

## Периодические структуры со спин-орбитальным взаимодействием

В.Я. Демиховский, Д.В. Хомицкий, А.А. Перов

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
пр. Гагарина, 23, г. Нижний Новгород, 603139, Россия  
E-mail: demi@phys.unn.ru*

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2006 г.

Исследованы квантовые состояния и спиновая поляризация в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием, находящемся во внешнем периодическом потенциале и в магнитном поле. Изучено влияние спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза на зонную структуру, волновые функции и распределение спиновой плотности в двумерном электронном газе, на который воздействует поле одномерной латеральной сверхрешетки. В расчетах учитывается модуляция параметра Рашбы периодическим потенциалом сверхрешетки. Решена задача Харпера–Ховштадтера для двумерного электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием, находящегося в поле периодического двумерного потенциала и в перпендикулярном магнитном поле. Найден зонный спектр, волновые функции и распределение спиновой плотности электронного газа. С учетом спин-орбитального взаимодействия Рашбы и зеемановского расщепления при различных значениях числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки рассчитаны законы дисперсии в магнитных подзонах, спиновые плотности и средние значения спинов.

Досліджено квантові стани й спінову поляризацію у двовимірному електронному газі зі спин-орбітальною взаємодією, що перебуває у зовнішньому періодичному потенціалі й у магнітному полі. Вивчено вплив спин-орбітальної взаємодії Рашби й Дрессельхауза на зонну структуру, хвильові функції й розподіл спінової щільності у двовимірному електронному газі, на який впливає поле одновимірної латеральної надгратки. Враховано модуляцію параметра Рашби періодичним потенціалом надгратки. Вирішено задачу Харпера–Ховштадтера для двовимірному електронного газу зі спин-орбітальною взаємодією, що перебуває в полі періодичного двовимірному потенціалу й у перпендикулярному магнітному полі. Знайдено зонний спектр, хвильові функції й розподіл спінової щільності електронного газу. З урахуванням спин-орбітальної взаємодії Рашби й зееманівського розщеплення при різних значеннях числа квантів магнітного потоку через елементарну комірку надгратки розраховано закони дисперсії у магнітних підзонах, спінові щільності й середні значення спинів.

PACS: 71.70.Di Уровни Ландау;  
71.70.Ej Спин-орбитальное взаимодействие, расщепление Зеемана и Штарка, эффект Яна–Теллера.

Ключевые слова: двумерный электронный газ, задача Харпера–Ховштадтера, эффект Зеемана, спин-орбитальное взаимодействие, спиновая поляризация.

### Введение

В последние годы наблюдается значительный интерес к изучению квантовых состояний и транспорта в полупроводниковых структурах со спин-орбитальным (СО) взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза,

обусловленный их приложениями в физике наноструктур и перспективами создания квантовых компьютеров с использованием спиновых степеней свободы. В 1990 году была предложена концепция спинового полевого транзистора [1]. В настоящее время задачи об управлении спинами носителей в

полупроводниках привлекают к себе внимание не только в связи с ожидаемыми приложениями в спиновой электронике (спинтронике), но и новыми фундаментальными физическими эффектами, такими как спиновый эффект Холла [2] и спиновый фотогальванический эффект [3].

Квантовые состояния электронов и дырок в полупроводниковых структурах, где СО взаимодействие обусловлено отсутствием центра симметрии ограничивающего потенциала структуры, изучались в ряде теоретических и экспериментальных работ. В частности, были исследованы состояния в квазиодномерных структурах — квантовых проволоках, квантовых точках [4,5], а также в структурах с СО взаимодействием, находящихся в постоянном магнитном поле различной ориентации [6]. Одномерные периодические структуры с СО взаимодействием изучены в работах [7–9]. Так, в работе [7] исследован баллистический транспорт в двумерном волноводе с периодически изменяющейся шириной. В рамках теории возмущений рассчитана спиновая поляризация электронов, прошедших через такой волновод конечной длины. В работе [8] рассчитаны коэффициенты прохождения для квазиодномерной системы, состоящей из участков с различной величиной СО взаимодействия. Авторы статьи [9] в однопериодическом приближении сильной связи получили выражение для спектра периодической одномерной структуры и рассчитали намагниченность, возникающую в постоянном электрическом поле. Кроме того, известно, что структура спектра двумерного электронного газа испытывает значительную перестройку в присутствии внешнего периодического потенциала, создаваемого искусственной сверхрешеткой. Подобные латеральные СО сверхрешетки могут быть созданы с помощью металлических затворов, расположенных над двумерным электронным газом и модулирующих как электростатический потенциал, так и параметр Рашбы, а также путем периодической модуляции химического состава структуры [10]. Следует отметить, что электрическое поле внешнего затвора также может изменять величину параметра Рашбы, причем в недавно проведенных экспериментах глубина модуляции параметра Рашбы достигала 50% [11].

Задача о квантовых состояниях двумерного электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием в периодическом потенциале может быть рассмотрена также в присутствии внешнего магнитного поля. Эта проблема остается актуальной на протяжении нескольких последних десятилетий. Исследования проводятся на основе различных моделей и подходов [12], однако спин-орбитальное взаимодействие, как правило, исключается из рассмотрения.

Причиной этого является малость величины энергии зеэмановского и спин-орбитального расщепления по сравнению с амплитудой периодического потенциала поверхностной сверхрешетки и характерной энергией Ландау. В то же время в условиях современных реальных экспериментов с двумерным электронным газом в гетеропереходе, помещенном в двоякопериодическое электростатическое поле сверхрешетки, амплитуда периодического потенциала  $V_0$  может иметь такой же порядок величины, что и энергия СО расщепления Рашбы. Например, в работах, посвященных исследованию магнитных блоховских состояний, величина  $V_0$  принимала значения порядка 1–5 мэВ [6]. Кроме того, в полупроводниковых структурах с сильным СО взаимодействием типичное значение энергии спин-орбитального расщепления может иметь такой же порядок величины, что и амплитуда периодического потенциала.

В настоящей работе исследуются квантовые состояния и спиновая поляризация в системах с СО взаимодействием, находящихся во внешнем периодическом потенциале, а также в магнитном поле. В первой части исследуется влияние СО взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза на зонную структуру, волновые функции и распределение спиновой плотности в двумерном электронном газе, на который воздействует поле одномерной латеральной сверхрешетки. Учитывается также модуляция параметра Рашбы периодическим потенциалом сверхрешетки.

Кроме того, в работе исследованы квантовые состояния электрона, находящегося в поле двумерного периодического потенциала и постоянном однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости двумерного электронного газа. Рассмотрено влияние спин-орбитального взаимодействия электронов, находящихся в поле периодического двумерного потенциала и в перпендикулярном магнитном поле, на зонный спектр, волновые функции и распределение спиновой плотности. С учетом СО взаимодействия Рашбы и зеэмановского расщепления при различных значениях числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки нами рассчитаны законы дисперсии магнитных подзон, спиновые плотности и средние спины в состояниях минизон.

## 1. Энергетический спектр и спиновая поляризация в одномерной сверхрешетке

### Гамильтониан

Гамильтониан двумерного электронного газа в плоскости  $xy$  со спин-орбитальным взаимодействием, находящегося в периодическом поле одномер-

ной сверхрешетки  $V(x)$ , можно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{H}}_1, \quad (1)$$

где первое слагаемое представляет собой гамильтониан свободной частицы со спин-орбитальным взаимодействием, описываемым суммой гамильтонианов Рашбы [13] и Дрессельхауза [14],

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \alpha(\hat{\sigma}_x \hat{p}_y - \hat{\sigma}_y \hat{p}_x) + \beta(\hat{\sigma}_x \hat{p}_x - \hat{\sigma}_y \hat{p}_y). \quad (2)$$

Здесь  $\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса,  $m$  — эффективная масса,  $\hat{\sigma}_{x,y}$  — матрицы Паули,  $\alpha$  — параметр Рашбы,  $\beta$  — параметр Дрессельхауза.

Второе слагаемое в (1), соответствующее периодической в направлении  $x$  сверхрешетке, записывается в виде

$$\hat{\mathcal{H}}_1 = V(x) + [\mathbf{z} \times \boldsymbol{\sigma}][\alpha_1(x)\hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}\alpha_1(x)]/2, \quad (3)$$

где  $V(x) = V(x+a)$  — периодический электростатический потенциал сверхрешетки с периодом  $a$ , второе слагаемое в (3) описывает модуляцию параметра спин-орбитального взаимодействия Рашбы электрическим полем решетки, направленным вдоль орта нормали  $\mathbf{z}$  к двумерному электронному газу. В данной работе используем простейшую форму одномерной пространственной модуляции в виде

$$V(x) = V_0 \cos \frac{2\pi x}{a}, \quad \alpha_1(x) = \alpha_1 \cos \frac{2\pi x}{a}.$$

Остановимся вначале на собственных значениях и собственных функциях гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_0$  (2). Слагаемое, определяющее СО взаимодействие в гамильтониане  $\hat{\mathcal{H}}_0$ , зависит от импульса и играет роль эффективного магнитного поля. В таком поле вырождение по спину снимается и собственные значения, а также собственные функции — спиноры первого ранга — определяются выражениями

$$E_{\lambda}^{RD}(\mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} + \lambda \sqrt{(\alpha k_y + \beta k_x)^2 + (\alpha k_x + \beta k_y)^2}, \quad \lambda = \pm 1, \quad (4)$$

$$\Psi_{\lambda\mathbf{k}} = \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \exp(i\theta(\mathbf{k})) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\theta(\mathbf{k}) = \text{Arg}[\alpha k_y + \beta k_x - i(\alpha k_x + \beta k_y)]$ . В присутствии периодической в направлении  $x$  сверхрешетки (слагаемое  $\hat{\mathcal{H}}_1$  в гамильтониане (1)) будем искать решение в виде блоховской функции, представленной в виде ряда по собственным функциям гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_0$  [15]:

$$\Psi_{\mathbf{k}}^S(x, y) = \sum_{n\lambda} a_{n\lambda}^S(\mathbf{k}_n) \Psi_{\mathbf{k}_n}^S(x, y). \quad (6)$$

Здесь состояния задаются квазиимпульсом  $\mathbf{k}$ , определенным в зоне Бриллюэна, а также номером зоны  $s$ ; при этом  $\mathbf{k}_n(k_{nx}, k_y)$  обозначает волновой вектор с  $k_{nx} = k_x + b_n$ , где  $b_n = 2\pi/a n$  — параметр обратной решетки. При трансляции на период решетки по направлению  $x$  обе компоненты спинора  $\Psi_{\mathbf{k}}^S(x, y)$  преобразуются как функции Блоха. Подставляя волновую функцию (6) в уравнение Шредингера, умножая его слева на функцию  $\Psi_{n'\lambda'}^*$  и выполняя интегрирование по координатам, приходим к следующей системе линейных уравнений для коэффициентов  $a_{n'\lambda'}^S(\mathbf{k}_n)$ , записываемой в матричном виде как

$$\sum_{n'\lambda'} [(E_{n'\lambda'}^{RD}(\mathbf{k}_n) - E_s(\mathbf{k}))\delta_{m'n'}\delta_{\lambda\lambda'} + \mathcal{H}_{m'n'\lambda\lambda'}^{(1)}] a_{n'\lambda'}^S(\mathbf{k}_n) = 0, \quad (7)$$

где  $E_{n'\lambda'}^{RD}(\mathbf{k}_n)$  — собственные значения (4) диагонального в этом базисе гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_0$  при  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_n(k_{nx}, k_y)$ , а индексы  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и  $\lambda = \pm 1$ . Матричный элемент периодического потенциала  $\hat{\mathcal{H}}_1$  (3) является комплексной функцией компонент  $k_x, k_y$  и определен как  $\mathcal{H}_{m'n'\lambda\lambda'}^{(1)} = \langle \Psi_{n\lambda} | \hat{\mathcal{H}}_1 | \Psi_{n'\lambda'} \rangle$ . Используя выражение (3) для  $\hat{\mathcal{H}}_1$  и волновые функции (5), найдем

$$\mathcal{H}_{m'n'\lambda\lambda'}^{(1)} = V_{nn'}^{\lambda\lambda'} + U_{nn'}^{\lambda\lambda'}, \quad (8)$$

$$V_{nn'}^{\lambda\lambda'} = V_0 \frac{\delta_{nm\pm 1}}{2} [1 + \lambda\lambda' \exp(i(\theta_n - \theta_{n'}))], \quad (9)$$

$$U_{nn'}^{\lambda\lambda'} = \alpha_1 \frac{\delta_{nm\pm 1}}{4} \times \{ \lambda' (ik_{nx} + k_y) \exp(i\theta_{n'}) + \lambda (-ik_{nx} + k_y) \exp(-i\theta_n) + \text{sgn}(n - n') \pi [\lambda \exp(-i\theta_n) - \lambda' \exp(i\theta_{n'})] \}. \quad (10)$$

Слагаемое (9) обусловлено электростатическим потенциалом сверхрешетки  $V(x)$  с амплитудой  $V_0$ , в то время как матричный элемент (10) появляется при наличии пространственной модуляции  $\alpha_1(x)$  параметра Рашбы с амплитудой  $\alpha_1$ . Собственные значения, определяющие энергетические зоны, находятся из условия равенства нулю определителя системы (7).

#### Энергетический спектр в одномерной сверхрешетке со спин-орбитальным взаимодействием

Типичный энергетический спектр сверхрешетки, рассчитанный с помощью системы (7), представлен

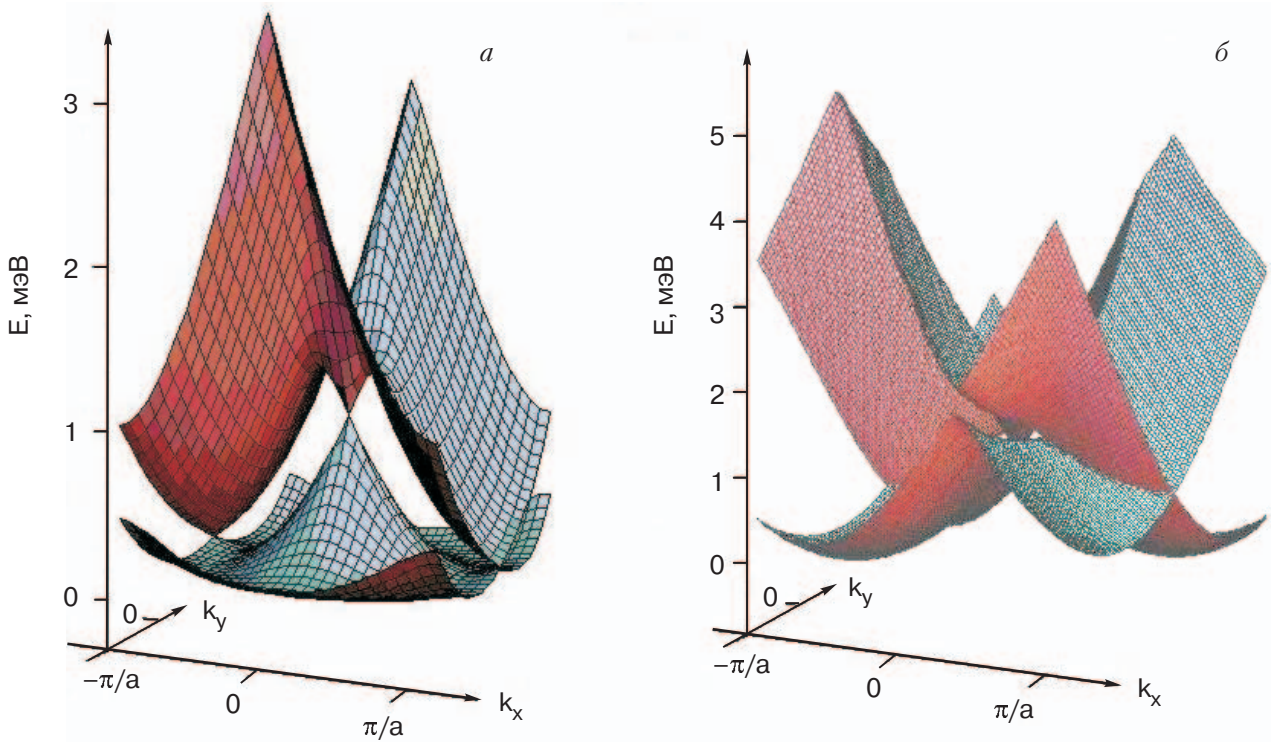


Рис. 1. Энергетический спектр в одномерной сверхрешетке периода  $a = 60$  нм с эффективной массой  $m = 0,067m_0$  и параметром Рашбы  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  эВ·см для электростатического периодического потенциала с амплитудой  $V_0 = 1,7$  мэВ (а) и для  $V_0 = 0$ , но с модулированным в пространстве параметром Рашбы с амплитудой  $\alpha_1 = 1 \cdot 10^{-9}$  эВ·см и параметром Дрессельхауза  $\beta = 2 \cdot 10^{-9}$  эВ·см (б).

на рис. 1 для двух нижних энергетических зон как функция  $(k_x, k_y)$ . Зона Бриллюэна здесь имеет одномерную структуру, в которой  $-\pi/a \leq k_x \leq \pi/a$ , а ограничение спектра по оси  $k_y$  выбрано лишь для удобства анализа спектра вблизи начала координат. На рис. 1,а параметр Дрессельхауза и амплитуда модуляции параметра Рашбы равны нулю, что соответствует рассмотренной нами ранее задаче о квантовых состояниях в сверхрешетке, где СО взаимодействие обусловлено лишь слагаемым Рашбы [15]. Используются следующие типичные значения параметров: эффективная масса  $m = 0,067m_0$ , параметр Рашбы  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  эВ·см, амплитуда периодического потенциала  $V_0 = 1,7$  мэВ и период сверхрешетки  $a = 60$  нм. На рис. 1,а видно, что в присутствии периодического потенциала вырождение по спину при  $k_y = 0$  не снимается как в центре, так и на границах зоны Бриллюэна. Природа этого эффекта связана с тем, что матричные элементы  $V_{mm'}^{\lambda\lambda'}$  (9) обращаются в нуль на границах зоны Бриллюэна  $k_x = \pm \pi/a$ , если  $k_y = 0$ . При  $k_y \neq 0$  вырождение снимается во всех точках зоны Бриллюэна. Энергетический спектр на рис. 1,б отвечает пространственно модулированному параметру Рашбы в системе с одновременным наличием вкладов Рашбы и Дрессельхауза с  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-9}$  эВ·см,  $\beta = 2 \cdot 10^{-9}$  эВ·см, и модуляцией параметра Рашбы

$\alpha_1(x) = \alpha_1 \cos 2\pi x/a$  с амплитудой  $\alpha_1 = 1 \cdot 10^{-9}$  эВ·см. Следует отметить, что при этом  $V_0 = 0$ , т.е. электростатический потенциал для спектра на рис. 1,б отсутствует. В этом случае зонная структура образуется за счет матричных элементов  $U_{mm'}^{\lambda\lambda'}$  (10), амплитуда которых определяется глубиной модуляции параметра Рашбы  $\alpha_1/\alpha_0$ , равной в данном случае  $1/3$ , что согласуется с экспериментальными данными [11].

#### Распределение спиновой поляризации в зоне Бриллюэна

Управление спиновой поляризацией — одна из главных целей для практического применения спинтроники. Представляет интерес расчет спиновой поляризации как в элементарной ячейке сверхрешетки, так и в соответствующей зоне Бриллюэна. В последнем случае можно определить спиновую ориентацию электронов с различным значением квантового числа, отвечающего импульсу, что позволит рассчитать спиновую поляризацию электронов, движущихся в различных направлениях. Для сверхрешетки с параметрами, соответствующими спектру на рис. 1,а, в работе [15] нами рассчитано пространственное распределение спиновой плотности  $S_{ik}(x, y) = \psi_{\mathbf{k}}^+ \hat{\sigma}_i \psi_{\mathbf{k}}$  для квантового состояния  $(s, \mathbf{k})$  в точке  $\mathbf{k}$   $s$ -й энергетической зоны. После интегриро-

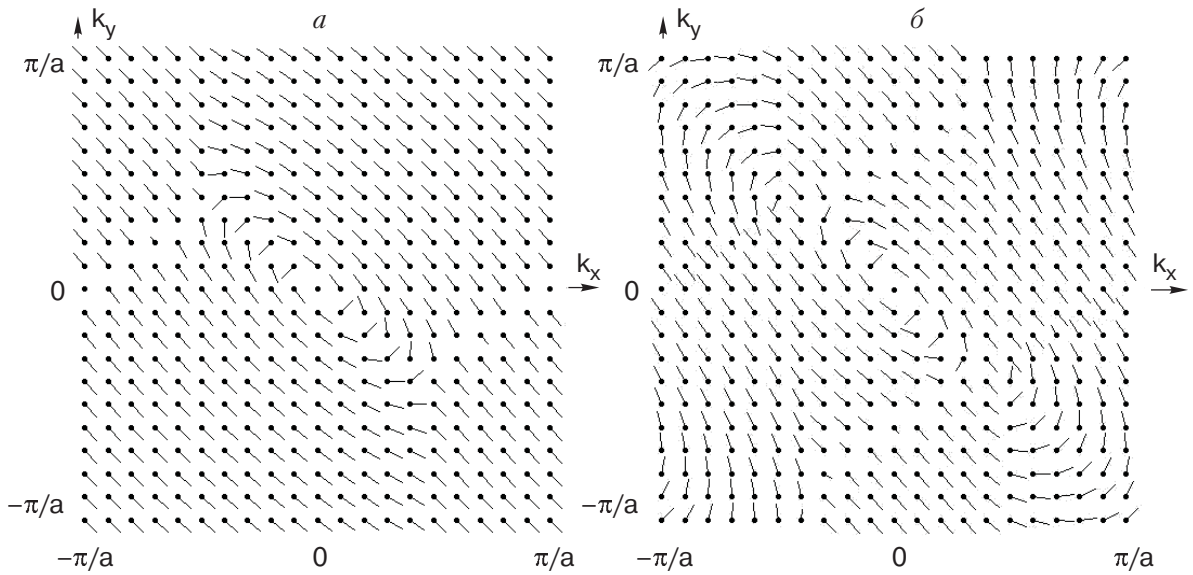


Рис. 2. Распределения проекций спинов как компонент векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  для сверхрешетки с пространственно модулированным параметром СО взаимодействия Рашбы и постоянным параметром Дрессельхауза в зонах, отвечающих нижней энергетической зоне (а) и верхней энергетической зоне (б), показанным на рис. 1,б.

вания по пространственным переменным нами получено векторное поле в  $\mathbf{k}$ -пространстве, компонентами которого служат средние значения спиновых проекций в точке  $\mathbf{k}$  [15]:

$$\sigma_i(\mathbf{k}) = \langle \psi_{\mathbf{k}} | \hat{\sigma}_i | \psi_{\mathbf{k}} \rangle. \quad (11)$$

В настоящей работе нами рассчитано распределение спиновой поляризации (11) для модели со спектром, приведенным на рис. 1,б, в которой учитывается как параметр Рашбы, так и параметр Дрессельхауза, а также пространственная модуляция параметра Рашбы. На рис. 2 показаны распределения спинов как компонент векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  в зонах, отвечающих двум ветвям спектра, приведенного на рис. 1,б. Видно, что топологическая структура спиновой поляризации качественно изменяется под влиянием периодического потенциала. В нижней энергетической зоне (рис. 2,а) структура типа однородного вихря сохраняется вблизи центра зоны Бриллюэна и разрушается вблизи ее границ. Более сложная картина спиновой поляризации, представленная на рис. 2,б, отвечает распределению спинов в верхней энергетической зоне (см. рис. 1,б). Структура типа однородного вихря наблюдается лишь вблизи центра зоны Бриллюэна, причем направления спинов на рис. 2,б противоположны таковым на рис. 2,а, что обусловлено принадлежностью данных зон к двум различным ветвям спектра (4) в отсутствие периодического потенциала. Отметим, что в присутствии периодического потенциала ориентация спинов на рис. 2 на границах зоны Бриллюэна  $k_x = \pm \pi/a$  одинакова в

силу топологической эквивалентности этих линий. При  $V(x) = 0$  такой эквивалентности в системе, где одновременно  $\alpha \neq 0$  и  $\beta \neq 0$ , не наблюдается. Обнаруженные особенности спектра и спиновой поляризации в СО сверхрешетках доступны для наблюдения при гелиевых температурах, как видно из масштаба энергий в зонах (см. рис. 1).

## 2. Магнитные блоховские состояния в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием

### Квантовые состояния

Гамильтониан рассматриваемой системы представим в виде суммы двух слагаемых:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + V(x, y), \quad (12)$$

где в слагаемом

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \mathbf{A})^2}{2m^*} + \frac{\alpha}{\hbar} \left[ \hat{\sigma}_x (\hat{p}_y - e/cA_y) - \hat{\sigma}_y (\hat{p}_x - e/cA_x) \right] - g\mu_B H \hat{\sigma}_z$$

учтено СО взаимодействие Рашбы. В (12)  $V(x, y) = V(x + a, y + a)$  – периодический потенциал ( $a$  – период,  $\hat{p}_{x,y}$  – компоненты оператора импульса,  $\mathbf{A} = (0, H_x, 0)$  – векторный потенциал,  $m^*$  – эффективная масса,  $\hat{\sigma}_{x,y,z}$  – матрицы Паули,  $g$  – фактор Ландэ,  $\mu_B$  – магнетон Бора). Ниже будем моделировать периодический электростатический потенциал сверхрешетки функцией

$$V(x) = V_0 [ \cos (2\pi x/a) + \cos (2\pi y/a) ] .$$

Собственную функцию гамильтониана (12), удовлетворяющую условию периодичности Блоха – Пайерлса

$$\Psi_{\mathbf{k}}(x + qa, y + a) = \Psi_{\mathbf{k}}(x, y) \exp (ik_x qa) \exp (ik_y a) \exp (2\pi i p y/a) ,$$

будем искать в виде

$$\Psi_{\mathbf{k}}(x, y) = \begin{pmatrix} \Psi_{1\mathbf{k}}(x, y) \\ \Psi_{2\mathbf{k}}(x, y) \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^p \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \exp [ik_x(lqa + nqa/p)] \exp [2\pi iy(lp + n)/a] \times \left\{ A_{0n}(\mathbf{k}) \cdot \Psi_{0n\mathbf{k}}^+(x, y) + \sum_{S=1}^{\infty} [A_{S n}(\mathbf{k}) \cdot \Psi_{S n\mathbf{k}}^+(x, y) + B_{S n}(\mathbf{k}) \cdot \Psi_{S n\mathbf{k}}^-(x, y)] \right\} , \quad (13)$$

где спиноры

$$\Psi_{0n\mathbf{k}}^+ = \exp (ik_y y) \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_0[\xi_{l,n}] \end{pmatrix} ,$$

$$\Psi_{S n\mathbf{k}}^+ = \frac{\exp (ik_y y)}{\sqrt{1 + D_S^2}} \begin{pmatrix} D_S \varphi_{S-1}[\xi_{l,n}] \\ \varphi_S[\xi_{l,n}] \end{pmatrix} ,$$

$$\Psi_{S n\mathbf{k}}^- = \frac{\exp (ik_y y)}{\sqrt{1 + D_S^2}} \begin{pmatrix} \varphi_{S-1}[\xi_{l,n}] \\ -D_S \varphi_S[\xi_{l,n}] \end{pmatrix}$$

– собственные функции гамильтониана  $\hat{\mathcal{H}}_0$ , определенные в [6];

$$D_S = \frac{\sqrt{2S\alpha/\ell_H}}{E_0^+ + \sqrt{(E_0^+)^2 + 2S\alpha^2/\ell_H^2}} ;$$

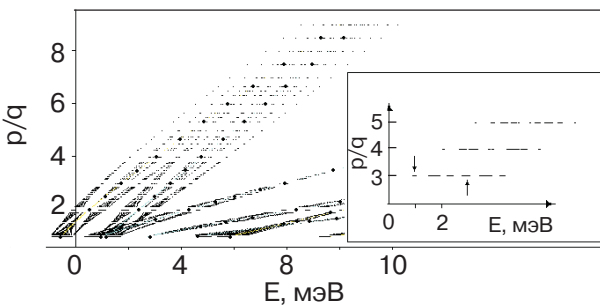


Рис. 3. Спектр энергий электрона в центре магнитной зоны Бриллюэна. На вставке изображен спектр магнитных подзон электрона в диапазоне магнитных полей, соответствующих  $3 \leq p/q \leq 5$ .

$S = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\varphi_S(\xi)$  – осцилляторная функция;  $\ell_H$  – магнитная длина;  $E_0^+ = \hbar\omega_c/2 + g\mu_B H$ ;  $p/q = |e|Ha^2/2\pi\hbar c$  – число квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки,  $p$  и  $q$  – взаимно простые числа. Коэффициенты  $A_{S n}(\mathbf{k})$  и  $B_{S n}(\mathbf{k})$  удовлетворяют системе обобщенных уравнений типа Харпера. При условии, когда СО расщепление уровней Ландау  $\Delta E_{so} \propto V_0 \leq \hbar\omega_c$ , система уравнений распадается на группы из  $2p$ -уравнений, отвечающих уровню Ландау, расщепленному СО взаимодействием.

### Структура спектра в магнитных подзонах

Численные расчеты были проведены нами для актуальных параметров, примерно отвечающих условиям экспериментов, выполненных в [10] ( $V_0 = 1$  мэВ,  $a = 60$  нм). При выбранных нами параметрах СО и зеемановского взаимодействий,  $m^* = 0,05m_0$ ,  $g = -2,0$ ,  $\alpha = 5 \cdot 10^{-11}$  эВ·м, структура спектра магнитных подзон оказывается достаточно хорошо разрешенной, а величина СО расщепления превышает зеемановскую энергию. Выбранные параметры частично соответствуют структуре с квантовой ямой InAs, где константа СО взаимодействия Рашбы может достигать своего максимального значения, равного  $5 \cdot 10^{-11}$  эВ·м. На рис. 3 показаны уровни энергии электрона  $E$  в центре магнитной зоны Бриллюэна (МЗБ), точками отмечено положение уровней энергии в отсутствие периодического потенциала. На вставке показаны магнитные подзоны в диапазоне магнитных полей, соответствующих 3–5 квантам магнитного потока через ячейку решетки. Стрелкой сверху на вставке отмечена магнитная подзона, для которой закон дисперсии  $E_1(\mathbf{k})$  в МЗБ представлен на рис. 4.

Заметим, что спектр магнитных подзон  $E(\mathbf{k})$  имеет симметрию группы  $C_{4V}$ . Как видно на рис. 3, периодический потенциал сверхрешетки формирует

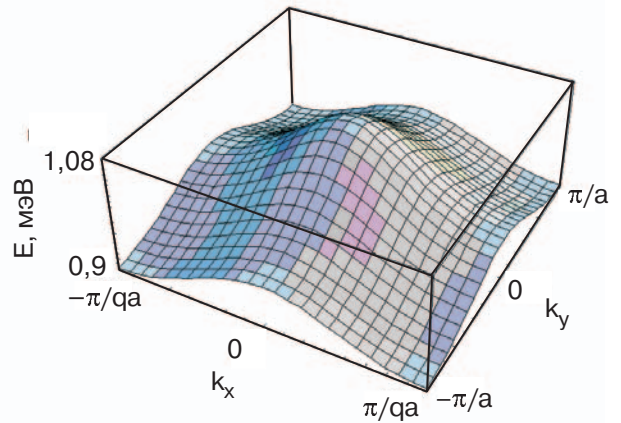


Рис. 4. Закон дисперсии в четвертой магнитной подзоне, отмеченной стрелкой  $\uparrow$  на рис. 3.

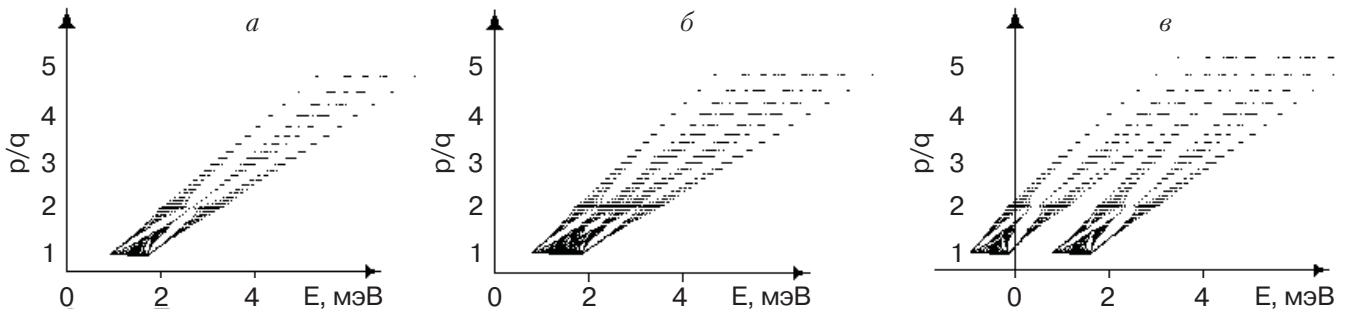


Рис. 5. Спектры магнитных подзон электрона, рассчитанные в отсутствие СО и зеемановского взаимодействий (а), с учетом только эффекта Зеемана (б) и при наличии СО и зеемановского взаимодействий (в).

спектры, напоминающие спектры типа «бабочки» Ховштадтера в диапазоне магнитных полей, соответствующих  $1 \leq p/q \leq 2$ . Видно, что при  $p/q > 3$  магнитные подзоны, образованные вследствие наличия периодического потенциала и СО взаимодействия, не перекрываются. Таким образом, в указанном диапазоне магнитных полей невозмущенные периодическим потенциалом уровни группируются в пары и, как следствие, для исследования магнитных блоховских состояний электрона становится оправданным выбранное нами двухуровневое приближение. Для количественного сравнения величин эффектов расщепления, обусловленных периодическим потенциалом, учетом эффекта Зеемана и СО взаимодействием, нами рассчитаны спектры магнитных подзон, сформированных из низшей пары невозмущенных уровней (см. рис. 3). На рис. 5,а представлен спектр типа «бабочки» Ховштадтера, рассчитанный без учета зеемановского и СО расщеплений. Каждая магнитная подзона здесь — двукратно вырождена по спину.

Учет спина электрона в рамках эффекта Зеемана (рис. 5,б) приводит к расщеплению и снятию вырождения энергетических минизон Харпера — Ховштадтера. Рисунок 5,в демонстрирует расщепление энергетических зон периодическим потенциалом сверхрешетки с учетом СО взаимодействия Рашбы и эффекта Зеемана. В результате при выбранных нами параметрах структуры и диапазоне магнитных полей СО взаимодействие приводит к формированию неперекрывающихся невырожденных групп магнитных подзон.

*Распределение электронной и спиновой плотностей*

Нами рассчитана электронная плотность  $|\Psi_{\mathbf{k}}(x,y)|^2 = |\Psi_{1\mathbf{k}}(x,y)|^2 + |\Psi_{2\mathbf{k}}(x,y)|^2$  при  $\mathbf{k} = 0$  для четвертой магнитной подзоны, отмеченной на рис. 3 стрелкой ↓. Видно, что в центре магнитной зоны Бриллюэна плотность вероятности обладает симмет-

рией точечной группы  $C_{4V}$  (см. рис. 6). Заметим, что для состояний в произвольной точке МЗБ с  $\mathbf{k} \neq 0$  электронная плотность не обладает симметрией сверхрешетки.

В двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием в присутствии периодического электрического и постоянного магнитного полей возникает нетривиальная спиновая структура в каждой из магнитных подзон. Такая структура при определенных  $\mathbf{k}$  может характеризоваться векторным полем спиновой плотности в координатном пространстве

$$S_{i\mathbf{k}}(x,y) = \Psi_{\mathbf{k}}^+(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_i \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (i = x, y). \quad (14)$$

Кроме того, спиновые состояния могут характеризоваться распределением средних значений спина электрона  $\sigma_i(\mathbf{k})$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве (11). Усреднение проводилось по координатам в пределах магнитной элементарной ячейки размером  $qa \times a$ . Результаты расчетов спиновой плотности в магнитной элементарной ячейке решетки при  $p/q = 3/1$  для состояния электрона в центре МЗБ четвертой магнитной подзоны (см. вставку на рис. 3) приведены на

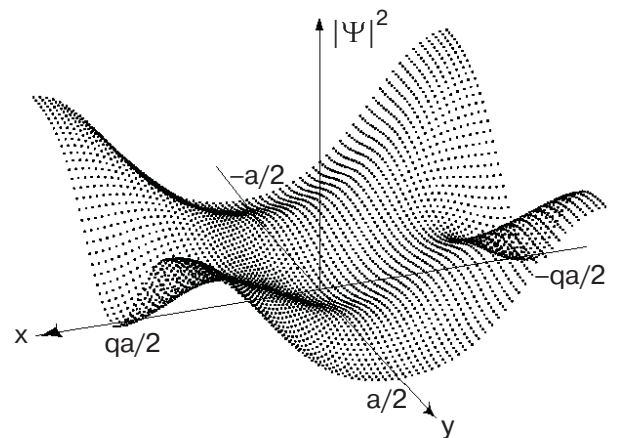


Рис. 6. Распределение электронной плотности в магнитной элементарной ячейке решетки в центре магнитной зоны Бриллюэна.

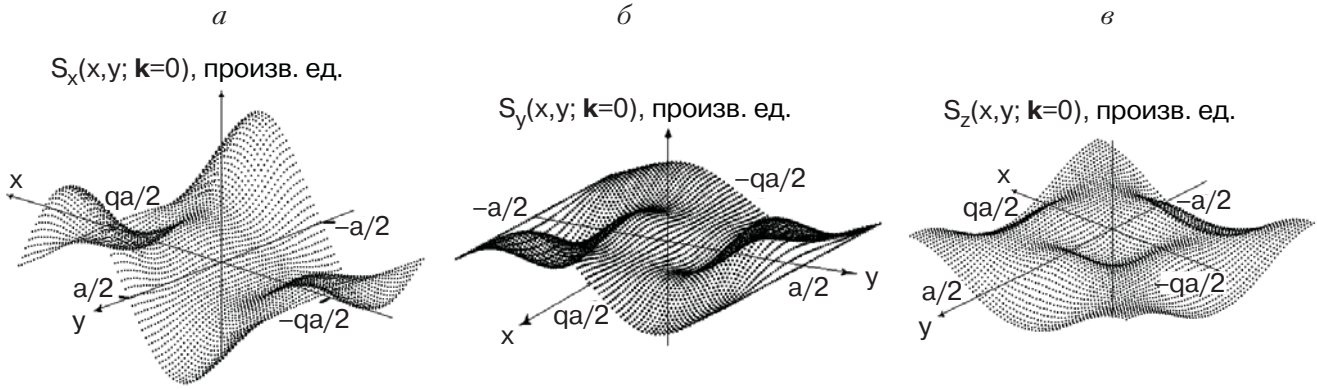


Рис. 7. Спиновые плотности в магнитной элементарной ячейке при  $p/q = 3/1$  в состоянии  $\mathbf{k} = 0$ .

рис. 7. Зависимости  $S_{x\mathbf{k}=0}(x,y)$  и  $S_{y\mathbf{k}=0}(x,y)$  обладают симметрией группы  $C_s$ , а компонента  $S_{z\mathbf{k}=0}(x,y)$  имеет симметрию группы  $C_{4v}$ .

Интегрирование спиновых плотностей по магнитной элементарной ячейке приводит к нулевым значениям средних величин  $\sigma_x(\mathbf{k})$  и  $\sigma_y(\mathbf{k})$  (см. рис. 8,а).

На рис. 8 представлено распределение средних значений проекций спина электрона в состояниях четвертой магнитной подзоны, отмеченной стрелкой  $\downarrow$  на вставке рис. 3 при  $p/q = 3/1$ . Рисунок 8,а демонстрирует распределение компонент  $\sigma_x(\mathbf{k})$  и  $\sigma_y(\mathbf{k})$  с симметрией поворотной оси второго порядка, а рис. 8,б — распределение компоненты  $\sigma_z(\mathbf{k})$ . Распределение компонент на рис. 8,а имеет вихревую структуру. Центры вихрей расположены в цен-

тре и в углах МЗБ. Сформировавшиеся два вихря имеют взаимно противоположные направления вращения. В указанных точках МЗБ перпендикулярная составляющая среднего спина  $\sigma_z(\mathbf{k})$  превышает составляющие в плоскости. В центре магнитной зоны Бриллюэна малость значений  $\sigma_x(\mathbf{k})$  и  $\sigma_y(\mathbf{k})$  по сравнению с  $\sigma_z(\mathbf{k})$  обусловлена малостью СО расщепления по отношению к зеемановскому. В углах МЗБ СО расщепление становится эффективно малым по сравнению со спиновым расщеплением в магнитном поле как результат перемешивания состояний на границах МЗБ. Здесь в соответствии с условием нормировки величина  $|\sigma_z(\mathbf{k})|$  имеет локальный максимум. Необходимо отметить, что рассчитанные нами спиновые вихри определяют фазу Берри и, соответственно, спиновый холловский

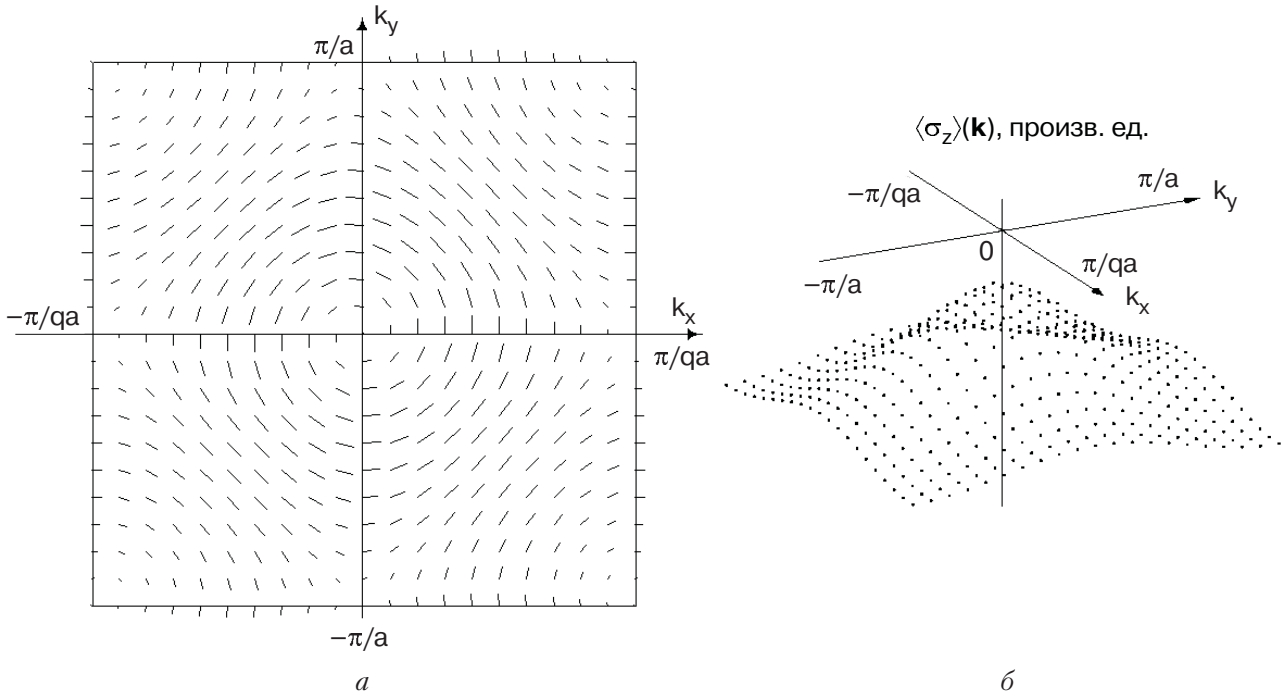


Рис. 8. Распределение средних значений проекций спина электрона  $\sigma_x(\mathbf{k})$  и  $\sigma_y(\mathbf{k})$  (а),  $\sigma_z(\mathbf{k})$  (б) в магнитной зоне Бриллюэна.



кондактанс. Вследствие перемешивания состояний на границе МЗБ в точках пересечения ее линиями  $k_x = 0$  и  $k_y = 0$  СО взаимодействие оказывается эффективно малым. Заметим также, что полный магнитный момент двумерного электронного газа полностью заполненной указанной магнитной подзоны положителен.

### Заключение

Исследованы квантовые состояния и спиновая поляризация в системах с СО взаимодействием, находящихся во внешнем периодическом потенциале, а также в магнитном поле. Изучено влияние спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза на зонную структуру, волновые функции и распределение спиновой плотности в двумерном электронном газе, на который воздействует поле одномерной латеральной сверхрешетки. Исследовано влияние пространственной модуляции параметра Рашбы периодическим потенциалом на структуру квантовых состояний и спиновой поляризации. Рассмотрены квантовые состояния электрона, находящегося в поле двумерного периодического потенциала и постоянном однородном магнитном поле, где учтено влияние спин-орбитального взаимодействия. Исследован зонный спектр, волновые функции и распределение спиновой плотности. С учетом СО взаимодействия Рашбы и зеемановского расщепления при различных значениях числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки нами рассчитаны законы дисперсии магнитных подзон, спиновые плотности и средние спины в состояниях минизон.

Работа выполнена при поддержке ФЦП Министерства образования и науки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы» (2006), гранта РФФИ (№ 06-02-17189), гранта Президента РФ (№ МК-5165.2006.2) и гранта CRDF RUX0-001-NN06.

1. S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
2. S. Murakami, N. Nagaosa, and S.C. Zhang, *Science* **301**, 1348 (2003); J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 047204 (2005).
3. S.D. Ganichev, V.V. Bel'kov, P. Schneider, E.L. Ivchenko, S.A. Tarasenko, W. Wegscheider, D. Weiss, D. Schuh, E.V. Beregulin, and W. Prettl, *Phys. Rev.* **B68**, 035319 (2003).
4. A.V. Moroz and C.H.W. Barnes, *Phys. Rev.* **B60**, 14272 (1999).
5. M. Governale and U. Zulicke, *Phys. Rev.* **B66**, 073311 (2002).

6. Ю.А. Бычков, В.И. Мельников, Э.И. Рашба, *ЖЭТФ* **98**, 717 (1990); X.F. Wang and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev.* **B67**, 085313 (2003); M.-C. Chang, *Phys. Rev.* **B71**, 085315 (2005); M. Zarea, *Phys. Rev.* **72**, 085342 (2005).
7. X.F. Wang, P. Vasilopoulos, and F.M. Peeters, *Phys. Rev.* **B65**, 165217 (2002).
8. X.F. Wang, *Phys. Rev.* **B69**, 035302 (2004).
9. P. Kleinert, V.V. Bryksin, and O. Bleibaum, *Phys. Rev.* **B72**, 195311 (2005).
10. M.C. Geisel, J.H. Smet, V. Umansky, et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256801 (2004); C. Albrecht, J.H. Smet, K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 147 (2001).
11. J.B. Miller, D.M. Zumbühl, C.M. Marcus, Y.B. Lyanda-Geller, D. Goldhaber-Gordon, K. Campman, and A.C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076807 (2003).
12. D.J. Thouless, M. Kohmoto, M.P. Nightingale, and M. den Nijs, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 405 (1982).
13. Э.И. Рашба, *Физика твердого тела*, Наука, Ленинград (1960).
14. G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955).
15. V.Ya. Demikhovskii and D.V. Khomitsky, *Письма в ЖЭТФ* **83**, 399 (2006).

### Periodic structures with spin-orbit coupling

V.Ya. Demikhovskii,  
D.V. Khomitsky, and A.A. Perov

The quantum states and spin polarization in a two-dimensional electron gas with spin-orbit coupling are investigated in the presence of periodic potential and uniform magnetic field. The effect of Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling on electron band structure, wave functions and spin density in a two-dimensional electron gas under the action of one-dimensional periodic potential is studied. The calculations are carried out in the model with modulated Rashba constant by a periodic potential. The Harper-Hofstadter problem for two-dimensional electron gas with the Rashba spin-orbit interaction is solved. The band energy spectrum, electron wave functions, spin density and average spin distributions are investigated. The calculations are made for different values of Rashba constant and magnetic flux quanta per unit cell of the superlattice.

PACS: 71.70.Di Landau levels;  
71.70.Ej Spin-orbit coupling, Zeeman and Stark splitting, Jahn-Teller effect.

Keywords: two-dimensional electron gas, Harper-Hofstadter problem, Zeeman effect, spin-orbit coupling, spin polarization.