения Уокера.

Перейдем теперь к анализу конкретного решения уравнений (8), (9) для гамильтониана (5) с двухосной анизотропией. Если плоскостная анизотропия опреде-

ляется обменной анизотропией и имеет форму (6), то нетрудно убедиться в том, что уравнение (8) допускает точное решение такого же вида (3), как и в одноосном случае, но с параметром σ , зависящим от $\bar{\varphi}$:

$$\sigma(\bar{\varphi}) = \ln \frac{1 + \sqrt{\kappa(\bar{\varphi})[2 - \kappa(\bar{\varphi})]}}{1 - \kappa(\bar{\varphi})}, \quad \kappa(\bar{\varphi}) = \kappa + \rho \sin^2 \bar{\varphi}. \quad (13)$$

Действительно, если $\varphi_n = \bar{\varphi}$ и не зависит от n , то $\partial \varphi_n / \partial t = 0$, а «статическая» часть уравнения с помощью переобозначения (13) сводится к тому, что было в одноосном случае. Для решения (3) известно простое выражение для энергии кинка, $E = 2JS^2 \text{th } \sigma$. Ясно, что в предположении $\varphi_n = \bar{\varphi} = \text{const}$ это выражение после замены $\sigma \rightarrow \sigma(\bar{\varphi})$ справедливо и в двухосном случае. В результате энергия кинка может быть представлена в виде

$$E(\bar{\varphi}) = 2JS^2 \sqrt{\kappa(\bar{\varphi})[2 - \kappa(\bar{\varphi})]}. \quad (14)$$

Таким образом, энергия кинка в двухосном ФМ явно зависит от $\bar{\varphi}$. Учитывая взаимосвязь $\bar{\varphi}$ и импульса кинка, можно рассматривать энергию (14), выраженную через P , как функцию Гамильтона для кинка. Обсудим этот вопрос позже, а сейчас разберем вопрос о применимости замены $\varphi_n \rightarrow \bar{\varphi}$. Как отмечалось выше, уравнение (8) допускает такое решение. Проверим теперь уравнение (9).

Это уравнение включает $d\theta_n / dt \propto d\xi / dt$. Учитывая (10), его удобно записать в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} \sin \theta_n \frac{dX}{dt} = \frac{JaS}{4\hbar} \left(\sum_l \sin^2 \theta_l \right) \{ & \rho \cos \varphi_n (\sin \theta_{n+1} \sin \varphi_{n+1} + \\ & + \sin \theta_{n-1} \sin \varphi_{n-1}) + (1 - \kappa) [\sin \theta_{n+1} \sin (\varphi_n - \varphi_{n+1}) + \\ & + \sin \theta_{n-1} \sin (\varphi_n - \varphi_{n-1})] \}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из этого уравнения видно, что есть два типа неподвижных ($dX / dt = 0$) решений, с $\varphi_n = \varphi_B = 0, \pi, 2\pi, \dots$ и $\varphi_n = \varphi_N = \pi / 2(2k + 1)$, которым в континуальном пределе отвечают блоховская и неелевская доменные стенки, имеющие меньшую и большую энергии соответственно. Присутствие этих двух точных решений с $\varphi_n = \bar{\varphi} = \text{const}$ в дискретной модели важно для демонстрации периодической зависимости энергии от импульса. Что касается решений с $dX / dt \neq 0$, то уравнение (15) в этом случае не имеет точного решения $\varphi_n = \text{const}$. (Интересно заметить, что такое решение присутствует в том случае, если использовать в (15) те же выражения (3) для θ_n , но одноионную анизотропию (7) вместо обменной). Важно, что в случае малой анизотропии в базисной плоскости условие $\varphi_n = \bar{\varphi}$ является хорошим приближением. Чтобы это показать, запишем $\varphi_n = \bar{\varphi} + \psi_n$ и заметим, что величина $\bar{\varphi}$ выпадает из слагаемого в квадратных скобках, которое не содержит малого параметра ρ . Значит, в актуальной

области не очень малых $\sin \theta_n$ величины $\psi_n \ll \bar{\varphi}$ малы и могут быть определены из линеаризованной по $\psi_{n+1} - \psi_n$ версии уравнения (15). Фактически в этом вычислении нет нужды, поскольку добавки ψ_n вносят в уравнение для θ_n и, что самое главное, в энергию кинка малый (квадратичный по ρ) вклад. Следовательно, в главном приближении по ρ/κ , $\rho/(1-\kappa)$ можно считать, что $\varphi_n \approx \bar{\varphi} = \text{const}$ и справедливо выражение для энергии кинка (14) и для импульса кинка (12). В результате приходим к функции Гамильтона для кинка в ФМ с обменной анизотропией:

$$H = E_0 + T_0 \sin^2 \frac{\pi P}{P_0}, \quad (16)$$

$$P_0 = \frac{2\pi\hbar S}{a}, \quad T_0 = 2JS^2 \frac{1-\kappa}{\sqrt{\kappa(2-\kappa)}},$$

где E_0 — энергия «неподвижного» кинка (энергия при $P=0$), величина P_0 определяет период в зависимости $H(P)$. Этот период совпадает с тем, что имеется в континуальной модели Уокера.

Введенная в (16) величина T_0 определяет амплитуду дисперсии кинка, т.е. зависимости его энергии от импульса. Наличие в знаменателе константы анизотропии κ в данном случае не имеет глубокого физического смысла: выражение (16) получено разложением по параметру ρ/κ , и при $\rho \approx \kappa$ величина T_0 , как и E_0 , порядка $JS^2 \sqrt{\max(\rho, \kappa)}$. Более интересно то, что значение T_0 обращается в нуль при $\kappa \rightarrow 1$, что отвечает предельному переходу к модели Изинга. Этот результат понятен и связан с особенностями введения координаты кинка в модели Изинга (см. рис. 1).

Отметим еще одно специфическое свойство модели с чисто обменной анизотропией: функция Гамильтона не зависит от координаты решеточного кинка. Такая зависимость, которую можно трактовать как присутствие потенциала решеточного пиннинга, возникает в других моделях (обсудим этот вопрос ниже). Сейчас заметим, что уравнения динамики для кинка с гамильтонианом (16) дают сохранение импульса кинка, $P = \text{const}$, что отвечает равномерному движению кинка со скоростью V , которая является периодической функцией импульса:

$$V = V_{\max} \sin \frac{2\pi P}{P_0}, \quad V_{\max} = \frac{J\rho Sa}{\hbar} \frac{1-\kappa}{\sqrt{2(2-\kappa)}}. \quad (17)$$

В пределе малой анизотропии V_{\max} переходит в уокеровское предельное значение скорости доменной стенки в двухосном ФМ с малой ромбической анизотропией. Здесь уместно отметить, что формула (16) описывает закон дисперсии кинков, трактуемых как квантовые элементарные возбуждения одномерного ФМ. В рассмотренной модели этот закон дисперсии является периодическим с тем же периодом P_0 , что и

для чисто континуальной модели. Усложнения закона дисперсии, связанного с влиянием решетки, в результате которого в спектре кинков возникает блоховский период $P_B = 2\pi\hbar/a$, и зонная структура здесь не появляется [5]. Поэтому полезно рассмотреть более общие модели.

В связи с этим нужно отметить, что рассмотренную задачу удалось проанализировать так подробно в силу того, что для нее известно точное аналитическое решение в предельном случае $\rho=0$. Фактически, для построения гамильтониана (16) в первом приближении по ρ нужно было только вычислить среднее значение возмущения с использованием этого точного решения в предположении, что $\varphi_n = \bar{\varphi} = \text{const}$. Этот же прием можно применить и для других задач по динамике кинка в ФМ, что будет сделано в следующем разделе.

3. Кинки в ферромагнетиках с одноионной анизотропией

Выход за рамки модели с чисто обменной анизотропией интересен прежде всего тем, что при этом возникает потенциал пиннинга, что значительно изменяет как классическую динамику кинков, так и закон дисперсии кинков как квантовых элементарных возбуждений одномерного ФМ. Проще всего исследовать модель вида (5) с комбинированной анизотропией, которая является обменной для основного гамильтониана H_0 (1), а анизотропию в базисной плоскости считать одноионной. Для этой модели в интересующем нас случае $K \ll J$, $J\kappa$ можно использовать решение (3) в качестве нулевого приближения. Тогда гамильтониан кинка принимает вид

$$\hat{H} = E_0(\kappa) + T(X) \sin^2 \frac{\pi P}{P_0}, \quad (18)$$

где $E_0(\kappa)$ — энергия «неподвижного» кинка в модели Гочева с $K=0$. Зависимость от импульса легко находится и имеет ту же форму, что и ранее. Величина $T(X)$ определяет интенсивность дисперсии и описывается выражением

$$T(X) = KS^2 \sum_n \text{ch}^{-2} [\sigma(n-\xi)]. \quad (19)$$

Для этой суммы в отличие от сумм, присутствующих в предыдущем разделе, не удалось найти аналитических формул, и мы подсчитали ее численно. В отличие от рассмотренного выше случая эта сумма зависит от ξ , т.е. от координаты кинка $X = a\xi$. Эта зависимость несущественна для малой анизотропии κ (здесь следует ожидать экспоненциальной зависимости типа $\exp(-1/\sigma(\kappa))$), но становится заметной уже при $\kappa \approx 0,5$ (см. рис. 2). Зависимость T от X в широком диапазоне значений κ хорошо аппроксимируется

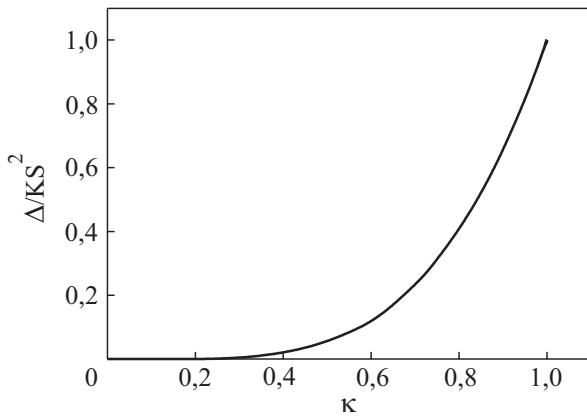


Рис. 2. Величина $\Delta = [T(0) - T(a/2)]$ (в единицах KS^2), которая определяет амплитуду зависимости функции $T(X)$ от координаты кинка в формуле (19), как функция константы анизотропии κ .

простейшей тригонометрической функцией, $T(X) = T_0 - \Delta \sin^2(\pi X/a)$, см. рис. 3.

Таким образом, для описания динамики кинка в модели с комбинированной анизотропией (обменной одноосной и одноионной планарной) можно исходить из следующего гамильтониана:

$$\hat{H} = T_0 \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} - \Delta \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} \sin^2 \frac{\pi X}{a}, \quad (20)$$

где по сравнению с (18) опущено постоянное слагаемое E_0 , которое не зависит от X и P и не влияет на динамику, и учтена приведенная выше зависимость $T(X)$. В этом гамильтониане уже появляется явная зависимость от X , периодическая с периодом решетки

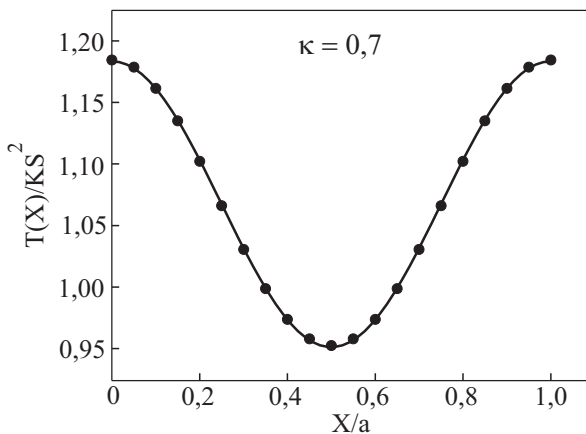


Рис. 3. Зависимость величины $T(X)$ (в единицах KS^2) от координаты кинка X для значения $\kappa = 0,7$, что отвечает толщине кинка, сравнимой с постоянной решетки a . Символы — данные численного счета, сплошная линия проведена в соответствии с подгонкой к тригонометрической зависимости $T(X) = KS^2[1,1835 - 0,232 \sin^2(\pi X/a)]$.

a . Однако эта зависимость проявляется только при $P \neq 0$, т.е. она не описывает «статический пиннинг» кинка. Но наличие даже такого специфического «динамического потенциала пиннинга» существенно сказывается на классической динамике кинка и особенно ярко проявляется при квантовании этой динамики. Хотя динамика кинка будет рассмотрена в следующем разделе, уместно сейчас обсудить это проявление.

Будем исходить из гамильтониана (20), считая P и X квантовыми переменными. Как отмечалось выше, в широком интервале значений константы анизотропии κ параметр Δ мал по сравнению с T_0 . В этом случае можно воспользоваться теорией возмущений по Δ/T_0 , которая здесь формально эквивалентна приближению слабой связи, используемой в теории электронных состояний в кристаллах. Тогда в нулевом приближении по Δ импульс P является интегралом движения, и спектр задачи повторяет зависимость гамильтониана (16) от P , $E^{(0)}(P) = T_0 \sin^2(\pi P/P_0)$. Далее рассмотрим слагаемое $\Delta \sin^2(\pi P/P_0) \sin^2(\pi X/a)$ как возмущение. Его роль будет в основном такой же, как и обычного решеточного потенциала $U(X)$ в стандартном приближении слабой связи, когда невозмущенный спектр является параболическим, $E^{(0)}(P) = P^2/2m^*$, где m^* — эффективная масса. В нулевом приближении собственные функции имеют вид $\psi^{(0)} = \exp(iPX)$ с энергией $E^{(0)}(P)$. Влияние потенциала $U(X)$ с периодом a приводит к формированию блоховских состояний, которые есть суперпозиция состояний $\psi^{(n)} = \exp(iPX + inP_B X)$, импульс превращается в квазиимпульс, а закон дисперсии становится периодическим с периодом, равным размеру соответствующей первой зоны Бриллюэна, $P_B = 2\pi\hbar/a$. В приближении слабой связи спектр получается путем наложения функций, получающихся из невозмущенного закона дисперсии $E^{(0)}(P)$ со сдвижкой аргумента на величины nP_B , n — целые числа. В точках пересечения функций $E^{(0)}(P + nP_B)$ с различными n влияние возмущения максимально, и в них формируются запрещенные зоны энергии.

В результате применения этой процедуры для стандартной одномерной задачи с параболической функцией $E^{(0)}(P) = P^2/2m^*$ возникает блоховский закон дисперсии с функцией $E(P)$, периодической с периодом P_B , с неперекрывающимися разрешенными зонами энергии, разделенными запрещенными зонами с шириной порядка $2|U_P|$, U_P — значение компоненты Фурье потенциала в данной точке пересечения. В нашем случае потенциал возмущения зависит явно от импульса, но это приводит лишь к тому, что матричный элемент перехода, ответственный за формирование зоны в точке пересечения, имеет дополнительную зависимость от невозмущенного значения импульса в

этой точке. Однако пересечения всегда соответствуют ненулевому импульсу, поэтому матричный элемент — не нуль, и все зоны формируются качественно так же, как и без такой зависимости.

Здесь гораздо важнее, что уже невозмущенный закон дисперсии описывается периодической функцией $E^{(0)}(P) = T_0 \sin^2(\pi P / P_0)$, поэтому в результате для $E(P)$ появляется достаточно сложная периодическая зависимость, полный период которой должен быть согласован с обеими характерными величинами, $P_0 = 2\pi\hbar / a$ и $P_B = 2\pi\hbar / a$. Простой анализ дает, что в зависимости от величины атомного спина S число пересечений невозмущенного спектра изменяется, что приводит к образованию различного числа зон для различных S . Для малых спинов пересечений нет вообще, при $S=1$ периоды P_0 и P_B просто совпадают, а при $S=1/2$ значение $P_B = 2P_0$ и спектр состоит из одной разрешенной зоны. (Полученное в работе [10] пересечение невозмущенных спектров для спина $S=1/2$ является артефактом использованного в этой работе параболического приближения для $E^{(0)}(P)$.) Для целых S вопрос тоже ясен: величина $P_0 = SP_B$ является общим периодом, в пределах «магнитной» зоны Бриллюэна $-P_0/2 < P < P_0/2$ находится S обычных зон с размером P_B . Следовательно, в пределах «магнитной» зоны есть S пересечений, и спектр состоит из S энергетических зон (см. рис. 4,а).

Для полуцелых спинов $S > 1/2$ ситуация более сложная. Легко видеть, что сдвиг спектра вправо на величину P_B эквивалентен сдвигу влево на величину $P_B/2$. В результате общая величина периода, удовлетворяющая обоим условиям, должна быть равна $P_B/2 = P_0/2S$, в силу этого число зон также возрастает и равно $2S$ (рис. 4,б). Итак, общий период в $E(P)$ для спина $S \geq 1$ равен P_B для целого спина и $P_B/2$ для полуцелого. В соответствии с этим величина спина определяет число разрешенных энергетических зон N в спектре кинка $E(P)$; для целых спинов $N = S$, а для полуцелых спинов $N = 2S$. Естественно, теорема Блоха, которая гласит, что энергия $E(P)$ не изменяется при сдвиге импульса на величину $P_B = 2\pi\hbar S / a$, справедлива для любого значения спина.

Как будет показано ниже, спектр такого типа, с той же зависимостью числа зон от значения спина, появляется для кинков во всех моделях ФМ, в которых присутствует потенциал пиннинга, динамический или статический. Отметим также, что зонный спектр кинков с конечным числом зон, зависящим от значения атомного спина и симметрии взаимодействия, нарушающего чисто одноосную симметрию задачи, должен появляться в других моделях ФМ. Для ФМ в поперечном поле этот вопрос был проанализирован в работах [5,6]. Различие нашего случая (двухосная анизотропия) и случая [5,6], для которого в плоскости

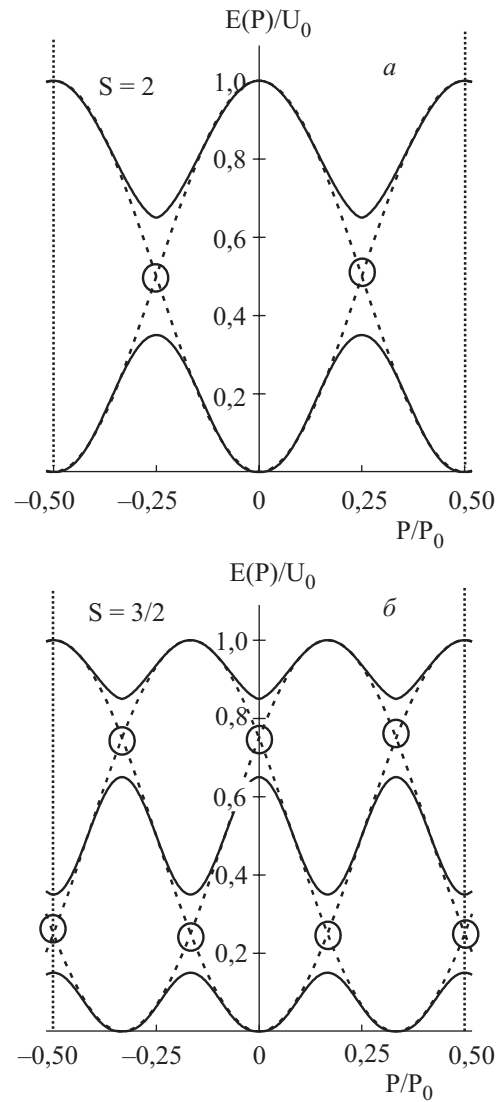


Рис. 4. Закон дисперсии кинков для гамильтониана с комбинированной анизотропией (20) для спина $S = 2$ (а) и $3/2$ (б) соответственно.

фиксируется не ось (двунаправленная), а выделенное направление, состоит в различиях периодов P_0 , см. обсуждение в [5,7]. Для ФМ с поперечным полем величина P_0 в два раза больше, $P_{0H\perp} = 4\pi\hbar S / a$. Поэтому ситуация проще, для любого спина формируется $2S$ зон. Этот результат согласуется с прямым численным моделированием квантовой задачи [6]. Отметим, что в модели [5] различие целых и полуцелых спинов не проявляется и отсутствуют эффекты макроскопического квантового туннелирования поляризации кинка (величины π -топологического заряда кинка в ФМ, который еще называют хиральностью [11]). Обсудим эти эффекты в разд. 5.

Итак, для моделей ФМ, в которых описание статического кинка базируется на точном решении Гочева [9], пиннинг кинков отсутствует или присутствует как

малое динамическое возмущение. Ясно, что такое свойство не может быть широко распространенным и следует ожидать, что для большинства моделей ФМ присутствует обычный статический пиннинг кинка. Однако другие точные решения нам не известны и следует использовать прямое численное моделирование. Воспользуемся программой, разработанной для анализа динамических солитонов (подробно см. в [12]). Спиновая конфигурация, отвечающая кинку с заданным значением координаты X , получается прямой минимизацией гамильтониана по переменным θ_n и φ_n при фиксированном значении полного спина $S_z^{(\text{tot})}$ для конечной спиновой цепочки с размером N_c . По существу, при значении координаты кинка, не соответствующем минимуму потенциала пиннинга, речь идет о нахождении условного минимума гамильтониана. Метод вычисления подробно описан в работе [12], в которой такой подход применялся для построения динамических солитонных решений в двумерном ФМ с сильной легкоосной анизотропией. Выберем граничные условия, отвечающие присутствию кинка, $\cos \theta_n = 1$ и $\cos \theta_n = -1$ на различных концах цепочки. Понятно, что размер цепочки N_c должен быть намного большим, чем толщина кинка. Выбрав значения N_c в 30–100 спинов, получили, что в интересующем нас случае не очень малой анизотропии, $K_{\text{eff}} > 0,2J$, когда кинк является хорошо локализованным возбуждением, уже при $N_c \sim 20$ результат не зависит от N_c . Конкретные данные вычислений, приведенные в работе, получены для $N_c = 30$ и 31 , при этом не обнаружена зависимость от того, четным или нечетным является N_c .

Этим методом легко найти структуру кинка и получить зависимость энергии кинка от его координаты X для любого гамильтониана. Опять рассмотрим модель типа (5), в которой \hat{H}_0 имеет чисто одноосную симметрию, а слагаемое $\Delta\hat{H}$, обуславливающее анизотропию в базисной плоскости, мало и определяется выражением (6) или (7). Для основной части гамильтониана выберем следующую общую формулу:

$$\hat{H}_0 = -J \sum_n \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n+1} + K_u \sum_n [(S_{x,n})^2 + (S_{y,n})^2] + \kappa J \sum_n (S_{x,n} S_{x,n+1} + S_{y,n} S_{y,n+1}), \quad (21)$$

которая включает как анизотропию взаимодействия вида (1), так и одноионную анизотропию с константой K_u . При феноменологическом описании оба эти взаимодействия приводят к стандартной энергии анизотропии вида $W_a = K_{\text{eff}} \sin^2 \theta$ с эффективной константой легкоосной анизотропии $K_{\text{eff}} > 0$, в которую анизотропия спиновых взаимодействий и одноионная анизотропия дают аддитивные вклады:

$$K_{\text{eff}} = \kappa J + K_u. \quad (22)$$

Далее исследуем как случай «чистой» одноионной анизотропии $\kappa=0$, так и комбинированную одноосную анизотропию. В последнем случае удобно выбрать константы в виде

$$\kappa J = (1-A)K_{\text{eff}}, \quad K_u = AK_{\text{eff}}, \quad (23)$$

где параметр A определяет интенсивность того или иного вклада в одноионную анизотропию, суммарная величина которой K_{eff} остается фиксированной.

Начнем с анализа случая чисто одноионной анизотропии ($\kappa=0$) в (21). При конечном $K_{\text{eff}} \geq 0,2JS^2$ появляются заметные эффекты решеточного пиннинга. Более выгодным является положение кинка между соседними спинами, $X = (a/2)(2n+1)$, где n — целое число (см. рис. 5), в котором значения $S_{z,n}$ на двух соседних спинах равны по величине и противоположны по знаку $S_z = \pm S^{(0)} \leq 1$. Состояние с кинком на узле тоже легко находится численно, но его энергия выше. Здесь при конечном значении $K_u = K_c$, $K_u \approx 0,667JS^2$, появляется эффект зависимости структуры кинка от его положения. При наиболее выгодном положении

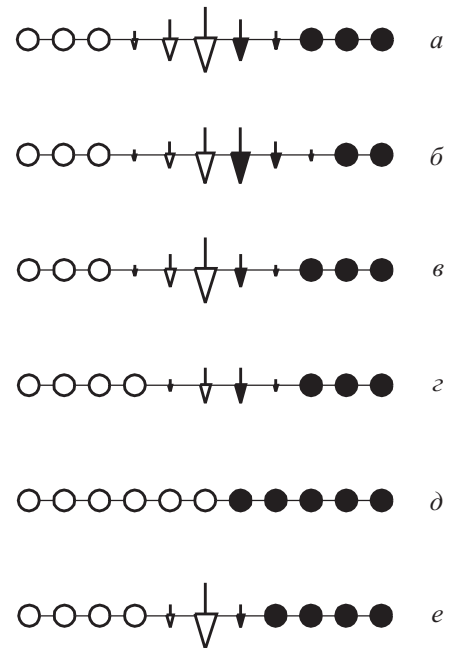


Рис. 5. Конфигурации спинов для кинка, расположенного в минимуме (б, г, д) и максимуме (а, в, е) потенциала пиннинга ($X = a/2$ и $X=0$ соответственно) для разных значений анизотропии: $K_u = 0,4J$ (а, б); $K_u = 0,6J$ (в, г) $K_u = 0,8J$ (д) и $K_u = J$ (е). Стрелки обозначают поперечные компоненты спинов, темные и светлые стрелки используются для обозначения знака z -проекции спина (соответственно положительной и отрицательной). Для обозначения состояний спинов, направленных вверх и вниз (фактически спинов с малой поперечной компонентой, менее $0,03S$) соответственно использованы светлые и темные кружки.

кинка величина $S^{(0)}$ плавно уменьшается с ростом анизотропии (см. рис. 5) и обращается в нуль при $K_u = K_c$. Для $K_u \geq K_c$ при $X = a/2$ присутствует уже чисто коллинеарная конфигурация спинов, в которой все $S_z = \pm S_c$ (рис. 5,д). Этот эффект был впервые исследован в работах [13]. Естественно, что для других положений кинка $X \neq (a/2)(2n+1)$ такая коллинеарная конфигурация спинов невозможна из геометрических соображений. Для кинка, смещенного из этого симметричного состояния, неколлинеарная конфигурация существует при всех исследованных значениях анизотропии $K_u \leq J$ (см. рис. 5,е).

Для умеренной анизотропии $K_u = 0,4J$ (рис. 5,а,б) неколлинеарная структура хорошо видна, но амплитуда поперечных значений спина уменьшается с ростом K_u (см. рис. 5,в), которому отвечают $K_u = 0,6J$. Структура становится коллинеарной при $K_u > K_c$ (рис. 5,д), которому отвечают $K_u = 0,8J$. Для кинков с $X = 0$ у центрального спина всегда $S_z = 0$, значение же поперечных компонент убывает достаточно медленно и превышает 10 градусов даже для $K_u = J$ (рис. 5,е).

Энергии кинков с $X = 0$ и $a/2$ как функции анизотропии приведены на рис. 6. Значение $U_0 = E(0) - E(a/2)$ выбрано в качестве меры амплитуды пиннинга. При значении $K_u = K_c$ для кинка с $X = a/2$ формируется коллинеарная структура, и энергия достигает своего предельного значения $2JS^2$. Далее с ростом $K_u > K_c$ энергия кинка в этом положении не меняется, но для невыгодного кинка с $X = 0$ продолжается почти линейный рост энергии с увеличением K_u .

В общем, можно сказать, что для интересующих нас не очень больших значений анизотропии $K_u < K_c$ значение потенциала пиннинга невелико по сравнению со «статической» энергией кинка, $U_0 \approx 0,17JS^2$ при $K_u = K_c$ и $U_0 \approx 0,11JS^2$ при $K_u = 0,4J < K_c$. В этой области зависимость потенциала пиннинга хорошо

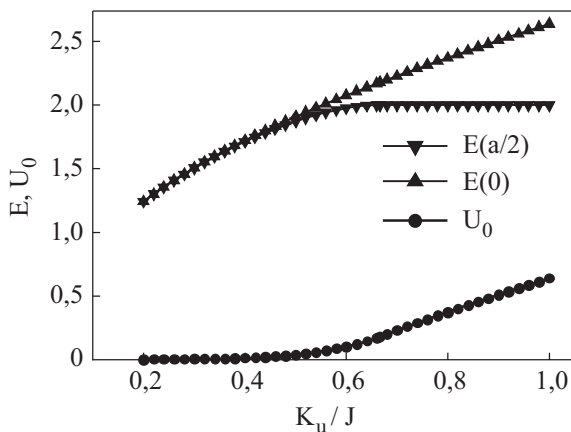


Рис. 6. Зависимость энергии кинка, находящегося в двух симметричных положениях в решетке, $X = 0$ и $X = a/2$, а также характеристика энергии пиннинга $U_0 = E(0) - E(a/2)$ как функции константы одноионной анизотропии K_u .

аппроксимируется простой тригонометрической зависимостью

$$U(X) = -U_0 \sin^2 \frac{\pi X}{a}, \quad (24)$$

будем пользоваться этой зависимостью в дальнейшем.

Исследование общего гамильтониана (21) показало, что потенциал пиннинга присутствует при всех соотношениях парциальных вкладов различных микроскопических источников анизотропии в K_{eff} . Величина $U_0 = E(0) - E(a/2)$ как функция параметра A при $-1 < A < 1$ приведена на рис. 7 в случае $K_u = 0,4J$. Видно, что при отходе от особой точки $A = 0$, т.е. при добавлении одноионной анизотропии того или иного знака, появляется потенциал пиннинга, причем знак U_0 совпадает со знаком A . Величина U_0 при $A > 0$, т.е. при $K_u > 0$ монотонно растет с ростом A . Если же $K_u < 0$ (напомним, что выбор параметров сделан так, чтобы суммарная анизотропия $K_{\text{eff}} = K_u + k$ всегда была положительной, т.е. отвечала ФМ типа «легкая ось»), то $|U_0|$ имеет меньшие значения, и при некотором значении $A = A_0$, A_0 слабо зависит от K_{eff} и близко к -1 , величина U_0 меняет знак (см. рис. 7). Поведение $U_0(A)$ в общем сходно и для других значений K_{eff} , с тем отличием, что незначительно варьируется величина A_0 .

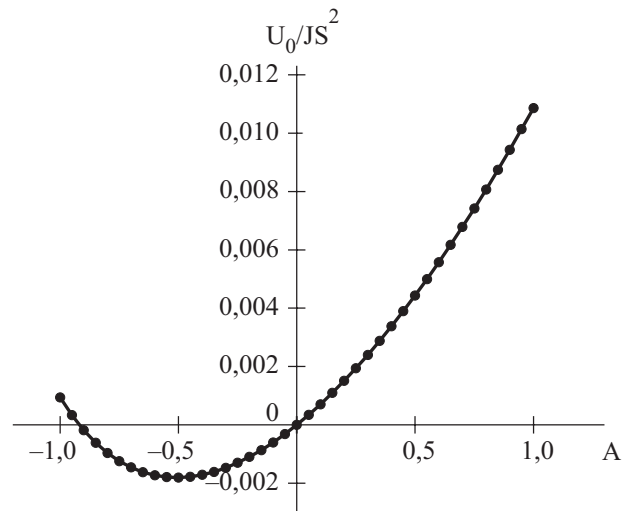


Рис. 7. Зависимость величины U_0 (в единицах JS^2) от параметра A , который определяет относительные вклады анизотропии различного происхождения в значение K_{eff} для ФМ с константой эффективной одноосной анизотропии $K_{\text{eff}} = 0,4$. Значение $A = 1$ соответствует чисто одноионной анизотропии, U_0 обращается в нуль при $A = 0$, т.е. для чисто обменной анизотропии, когда пиннинг строго равен нулю и применимо решение Гочева, а также $A = A_0 \approx 0,9187$, когда значения потенциала пиннинга $U(a/2)$ и $U(0)$ совпадают (см. рис. 8).

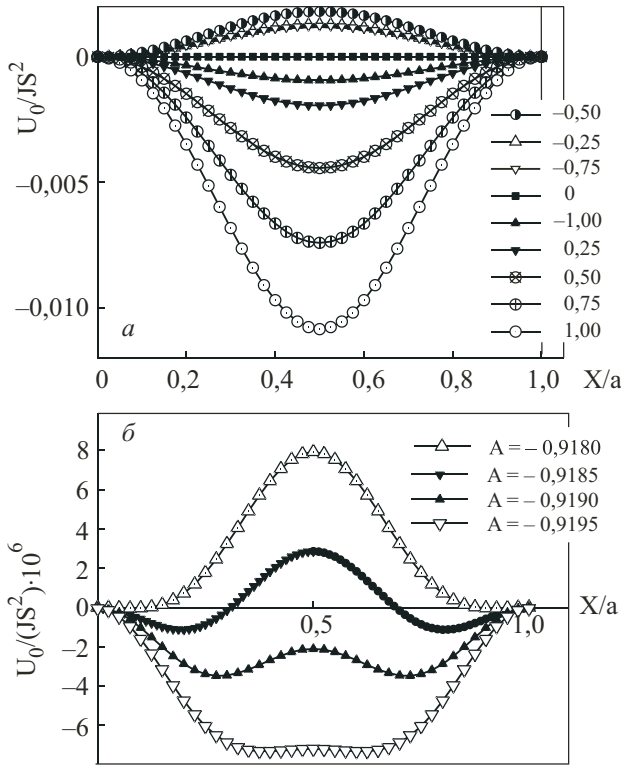


Рис. 8. *a* — Зависимость потенциал пиннинга $U(X)$ (в единицах JS^2) для ФМ с $K_{\text{eff}} = 0,4$ от координаты кинка X в пределах одной элементарной ячейки при различных соотношениях вкладов обменной и одноионной анизотропии. Символы — данные численного расчета, сплошные линии представляют подгонку к простой зависимости (24), значения параметра A указаны на рисунке. *б* — Эти же зависимости приведены для нескольких значений A в непосредственной близости к критическому значению $A = A_0 \approx 0,9187$. Сплошные линии проведены на глаз.

Вид потенциала $U(X)$ практически для всех значений A хорошо описывается формулой (24) (см. рис. 8). Для исследованных значений $-1 < A < 1$ потенциал максимален в случае одноионной анизотропии, $A = 1$, и равен нулю для обменной анизотропии. Максимальное значение модуля U_0 для отрицательного потенциала отвечает значению параметра $A \sim 0,5$. Кривые $U(X)$ для $A = -0,25$ и $-0,75$ достаточно близки и почти сливаются на рисунке.

Важно отметить, что в точке $A = A_c$ потенциал пиннинга $U(X)$ не равен нулю при всех X , как для случая $A = 0$, отвечающего решению Гочева. Вблизи этого значения A кривая $U(X)$ заметно деформируется по сравнению с простой формой (24), и у функции $U(X)$ появляются экстремумы при $X \neq an/2$. Иными словами, в узкой области значений A около A_c выгодным становится положение кинка, не симметричное относительно точек решетки. В целом, потенциал $U(X)$ при $A \approx A_c$ хотя и мал, но отличен от нуля. Таким обра-

зом, случай чисто обменной анизотропии, для которого $U(X) \equiv 0$, уникальный, и ФМ с чисто обменной анизотропией в рамках общей модели (21) — единственный пример магнетика, в котором статический пиннинг кинка отсутствует.

Анализ закона дисперсии кинка в этой модели — более сложная задача, так как уже для статического состояния кинка нет аналитического решения, которое можно использовать в качестве нулевого приближения, и известны только численные данные. Однако при малой анизотропии в базисной плоскости $K_p, Jp \ll K_u$ можно использовать то же приближение, что и ранее, и записать дисперсию кинка через суммы вида (19) при заданных значениях θ_n , отвечающих нулевому приближению. При умеренных значениях одноосной анизотропии $K_u < 0,5$ вид θ_n можно аппроксимировать простой зависимостью (3) с $\xi = 1/2$ и некоторым параметром σ , зависящим от анизотропии. Тогда для суммы можно пользоваться ранее полученными данными и записать полный гамильтониан кинка в виде

$$\hat{H} = T_0 \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} - U_0 \sin^2 \frac{\pi X}{a} . \quad (25)$$

Как мы уже упоминали, для этой модели возможно любое соотношение параметров T_0 и U_0 . Если $U_0 \ll T_0$, то для анализа квантового спектра кинка можно использовать теорию возмущений по U_0 , при этом приходим к картине N неперекрывающихся разрешенных энергетических зон (см. рис. 4). Так же как и в предыдущей модели, для целых спинов $N = S$, а для полуцелых спинов $N = 2S$. Как известно, для одномерной задачи эта картина не связана с малостью $U(X)$, с ростом U_0 ширина запрещенных зон увеличивается, а ширина разрешенных зон убывает. Однако интересно проверить этот результат, особенно вопрос о числе зон, без использования теории возмущений. Подтверждение этой закономерности может быть дано на основе сравнения с результатами так называемой модели Харпера [14,15], для которой известен точный квантовый спектр.

Задача Харпера — это квантовая одночастичная задача с гамильтонианом $\hat{H}_H = \sin^2(p/2) + \sin^2(\pi\beta q/\hbar)$, который сводится к виду (25) с $U_0 = T_0$ изменением переменных. Вид спектра гамильтониана Харпера весьма нетривиально зависит от значения параметра β , а именно от того, является β рациональным числом или нет. Если $\beta = m/n$, т.е. в случае так называемого рационального уравнения Харпера, собственные значения энергии для гамильтониана \hat{H}_H демонстрируют n неперекрывающихся зон. Простое каноническое преобразование $p \rightarrow 2\pi P/P_0, q \rightarrow (X - a/2)P_0/2\pi$ приводит наш гамильтониан (25) к гамильтониану Харпера \hat{H}_H с $\beta = 1/S$. Это немедленно дает приведен-

ный выше результат о связи N и S . Таким образом, в задаче о квантовом движении кинка в любом ФМ с любым ненулевым потенциалом пиннинга наблюдается различие в поведении для целых и полуцелых значений атомного спина S : число разрешенных энергетических зон для целых спинов $N = S$, а для полуцелых спинов $N = 2S$.

4. Нелинейная динамика кинков

Как мы установили выше, динамика кинков описывается гамильтонианом с периодической зависимостью от импульса. Задача о движении кинка отвечает динамической системе с одной степенью свободы, и для любого гамильтониана $H(P, X)$ ее решение может быть записано в квадратурах. Для нас важнее, что достаточно полное понимание динамики кинка для любой из рассмотренных выше моделей может быть достигнуто при использовании метода фазовой плоскости [16]. Не конкретизируя вид гамильтониана, можно заметить, что динамика этой системы демонстрирует особенности, которые не проявляются для стандартных динамических систем классической механики с параболической зависимостью гамильтониана от импульса, $H_{\text{mech}} = (P^2 / 2m) + U(X)$. Таким образом, естественным путем приходим к динамической задаче с гамильтонианом (по существу, классической энергией), который является периодической функцией переменных X и P и имеет верхнюю и нижнюю границы. Периодическая зависимость энергии от импульса обычно ассоциируется с динамикой квантовой частицы в периодическом потенциале; в этом случае она является следствием квантовой теоремы Блоха. Здесь важно подчеркнуть, что в нашем случае эти свойства (периодичность по импульсу и ограниченность сверху) присутствуют уже в классической теории движения и не имеют ничего общего с какими-либо квантовыми эффектами. Заметим, что такая же задача, но с большим в два раза значением P_0 , возникает при квазиклассическом описании динамики кинка в одномерной модели Изинга в присутствии внешнего магнитного поля, перпендикулярного легкой оси [5].

Указанные выше свойства гамильтониана кинка (наличие верхнего предела, периодичность по обеим переменным) приводит к результатам, которые качественно отличаются от тех, что получаются в стандартном квадратичном приближении как для чистого классического движения кинков, так и для квантования этого движения. В этом разделе в основном будем рассматривать чисто классическое движение кинка, оставив анализ специфических квантовых эффектов (эффектов туннелирования) до следующего раздела.

Начнем с простейшего случая кинка в ФМ с чисто обменной анизотропией, для которого гамильтониан определяется формулой (16) и не зависит от координаты кинка X .

Однако и в этом случае присутствует периодичность по импульсу, что проявляется при анализе вынужденного движения кинка. Как и для электрона в кристалле, периодичность по импульсу должна приводить к тому, что откликом на постоянную силу (электрическое поле для электрона) является осциллирующее движение частицы (так называемые блоховские осцилляции). Этот нетривиальный эффект обычно ассоциируется с квантовой механикой, но на самом деле он не связан с чисто квантовыми эффектами. Необходимое условие его реализации — наличие периодической зависимости функции Гамильтона от импульса. Детальный анализ этой проблемы, содержащий сравнение квантового и классического подходов, дан в обзоре Косевича [17]. Примером этого эффекта в чисто классической физике магнетизма может служить так называемое «закритическое» движение 180-градусной доменной стенки в ферромагнетиках под действием магнитного поля \mathbf{H} , параллельного легкой оси ФМ. Такое осциллирующее движение присутствует в континуальной модели ФМ, оно неоднократно наблюдалось в магнитных пленках с перпендикулярной анизотропией [18]. Обсудим, в какой мере эта закономерность проявляется в динамике кинков в решеточных моделях.

Анализ задачи наиболее прост для ФМ с чисто обменной анизотропией, для которой применимо точное решение Гочева и потенциал пиннинга отсутствует. Пусть внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль легкой оси ФМ. Его влияние можно описать как действие на кинк внешней силы $\mathbf{F}_0 = 2g\mu_B \mathbf{H}S / a$. Тогда динамика кинка описывается гамильтонианом

$$\hat{H} = T_0 \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} - F_0 X, \quad (26)$$

где P_0 определяется формулой (16). Решение соответствующей классической задачи находится элементарно: уравнение $dP / dt = -\partial H / \partial X$ дает $P = P(0) + F_0 t$, а $dX / dt = (\pi T_0 / P_0) \sin(2\pi P / P_0)$ (сравните с формулой (17)) описывает изменение координаты кинка X со временем, которое представляет собой осцилляции с классической ларморовой частотой $\omega_L = \gamma H$, где $\gamma = g\mu_B / \hbar$,

$$X = X(0) + A(1 - \cos \omega_L t), \quad A = T_0 / 2F_0. \quad (27)$$

Переход к квантовому случаю может быть легко проведен, см. обзор [17]. Квантовому аналогу колебательного движения (27) соответствует волновая функция, локализованная около правой точки поворота $X = X_0$ классической задачи (26), которая зависит от полной энергии системы, $H(0, X_0) = E$. Однако мы отмечали, что гамильтониан (26) обладает непрерывной симметрией относительно сдвига координаты кинка X и энергии E , $X \rightarrow X + \delta X$, $E \rightarrow E - F_0 \delta X$; вы-

бор соответствующих значений энергии произволен. При этом квантовый спектр задачи (26), который носит название лестницы Ванье–Штарка (подробнее см. в [17]), является эквидистантным,

$$E_n = E_0 + \hbar\omega_L n, \quad (28)$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2$ — целые числа, E_0 — некоторая постоянная.

Рассмотрим теперь ФМ с комбинированной анизотропией: обменной вида (1) и одноионной типа (7) в базисной плоскости. Для кинка в таком ФМ присутствует динамический пиннинг вида (20), т.е. при ненулевой скорости кинка (при таком импульсе, что $\sin(2\pi P/P_0) \neq 0$) его энергия зависит от координаты. Рассмотрим фазовый портрет динамической системы (20). Легко видеть, что на фазовой плоскости вместо обычной ситуации (присутствия только особых точек) есть системы особых линий (линий остановки), при $P = P_0 n$, где n — целое число, которым отвечает одновременно $dP/dt = 0$ и $dX/dt = 0$ (см. рис. 9). Кроме этих линий, на плоскости есть система особых точек типа центр, которые, однако, расположены в максимумах гамильтониана по отношению к обеим переменным X и P :

$$X = an, \quad P = P_0(2m+1)/2,$$

здесь и ниже n, m — целые числа. Эти центры отличаются от стандартных направлением движения изображающей точки на фазовой плоскости (рис. 9). Существование этих центров, описывающих устойчивые малые осцилляции вихря вблизи максимума потенциала, является уникальным свойством динамической системы с ограниченной сверху функцией Гамильтона $H(P, X)$ [5].

На фазовой плоскости существуют также два типа седловых точек, которые, в отличие от стандартной ситуации, соответствуют максимуму гамильтониана по P и минимуму по X :

$$X = a(2n+1)/2, \quad P = P_0(2m+1)/2, \quad H = T_0 - \Delta.$$

Эти седловые точки отличаются от стандартных направлением движения изображающей точки, т.е. положением входящих и выходящих траекторий. Сепаратрисы связывают различные седловые точки и разделяют инфинитное движение (которое в данной задаче отвечает малым значениям энергии, $-\Delta < H < T_0 - \Delta$) от состояний финитного движения, которые являются колебаниями около максимума гамильтониана и имеют большую энергию, $T_0 - \Delta < H < T_0$.

Квантовый спектр этой задачи обсуждали выше. Интересно отметить, что здесь в присутствии внешней силы F , см. (26), также возможно движение типа

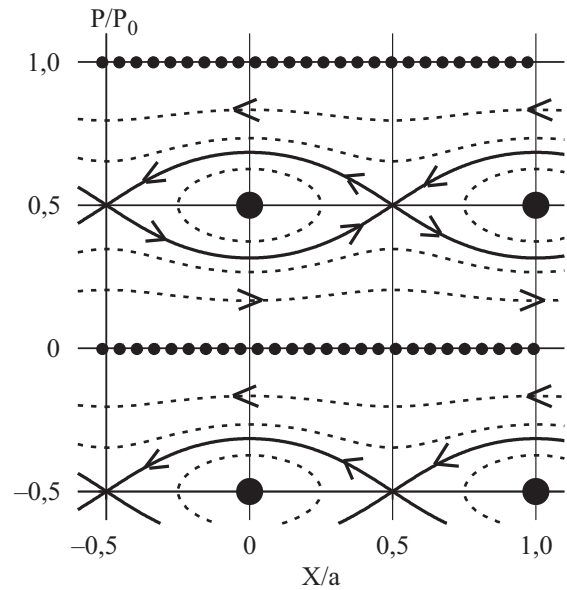


Рис. 9. Фазовая плоскость для динамических переменных кинка P, X в случае гамильтониана (20). Особые линии (линии остановки), при $P = 0$ и $P = P_0$ на рисунке, отмечены линиями, состоящими из точек. Сплошными линиями показаны сепаратрисные траектории; траектории, отвечающие финитному движению обоих типов, — штриховыми линиями; темные кружки обозначают положения особых точек типа «аномальный центр», перекрещивающиеся линии соответствуют седловым точкам.

блеховских осцилляций. Действительно, в силу уравнения Гамильтона

$$\frac{dP}{dt} = F + \frac{\pi\Delta}{a} \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} \sin \frac{2X}{a}$$

и при достаточно большой величине силы $F \geq F_c = \pi\Delta/a$ значение импульса неограниченно возрастает. При $F > F_c$ траектории, отвечающие различным значениям E , описывают инфинитное движение в направлении оси P и финитное изменение координаты, что соответствует блеховским осцилляциям. Однако картина этих осцилляций более сложная, чем в предыдущем случае, см. уравнения (23)–(25), и здесь их обсуждать не будем.

Рассмотрим теперь случай ФМ с одноионной анизотропией, для которого кинк характеризуется немалым потенциалом пиннинга, практически независимым от импульса кинка, и динамика кинка описывается гамильтонианом (25). Такой гамильтониан для кинка в модели Изинга с поперечным полем и был проанализирован в работе [5], с той существенной разницей, что для изинговского ФМ всегда $U_0 \ll T_0$, а в нашем случае может реализоваться любое соотношение этих параметров. Здесь на фазовой плоскости есть две системы особых точек типа центр (см. рис. 10), и среди них есть как стандартные центры,

которым соответствуют минимумы гамильтониана (25) по отношению к обеим переменным X и P , так и описанные выше центры другого вида, которые расположены в максимумах гамильтониана по отношению к обеим переменным X и P . Различие этих двух типов центров состоит в направлении движения изображающей точки на фазовой плоскости (см. рис. 10).

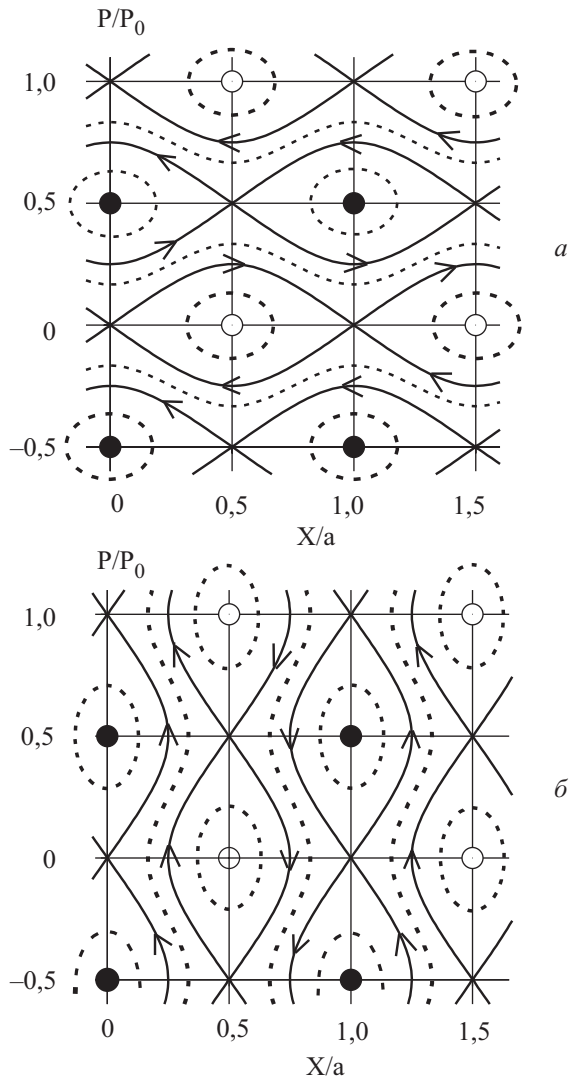


Рис. 10. Фазовая плоскость для динамических переменных вихря P, X для двух значений отношения параметров U_0 и T_0 : $U_0 < T_0$ (а), $U_0 > T_0$ (б). Конкретные картинки построены для $U_0 = 0,5T_0$ и $U_0 = 2T_0$ соответственно. Затемненные и светлые кружки обозначают положения особых точек типа центр, соответствующих минимуму и максимуму гамильтониана. Положение темных кружков на оси совпадает с положениями атомов. Сепаратрисные траектории показаны сплошными линиями; траектории, отвечающие финитному движению обоих типов, — штриховыми линиями; перекрещивающиеся линии соответствуют седловым точкам.

На фазовой плоскости существуют также два типа седловых точек, $S1$ и $S2$, которые соответствуют максимуму гамильтониана по одной из переменных X или P и минимуму по другой:

$$S1: X = an, P = P_0m, H = 0;$$

$$S2: X = a(2n + 1)/2, P = P_0(2m + 1)/2, H = T_0 - U_0.$$

Седловые точки различных типов отличаются друг от друга направлением движения изображающей точки, которое стандартно для точки типа $S1$, а для точки типа $S2$ положение входящих и выходящих траекторий изменяется на противоположное. При разрешенных значениях интеграла движения, $-U_0 \leq H \leq T_0$, фазовая плоскость (P, X) разделяется на области с различными типами движения, финитного и инфинитного. Один тип финитного движения является стандартным для аналитической динамики частиц; ему соответствуют колебания кинка вблизи минимума гамильтониана. Второй тип финитного движения соответствует колебаниям кинка вблизи верхнего значения гамильтониана. Эти области финитного движения различного типа отделяются одна от другой сепаратрисами, которые связывают седловые точки одного типа.

Траектории инфинитного движения занимают область фазовой плоскости, расположенную между сепаратрисами различного типа. Единственный случай, когда инфинитное движение отсутствует, отвечает предельному случаю $U_0 = T_0$, при котором сепаратрисы связывают седловые точки различного типа, являются отрезками прямой линии и формируют двумерную сеть (см. рис. 7,а в работе [5]). Поскольку в нашей задаче значения U_0 и T_0 формируются различными параметрами ФМ, следует ожидать, что финитное движение присутствует.

Характер финитного движения существенно зависит от соотношения U_0 и T_0 . Для случая малых потенциалов пиннинга $U_0 < T_0$ ситуация достаточно стандартная для динамики частицы в периодическом потенциале, и финитному движению отвечает неограниченное увеличение координаты и осцилляции импульса или скорости (см. рис. 10,а). Если же $T_0 < U_0$, то, как указано на рис. 10,б, ситуация необычная, импульс кинка неограниченно возрастает, в то время как его координата и скорость осциллируют. Инфинитное движение в направлении оси P и финитное изменение координаты принято ассоциировать с блоховскими осцилляциями. В данном случае для кинка в ФМ блоховские осцилляции возможны даже без постоянной внешней силы, за счет достаточно сильного пиннинга. Такое поведение хорошо демонстрирует нетривиальность классической динамики кинков в ФМ и, как мы увидим ниже, также приводит к особенностям квантовой динамики кинков.

5. Эффекты квантового туннелирования в динамике кинков

Наиболее яркое проявление квантовомеханических закономерностей динамики частиц — возможность подбарьерных переходов, т.е. переходов через состояния, запрещенные в классическом случае. Следует отметить, что если такой эффект, как блоховские осцилляции, может возникать и для классических объектов, то туннелирование в классическом случае полностью исключено. При обсуждении возможных туннельных эффектов для кинка сразу возникает вопрос о подбарьерном переходе кинка с энергией $E \ll U_0$ из одного минимума потенциала пиннинга в другой. Такие подбарьерные переходы приводят к делокализации обсуждавшихся выше состояний финитного движения кинка около минимума потенциала, локализованных в пределах одной ячейки цепочки. Стандартной ситуацией для квазиклассических систем (таких как кинк в ферромагнетике с большим спином) является малость вероятности туннелирования, что формально описывается приближением сильной связи, известным в теории электронных состояний. Таким образом, такое туннелирование в координатном пространстве является источником формирования зонного спектра кинка с узкими разрешенными зонами.

Ранее для солитонов (кинков, вихрей и дисклинаций) в различных магнетиках, как ФМ, так и антиферромагнетиках (АФМ), отмечалась возможность эффектов туннельного изменения топологических зарядов [11]. Для кинков в континуальной модели АФМ таким зарядом является так называемая поляризация p . Величина p равна значению проекции параметра порядка (вектора \mathbf{l}) на промежуточную ось (ось x) в центре кинка $p = \pm 1$. В угловых переменных (2) это соответствует разным значениям угла φ . Для континуальной модели АФМ при движении вдоль цепочки в кинке разворот \mathbf{l} от одного фиксированного направления, коллинеарного легкой оси, к другому происходит через промежуточную ось. Легко видеть, что разные значения поляризации соответствуют различному (правому или левому) вращению \mathbf{l} , поэтому этот топологический заряд называют также хиральностью кинка. Туннелирование поляризации (хиральности) для кинков в континуальных моделях ФМ рассматривалось в работах [10,19]. В принципе, пока речь идет о топологической классификации кинков, те же самые представления можно применить и к ФМ, рассматривая вместо вектора \mathbf{l} нормированный спин \mathbf{S}/S . Однако динамика векторов \mathbf{l} и \mathbf{S}/S принципиально отличается, что проявляется в туннельном изменении знака поляризации. Для кинка в спиновых цепочках с антиферромагнитным упорядочением поляризация не связана с такими его динамическими переменными, как импульс P и координата X . Поэтому в АФМ туннельный

переход между состояниями с $p = 1$ и $p = -1$ обусловлен только внутренней динамикой кинка и не связан с динамикой P и X [11].

Легко видеть, что в случае ФМ ситуация принципиально иная, и различным значениям поляризации $p = \pm 1$ (различным значениям угла φ) отвечают просто различные значения импульса, отличающиеся на величину P_0 (см. (12)). Поэтому получается, что процессы туннелирования поляризации кинка тесно связаны с наличием решеточного потенциала и, строго говоря, невозможны в чисто континуальной модели ФМ. Этот факт был установлен в работах [10,19], в которых в континуальную модель ФМ пиннинг вводился феноменологически. Однако при этом не учитывалась точная структура гамильтониана, который является периодической функцией как координаты, так и импульса.

Как будет показано ниже, процессы туннелирования кинка из одного положения в решетке в другое и процессы туннелирования поляризации кинка тесно связаны, и для их анализа важен учет периодической зависимости гамильтониана от координаты и импульса.

Для исследования туннельных эффектов лучший путь состоит в использовании инстантонного подхода, который может быть применен к произвольной теории поля [20]. В этом подходе амплитуда вероятности P_{12} квантового перехода от одного заданного состояния к другому определяется интегралом по траекториям $\int DX \exp \{iA[X]/\hbar\}$, где $A[X] = \int dt L[X(t)]$ — функционал механического действия, $L(X, \dot{X})$ — лагранжиан, описывающий динамику координаты X , и DX — интегрирование по всем возможным путям, удовлетворяющим заданным граничным условиям. Для конкретных вычислений удобно перейти к мнимому времени $t \rightarrow it$ (как говорят, сделать виковский поворот), при этом возникает евклидов пропагатор $\int DX \exp [-A_E/\hbar]$, где евклидово действие записывается в виде $A_E = \int L_E(X, P) dt$. Инстантонное решение определяет такую траекторию, для которой вероятность туннелирования максимальна, и его построение можно представить как минимизацию A_E по $X(\tau)$ и $P(\tau)$. Минимум евклидова действия реализуется на решении соответствующего уравнения Эйлера–Лагранжа для функционала действия, или, что эквивалентно, на решении уравнения Гамильтона с заменой $t \rightarrow it$. Далее для определенности рассмотрим процессы туннелирования для кинка с гамильтонианом (25).

Легко видеть, что простая замена $P \rightarrow iP$ одновременно с виковским поворотом делает задачу о поиске инстантонного решения уравнения Гамильтона для модели (25) снова гамильтоновой, с вещественными канонически сопряженными переменными X и P , динамика которых описывается вещественным гамильтонианом \hat{H}_E :

$$\hat{H}_E = U_0 \sin^2 \frac{\pi \tilde{X}}{a} - T_0 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi \Pi}{P_0}, \quad \tilde{X} = X + \frac{a}{2}. \quad (29)$$

Отметим, что в данной задаче возможны также и более общие комплексные решения вида $X = X' + iX''$, $\Pi = \Pi' + i\Pi''$, с единственным требованием, что при $\tau \rightarrow \pm\infty$ решение достигает вещественного значения $X = an$, $P = P_0 m$, n, m — целые числа. Анализ системы для вещественных переменных X', X'', P', P'' сводится к интегрируемой гамильтоновой системе с двумя степенями свободы и имеет непрерывное множество решений, удовлетворяющих нужным граничным условиям. Однако это семейство получается из вещественного решения простым преобразованием аргумента $\tau \rightarrow \tilde{\tau} = \tau + i\psi$ (см. детали в [21]). Отметим, что в рамках гамильтонова формализма присутствует симметрия относительно замены координаты X на импульс P , которая в нашем случае, в силу похожей зависимости гамильтониана от этих переменных, трансформируется в интересную симметрию инстантонных решений. «Овеществление» переменных для инстантонной задачи может быть проведено и другим способом, а именно заменой $X \rightarrow i\xi + a/2$, при сохранении импульса P вещественным, что отвечает гамильтониану \hat{H}_E ,

$$\hat{H}_E = -T_0 \sin^2 \frac{\pi P}{P_0} - U_0 \operatorname{sh}^2 \frac{\pi \xi}{a}. \quad (30)$$

Важно, что для обоих случаев легко проанализировать характер инстантонных решений на фазовой плоскости даже без расчета конкретной структуры инстантона. Рассмотрим для определенности уравнения для переменных X и Π . Сохранение «евклидовой энергии» H_E (29) позволяет найти явную связь X и Π на любой траектории, т.е. построить «фазовый портрет» инстантонной задачи (см. рис. 11,а). Эти инстантоны описывают туннелирование координаты кинка X . При другом варианте введения вещественных переменных, см. (30), получаем другой «фазовый портрет». Соответствующее инстантонное решение описывает туннелирование импульса кинка P (см. фазовый портрет на рис. 11,б). Понятно, что величины евклидова действия и вероятности туннелирования для обоих этих процессов взаимосвязаны. Учет всех таких инстантонов с $0 \leq \psi \leq 2\pi$ может быть важен для описания туннелирования в малых ферромагнитных частицах [22], особенно эффектов деструктивной интерференции, но в нашем случае достаточно исследовать простое «вещественное» решение одной из указанных выше задач, (29) или (30).

Перейдем к анализу инстантонных решений, описывающих туннелирование. Начнем с описания туннелирования между низшими по энергии состояниями кинка, что на классическом языке отвечает переходу,

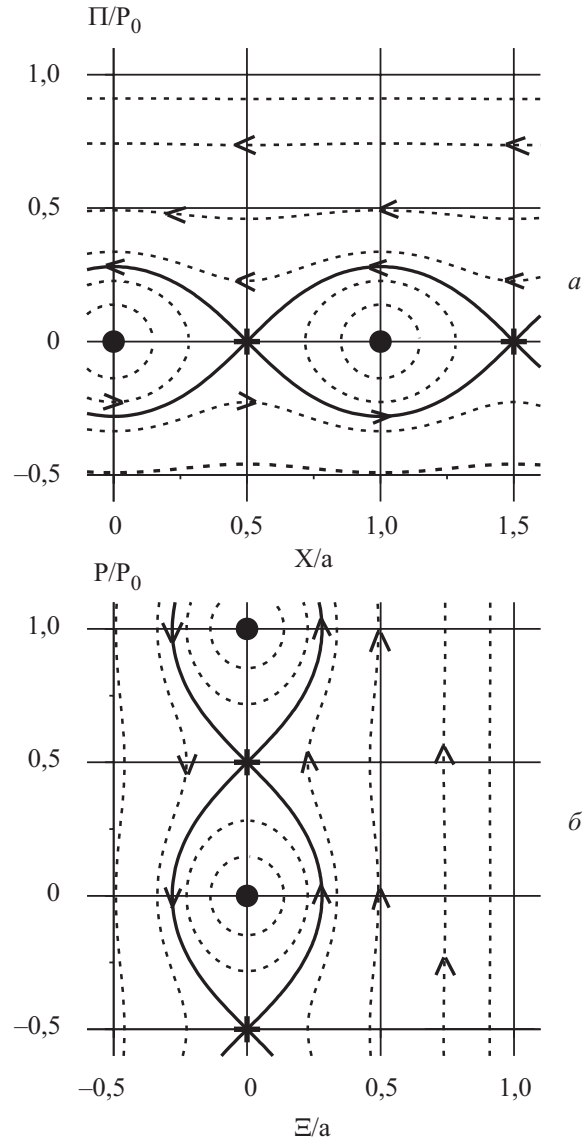


Рис. 11. Фазовая плоскость для изменения вещественных переменных, описывающих туннелирование кинка для двух описанных в тексте вариантов «овеществления»: переменные Π, X (а); переменные P, Ξ (б). Сепаратрисные траектории, отвечающие инстантонным решениям, показаны сплошными линиями, остальные траектории — штриховыми линиями. Особые точки типа центр отмечены затемненными кружками, крестами обозначены положения равновесия системы, которым на плоскости соответствуют седловые точки.

скажем, из состояния $X = -a/2$, $P = 0$ в состояние с $X = a/2$, $P = 0$. Такой переход описывается инстантонным решением со следующими граничными условиями: $\tilde{X} = 0$, $\Pi = 0$ при $\tau \rightarrow -\infty$ и $\tilde{X} = a$, $\Pi = 0$ при $\tau \rightarrow +\infty$. Ему отвечает значение $H_E = 0$ в формуле (29), поэтому легко представить выражение для евклидова действия как

$$A_E = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(X) \frac{dX}{d\tau} d\tau = \int_0^a \Pi(X) dX. \quad (31)$$

С учетом явной зависимости $\Pi(X)$, следующей из (29) при $H_E = 0$, заменой $\pi X/a \rightarrow \varphi$ выражение для евклидова действия на инстантонном решении сводится к простому интегралу

$$A_E = \frac{2P_0 a}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \text{Arsh} \left(\sqrt{\frac{U_0}{T_0}} \sin \varphi \right) d\varphi = \frac{4\hbar S}{\pi} a_E \left(\frac{U_0}{T_0} \right), \quad (32)$$

где $a_E(U_0/T_0)$ — простая функция, которая зависит только от U_0/T_0 и легко вычисляется численно (см. рис. 12). Для нее легко найти асимптотическое поведение в предельных случаях: при малых $U_0 \ll T_0$

$$A_E^{(0)} = \frac{4\hbar S}{\pi} \sqrt{\frac{U_0}{T_0}}, \quad (33)$$

а в противоположном предельном случае $U_0 \gg T_0$ зависимость A_E от U_0/T_0 становится логарифмической,

$$A_E = \hbar S \ln \left(\frac{U_0}{T_0} \right). \quad (34)$$

Эти зависимости хорошо подтверждаются данными численного счета (см. рис. 12). Самое важное, что значения функции a_E невелики даже при больших U_0/T_0 , т.е. величина A_E/\hbar может быть велика только за счет большой величины спина S .

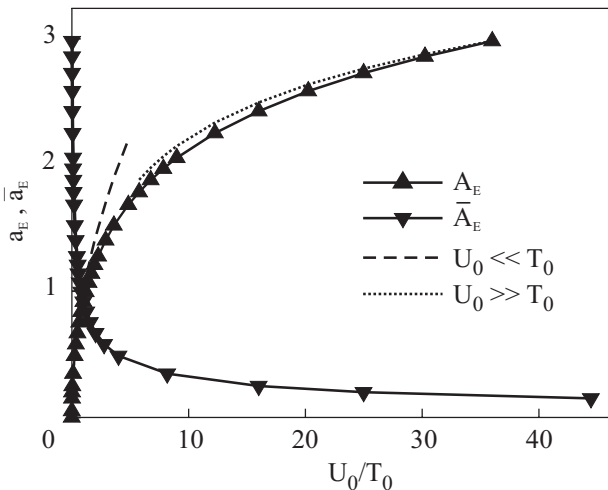


Рис. 12. Зависимости от параметра U_0/T_0 значений приведенного евклидова действия для туннелирования кинка между соседними минимумами в цепочке, $a_E = A_E/\hbar S$, и для туннелирования поляризации кинка, $\bar{a}_E = \bar{A}_E/\hbar S$. Прерывистыми линиями показаны асимптотические зависимости (33) и (34).

Анализ второго туннельного эффекта, туннелирования импульса кинка, или, что то же самое, поляризации, проводится на основе гамильтониана (30) практически так же. Можно даже не выписывать соответствующие формулы, легко видеть, что выражение для евклидова действия \bar{A}_E для туннелирования поляризации кинка получается для формулы евклидова действия для туннелирования координаты кинка A_E (32) заменой $U_0/T_0 \rightarrow T_0/U_0$. По сути, это следует из простой симметрии гамильтониана (25) относительно замены U_0 на T_0 и P/P_0 на $(X/a) - 1/2$. Видно, что эти два туннельных процесса как бы конкурируют, в предельных случаях $U_0/T_0 \rightarrow 0$ или $T_0/U_0 \rightarrow 0$ один из них становится гораздо более вероятным, чем другой. Если же $T_0 = U_0$, то значения евклидова действия для этих двух процессов одинаковы.

Физическое различие этих туннельных процессов состоит в том, что все значения координаты кинка вида $X = (a/2)(2n+1)$ (кинк находится в точках минимума потенциала) отвечают разным состояниям кинка, в то время как все значения импульса, отличающиеся на $2P_0$, соответствуют одному и тому же состоянию кинка. Поэтому учет процессов туннелирования координаты и импульса приводят к разным физическим следствиям. Туннелирование координаты ответственно за формирование энергетической зоны, в которой число состояний с различной величиной квазиимпульса совпадает с числом спинов в цепочке. Ширина соответствующей энергетической зоны определяется через туннельное расщепление Δ_0 , $\Delta E_0 = 2\Delta_0$, где в соответствии со стандартными правилами [20]

$$\Delta_0 \approx \hbar \omega_0 [A_E/\hbar]^{1/2} \exp(-A_E/\hbar). \quad (35)$$

Туннелирование импульса приводит к снятию двукратного вырождения состояний кинка и дает расщепление уровня на два, с $\Delta E = 2\bar{\Delta}_0$, где $\bar{\Delta}_0$ получается из выражения (35) заменой A_E на \bar{A}_E .

Работа посвящена светлой памяти Арнольда Марковича Косевича. Мы благодарны В.Г. Барьяхтару и Н.Е. Кулагину за полезное обсуждение вопросов, затронутых в нашей статье. Работа частично поддержана грантом INTAS 05-8112.

1. H.-J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **40**, 191 (1991).
2. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, *Soliton Thermodynamics of Low-Dimensional Magnets.*, Sov. Sci. Revs., Sec. A. – Phys., I.M. Khalatnikov (ed.), 16 (1993), p. 1.
3. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
4. А.М. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
5. B.A. Ivanov and H.-J. Mikeska, *Phys. Rev.* **B70**, 174409 (2004).

6. H.-J. Mikeska and S. Miyashita, *Z. Phys. B: Condens. Matter* **101**, 275 (1996).
7. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **71**, 372 (2000).
8. S. Flach and C.R. Willis, *Phys. Rep.* **295**, 181 (1998).
9. И.Г. Гочев, *ЖЭТФ* **85**, 199 (1983).
10. J. Kyriakidis and D. Loss, *Phys. Rev.* **B58**, 5568 (1998).
11. Б.А. Иванов, *ФНТ* **31**, 841 (2005).
12. B.A. Ivanov, A.Yu. Merkulov, V.A. Stephanovich, and C.E. Zaspel, *Topological Solitons in Highly Anisotropic Two-Dimensional Ferromagnets*, Arxiv:cond-mat/0606263 (2006)
13. А.Н. Гончарук, А.А. Степанов, Д.А. Яблонский, *ФНТ* **31**, 132 (1989); М.В. Гвоздикова, А.С. Ковалев, А.С. Кившарь, *ФНТ* **24**, 635 (1998).
14. M. Wilkinson, *J. Phys.* **A27**, 8123 (1994).
15. P.G. Harper, *Proc. Phys. Soc.* **A68**, 879 (1955).
16. А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Е. Хайкин, *Теория колебаний*, Физматгиз, Москва (1959).
17. А.М. Косевич, *ФНТ* **27**, 699 (2001).
18. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
19. J. Shibata and S. Takagi, *Phys. Rev.* **B62**, 9922 (2000).
20. А.И. Вайнштейн, В.И. Захаров, В.А. Новиков, М.А. Шифман, *УФН* **136**, 553 (1979).
21. Б.А. Иванов, Н.Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **126**, 1479 (2004).
22. *Quantum Tunneling of Magnetization*, L. Gunter and B. Barbara (eds.), vol. 301 of NATO ASI Series E, Kluwert, Dordrecht (1995).

On the dispersion relation for kink-type solitons in one-dimensional ferromagnets

E.G. Galkina and B.A. Ivanov

The dynamics (classical nonlinear and quantum) of topological solitons (kinks) in spin chains with a considerable biaxial anisotropy is investigated. The analytical calculations and numerical simulations performed for the discrete classical model are used to analyze the quantum properties of kinks using the semiclassical approximation. The lattice pinning potential is the crucial point for our analysis. This potential depends strongly on the microscopic origin of anisotropy, pinning is absent for pure exchange anisotropy, and can be considerable only for pure single-ion anisotropy. The Bloch oscillations under the action of driving magnetic field are present even for the classical dynamics of kinks. The quantum spectrum of a kink shows a band structure consisting of a finite number of nonintersecting zones: S for integer atomic spin S and $2S$ for half-integer spins. Different quantum tunneling effects, namely, tunnel transitions from one lattice site to another and tunnel changes of kink topological change, are considered.

PACS: 05.45.Yv Solitons;
75.40.Gb Dynamic properties.

Keywords: nonlinear dynamics, soliton, kink, ferromagnet, Landau–Lifshitz equation.