

Квантовый детектор на основе суперпозиции макроскопических состояний в фазовом кубите

В.И. Шнырков

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: shnyrkov@ilt.kharkov.ua*

С.И. Мельник

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники им. М.К. Янгеля
Министерство образования Украины, пр. Ленина, 4, г. Харьков, 61161, Украина
E-mail: smelnyk@yandex.ru*

Статья поступила в редакцию 2 марта 2006 г., после переработки 25 апреля 2006 г.

Рассмотрен квантовый детектор, работа которого основана на модуляции магнитным потоком циркулирующего сверхпроводящего тока в основном квантовом состоянии макроскопической сверхпроводящей петли с джозефсоновским контактом. Под действием внешнего магнитного потока, равного $\Phi_0/2$ (или Φ_0), два (или три) классических состояния связываются между собой с помощью квантового туннелирования через потенциальный барьер, и поэтому детектор представляет собой двухуровневую (или трехуровневую) систему. В области низких температур и при условии очень слабого затухания среднее значение циркулирующего сверхпроводящего тока отражает характер изменения квантовой суперпозиции макроскопических состояний, чувствительной к симметрии потенциала. Эти изменения тока усиливаются и детектируются в схеме измерения, которая подобна регистрации сигнала в безгистерезисном ВЧ сквиде. С помощью численного анализа показано, что по сравнению с кубит-детектором на основе *SIS*-контакта детектор с *ScS*-контактом является более быстрым и имеет гораздо большие амплитуды расщепления энергий при равных параметрах. Приведенные для двух- и трехъямного потенциалов результаты ясно указывают на то, что кубит с *ScS*-контактом может вести себя как детектор с чувствительностью, определяемой квантовым шумом усилителя.

Розглянуто квантовий детектор, робота якого застосована на модуляції магнітним потоком циркулюючого надпровідного струму в основному квантовому стані макроскопічної надпровідної петлі з джозефсонівським контактом. Під дією зовнішнього магнітного потоку, що дорівнює $\Phi_0/2$ (або Φ_0), два (або три) класичні стани зв'язуються між собою за допомогою квантового тунелювання через потенціальний бар'єр, і тому детектор являє собою дворівневу (або трірівневу) систему. В області низьких температур і при умові дуже слабого затухання середні значення циркулюючого надпровідного струму відображає характер зміни квантової суперпозиції макроскопічних станів, чутливої до симетрії потенціалу. Ці зміни струму підсилюються і детектуються в схемі вимірювання, яка подібна до реєстрації сигналу в безгістерезисному ВЧ сквіді. За допомогою чисельного аналізу показано, що порівняно з кубіт-детектором на основі *SIS*-контакту, детектор з *ScS*-контактом є більш швидкодіючим і має значно більші амплітуди розщеплення енергій при рівних параметрах. Наведені для двох- та трьох-ямовий потенціалів результати чітко вказують на те, що кубіт з *ScS*-контактом може поводити себе як детектор з чутливістю, яка визначається квантовим шумом підсилювача.

PACS: 03.67.Lx, 03.75.Lm, **74.50.+r**, 85.25.Am

Ключевые слова: квантовая суперпозиция, кубит-детектор, двухуровневая система.

Введение

Экспериментальные и теоретические исследования магнитометров на основе ВЧ и ПТ сквидов привели к

существенному увеличению чувствительности во многих магнитных измерениях. Естественно, что такие сенсоры стали использоваться для регистрации

состояния квантовых битов (кубитов), в том числе для решения принципиальной задачи — уменьшения обратного действия классической измерительной системы на эволюцию двухуровневой квантовой системы [1–3]. Хотя оба типа сенсоров позволяют построить приборы с квантовыми ограничениями на чувствительность, т.е. их разрешение по энергии $\delta\epsilon$ за время измерения δt приближается к пределу, следующему из соотношения неопределенности $\delta\epsilon\delta t \geq \hbar/2$ [4–7], поведение разности фаз ϕ на джозефсоновских контактах остается классическим. Другими словами, структура формул, описывающих нелинейные свойства ПТ и ВЧ сквидов, является классической и все переменные, входящие в эти уравнения, могут быть измерены одновременно. В противоположность этому «топологически подобные» сверхпроводящие цепи — кубиты, создаваемые на основе мезоскопических джозефсоновских контактов с пренебрежимо малым квазичастичным током — демонстрируют на макроскопическом уровне замечательные квантовые свойства: квантование уровней энергии, резонансное туннелирование [8] и когерентную суперпозицию макроскопических состояний [9–13].

Описание фазового кубита и сенсора на его основе требует рассмотрения квантовой динамики коллективной переменной — разности фаз ϕ . Изменение этой величины сопровождается изменением большого числа электронных состояний. Детальный анализ точного гамильтониана системы усложняется при учете флуктуаций и значительной нелинейности, характерной для кубитов на основе джозефсоновских контактов. Однако использование различных приближений и феноменологических моделей во многих случаях позволяет сопоставлять экспериментальные данные с теорией [14–16].

Рассмотрим фазовый кубит, состоящий из сверхпроводящего кольца с собственной индуктивностью L , замкнутого джозефсоновским туннельным контактом с критическим током I_c и емкостью C . С одной стороны, для получения двух различных макроскопических состояний (т.е. двухъямного потенциала) и создания когерентной суперпозиции между ними необходимо, чтобы характерный параметр $\beta_L = 2\pi LI_c/\Phi_0$ был больше единицы, где $\Phi_0 = h/2e \simeq 2,07 \cdot 10^{-15}$ Вб — квант магнитного потока. С другой стороны, параметр β_L не должен сильно превышать значение $\beta_L \approx 1$, поскольку при больших критических токах контакта вероятность туннелирования становится экспоненциально малой из-за увеличения барьера, разделяющего эти состояния. Например, в работе [9] для наблюдения суперпозиции макроскопических состояний было выбрано значение $\beta_L \simeq 2,3$. При емкости SIS -контакта $C \approx 40$ фФ только уровни энергии, близкие к верши-

не барьера, образуют когерентную суперпозицию состояний кубита, характеризующихся различными макроскопическими магнитными моментами $\pm 10^{10} \mu_B$ (μ_B — магнетон Бора) или токами, текущими в противоположных направлениях. Для нижних уровней энергии величина матричного элемента туннельного перехода пренебрежимо мала и амплитуда расщепления вырожденных уровней несвязанных ям гораздо меньше $k_B T$. Это и потребовало проведения «спектроскопических» исследований, в которых для эффективного уменьшения туннельной экспоненты вероятность заселенности верхнего (близкого к вершине) уровня увеличивалась за счет возбуждения резонансным электромагнитным полем.

Туннельное взаимодействие между различными макроскопическими состояниями в фазовых кубитах во многом определяется потенциальным барьером, который, в свою очередь, зависит от джозефсоновской энергии связи $E_J = I_c \Phi_0/2\pi$ и соотношения ток–фаза $I(\phi) = I_c f(\phi)$ для данного типа контакта. Если взаимодействие между соседними состояниями, описываемое с помощью функционала эффективного действия [17], достаточно сильное, то квантовую нелинейность, возникающую в кубите за счет суперпозиции состояний, можно использовать для создания нового сенсора, который условно назовем кубит-сквидом или «q-сквидом».

В настоящей работе на основе численного решения уравнения Шредингера проведен сравнительный анализ двух q-сквидов, состоящих из сверхпроводящего кольца, замкнутого SIS - или ScS -контактом. Характеристики кубитов анализируются в широком диапазоне параметров β_L и C , причем особое внимание уделено квантовому детектору на основе ScS -контакта и случаю симметричного трехъямного потенциала, исследованного в работах [1, 18].

Теоретическая модель

Микроскопическая теория микромостиков [19] предсказывает существенное различие свойств ScS -контактов и контактов SIS -типа в области низких температур. Для дальнейшего анализа важно, что соотношение ток–фаза $I(\phi)/I_c = f(\phi)$ и амплитуда критического тока I_c микромостика отличаются от часто используемой резистивной модели туннельного контакта. В чистом пределе, когда характерные размеры сужения микромостика становятся много меньше длины пробега электронов и длины когерентности в сверхпроводнике, ток ScS -контакта с нормальным сопротивлением R_N и зависящей от температуры сверхпроводящей щелью $\Delta_0(T)$ можно представить в виде [19]:

$$I(\varphi) = \frac{\pi\Delta_0(T)}{eR_N} \sin(\varphi/2) \operatorname{th} \frac{\Delta_0(T) \cos(\varphi/2)}{2k_B T}. \quad (1)$$

Из этого соотношения следует, что, во-первых, при низких температурах (формально $T = 0$) сверхпроводящий ток как функция фазы испытывает скачки в точках $\varphi = 2\pi(n + 1/2)$, n — целое число. При повышении температуры зависимость $I(\varphi)$ постепенно приближается к синусоидальной, характерной для *SIS*-контактов. Во-вторых, в чистом *ScS*-контакте амплитуда критического тока и джозефсоновская энергия связи вдвое больше, чем в туннельном контакте с тем же нормальным сопротивлением. При заданном значении критического тока изменение формы туннельного барьера, разделяющего два состояния в кубите на основе чистого *ScS*-контакта (1), приводит к резкому возрастанию вероятности туннелирования [17,18] и, как следствие, значительному увеличению расщепления уровней при возникновении когерентной суперпозиции состояний.

Используя соотношение (1) в пределе $T = 0$ и условие квантования флюксоида для сверхпроводящего кольца, замкнутого *ScS*-контактом, можно получить стационарное уравнение, описывающее классическую зависимость между внешним магнитным потоком Φ_e и магнитным потоком в кольце Φ в интервале $\varphi \in (-\pi, \pi)$:

$$\varphi + \beta_L \operatorname{sgn}(\cos(\varphi/2)) \sin(\varphi/2) = \varphi_e. \quad (2)$$

Здесь $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ и $\varphi_e = 2\pi\Phi_e/\Phi_0$ — безразмерные внутренний Φ и внешний Φ_e магнитные потоки. Условие стационарности означает, что все производные по времени пренебрежимо малы и ток через контакт определяется сверхпроводящей компонентой (1). Полная потенциальная энергия кубита с *ScS*- (или *SIS*) контактом складывается из энергии джозефсоновского перехода и магнитной энергии, запасенной в кольце. В пределе $T = 0$ эти энергии зависят от типа контакта и существенно отличаются [1,17–19]:

$$U_{ScS}(\Phi, \Phi_e) = \frac{(\Phi - \Phi_e)^2}{2L} - \frac{I_c(0)\Phi_0}{2\pi} \left| \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right|, \quad (3)$$

$$U_{SIS}(\Phi, \Phi_e) = \frac{(\Phi - \Phi_e)^2}{2L} - \frac{I_c^t(0)\Phi_0}{2\pi} \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}. \quad (4)$$

Здесь $I_c(0) = \pi\Delta_0/eR_N$ — критический ток *ScS*-контакта, а $I_c^t(0) = \pi\Delta_0/2eR_N$ — критический ток контакта *SIS*-типа при низких температурах ($T \ll T_c$). Анализ классической динамики сверхпроводящего кольца, замкнутого джозефсоновским контактом, сводится к исследованию движения частицы с массой,

пропорциональной емкости контакта, в одномерном потенциале (3) или (4). Из выражений (2),(3) следует, что *q*-сквиды на основе чистых *ScS*-контактов имеют два локальных минимума даже в области $\beta_L < 1$, так как условие возникновения гистерезисного режима имеет вид $\beta_L^* = \beta_L [\partial f(\varphi)/\partial \varphi]_{\varphi=\pi} \geq 1$. Это отличие от модели (4) приводит к тому, что при построении кубитов на основе потенциала (3) можно существенно уменьшать геометрический размер (индуктивность) квантовой системы. Заметим, что аналогичное предложение, основанное, правда, на другом физическом явлении, обсуждалось недавно в работе [15]. В настоящее время для уменьшения индуктивности фазового кубита в кольцо включают три туннельных контакта [20], однако это вовлекает в процесс туннелирования удвоенную емкость (массу) и сохраняет форму барьера в направлении туннелирования.

В классическом пределе распад метастабильных токовых состояний экспоненциально зависит от высоты барьера, разделяющего эти два состояния. Поскольку форма потенциального барьера (3) в кубите с *ScS*-контактом приводит к существенному уменьшению туннельной экспоненты при той же высоте барьера, то с точки зрения «конструирования» квантовых цепей потенциал типа (3) является более предпочтительным. Заметим, что в настоящей работе рассматривается достаточно общий случай, так как легко показать, что подобный потенциал может быть построен (quantum-state engineering) и при последовательном включении в кольцо двух эквивалентных джозефсоновских контактов.

Квантовое поведение макроскопической переменной кубита Φ может быть изучено в приближении гамильтониана изолированной системы. Такое приближение описывает случай, когда кубит не взаимодействует с большим числом степеней свободы детектора (*LC*-контура). Однако получение любой, даже очень небольшой информации о состоянии кубита в методе непрерывных нечетких измерений приводит к увеличению скорости его декогеренции. Поэтому результаты численного анализа, приведенные ниже, описывают только общие закономерности, а для численного сравнения с экспериментально полученными характеристиками требуется учет влияния (пусть даже слабого) измерений [2] на состояние кубита. Тем не менее в настоящей работе показано, что при возникновении суперпозиции трех состояний появляются принципиально новые эффекты, которые хорошо описываются моделью для изолированной системы и позволяют объяснить экспериментальные результаты, полученные в [1].

Из теории чистых *ScS*-контактов следует, что в пределе $T = 0$ и при выполнении адиабатических условий омическая диссипация исчезает и в первом

приближении эффект суперпозиции макроскопических состояний кубита можно анализировать без ее учета [17]. Адиабатические условия для туннельного процесса удовлетворяются при выполнении неравенства $\hbar(LC)^{-1/2} \ll E_{10} \ll \Delta_0$ для характерной энергии резонансного контура и минимальной величины расщепления уровней E_{10} . Кроме того, в работе [17] показано, что при токе, близком к критическому значению $I \sim I_c(0) = \pi\Delta_0/eR_N$, емкость контакта перенормируется следующим образом: $C \approx C^* + \pi\hbar/(4R_N\Delta_0)$, C^* представляет собой геометрическую емкость контакта. Для *ScS*-контактов с сопротивлением $R_N \approx R_Q = \hbar/e^2 \approx 4,1$ кОм электродинамическая добавка к геометрической емкости достаточно мала ($\sim 0,1$ фФ). Однако учет геометрической емкости тороидальной конструкции, использованной в работе [1], приводит к оценке $C \approx (4,0 - 8,0)$ фФ. Для *ScS*-контакта на основе ниобия с нормальным сопротивлением $R_N \approx 4,0$ кОм критический ток равен $I_c(0) \sim 1,0$ мкА [19], что при индуктивности кольца $L = 3 \cdot 10^{-10}$ Гн дает значение $\beta_L \sim 1$.

В адиабатическом пределе и без учета диссипации гамильтонианы *q*-сквидов с потенциалами (3),(4) могут быть представлены в простом виде

$$H(\Phi, \Phi_e) = \frac{Q^2}{2C^*} + U(\Phi, \Phi_e). \quad (5)$$

Здесь $Q = -i\hbar\partial/\partial\Phi$ — оператор заряда, а $U(\Phi, \Phi_e)$ представляет собой нелинейный член (3) или (4) в зависимости от типа контакта. Собственные уровни энергии и квадраты волновых функций состояний рассчитаны с помощью численного решения стационарных уравнений Шредингера с потенциальными энергиями (3),(4). В безразмерных переменных эти уравнения имеют вид

$$\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \psi = \left[\frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2} - 2\beta_L |\cos(\varphi/2)| \right] \psi; \quad (6)$$

$$\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \psi = \left[\frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2} - \beta_L \cos\varphi \right] \psi. \quad (7)$$

Для нахождения решений стационарных уравнений (6),(7) использована разновидность метода конечных элементов с аппроксимацией характерной формы потенциальной энергии кусочно-постоянной функцией. Аналитические решения, полученные для каждого конечного элемента, сшивали. На границах области задавали нулевые граничные условия. Количество элементов варьировали в пределах $10^2 - 10^3$ в зависимости от требующейся точности расчета. Для удобства сравнения результатов расчета индуктивности кубитов с *ScS*- и *SIS*-контактами

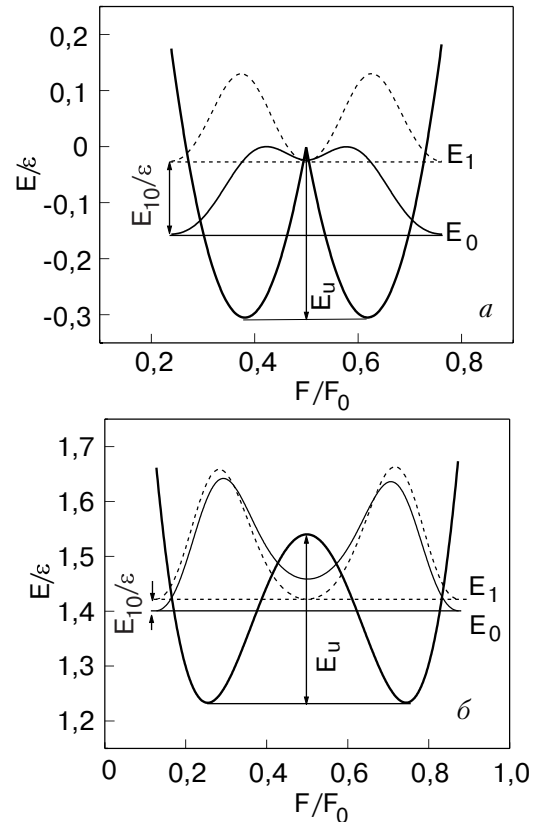


Рис. 1. Суперпозиция двух макроскопических состояний в *q*-сквидах с контактами *ScS*-типа (а) и *SIS*-типа (б) со следующими значениями параметров: геометрическая индуктивность кольца $L = 3 \cdot 10^{-10}$ Гн, суммарная емкость $C \approx 2,7 \cdot 10^{-15}$ Ф ($m = 8$), внешний магнитный поток $\Phi_e = \Phi_0/2$; высота потенциального барьера $E_U = 0,32\epsilon$; $\beta_L = 0,8$ (а); $\beta_L = 1,54$ (б). Все энергии приведены в единицах $\epsilon = \Phi_0^2/4\pi^2L$, ($\epsilon/k_B \approx 24,5$ К).

и безразмерные массы $m = (\epsilon/\hbar\omega_0)^2$ задавали равными ($\epsilon = (\Phi_0/2\pi)^2/L \approx k_B \cdot 24,5$ К — характерная энергия кольца [1], а $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ — его собственная частота).

В качестве примера рассмотрим суперпозицию состояний в кубитах (6),(7) с параметрами $L = 3 \cdot 10^{-10}$ Гн, $C^* \cong C = 2,7$ фФ в случае симметричных двухъямных потенциалов, т.е. при заданном внешнем потоке $\varphi_e = (n + 1/2)2\pi$. Значения критических токов будем выбирать таким образом, чтобы высоты соответствующих потенциальных барьеров E_U были равны по величине и значительно превышали энергию тепловых флуктуаций. Это требование эквивалентно тому, что скорости распадов метастабильных состояний за счет тепловых флуктуаций примерно совпадают, а их величины много меньше квантовых. На рис. 1 показаны амплитуды туннельных расщеплений $E_{10} = E_1 - E_0$ и квадраты волновых функций основного E_0 и возбужденного E_1 состояний для двух типов кубитов в точке $\Phi_e = \Phi_0/2$. Для выбранных значений емкости при равных высотах потенциальных барьеров, амплитуды

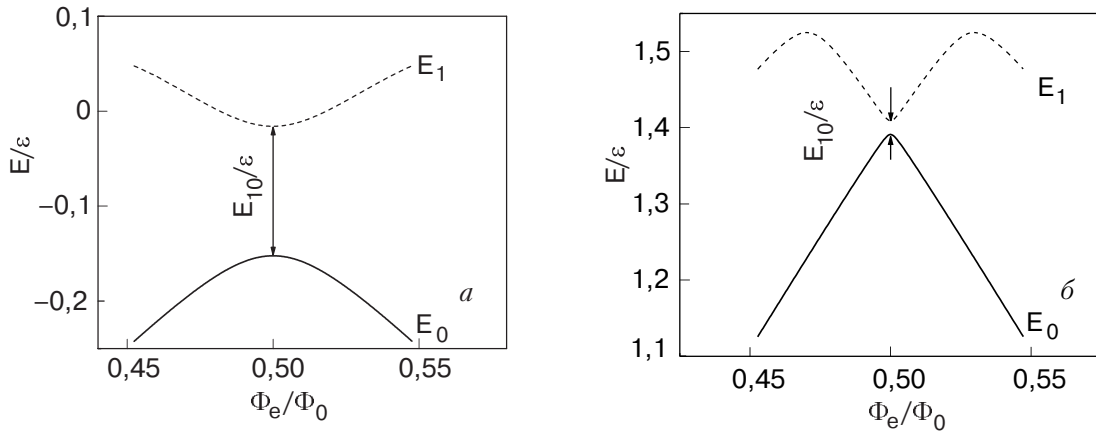


Рис. 2. Зависимость энергии основного E_0 и возбужденного E_1 состояний от внешнего магнитного потока при суперпозиции двухъямных потенциалов в области $\Phi_e = \Phi_0(1 \pm 0,05)$ для q-сквида с ScS -контактом, $\beta_L = 0,8$ (а) и для q-сквида с контактом SIS -типа и $\beta_L = 1,54$ (б). Все остальные параметры соответствуют приведенным на рис. 1.

да расщепления в кубите с ScS -контактом в 6,75 раз больше, чем в случае туннельного контакта. Очевидно, что с увеличением емкости собственные значения уровней в потенциалах (3),(4) понижаются. Это приводит к уменьшению критического значения параметра β_L , при котором оба расщепившихся уровня в кубите с ScS -контактом все еще находятся под барьером. Как отмечено выше, вследствие специфической формы ток-фазовой зависимости (1), в q-сквидах с ScS -контактом двухъямный потенциал существует и в области $\beta_L < 1$. Поэтому, уменьшая β_L , можно получить еще большее различие в расщеплении уровней. Например, при безразмерной массе $m = 20$ и высотах потенциальных барьеров $E_U = 0,20\epsilon$ отношение амплитуд расщепления E_{10} примерно равно 13. Более того, численный анализ показывает, что для случая очень больших масс ($m = 80$) и высот барьеров $\sim 0,12\epsilon$ отношение амплитуд расщепления увеличивается до 22. Этот простой анализ показывает, что суперпозиция двух состояний в кубитах со специфической формой потенциального барьера (3) приводит к резкому увеличению амплитуды расщепления E_{10} , поэтому такие кубиты имеют явное преимущество как для построения квантовых детекторов на их основе, так и для использования их в качестве элементов квантовой логики.

Зависимость первых двух уровней энергии E_0 и E_1 от внешнего потока в интервале $\Phi_e = \Phi_0/2 \pm 0,05\Phi_0$ приведена на рис. 2. Идея, лежащая в основе работы сенсора и фактически реализованная в работе [1], связана с тем, что в основном состоянии, т.е. при движении по уровню E_0 , джозефсоновская квантовая индуктивность периодически зависит от внешнего магнитного потока с периодом Φ_0 :

$$L_J^{-1}(\varphi, \varphi_e) = (2\pi/\Phi_0)[\partial^2 E_0(\varphi, \varphi_e)/\partial \varphi^2]. \quad (8)$$

Поэтому для возбуждения и регистрации состояния q-сенсора его можно индуктивно связать с низкочастотным резонансным контуром, собственная частота которого $f_T = 1/2\pi(L_T C_T)^{1/2}$ намного меньше характерной частоты двухуровневой системы E_{10}/h (режим адиабатического возбуждения). В такой связанной системе в результате взаимной индуктивности M колебания в контуре на частоте f_T создают внешний магнитный поток $\Phi_e(t) = M I_T \sin 2\pi f_T t$, приложенный к кубиту. Если амплитуда этого потока намного меньше Φ_0 , то вносимая в контур джозефсоновская квантовая индуктивность (8) будет определяться локальной кривизной основного состояния $E_0(\varphi, \varphi_e)$, имеющей максимумы при $\Phi_e = (n + 1/2)\Phi_0$. В этом случае внешний магнитный поток Φ_e , изменяя значение локальной кривизны и индуктивности (8), будет приводить к сдвигу резонансной частоты контура, т.е. сигналу. В такой схеме измерения крутизна преобразования пропорциональна квадрату коэффициента связи $k^2 = M/LL_T$, который при использовании нелинейности, возникающей из-за когерентной суперпозиции состояний, должен быть мал, поскольку обратное влияние контура на кубит также пропорционально k^2 [2,3]. Поэтому, в отличие от хорошо известного условия для коэффициента связи в ВЧ сквидах ($k^2 Q \geq 1$), при проведении нечетких непрерывных измерений квантовой системы следует выбирать значения $k^2 Q < 1$. В противном случае диссипация, вносимая классическим резонансным контуром в кубит $\sim k^2 Q L f_T$, приведет к увеличению скорости декогеренции и быстрому коллапсу волновой функции суперпозиционного состояния.

Как было показано выше, в кубите с ScS -контактом (рис. 2,а) уровень E_1 может находиться достаточно далеко от основного уровня энергии E_0 и в первом приближении можно считать, что он не ока-

зывает существенное влияние на поведение системы при слабом низкочастотном возбуждении контура. Фактически это приближение означает, что величина минимального расщепления E_{10} значительно превышает $k_B T / \varepsilon \approx 0,015$ и характерную энергию $\hbar f_T$ контура [1]. Поэтому при малых амплитудах возбуждения $\Phi_e(t) \ll \Phi_0$ вносимая в контур индуктивность связана только со средним значением квадрата волновой функции основного состояния. На рис. 3 представлены зависимости среднего значения магнитного потока $\langle \Phi \rangle$ от внешнего потока Φ_e , полученные усреднением квадратов волновых функций, для основного E_0 - и возбужденного E_1 -состояний. Отметим, что при адиабатическом движении в основном состоянии эти зависимости имеют обратимый характер, подобный зависимости $\varphi(\varphi_e)$ для безгистерезисного режима ВЧ сквидов, хотя, конечно, полная аналогия отсутствует. Обратимый характер $\langle \varphi \rangle(\varphi_e)$ приведет к тому, что сигнальные характеристики q -сквида с двухъямным потенциалом будут качественно подобны характеристикам классического ВЧ сквида с параметром $\beta_L < 1$. Эти особенности сигнальных и амплитудно-частотных характеристик отмечались в экспериментальных исследованиях систем с ScS -контактами [1,21].

Следуя результатам исследований [1], проведем анализ q -сквидов на основе чистых ScS -контактов с параметрами $2 < \beta_L < 4$, т.е. в области существования трехъямных потенциалов. Из уравнений (3), (4) видно, что для индуктивности кубита $L = 3 \cdot 10^{-10}$ Гн трехъямный симметричный потенциал можно получить в точках $\Phi_e = n\Phi_0$, увеличив критический ток контакта до $I_c = (2 - 4)$ мкА. В таком потенциале уровни энергии в «левой» и «правой» ямах вырождены при любых β_L , как и в предыдущем случае. В средней (глубокой) яме расположение уровней зависит от критического тока контакта и емкости, поэто-

му полное вырождение (условие резонанса трех уровней для заданной массы) происходит только при определенных значениях β_L . В условиях, близких к вырождению, образуется система расщепленных уровней, которую, по аналогии с случаем двухъямных потенциалов, обозначим следующим образом: E_0 – нижний, E_1 – средний и E_2 – верхний уровни. Минимальное значение величины расщепления между ними в точке $\Phi_e = \Phi_0$ соответственно будет равно $E_1 - E_0 = E_{10}$ и $E_2 - E_1 = E_{21}$.

На рис. 4,а показаны зависимости расщепления для первых двух уровней энергии от величины безразмерного параметра β_L , полученные решением не зависящего от времени уравнения Шредингера, для четырех значений емкости q -сквида. Для значения $m = 10$ при резонансной суперпозиции трех состояний величина расщепления достигает значений $E_{10}/k_B = E_{21}/k_B \approx 3,5$ К, где E_{21} равна минимальному (т.е. в точке $\Phi_e = \Phi_0$) значению расщепления между соответствующими уровнями. Заметим, что в таких точках резонансной суперпозиции можно получить амплитуды расщепления больше 1 К даже для очень большой массы $m = 40$, которая соответствует полной емкости q -сквида $C \approx 1,33 \cdot 10^{-14}$ Ф.

По поводу выбора значений β_L нужно отметить следующее, в работе [1] этот параметр оценивался на уровне 5,8 исходя из резистивной модели контакта (4), однако переход к модели чистого ScS -контакта уменьшает эту величину на $\pi/2$. Поэтому в настоящей работе численный анализ проводился в диапазоне значений $2 < \beta_L \leq 4$.

На рис. 4,б показан вид потенциальной энергии и величины расщепления для случая резонансной суперпозиции трех макроскопических состояний в q -сквида с ScS -контактом. Выбранные для расчета параметры $m = 26$; $\beta_L = 3,83$ достаточно близки к экспериментальным значениям, полученным в рабо-

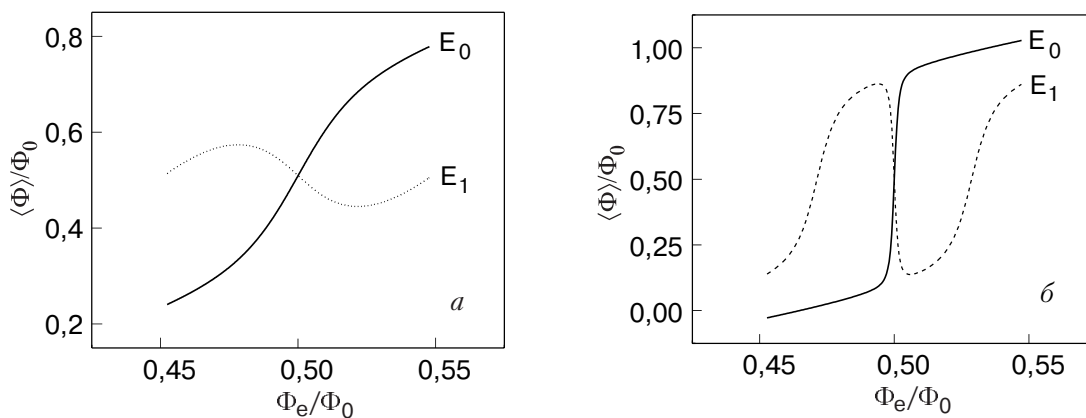


Рис. 3. Зависимости средних значений магнитного потока $\langle \Phi \rangle$ от внешнего потока Φ_e при суперпозиции в двухъямных потенциалах для основного E_0 и возбужденного E_1 состояний, полученные усреднением квадрата волновых функций в q -сквидах, на основе ScS -контакта (а) и SIS -контакта (б) с параметрами, соответствующими рис. 1, 2.

те [1]: $m = 20 \pm 10$; $\beta_L \approx 4,2$. Здесь же приведены квадраты волновых функций для уровней E_0, E_1, E_2 . Отметим что, в отличие от случая двухъямного потенциала, в трехъямном потенциале всегда существуют уровни, расположенные ниже E_0 . Число этих уровней в центральной яме велико и соответствует количеству нулей квадрата волновой функции. Это принципиальное отличие означает, что за время энергетической релаксации τ_ε может происходить необратимый коллапс состояний за счет энергетической релаксации и система может оказаться в основном минимуме энергии. Другими словами, рассматриваемое в трехъямном потенциале состояние суперпозиции всегда метастабильно в смысле релаксации по энергии. Поэтому для создания сенсора на основе q-сквида с таким потенциалом необходимо, чтобы время сенсора τ_ε значительно превышало характерное время измерений. Интересно отметить, что при записи сигнальных характеристик в работе [1], при достаточно больших временах измерения (5 минут), энергетическая релаксация не наблюдалась. Фактически это означает, что измеряемая система была очень хорошо изолирована от окружения, например за счет тороидальной «самоэкранированной» конструкции резонатора, а резонансный контур оказывал достаточно слабое влияние на состояние кубита [2,3,22]. Большие времена энергетической релаксации, полученные экспериментально, позволяют нам сохранить термин «основное состояние» для уровня E_0 в том смысле, что основная нелинейность q-сквида связана с движением только по этому уровню.

Зависимости уровней энергии E_0, E_1 и E_2 от внешнего магнитного потока Φ_e в интервале $\Phi_e = (1 \pm 0,05)\Phi_0$ и соответствующие зависимости средних значений магнитного потока $\langle\Phi\rangle$ представлены на рис. 5. Амплитуда изменения $\langle\Phi\rangle$ вблизи $\Phi_e = \Phi_0$ (рис. 5,б) демонстрирует, что, во-первых, когерентная суперпозиция макроскопических состояний в трехъямном потенциале возникает между состояниями, разделенными интервалом $\sim 2\Phi_0$, что резко отличается от классической зависимости, характерной для ВЧ сквида в безгистерезисном режиме. Кроме того, в этом случае нелинейность максимальна при значении $\Phi_e = \Phi_0$, в то время как для двухъямных потенциалов и для классических ВЧ сквидов максимум достигается в точке $\Phi_e = \Phi_0/2$. Характер возникающей нелинейной зависимости $\langle\Phi\rangle$ от потока Φ_e для движения по основному состоянию показан на рис. 5,б сплошной линией. Поскольку именно эти особенности сигнальных и вольт-амперных характеристик отмечались как «аномальные» в работе [1], то ее можно рассматривать как первую реализацию q-сквида с ниобиевым ScS-контактом. На

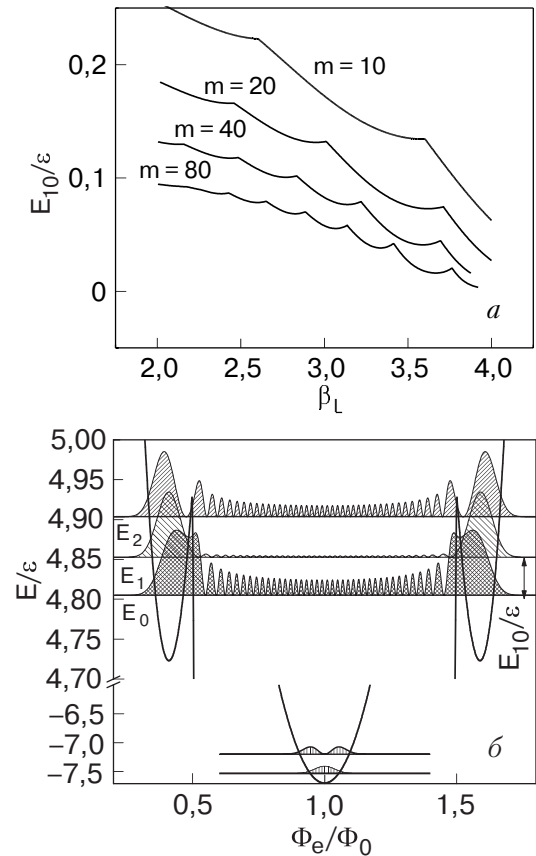


Рис. 4. Суперпозиция макроскопических состояний в трехъямном симметричном потенциале при внешнем магнитном потоке $\Phi_e = \Phi_0$. Семейство зависимостей расщепления уровней энергии $E_{10} = E_1 - E_0$ от значения безразмерного параметра β_L для q-сквида с ScS-контактом. Параметр семейства — безразмерная масса $m = (\varepsilon/\hbar\omega_0)^2$. Экстремумы на зависимости $E_{10}(\beta_L)$ возникают при точном вырождении трех уровней энергии в трехъямном потенциале (а). Вид потенциальной энергии и квадраты волновых функций для расщепленных уровней в q-сквида с ScS-контактом при $m = 26, \beta_L = 3,83$ в точке вырождения трех уровней $\Phi_e = \Phi_0$. Положение двух нижних уровней в центральной яме показано с разрывом шкалы энергий (б).

рис. 5,а видно, что для параметра $\beta_L = 3,83$ даже для больших масс $m = 26$ ($C \approx 8 \cdot 10^{-15} \Phi$) резонансная суперпозиция трех состояний приводит к величине расщепления между первыми двумя уровнями E_{10} , равной $0,06\varepsilon$, что соответствует $1,5$ К.

Переходя к обсуждению чувствительности q-сквидов заметим, что линейная суперпозиция двух (трех) макроскопических состояний приводит к нелинейной зависимости $\langle\Phi\rangle$ от Φ_e (см. рис. 3,б, 5,б). Если скорость диффузии волнового пакета гораздо больше скорости изменения потенциальной энергии, то эти зависимости однозначны. Этот факт становится очень важным, если учесть, что в таком режиме сквид можно рассматривать как идеальный парамет-

рический преобразователь частоты «вверх», и поэтому его вклад в полные шумы усилительного устройства можно сделать пренебрежимо малым [23,24]. При низких температурах ($T < 0,1$ К), а именно при таких температурах предполагаются измерения состояний сверхпроводящих кубитов, полная чувствительность q-сквида как узкополосного усилителя ε_N будет ограничена снизу соотношением неопределенности Гейзенберга:

$$(\varepsilon_N)_{\min} = \varepsilon_N(T_T, T_A)(\omega_S/\omega_T) \geq \hbar\omega_S/2. \quad (9)$$

Здесь через T_T , T_A обозначены шумовые температуры резонансного контура и усилителя, а ω_S — частота сигнала. Чувствительность ВЧ сквидов, реализованная при 4,2 К в безгистерезисном режиме, с учетом обратного флуктуационного воздействия, больше чем на порядок превышала предел (9) и обычно определялась шумовой температурой резонансного контура T_T и шумами транзистора. Одна-

ко анализ результатов исследований охлаждаемых усилителей [25], созданных в последние годы, показывает, что в области температур $T < 0,1$ К оба эти фактора могут быть существенно уменьшены, что позволит подойти вплотную к значению, близкому к постоянной Планка \hbar .

Заключение

Численный анализ решений стационарного уравнения Шредингера показывает, что когерентная суперпозиция двух макроскопических состояний в сверхпроводящем кольце, замкнутом чистым ScS -контактом приводит к резкому (на порядок) увеличению расщепления уровней энергии по сравнению с кубитом на основе SIS -контакта при тех же параметрах. Существенное улучшение качества кубитов в первую очередь связано с изменением эффективного действия [16], описывающего квантовое поведение разности фаз φ и зависящего от типа слабой связи или формы потенциального барьера. Более того, поскольку в q-сквидах с ScS -контактом двухъямный потенциал существует и в области $\beta_L < 1$, то нелинейность, связанную с суперпозицией макроскопических состояний, можно получать для меньших значений L .

Суперпозиция трех макроскопических состояний приводит к двум новым эффектам в основном состоянии: максимальная нелинейность на зависимости $\langle \Phi \rangle (\Phi_e)$ наблюдается в окрестности $\Phi_e = \Phi_0$, а характерная амплитуда этой нелинейности увеличивается почти в два раза по сравнению с суперпозицией в двухъямном потенциале. В адиабатическом приближении, т.е. при условии медленного изменения потенциальной энергии, суперпозиции двух и трех состояний в q-сквидах с ScS -контактом приводят к обратимым (безгистерезисным) зависимостям $\langle \Phi \rangle (\Phi_e)$, что позволяет рассматривать q-сквид как идеальный параметрический преобразователь частоты вверх. Скорость диффузии волнового пакета в зависящем от времени потенциале и связанное с этим процессом ограничение на максимальную частоту параметрического преобразования требуют дальнейшего рассмотрения. Однако поскольку для стационарного потенциала время диффузии $t_D \approx \pi\hbar/E_{10}$, то можно предположить, что максимальная частота параметрического преобразования будет тем выше, чем больше E_{10} .

Как показано в работе [26], использование в качестве слабой связи центра проскальзывания фазы теоретически позволяет получить еще большие значения расщепления уровней. Однако создание кубита на такой системе проблематично из-за больших значений квазичастичной компоненты тока. Поскольку в настоящее время хорошо развита технология

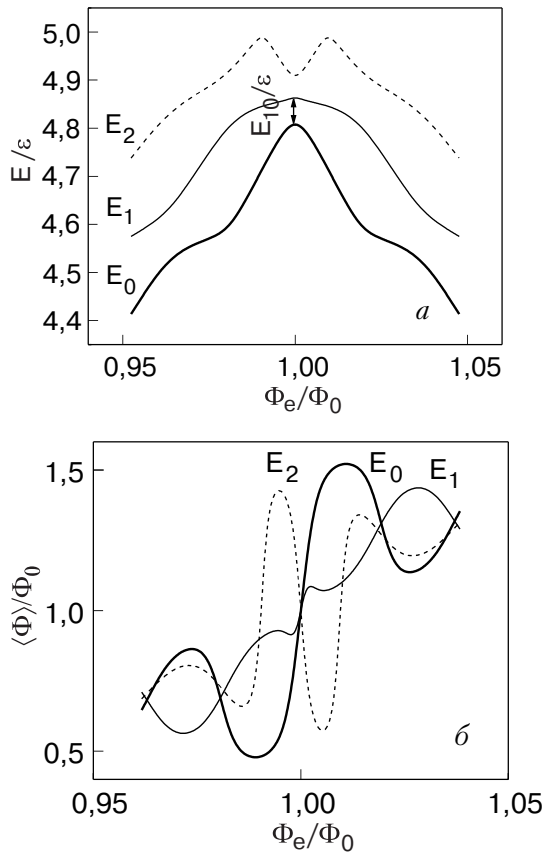


Рис. 5. Суперпозиция трех макроскопических состояний в q-сквиде с ScS контактом при $m = 26$, $\beta_L = 3,83$. Зависимости трех расщепленных уровней энергии от внешнего магнитного потока в интервале $\Phi_e = (1 \pm 0,05)\Phi_0$. (а) Зависимости средних значений магнитного потока $\langle \Phi \rangle$ в q-сквиде, полученные усреднением квадрата волновых функций, для трех расщепленных уровней энергии E_0 , E_1 и E_2 от внешнего магнитного потока в том же интервале. (б).

туннельных контактов, то для улучшения характеристик фазовых кубитов за счет формы потенциального барьера (3) можно включить в кольцо два таких контакта на основе ниобия с равными критическими токами. Если размеры контактов сделать достаточно малыми, например 100×100 нм, то собственная емкость двух контактов может быть порядка 10^{-15} Ф. Интересно отметить, что предлагаемая топология фазового кубита с двумя туннельными контактами на основе ниобия очень близка к конструкции зарядового кубита, реализованного в работе [27].

Из теории сигнальных характеристик ВЧ сквидов в безгистерезисном режиме [23,24], с учетом суперпозиции трех состояний в q-сквиде, следует, что результаты, представленные на рис. 4 и 5, хорошо описывают новые эффекты, наблюдавшиеся в [1] при использовании метода непрерывных нечетких измерений [2,22]. К таким эффектам можно отнести: Φ_0 -периодическое изменение резонансной частоты контура в «формально гистерезисном» режиме; удвоение амплитуды сигнальных характеристик области малых амплитуд возбуждения I_T , и необычную форму вольт-амперной характеристики $V_T(I_T)$ при $\Phi_e = \Phi_0$.

Подчеркнем, что в экспериментах, обсуждаемых в [1] и в настоящей работе, были выполнены адиабатические условия для когерентной суперпозиции макроскопических состояний $\hbar f_T \ll E_{10} \ll \Delta_0$, необходимые для построения сенсора с минимальным «обратным действием» на измеряемый квантовый объект. Вопрос о динамике волнового пакета в зависящем от времени потенциале требует дальнейшего анализа. Кроме того, следует предположить, что q-сквид был очень хорошо изолирован от внешнего окружения, поскольку в трехъямном потенциале при движении по метастабильному состоянию E_0 не происходило релаксации по энергии.

Из приведенного выше анализа q-сквида с двухъямным потенциалом следует, что результаты работы [21] можно объяснить специальной формой потенциальной энергии для ScS-контакта (рис. 1–3), без привлечения нереально малых значений емкости ВЧ сквида.

Интересно отметить, что структура трех уровней предложенного в работе [28] кубита на основе Λ -сквида, автоматически реализуется в трехъямном потенциале q-сквида.

Авторы выражают глубокую благодарность С.В. Куплевахскому, А.Н. Омелянчуку и С.Н. Шевченко за плодотворные дискуссии и конструктивные замечания, а также Е. Ильичеву и Я.С. Гринбергу за возможность ознакомления с их рукописью. Работа выполнена при финансовой поддержке в

рамках гранта «Наносистемы, наноматериалы и нанотехнологии» НАН Украины.

Замечание при корректуре

Недавно опубликована интересная работа [Е. Ильичев и Я.С. Гринберг, *cond-mat/0608416*], посвященная анализу квантового детектора на основе кубита с тремя джозефсоновскими контактами в сверхпроводящем кольце [20]. Сравнивая этот детектор с q-сквидом на основе ScS-контакта [1], следует заметить, что сохранение косинусной формы барьера и увеличение массы ($m \rightarrow 2m$) в q-сквиде с тремя контактами, приведет к существенному уменьшению скорости квантовой диффузии волнового пакета из-за уменьшения E_{10} при одинаковых значениях высоты барьеров. Увеличение локальной кривизны основного состояния при малых значениях E_{10} (см. рис. 2 выше) в детекторе на основе кубита с тремя контактами нельзя рассматривать как автоматическое улучшение чувствительности, так как в зависящем от времени потенциале адиабатические условия для туннелирования будут выполняться для гораздо меньших частот ($f_T \ll E_{10}/\hbar$) возбуждения. Это приведет к ограничению чувствительности шумами резонансного контура и усилителя с одновременным уменьшением быстродействия q-сквида. На наш взгляд, наиболее примечательным в q-сквиде с тремя контактами является то, что такая схема позволяет построить микро-q-сквид (например, с размерами контура квантования 1×1 мкм) для увеличения разрешения по координате.

1. V.I. Shnyrkov, G.M. Tsoi, D.A. Konotop, and I.M. Dmitrenko, in: *Proc. 4th Int. Conf. SQUID'91* (Session on SET and Mesoscopic Devices), Berlin, Germany (1991), p. 211.
2. A.N. Korotkov and D.V. Averin, *Phys. Rev.* **B64**, 165310 (2001).
3. A.B. Zorin, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3388 (2001).
4. D.J. Van Harlingen, R.H. Koch, and J. Clarke, *Physica* **B108**, 1085 (1981).
5. I.M. Dmitrenko, G.M. Tsoi, V.I. Shnyrkov, and V.V. Kartsovnik, *J. Low Temp. Phys.* **49**, 413 (1982).
6. V.V. Danilov, K.K. Likharev, and A.B. Zorin, *IEEE Trans. Magn.* **19**, 572 (1983).
7. J. Clarke, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-27**, 1896 (1980).
8. J. Martinis, M.H. Devoret, and J. Clarke, *Phys. Rev.* **B35**, 4682 (1987).
9. J.R. Friedman, V. Patel, W. Chen, S.K. Tolpygo, and J.E. Lukens, *Nature* **406**, 43 (2000).
10. Y. Nakamura, Y.A. Pashkin, and J.S. Tsai, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 246601 (2001).
11. D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Jooyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M.H. Devoret, *Science* **296**, 886 (2002).

12. I. Chiorescu, Y. Nakamura, J.P.M. Harmans, and J.E. Mooij, *Science* **299**, 1869 (2003).
13. K.W. Lehnert, K. Bladh, L.F. Spietz, D. Gunnarsson, D.I. Schuster, P. Delsing, and R.J. Schoelkopf, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 027002 (2003).
14. Y. Makhlin, G. Schon, and A. Shnirman, *Rev. Modern Phys.* **73**, 357 (2001).
15. G. Wendin and V.S. Shumeiko, *Superconducting Circuits, Qubits and Computing*, in: *Handbook of Theoretical and Computational Nanotechnology*, M. Rieth and W. Schommers (eds.) American Scientific Publishers (2006).
16. V.I. Shnyrkov, Th. Wagner, D. Born, S.N. Shevchenko, W. Krech, A.N. Omelyanchouk, E. Il'ichev, and H.-G. Meyer, *Phys. Rev.* **B73**, 024506 (2006).
17. В.А. Хлус, *ФНТ* **12**, 25 (1986).
18. И.М. Дмитренко, В.А. Хлус, Г.М. Цой, В.И. Шнырков, *ФНТ* **11**, 146 (1985).
19. И.О. Кулик, А.Н. Омелянчук, *ФНТ* **4**, 296 (1978).
20. T.P. Orlando, J.E. Mooij, L. Tian, C.H. van der Wal, L.S. Levitov, S. Lloyd, and J.J. Mazo, *Phys. Rev.* **B60**, 15398 (1999).
21. R.J. Prance, T.P. Spiller, H. Prance, T.D. Clark, J. Ralph, A. Clippingdale, Y. Srivastata, and A. Widom, *Nuovo Cimento* **B106**, 431 (1991).
22. D.V. Averin, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 207901 (2002).
23. К.К. Лихарев, Б.Т. Ульрих, Системы с джозефсоновскими контактами. Изд-во, МГУ, (1978).
24. В.В. Данилов, Дисс. ... канд.-физ. мат. наук, Москва (1981).
25. M. Muck and J. Clarke, *J. Appl. Phys.* **88**, 6910 (2000).
26. J.E. Mooij and C.J.P.M. Harmans, *New J. Phys.* **7**, 219 (2005).
27. H. Zangerle, J. Könenmann, B. Mackrodt, R. Dolata, S.V. Lotkhov, S.A. Bogoslovsky, M. Götz, and A.B. Zorin, *arXiv:cond-mat/0601199*.
28. Z. Zhou, S. Chu, and S. Han, *Phys. Rev.* **B66**, 054527 (2002).

Quantum detector based on superposition of macroscopic states in phase qubit

V.I. Shnyrkov and S.I. Melnik

A quantum detector is described which is based on flux modulation of supercurrent circulating in a quantum mechanical ground state of the macroscopic superconducting loop with Josephson junction. At an applied magnetic flux of $\Phi_0/2$ (or Φ_0) two (or three) classical states are coupled via quantum tunneling through the barrier(s) between the wells, and the detector is a macroscopic quantum two-level (or three-level) system. For low damping and low temperatures an average value of the circulating supercurrent is supposed to display the sensitivity of the quantum superposition of macroscopic states to potential symmetry. These average values of the circulating supercurrent are amplified and then detected in the operation mode which is similar to that of anhysteretic RF squids, as an ideal parametric up-converter. We demonstrate by computation that compared with the traditional SIS junction qubit- scheme, the ScS junction qubit scheme is much faster and has a much higher energy level splitting for two and the same parameters. The data presented here for two and three wells potential provide clear evidence that a small ScS junction qubit can behave as a flux detector with the so-called standard quantum limit of the energy resolution.

Keywords: quantum, superposition, qubit-detector, two-level system.