Физика низких температур, 2007, т. 33, № 2/3, с. 182–186

Осцилляции спиновой поляризации в двумерной системе Рашбы в квантующем магнитном поле

И.И. Ляпилин, А.Е. Патраков

Институт физики металлов УрО РАН, ул. С. Ковалевской, 18, г. Екатеринбург, 620041, Россия
E-mail: Lyapilin@imp.uran.ru

Статья поступила в редакцию 14 августа 2006 г.

Изучена кинетика двумерных электронов проводимости при учете спин-орбитального взаимодействия в квантующем магнитном и электрическом полях. Построены и решены макроскопические уравнения баланса энергии спиновой подсистемы и поперечных компонент спина; определена поляризация спинов носителей электрическим полем в квантующем магнитном поле. Получены общие выражения для поперечного времени релаксации спинов электронов проводимости в сильных магнитных полях. Показано, что в квантующем магнитном поле осцилляции спиновой поляризации становятся аномально большими.

Вивчено кінетику двовимірних електронів провідності при урахуванні спін-орбітальної взаємодії у квантуючому магнітному й електричному полях. Побудовано й вирішено макроскопічні рівняння балансу енергії спінової підсистеми й поперечних компонент спіна; визначено поляризацію спінів носіїв електричним полем у квантуючому магнітному полі. Отримано загальні вираження для поперечного часу релаксації спінів електронів провідності у сильних магнітних полях. Показано, що у квантуюючому магнітному полі осциляції спінової поляризації стають аномально великими.

PACS: **73.23–b** Электронный транспорт в мезоскопических системах.

Ключевые слова: спиновая поляризация, двумерная система Рашбы, электроны проводимости.

Спин-орбитальное взаимодействие (СОВ) приводит к корреляции трансляционного и спинового движений электронов. Именно это обстоятельство служит причиной возникновения многих эффектов, наблюдавшихся в кинетических и других явлениях [1–3]. Спин-орбитальное взаимодействие, зависящее от кинетических и спиновых степеней свободы, представляет собой канал, по которому происходит передача энергии внешнего поля, поглощенной свободными носителями, от подсистемы кинетических степеней свободы к спиновой подсистеме, и наоборот. В результате действия такого канала становятся возможными резонансные переходы электронов между уровнями Ландау на комбинированных частотах. Все это определило повышенный интерес к исследованию СОВ в полупроводниковых двумерных ($2D$) структурах.

В квантовых ямах на основе полупроводников со структурой цинковой обманки существует два основных типа спин-орбитальной связи: взаимодействие Рашбы [4], обусловленное структурной асимметрией квантовой ямы, и взаимодействие Дрессельхауза [5], возникающее из-за отсутствия центра инверсии в объеме материала. В тех случаях, когда СОВ мало в определенном смысле, можно произвести каноническое преобразование гамильтониана системы, устраняющее взаимодействие кинетических и спиновых степеней свободы электронов. При этом преобразуются и остальные члены гамильтониана, описывающие взаимодействие электронов с решеткой и внешними полями. В последнем случае возникает эффективное взаимодействие электронов системы с внешними полями, которое определяет калибровочно-инвариантные уравнения движения макроскопических переменных системы.

Развитый в работе [6] метод построения калибровочно-инвариантного взаимодействия применим в настоящей работе для описания кинетики $2D$-электронов проводимости при учете СОВ в квантующем магнитном и электрическом полях. Построим и решим макроскопические уравнения баланса энергии спиновой подсистемы и поперечных компонент спина; рассмотрим магнитоэлектрический эффект и определим поляризацию спинов носителей электрическим полем в квантующем магнитном поле; получим общие выражения для поперечного времени релаксации спинов электронов проводимости в сильных магнитных полях. Покажем, что в квантующем магнитном поле осцилляции спиновой поляризации становятся аномально большими.

Эффективное взаимодействие

Гамильтониан $2D$-системы представим в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_k + \mathcal{H}_s + \mathcal{H}_{ks} + \mathcal{H}_{ef} + \mathcal{H}_v + \mathcal{H}_{ev}. \quad (1)$$

Здесь $\mathcal{H}_k, \mathcal{H}_s$ — гамильтонианы кинетической и зеемановской энергий в магнитном поле $\mathbf{H} = (0,0,H)$;

$$\mathcal{H}_k = \sum_i \frac{(\mathbf{p}_i - (e/c)\mathbf{A}(\mathbf{r}_i))^2}{2m} = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m};$$

$$\mathcal{H}_s = -\hbar\omega_s \sum S_i^z; \quad \hbar\omega_s = g\mu_0 H; \quad (2)$$

g — фактор спектроскопического расщепления; μ_0 — магнетон Бора; H_{ef} — гамильтониан взаимодействия электронов с электрическим полем,

$$\mathcal{H}_{ef} = -e\mathbf{E}(t)\sum_i \mathbf{r}_i. \quad (3)$$

$\mathcal{H}_{ev}$ — гамильтониан взаимодействия электронов с решеткой и $\mathcal{H}_v$ — гамильтониан решетки; $\mathcal{H}_{ks}(p)$ — взаимодействие между кинетическими и спиновыми степенями свободы; S_i^α и p_i^α — компоненты оператора спина и кинетического импульса i-го электрона. В самом общем виде $\mathcal{H}_{ks}(p)$ можно представить в форме

$$\mathcal{H}_{ks}(p) = \sum_j f(p_j)S_j = \sum_j \varphi^{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_s;\beta},$$

$$\varphi^{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_s;\beta} = \mathrm{const}\sum_j p_j^{\alpha_1} p_j^{\alpha_2} \ldots p_j^{\alpha_s} S_j^\beta, \quad (4)$$

где $f(p_j)$ — псевдовектор, компоненты которого представляют собой формулу порядка s от компонент кинетического импульса p_j^α.

Совершим теперь каноническое пребразование гамильтониана. С точностью до членов, линейных по $T(p)$, имеем

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathrm{e}^{T(p)}\mathcal{H}\,\mathrm{e}^{-T(p)} \approx \mathcal{H} + [T(p), \mathcal{H}]. \quad (5)$$

Оператор преобразования $T(p)$ определим из условия, что в результате преобразования подсистемы k и s будут независимыми. Для выполнения этого требования необходимо выполнение условия

$$\mathcal{H}_{ks}(p) + [T(p), \mathcal{H}_k + \mathcal{H}_s] = 0. \quad (6)$$

Заметим, что преобразованные значения операторов $\mathcal{H}_k(p)$ и $\mathcal{H}_s$ оказались интегралами движения при $\mathcal{H}_{ev} = 0$. Конкретизируем вид взаимодействия $\mathcal{H}_{ks}$, полагая, что это взаимодействие отлично от нуля уже в линейном приближении по электронному импульсу (взаимодействие Рашбы):

$$\mathcal{H}_{ks}(p) = \alpha\,\varepsilon_{zik}\sum_j S_j^i p_j^k = \frac{i\alpha}{2}\sum_j (S_j^+ p_j^- - S_j^- p_j^+),$$

$$S^\pm = S^x \pm iS^y, \; p^\pm = p^x \pm ip^y, \quad (7)$$

α — константа СОВ.

Подставляя оператор (7) в общее решение уравнения (6), получаем

$$T(p) = \frac{i\alpha}{2\hbar(\omega_0 - \omega_s)}\sum_j (S_j^+ p_j^- + S_j^- p_j^+). \quad (8)$$

Используя явный вид оператора $T(p)$, для эффективного взаимодействия имеем

$$[x_j^\alpha, T(p_j)]eE^\alpha(t) = -\frac{e\alpha}{2\hbar(\omega_0 - \omega_s)} \times$$

$$\times (S^+E^-(t) + S^-E^+(t)), \quad S^\alpha = \sum_i S_i^\alpha. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что эффективное взаимодействие с электрическим полем содержит только спиновые переменные, поэтому оно скажется только в эволюции спиновой подсистемы электронов проводимости.

Принимая во внимание явный вид оператора канонического преобразования, запишем оператор мощности, поглощенной электронной подсистемой,

$$\dot{\mathcal{H}}_{e(f)}(t) = \dot{\mathcal{H}}_{k(f)}(t) + \dot{\mathcal{H}}_{s(f)}(t) =$$

$$= \frac{e\mathbf{E}(t)\,\mathbf{p}}{m} + \frac{ie\alpha\omega_s}{2(\omega_0 - \omega_s)}[S^-E^+(t) - S^+E^-(t)] =$$

$$= J_e^\alpha E^\alpha(t). \quad (10)$$

Здесь

$$J_e^\alpha = e\,V^\alpha, \; V^\alpha = \frac{p^\alpha}{m} + \frac{1}{i\hbar}[x^\alpha, \mathcal{H}_{ks}(p)] + \frac{1}{m}[T(p), p^\alpha]. \quad (11)$$

Оператор V^α — преобразованная скорость электрона в нулевом приближении по полю. Выражение $J_e^\alpha E^\alpha(t)$ представляет собой оператор мощности, поглощенной как кинетическими, так и спиновыми степенями свободы при взаимодействии электронов проводимости с электрическим полем. При этом $V^\alpha = V_k^\alpha + V_s^\alpha$, где

$$V_k^{\pm} = \frac{p^{\pm}}{m}, \quad V_s^{\pm} = \mp \frac{i\alpha\omega_s}{\omega_0 - \omega_s} S^{\pm}. \qquad (12)$$

Уравнения баланса

Интересуясь эволюцией спиновой подсистемы, найдем уравнение баланса зеемановской энергии и поперечных компонент спина:

$$\dot{\mathcal{H}}_s = \frac{\alpha e \omega_s}{2i\hbar(\omega_0 - \omega_s)}[S^+E^-(t) - S^-E^+(t)] + $$

$$+ \frac{1}{i\hbar}[\mathcal{H}_s, \tilde{\mathcal{H}}_{ev}], \qquad (13)$$

$$\dot{S}^{\pm} = \mp i\omega_s S^{\pm} \mp \frac{ie\alpha}{\hbar(\omega_0 - \omega_s)} S^z E^{\pm}(t) + \frac{1}{i\hbar}[S^{\pm}, \tilde{\mathcal{H}}_{ev}]. \qquad (14)$$

Состояние неравновесной системы будем описывать средними значениями операторов $\mathcal{H}_k$, $\mathcal{H}_s$, N, $\mathcal{H}_v$ (N — оператор числа электронов). В этом случае для неравновесного статистического оператора $\rho(t)$ [6] имеем:

$$\rho(t,0) = \rho_q(t,0) - \int_{-\infty}^{0} dt_1 \exp(\varepsilon t_1)\left[\int_0^1 d\tau \rho_q^{\tau} \dot{S}(t+t_1,t_1)\rho_q^{(1-\tau)} + iL_{ef}(t+t_1)\rho_q(t+t_1,t_1)\right],$$

$$A(t,t_1) = \exp(it_1L)A(t,0), \quad iL_{ef}A = (i\hbar)^{-1}[A, \mathcal{H}_{ef}]. \qquad (15)$$

Здесь $S(t)$ — оператор энтропии,

$$S(t) = \Phi(t) + \beta_k(\mathcal{H}_k - \mu N) + \beta_s \mathcal{H}_s + \beta(\mathcal{H}_v + \tilde{\mathcal{H}}_{ev}). \qquad (16)$$

Параметры β_k, β_s и β имеют смысл обратных эффективных температур кинетической и спиновой подсистем электронов и равновесной температуры решетки.

$$\dot{S}(t,0) = \frac{\partial S(t,0)}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}[S(t,0), \tilde{\mathcal{H}}_{ev}] \qquad (17)$$

— оператор производства энтропии; $\rho_q(t,0) = \exp[-S(t)]$ — квазиравновесный оператор. Заметим, что, согласно методу неравновесного статистического оператора, имеем

$$\mathrm{Sp}\, A\rho(t) = \mathrm{Sp}\, A\rho_q(t).$$

Усредняя операторные уравнения движения для спиновой подсистемы с оператором (15), получаем

$$\partial_t\langle\mathcal{H}_s\rangle = \frac{\alpha e\omega_s}{2i\hbar(\omega_0 - \omega_s)}[\langle S^+\rangle E^-(t) - \langle S^-\rangle E^+(t)] + $$

$$+ \langle\dot{\mathcal{H}}_{s(v)}\rangle. \qquad (18)$$

$$\partial_t\langle S^{\pm}\rangle = \mp i\omega_s\langle S^{\pm}\rangle \mp \frac{ie\alpha}{\hbar(\omega_0 - \omega_s)}\langle S^z\rangle E^{\pm}(t) + \langle \dot{S}^{\pm}_{(v)}\rangle. \qquad (19)$$

Здесь $\langle A\rangle = \mathrm{Sp}(A\rho(t))$, $\dot{A}_{(v)} = (i\hbar)^{-1}[A, \tilde{\mathcal{H}}_{ev}]$.

Первое слагаемое в правой части уравнения (18) представляет собой джоулево тепло, получаемое спиновой подсистемой электронов проводимости. Второе слагаемое описывает релаксацию продольного спина электронов.

Обратимся к уравнению (19), описывающему эволюцию поперечных компонент электронного спина. Рассматривая стационарный случай, уравнение баланса поперечного спина легко решить, если принять во внимание, что столкновительный член этой формулы имеет порядок величины $\langle S^{\pm}\rangle\nu_2$ (ν_2 — частота релаксации поперечного спина). Выражение, определяющее поляризацию спинов электронов, $m^{\pm} = g\mu\langle S^{\pm}\rangle$, представим в виде

$$m^{\pm} = \pm\frac{i\alpha g\mu e E^{\pm}}{\hbar(\omega_0 - \omega_s)}\frac{\langle S^z\rangle}{\mp i(\omega - \omega_s) + \nu_2}, \qquad (20)$$

$$\langle S^z\rangle = \frac{1}{2}\sum_{\mu}(f_{\mu\uparrow} - f_{\mu\downarrow}). \qquad (21)$$

Стрелками $\uparrow$, $\downarrow$ обозначена ориентация спинового момента относительно оси **z**.

Из выражений (20), (21) следует, что зависимость среднего магнитного момента электронов $m^{\pm}$ от магнитного поля определяется видом плотности состояний $\rho(\varepsilon)$. В рамках самосогласованного борновского приближения для плотности состояний имеем [7]

$$\rho(\varepsilon) = \rho_0\left[1 + 2\sum_{l=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{\pi l}{\omega_c\tau_0}\right)\cos\left(\frac{2\pi l\varepsilon}{\omega_c}\right)\right]. \qquad (22)$$

Здесь $\rho_0 = m/\hbar^2\pi$ — плотность состояний в нулевом магнитном поле; τ_0 — время релаксации в нулевом магнитном поле. При записи плотности состояний нами опущена величина спинового расщепления. Из выражения (22) следует, что при $\omega_c\tau_0 \ll 1$ плотность состояний $\rho(\varepsilon) = \rho_0$. При увеличении магнитного поля, когда $\omega_c \tau_0 \le 1$, в сумме достаточно оставить только первое слагаемое. В этом случае осциллирующее выражение в плотности состояний имеет синусоидальный вид.

Результаты численного расчета намагниченности m^+, выполненные при следующих значениях параметров: $m = 0{,}067 m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), энергия Ферми $\varepsilon_F = 10$ мэВ, подвижность двумерных электронов $\mu \approx (0{,}1–1{,}0) \cdot 10^7$ см^2/(В·с), представлены на рис. 1. Как и следовало ожидать, зависимость намагниченности электронов от магнитного поля носит осциллирующий характер, а амплитуда осцилляций очень чувствительна к температуре и напряженности магнитного поля.

Рассмотрим теперь мощность, поглощенную спиновой подсистемой. Из уравнения (18) имеем

$$Q = \beta_s \left(\frac{\alpha e \omega_s E_\perp}{2\hbar(\omega_0 - \omega_s)} \right)^2 2\pi [G^\pm(\omega) + G^\mp(-\omega)], \quad (23)$$

где $E_\perp = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$, а $G^{\pm\mp}(t)$ — функции Грина:

$$G^{\pm\mp}(t) = \theta(-t) \exp(\varepsilon t) (S^\pm, S^\mp(t)) = $$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(i\omega t) G^{\pm\mp}(\omega),$$

$$(A, B) = \int_0^1 d\tau \mathrm{Sp}\, (A\, \rho_q^\tau \Delta B \rho_q^{(1-\tau)}),\ \Delta A = A - \mathrm{Sp}(A \rho_q), \quad (24)$$

$\theta(t)$ — функция Хевисайда.

Составляя для функции Грина цепочку уравнений движения и удерживая в ней члены до второго порядка малости по взаимодействию $\mathcal{H}_{ev}$, а в членах первого и второго порядков по $\mathcal{H}_{ev}$ ограничиваясь нулевым приближением по термодинамическим силам, получаем

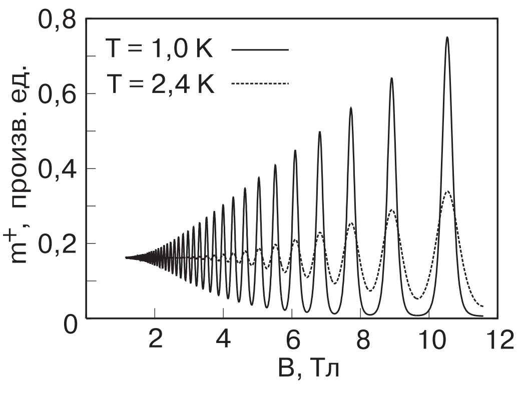

Рис. 1. Зависимости намагниченности двумерного электронного газа от магнитного поля при различных температурах.

$$G^\pm(\omega) = \frac{1}{\pi\beta\hbar\omega_s} \frac{\langle S^z \rangle}{i\omega_s + M^\pm(\omega)}. \quad (25)$$

Величина $M^\pm(\omega)$ — массовый оператор, вычисленный во втором порядке по взаимодействию и в нулевом по термодинамическим силам:

$$M^\pm(\omega) = \frac{\beta\hbar\omega_s}{\langle S^z \rangle} \int_{-\infty}^{0} dt \exp(\varepsilon t) (\dot{S}^+_{(v)}, \dot{S}^-_{(v)}(t)). \quad (26)$$

Мнимая часть массового оператора $M^\pm(\omega) = \delta\omega$ определяет сдвиг частоты для электронных спинов, в то время как его реальная часть $M^\pm(\omega) = \nu_2(\omega)$ играет роль обратного времени релаксации поперечного спина. Как видно из (26), частота релаксации поперечного спина в квантующем магнитном поле имеет осциллирующий характер [8].

Каноническое преобразование исходного гамильтониана системы приводит также к перенормировке гамильтониана электрон-решеточного взаимодействия. При этом гамильтониан электрон-решеточного взаимодействия имеет вид $\mathcal{H}_{el} + [T, \mathcal{H}_{el}]$. Заметим, что гамильтониан электрон-решеточного взаимодействия можно представить в виде

$$\mathcal{H}_{el} = \mathcal{H}'_{el} + \mathcal{H}''_{el},$$

где $\mathcal{H}'_{el}$ — гамильтониан не зависящей от спина части взаимодействия электронов с решеткой, ответственный, например, за релаксацию электронного импульса, а $\mathcal{H}''_{el}$ — гамильтониан части взаимодействия, зависящей от спина, ответственный за релаксацию электронной намагниченности. Поскольку оператор канонического преобразования $T(p)$ зависит от электронного спина, гамильтониан полного спин-решеточного взаимодействия принимает следующий вид

$$\mathcal{H}''_{el} + [T(p), \mathcal{H}'_{el}],$$

Здесь мы пренебрегли членами высших порядков по СОВ, возникающими из коммутатора $[T(p), \mathcal{H}'_{el}]$. Можно показать, что возможны ситуации, когда вклад ренормированной части взаимодействия электронов проводимости с решеткой оказывается одного порядка величины с вкладом, обусловленным обычным электрон-фононным взаимодействием, но его зависимость от температуры и магнитного поля будет, очевидно, иной.

1. B. Das, D.C. Miller, S. Datta, R. Reifenberger, W.P. Hong, P.K. Bhattacharya, and M. Jaffe, *Phys. Rev* **B39**, 1411 (1989).
2. V.M. Edelstein, *Solid State Commun*. **73,** 233 (1990).
3. Л.С. Левитов, Ю.В. Назаров, Г.М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **61**, 1333 (1985).

4. Э.И. Рашба, *УФН* **84**, 557 (1964); Ю.А. Бычков, Э.И. Рашба, *ЖЭТФ* **98**, 717 (1990).
5. S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett*. **56**, 665 (1990).
6. В.П. Калашников, *ТМФ* **5**, 293 (1970).
7. T. Ando, A.B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
8. A.A. Burkov and L. Balents, *Phys. Rev. Lett*. **B69**, 245312 (2004).

Spin polarization oscillations in Rashba two-dimensional system at quantizing magnetic field

I.I. Lyapilin and A.E. Patrakov

The kinetics of two-dimensional conduction electrons in quantizing magnetic and electric fields is studied with due account of spin–orbit interaction. Equations of energy balance for a spin subsystem and transverse spin components are derived and solved. Charge carriers spins are found to be polarized by an electric field in a quantizing magnetic field. General expressions for transverse relaxation time of conduction electrons spins in high magnetic fields are obtained. It is shown that the spin polarization oscillations in a quantizing magnetic field become anomalously large.

PACS: **73.23.–b** Electronic transport in mesoscopic systems.

Keywords: spin polarization, Rashba two-dimensional system, conduction electrons.