

Редколлегия не считает строго обоснованными базовые положения, используемые авторами статьи при анализе электрической активности He II. Однако, учитывая актуальность изучаемой проблемы и отсутствие последовательного описания результатов экспериментов в других моделях, редколлегия допускает возможность публикации статьи и надеется, что дискуссии по ее содержанию стимулируют дальнейшие поиски в этом направлении.

О причине электрической активности сверхтекучего гелия при возбуждении в нем волн второго звука и колебаний скорости нормальной компоненты

Э.А. Пашицкий, С.М. Рябченко

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, 03028, Украина
E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 30 августа 2006 г., после переработки 5 октября 2006 г.

Предложено объяснение нового, неизвестного ранее эффекта — возникновения электрического поля в сверхтекучем гелии в процессе распространения волн второго звука либо при вынужденных колебаниях скорости нормальной компоненты, недавно наблюдавшегося экспериментально. Показано, что электрический потенциал, возникающий при возбуждении второго звука и обусловленный поляризацией атомов He под действием ускорений из-за сильного различия масс электронов и ядер (инерционный эффект), пропорционален полной энтропии He II. Рассмотрение проведено с использованием представления о сверхтекучей компоненте He II как о суперпозиции двух сильно связанных кулоновским взаимодействием противоположно заряженных когерентных бозонных конденсатов — ядерного и электронного. Последние состоят, соответственно, из ядер атомов гелия с нулевым спином и из сильно коррелированных пар электронов, находящихся в синглетном состоянии и образующих полностью заполненную $1s$ -оболочку атомов гелия. Учтено, что эффективный когерентный конденсат, являющийся микроосновой сверхтекучей компоненты He II, вследствие межатомного взаимодействия содержит, наряду с «истощенным» одночастичным бозе-эйнштейновским конденсатом, интенсивный парный и высшие моночастичные конденсаты. Благодаря этому энтропия сверхтекучей квантовой жидкости ^4He имеет постоянный, не зависящий от температуры вклад. Из проведенного рассмотрения следует, что отношение амплитуд колебаний температуры и электрического потенциала в волне второго звука, полученное А.С. Рыбалко (*ФНТ* **30**, 132 (2004)), может быть использовано для определения энтропии He II. Проявление электрической активности при возбуждении вынужденных колебаний скорости нормальной компоненты за счет крутильных колебаний сосуда с He II, обнаруженное в работе А.С. Рыбалко и С.П. Рубца (*ФНТ* **31**, 820 (2005)), качественно объяснено с учетом поправки к химическому потенциалу, квадратичной по разности скоростей сверхтекучей и нормальной компонент He II. Показано, однако, что этот вклад, так же как и вклад, обусловленный центростремительным ускорением, который обсуждался в статье А.С. Рыбалко и С.П. Рубца, количественно не согласуется с экспериментом.

Запропоновано пояснення нового, невідомого раніше ефекту — виникнення електричного поля у надплинному гелію у процесі поширення хвиль другого звуку або при змусених коливаннях швидкості нормальної компоненти, що недавно спостерігався експериментально. Показано, що електричний потенціал, який виникає при збудженні другого звуку й обумовлений поляризацією атомів He під дією прискорень через велику різницю мас електронів і ядер (інерційний ефект), є пропорційним повній ентропії He II. Розгляд проведено з використанням уявлення про надплинну компоненту He II як про суперпозицію двох сильно зв'язаних кулонівською взаємодією протилежно заряджених когерентних бозонних конденсатів — ядерного й електронного. Останні склада-

ються, відповідно, з ядер атомів гелію з нульовим спіном та з сильно корельованих пар електронів, що перебувають у синглетному стані й утворюють повністю заповнену $1s$ -оболонку атомів гелію. Враховано, що ефективний когерентний конденсат, що є мікроосною надплинної компоненти He II, внаслідок міжатомної взаємодії містить, поряд з «виснаженим» одночастинковим бозе-ейнштейнівським конденсатом, інтенсивний парний та вищі багаточастинкові конденсати. Завдяки цьому ентропія надплинної квантової рідини ^4He має постійний, незалежний від температури внесок. Із проведеного розгляду випливає, що відношення амплітуд коливань температури й електричного потенціалу у хвилі другого звуку, отримане О.С. Рибалко (*ФНТ* **30**, 132 (2004)), може бути використано для визначення ентропії He II. Прояв електричної активності при збудженні вимушених коливань швидкості нормальної компоненти за рахунок крутильних коливань посудини з He II, що спостерігався у роботі О.С. Рибалко та С.П. Рубця (*ФНТ* **31**, 820 (2005)), якісно пояснюється з урахуванням доданку до хімічного потенціалу, квадратичного по різниці швидкостей надплинної та нормальної компонент He II. Але показано, що цей внесок, так само як і внесок, обумовлений доцентровим прискоренням, який розглядався у статті О.С. Рибалко й С.П. Рубця, кількісно не узгоджуються з експериментом.

PACS: 67.40.Pm

Ключевые слова: сверхтекучий гелий, волны второго звука, когерентный бозонный конденсат.

1. Введение

Недавно в работах [1,2] наблюдался качественно новый, не известный ранее эффект — возникновение электрической индукции в сверхтекучем ^4He (He II) при возбуждении в нем периодического (неравномерного) относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент.

В работе [1] при возбуждении волн второго звука наблюдалось возникновение электрической индукции, направленной параллельно вектору скорости сверхтекучей (СТ) компоненты \mathbf{v}_s . При этом было установлено, что амплитуда колебаний температуры ΔT в волне второго звука и переменного электрического потенциала ΔU , имеющего ту же частоту, что и колебания температуры, связаны с точностью $\pm 25\%$ соотношением:

$$\frac{\Delta T}{\Delta U} \cong \frac{2e}{k_B} \approx 2,32 \cdot 10^4 \text{ K} \cdot \text{V}^{-1}, \quad (1)$$

где e — заряд электрона, а k_B — постоянная Больцмана. В области температур, в которой проводились измерения в [1] ($1,4 \text{ K} \leq T \leq 2 \text{ K}$), соотношение (1) не зависит от температуры в пределах указанной точности.

В работе [2] была зарегистрирована переменная электрическая поляризация He II, индуцированная колебаниями торсионного осциллятора [3]. Последний представлял собой закрепленную на упругом подвесе цилиндрическую емкость с пленкой He II на внутренней поверхности либо с массивным количеством He II. Движение стенок полости с переменной скоростью $\mathbf{v}(t) = \varphi_0 R \omega_{\text{tor}} \cos(\omega_{\text{tor}} t)$, где ω_{tor} — частота крутильных колебаний, φ_0 — их угловая амплитуда, а R — внутренний радиус цилиндрической

полости, увлекало нормальную компоненту He II. Направление измеряемого переменного электрического поля $\mathbf{E}(t)$ было перпендикулярно $\mathbf{v}(t)$ (т.е. вдоль радиуса полости). При этом индуцируемый потенциал $U(t)$ пропорционален квадрату скорости $\mathbf{v}(t)$. Для случая массивного количества He II в полости электрический потенциал наблюдался лишь при малых амплитудах крутильных колебаний φ_0 . При увеличении линейной скорости стенки выше определенного предела ($v > 30 \text{ мкм/сек}$) величина ΔU резко падала, что авторы [2] связывают с превышением порога рождения вихрей, который характеризуется критической скоростью $v_{c_1} = (\hbar/m_4 R) \ln(R/a_0)$. Здесь m_4 — масса атома ^4He , a_0 — радиус нормальной сердцевинки квантового вихря в He II. При $R = 0,5 \text{ см}$ и $a_0 \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ величина $v_c \approx 50 \text{ мкм/сек}$.

Хотя в ряде теоретических работ предпринимались попытки понять причины возникновения электрической индукции в электрически нейтральном He II, это явление не нашло пока удовлетворительного объяснения.

Так, например, в работе [4] высказывалось предположение о возможности возникновения в СТ гелии упорядоченного электрического квадрупольного момента, поляризация которого неоднородным течением СТ потока может служить причиной появления электрической индукции. Но вопрос о микроскопической природе такого квадрупольного момента остается при этом открытым.

В работе [5] для объяснения обнаруженной в [1] электрической поляризации He II был предложен эффект, аналогичный известному в металлах эффекту Стюарта–Толмена [7] и обусловленный

инерционной поляризуемостью атомов ${}^4\text{He}$ за счет большого различия масс электронов и ядер. В [5] были получены общие выражения для вектора гравитационной или инерционной поляризуемости, из которых для отношения амплитуды колебаний температуры ΔT в волне второго звука к амплитуде индуцированного электрического потенциала ΔU можно получить аналог соотношения (1):

$$\frac{\Delta T}{\Delta U} = \frac{12e}{(\epsilon - 1)m_4 C(T)} = \frac{2e}{k_B} \frac{6}{(\epsilon - 1)f(T)}. \quad (2)$$

Здесь $C(T)$ — удельная теплоемкость в расчете на единицу массы в приближении $C_p(T) \cong C_v(T) \cong C(T)$, а ϵ — диэлектрическая проницаемость жидкого гелия. Размерность $C(T)$ совпадает с размерностью отношения k_B/m_4 , так что $C(T) = f(T)k_B/m_4$, где $f(T)$ — безразмерная функция, описывающая температурную зависимость $C(T)$. Подстановка в (2) известных из литературы [8,9] данных по теплоемкости He II в области температур, для которой проводились измерения в [1], показывает, что величина $6/f(T)(\epsilon - 1)$, во-первых, гораздо больше единицы (т.е. расчетное значение ΔU гораздо меньше экспериментального), а во-вторых, сильно зависит от температуры, что противоречит экспериментальным данным работы [1].

В работе [6] отмечено количественное рассогласование выводов [5] и результатов [1] и обсуждена возможность появления электрической индукции за счет того же инерционного эффекта, что и в [5], но только под действием центробежной силы, возникающей в поле неоднородной азимутальной скорости вращения СТ компоненты вокруг оси квантового вихря в He II. Электрическое поле при этом должно быть перпендикулярно оси вихря. Согласно проведенным в [6] оценкам, для отдельного вихря вблизи его нормальной сердцевины напряженность поля может достигать 300 В/см. Однако для появления макроскопической разности потенциалов на электродах в схемах экспериментов [1,2] требуются специальные условия, налагаемые на концентрацию и конфигурацию вихрей, которые в [6] не обсуждались. Более того, как отмечалось выше, в работе [2] было установлено, что в экспериментах с торсионным осциллятором электрическая поляризация в массивном He II резко падала при скоростях движения нормальной компоненты выше порога рождения вихрей.

Таким образом, в рассмотренных теоретических моделях возникает ряд трудностей и противоречий при объяснении экспериментальных данных работ [1,2] и, в частности, соотношения (1).

В настоящем сообщении мы хотим предложить одно из возможных объяснений возникновения

электрического поля в процессе распространения второго звука, свободное, как нам представляется, от указанных трудностей. Этот же подход, как будет показано ниже, позволяет описать и возникновение радиального электрического поля в эксперименте типа [2]. Ожидаемая зависимость электрического потенциала от температуры качественно подобна найденной в работе [2]. Однако количественные оценки эффекта дают величину существенно ниже экспериментально наблюдаемой.

Как будет показано ниже, соотношение (1), полученное в [1], можно объяснить на основе «инерционного» механизма появления электрического потенциала при возбуждении волн второго звука в He II в предположении о наличии у СТ компоненты ненулевого вклада в энтропию, не зависящего от температуры.

2. Модель

Как известно [10–12], в жидком ${}^4\text{He}$ ниже λ -точки СТ компонента представляет собой когерентный квантовый конденсат бозе-частиц (атомов ${}^4\text{He}$) с макроскопически большой длиной де-Бройлевской волны $\lambda_D = h/(m_4 v_s)$, где h — постоянная Планка. В рамках модели двухжидкостной гидродинамики скорости движения нормальной и СТ компонент v_n и v_s описываются уравнениями [13,14]:

$$\rho_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + \nabla P = \eta_n \nabla^2 \mathbf{v}_n, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \left(\frac{v_s^2}{2} \right) = -\frac{1}{m_4} \nabla \mu, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \mathbf{v}_s) + \text{div}(\rho_n \mathbf{v}_n) = 0. \quad (5)$$

Здесь $\rho = \rho_s + \rho_n$ — плотность жидкого ${}^4\text{He}$, ρ_s и ρ_n — плотности его СТ и нормальной компонент, P — давление, η_n — коэффициент вязкости нормальной компоненты, а μ — химический потенциал He II, удовлетворяющий термодинамическому соотношению [15]:

$$\frac{1}{m_4} d\mu = \frac{1}{\rho} dP - \frac{\tilde{\sigma}}{m_4} dT, \quad (6)$$

где T — температура, а $\tilde{\sigma}$ — энтропия, приходящаяся на один атом ${}^4\text{He}$ и имеющая ту же размерность, что и k_B .

При рассмотрении эффектов электрической активности He II учтем, что атомы ${}^4\text{He}$ не являются элементарными бозонами. Они состоят из тяжелых атомных ядер (α -частиц, или ионов ${}^4\text{He}^{2+}$) с положительным зарядом $2e$ и нулевым спином и из сильно коррелированных пар электронов, образующих полностью заполненные $1s$ -оболочки в основном

синглетном состоянии, с суммарным зарядом $-2e$ и суммарным спином, равным нулю. Энергетическое расстояние до первого возбужденного (а тем более, до триплетного) состояния атома ${}^4\text{He}$ весьма велико, по сравнению с температурой жидкого ${}^4\text{He}$, так что возможным вкладом от этих состояний можно пренебречь.

При низких температурах $T \leq T_\lambda = 2,17$ К средняя тепловая скорость атомов ${}^4\text{He}$ составляет $v_T = \sqrt{2k_B T/m_4} \leq 10^4$ см/с. При этом соответствующая де-бройлевская длина волны атомов ${}^4\text{He}$ $\bar{\lambda}_D = h/(m_4 \bar{v}_T) > 10$ Å и значительно превышает среднее расстояние между атомами в жидком гелии, $\bar{r} \cong (4\pi n_0/3)^{-1/3} \cong 2,2$ Å. (Здесь $n_0 = \rho/m_4$ — концентрация атомов ${}^4\text{He}$, $n_0 \approx 2,19 \cdot 10^{22}$ см $^{-3}$.) Поэтому волновые функции атомов ${}^4\text{He}$ «размазаны» в среднем (в квантово-механическом смысле) на масштабе $\bar{\lambda}_D > \bar{r}$. Поскольку практически вся масса атома ${}^4\text{He}$ сосредоточена в его ядре, это означает, что в силу условия электронейтральности должны быть «размазаны» как волновые функции положительно заряженных ядер, так и волновые функции электронов, связанных с ядрами кулоновским взаимодействием.

При этом, в силу того, что как ядерная, так и электронная подсистемы атомов ${}^4\text{He}$ в основном состоянии составлены из бозонов, с макроскопической точки зрения при рассмотрении квазинейтральных низкочастотных и длинноволновых возмущений в СТ гелии, таких, как первый и второй звуки, удобно рассматривать единый бозонный конденсат входящих в СТ компоненту атомов ${}^4\text{He}$ как суперпозицию противоположно заряженных когерентных конденсатов — ядерного (sN) и парного электронного (se). Эти конденсаты связаны между собой силами кулоновского притяжения, которое обеспечивает электронейтральность СТ компоненты. В гидродинамическом приближении движение таких конденсатов будем описывать следующей системой уравнений:

$$m_n \left[\frac{\partial \mathbf{v}_{sN}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{v_{sN}^2}{2} \right) \right] = -\nabla(\mu_N - 2e\varphi), \quad (7)$$

$$2m_e \left[\frac{\partial \mathbf{v}_{se}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{v_{se}^2}{2} \right) \right] = -\nabla(\mu_e + 2e\varphi), \quad (8)$$

где v_{sN} и v_{se} — гидродинамические скорости sN и se конденсатов, соответственно, μ_N и μ_e — их парциальные химические потенциалы, а φ — потенциал самосогласованного электрического поля, который включает усредненное по всем атомам ${}^4\text{He}$ кулоновское взаимодействие между ядрами и электронами, а также переменное (во времени и/или в пространстве) поле, возникающее при переменной

скорости относительного движения СТ и нормальной компонент He II. Подчеркнем, что правые части уравнений (7) и (8) играют роль градиентов соответствующих электрохимических потенциалов.

Естественно, применимость данных уравнений к иным задачам динамики He II может быть ограниченной. Например, они, видимо, неприменимы к описанию вихревых состояний.

Из условия электронейтральности СТ компоненты вытекает:

$$\langle \mathbf{v}_{sN} \rangle = \langle \mathbf{v}_{se} \rangle = \mathbf{v}_s, \quad (9)$$

где угловые скобки означают пространственное и временное усреднение.

При рассмотрении системы уравнений (7), (8) учтем большую разницу масс электронов и ядер, $m_e \ll m_N \approx m_4$, и ограничимся рассмотрением только низкочастотных и длинноволновых возбуждений, для которых временные и пространственные производные скоростей компонент малы. При этом, полагая в рамках адиабатического приближения левую часть уравнения (8) равной нулю, получим

$$\nabla \mu_e = -2e \nabla \varphi. \quad (10)$$

Если $\partial \mathbf{v}_{sN} / \partial t + \nabla v_{sN}^2 / 2 \neq 0$, то уравнение (7) с учетом (9), (10) сводится к уравнению (4) при выполнении условия

$$\nabla \mu = \nabla \mu_N + \nabla \mu_e. \quad (11)$$

Учтем также, что при распространении волн первого и второго звуков малые возмущения парциальных химических потенциалов μ_N и μ_e в силу условия квазинейтральности должны равняться друг другу с точностью до членов порядка m_e/m_N . Поэтому с учетом (11) можно записать условия

$$\delta \mu_N = \delta \mu_e = \frac{1}{2} \delta \mu, \quad \nabla \mu_N = \nabla \mu_e = \frac{1}{2} \nabla \mu. \quad (12)$$

В результате уравнение (10) с учетом соотношений (6) и (12) принимает вид

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{\bar{\sigma}}{m_4} \nabla \Gamma \right) = -\frac{2e}{m_4} \nabla \varphi. \quad (13)$$

Это основное уравнение нашей модели, из которого следует возможность появления градиента электрического потенциала φ в неоднородно-движущейся СТ жидкости He II. Отметим, что из уравнений (4), (7) следует, что в линейном по скоростям приближении механизм возникновения электрического потенциала в нашей модели такой же, как и в модели [5] (т.е. инерционный), несмотря на различие исходных предпосылок и путей получения результатов. Действительно,

уравнение (13) может быть получено также и на основе подхода, развитого в [5], если учесть, что полная макроскопическая поляризуемость He II определяется когерентным ускорением СТ компоненты под действием градиента химического потенциала μ . В этом случае введенные в [5] вектор инерционной поляризации \mathbf{P}_g и индуцированное электрическое поле \mathbf{E}_g определяются соотношением $\mathbf{P}_g = \kappa \cdot \mathbf{E}_g = -\gamma \cdot \partial \mathbf{v}_s / \partial t$, где $\gamma \approx \kappa \cdot m_4 / 4e$ — «гравиелектрическая восприимчивость», а $\kappa = (\epsilon - 1) / 4\pi$ — электрическая восприимчивость. Из линеаризованного уравнения (3) с учетом (4) получим $\partial \mathbf{v}_s / \partial t = \tilde{\sigma} \cdot \nabla T / m_4 - \nabla P / \rho$ и далее, используя выражения для γ и учитывая $\mathbf{E}_g = -\nabla \phi$, приходим к уравнению (13).

Укажем, что соответствие в линейном приближении результатов, полученных на основе уравнений (7), (8), и результатов работы [5], полученных при учете поляризации атомов ${}^4\text{He}$ за счет инерционного эффекта, является дополнительным доказательством справедливости применения указанных уравнений для рассматриваемой задачи. Вместе с тем из вида уравнений (4), (7) с учетом квадратичного по $v_s \approx v_{sN}$ члена ($\nabla(v_s^2)$) следует, что электрические эффекты в He II могут возникать не только за счет ускорений, но и за счет постоянного во времени градиента скорости потока СТ компоненты. Этот вывод может быть предметом экспериментальной проверки.

Проанализируем теперь следствия уравнения (13) и проведем численные оценки.

3. Первый звук в He II

Для волн первого звука (волн колебаний плотности), пренебрегая малыми эффектами теплового расширения, можно положить $\nabla T = 0$, так что уравнение (13) с учетом $\rho = m_4 n_0$ сведется к виду

$$\frac{1}{2n_0} \nabla P = -2e \nabla \phi. \quad (14)$$

Уравнение (14) может быть также переписано в виде

$$m_4 c_1^2 \frac{\Delta n_0}{2n_0} = -2e \Delta \phi, \quad c_1^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_\sigma, \quad (15)$$

где c_1 — скорость первого звука в жидком ${}^4\text{He}$ ($c_1 \cong 236$ м/сек), а Δn_0 и $\Delta \phi$ — амплитуды возмущений концентрации атомов ${}^4\text{He}$ и электрического потенциала в волне первого звука. Используя для оценки величину $m_4 c_1^2 \cong 2 \cdot 10^{-3}$ эВ, получим $\Delta \phi \approx 5 \cdot 10^{-4} \Delta n_0 / n_0$ В. Чувствительность аппаратуры при измерении электрического потенциала в экспериментах [1] составляла $\sim 3 \cdot 10^{-9}$ В. Поэтому обнаружение электрического потенциала при возбуждении первого звука было бы возможно только при

достаточно больших амплитудах звуковых колебаний, при которых относительное возмущение плотности $\Delta n_0 / n_0 \geq 10^{-5}$. По-видимому, в условиях эксперимента [1] такие возмущения плотности не достигались, из-за чего электрической индукции при возбуждении длинноволнового первого звука в He II обнаружить не удалось.

4. Второй звук в He II

В случае возбуждения волн второго звука (волн температуры) с той же точностью можно пренебречь колебаниями плотности и давления и положить $\nabla P = 0$. При этом уравнение (13) примет вид

$$\frac{1}{2} \tilde{\sigma} \nabla T = 2e \nabla \phi. \quad (16)$$

Отсюда сразу следует, что направление электрической индукции, связанной с градиентом потенциала $\nabla \phi$, параллельно градиенту температуры ∇T , а следовательно, и скорости СТ компоненты \mathbf{v}_s (которая в волне второго звука всегда направлена вдоль ∇T), что согласуется с результатами работы [1].

Учтем, что отношение градиентов температуры и потенциала ϕ будет равно отношению амплитуды колебаний температуры ΔT в плоской волне второго звука к амплитуде индуцированного электрического потенциала $\Delta \phi$, т.е. $|\nabla T| / |\nabla \phi| = \Delta T / \Delta \phi$. При этом, для случая измерений в резонаторе стоячей волны, использованного в работе [1], из соотношения (16) мы сразу получим аналог соотношения (1),

$$\Delta T / \Delta \phi = 4e / \tilde{\sigma}. \quad (17)$$

Отсюда следует, что амплитуда малых колебаний электрического потенциала во втором звуке будет определяться энтропией $\tilde{\sigma}$, приходящейся на один атом ${}^4\text{He}$, а условие соответствия друг другу уравнений (17) и (1) имеет вид $\tilde{\sigma} \approx 2k_B$. Кроме того, для согласия с экспериментом [1] необходимо, чтобы это условие сохранялось независимым от температуры с точностью $\pm 25\%$ в области температур $1,4 \text{ K} \leq T \leq 2 \text{ K}$.

Как видим, в рамках рассматриваемой нами модели электрическая индукция в волне второго звука, отнесенная к величине колебаний температуры (отношение, обратное (1)), будет стремиться к нулю с понижением температуры, если при этом удельная энтропия также стремится к нулю. Если же система имеет не равную нулю энтропию при низких температурах (как это, например, имеет место для идеального парамагнетика в нулевом магнитном поле), то величина $\Delta \phi / \Delta T$ будет сохраняться постоянной.

Температурно-зависящую часть энтропии можно оценить по данным о теплоемкости [8,9] с помощью термодинамического соотношения [15]:

$$\tilde{C}_{P,V} = T \left(\frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial T} \right)_{P,V}. \quad (18)$$

Здесь $\tilde{C}_{P,V}$ — теплоемкость при постоянном давлении (P) либо объеме (V), соответственно, в расчете на один атом ${}^4\text{He}$, имеющая размерность k_B . Учитывая, что $\tilde{C}_P(T) \approx \tilde{C}_V(T) \approx \tilde{C}(T)$ и аппроксимируя для простоты температурную зависимость теплоемкости степенной зависимостью $\tilde{C}(\tau) = \tilde{C}_0 \tau^\nu$, где $\tau = T/T_\lambda$ — безразмерная «приведенная» температура, а ν — эмпирическая константа, получим в результате интегрирования:

$$\tilde{\sigma} \cong \tilde{\sigma}_0 + \frac{\tilde{C}_0}{\nu} \tau^\nu = \tilde{\sigma}_0 + \frac{\tilde{C}(\tau)}{\nu}, \quad (19)$$

где $\tilde{\sigma}_0$ — не зависящий от температуры вклад в энтропию (см. ниже).

Согласно литературным данным [9], среднее значение показателя степени ν в интервале температур $1,4 \text{ K} \leq T \leq 2 \text{ K}$ может быть выбрано равным $\bar{\nu} = 5,57$, так что теплоемкость He II в указанном интервале сильно зависит от T и изменяется в диапазоне $(3-22) \text{ Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\text{K}^{-1}$, или $\tilde{C}(\tau) = (0,36-2,66) k_B$ в расчете на один атом ${}^4\text{He}$. При этом второй член в (19), т.е. температурно-зависящий вклад в энтропию, изменяется в интервале $\tilde{C}(\tau)/\nu \approx (0,065-0,475) k_B$, что существенно меньше, чем величина $\tilde{\sigma} \approx 2k_B$, необходимая для согласования (17) и (1). Кроме того, этот вклад сильно меняется с температурой, что также противоречит результатам работы [1]. Если же предположить, что в энтропии He II при низких температурах имеется ненулевой вклад $\tilde{\sigma}_0$, и он доминирует в указанном интервале температур, то согласие соотношения (17) с (1) может быть достигнуто при величине $\tilde{\sigma}_0$, близкой к $2k_B$. В то же время по мере повышения T и приближения к λ -точке, в силу быстрого роста теплоемкости $\tilde{C}(\tau)$, температурно-зависящий вклад в энтропию в (19) должен становиться преобладающим.

Для выяснения природы постоянного вклада $\tilde{\sigma}_0$ в энтропию обратим внимание на то, что СТ компонента He II , определяющая основную часть его плотности при $T \rightarrow 0$, имеет более сложную квантово-механическую структуру, чем одночастичный бозе-эйнштейновский конденсат (БЭК) в слабо неидеальном бозе-газе [11]. Как отмечалось в [16], эффективный когерентный конденсат (ЭКК) взаимодействующих атомов ${}^4\text{He}$, который является микроскопической СТ компоненты He II , включает в себя:

— подавленный («истощенный») одночастичный БЭК, плотность которого, согласно экспериментальным данным по квантовому испарению атомов

${}^4\text{He}$ [17], даже при $T \rightarrow 0$ не превышает 10% от общей плотности СТ компоненты;

— интенсивный парный когерентный конденсат (ПКК) [18], состоящий из пар бозонов, связанных эффективным притяжением, которое возникает в некоторой области импульсного пространства благодаря квантовой дифракции частиц на короткодействующем отталкивательном потенциале парного взаимодействия [19–21];

— «высшие» многочастичные когерентные конденсаты (МКК), состоящие из четных либо нечетных чисел не связанных между собой бозонов (существование нескольких связанных конденсатов в однокомпонентной бозе-жидкости ${}^4\text{He}$ запрещено единой калибровочной инвариантностью исходного гамильтониана [16]).

Состояния, соответствующие разным конденсатам, являются практически вырожденными, поскольку их энергии могут отличаться на величину порядка расстояния между уровнями размерного квантования спектра квазичастиц. Поэтому фазовый объем для каждого атома ${}^4\text{He}$ в макроскопических системах должен быть больше единицы даже при $T \rightarrow 0$. Это может служить причиной существования не нулевого и не зависящего от температуры вклада в энтропию СТ компоненты $\tilde{\sigma}_0 \neq 0$, который определяется взаимодействием между атомами ${}^4\text{He}$. К сожалению, этот вклад не может быть здесь нами вычислен ввиду отсутствия строгой микроскопической теории квантовых жидкостей. Этот вклад представим в стандартном виде [15]: $\tilde{\sigma}_0 = k_B \ln(\Delta\Gamma_0)$, где $\Delta\Gamma_0$ — эффективный фазовый объем, приходящийся на один атом ${}^4\text{He}$ и соответствующий числу доступных вырожденных состояний. Как можно заключить на основе выводов работы [16], вырождение этих состояний может сохраняться вплоть до температур, близких к абсолютному нулю, поскольку энергии основных состояний различных конденсатов, входящих в СТ компоненту, весьма близки (квазивырождены).

Еще раз обратим внимание на возможную аналогию между механизмами возникновения температурно-независящего вклада в энтропию He II и других систем, имеющих энергетическое либо конфигурационное вырождение состояний при температуре, стремящейся к нулю. Таких, например, как идеальный парамагнетик в нулевом магнитном поле с вырождением спиновых состояний, либо низкоразмерные квантовые системы с топологической «энтропией перепутывания состояний» (см. [22] и ссылки там). Естественно, что как в случае реального парамагнетика, где, как минимум, магнитное диполь-дипольное взаимодействие с соседними атомами снимает вырождение по проекции спина, так и в случае квантовых состояний когерентных конденса-

тов СТ компоненты He II, формирующих квазидискретные уровни хотя и с близкой, но несколько различающейся энергией, вырождение не является полным. Поэтому при приближении температуры к абсолютному нулю заполнение таких квазивырожденных состояний будет становиться не одинаковым и, в конце концов, останется заполненным, «невывороженным» только одно нижайшее состояние. При этом энтропия, в соответствии с теоремой Нернста, обратится в нуль. Но для СТ компоненты He II это, видимо, будет иметь место при температурах, гораздо более низких, чем применявшиеся в экспериментах [1].

Как уже отмечалось, развитая нами модель и метод работы [5] учитывают близкие, по сути, механизмы электрической поляризации He II. Поэтому представляет интерес более детальное сравнение этих двух подходов и выяснение причин существенного различия их выводов. С использованием (19) соотношение (17) может быть представлено в виде

$$\frac{\Delta T}{\Delta \varphi} = \frac{4e}{k_B [\tilde{f}_{\sigma 0} + \tilde{f}_c(\tau)v^{-1}]}, \quad (20)$$

где $\tilde{f}_{\sigma 0} = \tilde{\sigma}_0/k_B$ и $\tilde{f}_c(\tau) = \tilde{C}(\tau)/k_B$ — безразмерные величины. Как видно, выражение (20) при $\tilde{\sigma}_0 = 0$ и $\tilde{f}_c(\tau)/v = (\epsilon - 1)f(\tau)/3$ переходит в соотношение (2), вытекающее из результатов работы [5]. Не акцентируя внимание на оценке величины v (которая к тому же, как следует из данных по теплоемкости [9], сама зависит от T), отметим главное. В [5] учтен вклад в макроскопическую поляризацию He II только от усредненных термических флуктуаций — равновесных тепловых фононов, т.е. фактически в [5] учтена только энтропия нормальной компоненты He II при неявном предположении, что вклад в энтропию от СТ компоненты равен нулю. Как следствие, температурно-независимый вклад в $\Delta\varphi$, связанный с наличием $\tilde{\sigma}_0 \neq 0$, в результатах [5] отсутствует. Заметим, что рассмотренный в [5] вклад тепловых ротоннов при низких температурах $T \ll \Delta$ (где Δ — ротонная щель, равная для ^4He 8,7 К) должен быть подавлен экспоненциальным фактором $\exp(-\Delta/T)$.

Если в выражении (19) сохранить только температурно-зависящую часть энтропии $\tilde{C}(\tau)/v$ и подставить полученное выражение в (17), то результат (с точностью до различий в численном коэффициенте) будет соответствовать соотношению (2), но не будет достаточным для описания экспериментальных данных [1].

Вместе с тем учет ненулевой энтропии СТ компоненты $\tilde{\sigma}_0 \neq 0$ позволяет согласовать выводы развитой нами модели с результатами работы [1], если положить $\tilde{\sigma}_0 \approx k_B \ln(\Delta\Gamma_0) \approx 2k_B$, так что эффективное

число доступных вырожденных состояний СТ компоненты в расчете на один атом ^4He равно $\Delta\Gamma_0 \approx 10$. Отсюда следует, что соотношение (1), найденное в [1], может использоваться для определения энтропии He II. Следует еще раз подчеркнуть, что величина σ_0 аналогична так называемой «энтропии перепутывания» (entanglement entropy) вырожденных квантовых состояний [22].

Остановимся дополнительно на вопросе о множителе $(\epsilon - 1)$, который содержится в (2), но отсутствует в (17) и (20). Это связано с тем, что в [5] разность потенциалов ΔU на обкладках конденсатора рассматривалась как внешнее поле, создаваемое дипольным моментом, связанным с поверхностными зарядами при макроскопической поляризации однородного диэлектрика. Однако в экспериментах [1] фактически измерялось внутреннее электрическое поле $\Delta\varphi$, индуцируемое пространственно неоднородной стоячей волной второго звука, и поэтому множитель $(\epsilon - 1)$ сокращается в соотношении $P_g = -\kappa\Delta\varphi = -\gamma dv_s/dt$.

5. Электрическая активность He II при ускоренном движении нормальной компоненты

Кратко обсудим результаты работы [2]. В ней показано, что при крутильных колебаниях цилиндрической полости, заполненной He II, либо с пленкой He II на ее внутренних стенках, возникает переменное электрическое поле, направленное вдоль радиуса полости. Поле пропорционально квадрату линейной скорости движения стенок. Поэтому оно не меняет своей полярности и колеблется по величине с удвоенной частотой крутильных колебаний. В [2] было высказано предположение, что это является следствием инерционного механизма возникновения электрического потенциала под действием переменной центробежной силы $F_r(t) = m_4 v^2(t)R^{-1}$. На первый взгляд, это предположение правдоподобно. Однако в его рамках следует ожидать присутствия эффекта (и его независимости от температуры) при $T > T_\lambda$. Кроме того, при $T < T_\lambda$ эффект должен был бы ослабляться из-за уменьшения относительного содержания в He II нормальной компоненты, увлекаемой движением стенок. В [2] действительно наблюдалась температурная зависимость измеренного потенциала с максимумом вблизи T_λ , которая могла бы, с некоторыми оговорками, рассматриваться, как похожая на ожидаемую. Но при $T > T_\lambda$ эффект исчезал. Это заставляет полагать, что предположение о инерционном эффекте под действием центробежной силы не соответствует данным эксперимента.

Заметим, однако, что при движении нормальной и СТ компонент He II друг относительно друга воз-

никает квадратичная по $(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$ поправка к химическому потенциалу He II [13,14]:

$$\delta\mu = \frac{\rho_n m_4}{2\rho} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2, \quad (21)$$

где скорости \mathbf{v}_n и \mathbf{v}_s связаны уравнением непрерывности (5) при $\rho = \text{const}$

$$\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s = 0. \quad (22)$$

По своему физическому смыслу поправка (21) к химическому потенциалу должна обращаться в нуль при $T > T_\lambda$, когда $\rho_s = 0$.

Выражая отсюда \mathbf{v}_s через \mathbf{v}_n и подставляя результат в (21), с использованием (10) и (12) получим:

$$\frac{\rho_n \rho}{4\rho_s^2} \nabla v_n^2(t) = -\frac{2e}{m_4} \nabla \varphi(t). \quad (23)$$

Как видим, электрическое поле $E = -\nabla\varphi$ направлено вдоль градиента скорости \mathbf{v}_n , который в докритическом (ламинарном) режиме течения направлен вдоль радиуса цилиндрической полости, совершающей крутильные колебания. Учитывая, что скорость \mathbf{v}_n возникает в результате увлечения нормальной компоненты движением стенок полости, так что на стенке $\mathbf{v}_n(t) = \mathbf{v}(t)$, получаем, согласно (23), $\Delta\varphi(t) \propto v^2(t)$, что соответствует результатам [2].

Из (23) также следует довольно сильная температурная зависимость $\Delta\varphi \propto \rho_n/\rho_s^2$ при нулевом эффекте в области $T > T_\lambda$ (из-за условий применимости уравнения (21)) и с максимумом вблизи T_λ . Расходимость при $T \rightarrow T_\lambda$ устраняется за счет флуктуаций вблизи λ -точки. Когда $T \rightarrow 0$, амплитуда потенциала $\Delta\varphi \rightarrow 0$, поскольку $\rho_n(T \rightarrow 0) = 0$. В [2] наблюдалось максимальное значение $\Delta\varphi$ вблизи T_λ и его уменьшение при понижении температуры, так что можно было бы говорить о качественном соответствии расчета с экспериментом. Но после спада (примерно, вдвое) сигнал электрической индукции оставался постоянным при дальнейшем понижении температуры. Этот постоянный вклад в индуцируемый потенциал, по-видимому, связан с другими причинами.

Но прежде чем их обсуждать, проведем количественные оценки. Если принять, что вблизи стенки $\mathbf{v}_n(t) = \mathbf{v}(t)$, и взять для оценок максимальное значение амплитуды скорости нормальной компоненты величину $v = 7 \cdot 10^{-2}$ см·сек⁻¹ (см. [2]), то для амплитуды напряженности электрического поля, обусловленного центробежным ускорением, согласно выражению $E_r = m_4 v^2 / 4eR$ (см. [5,6]), получим $E_r \approx 10^{-14}$ В/см. С другой стороны, оценка амплитуды потенциала, определяющегося выражением (23), при температурах $T \leq 1,8$ К, когда отношение

$\rho_n/\rho_s \leq 1$, дает величину $\Delta\varphi \sim 5 \cdot 10^{-15}$ В. Как видно, обе оценки дают величину $\Delta\varphi$ примерно на 6 порядков ниже, чем экспериментально наблюдаемые значения ΔU . Это означает, что для согласия как предлагаемой модели, так и идеи влияния центробежного ускорения с экспериментом [2], нужно, чтобы скорость движения нормальной компоненты He II была, по крайней мере, на три порядка выше скорости стенки торсионного генератора.

Разрешение этого противоречия требует дальнейших исследований. В порядке предположения о возможной его причине учтем, что в условиях экспериментов [2] возникало довольно сложное движение массивной жидкости или пленки He II внутри полости. По предположению авторов [2], оно сопровождалось прецессией оси крутильных колебаний и появлением циркулирующего потока СТ жидкости. Электрический сигнал, обнаруженный в [2], описывался временной зависимостью вида $U(T) = \Delta U [\cos^2(\omega_{\text{тор}} t) + \alpha \cos(\omega_{\text{тор}} t)]$, где $\alpha < 1$. Авторы работы [2] предположили, что именно прецессия вызывает его «одностороннюю модуляцию», т.е. составляющую сигнала на частоте $\omega_{\text{тор}}$. После вынужденной остановки колебаний полости электрический сигнал, обусловленный сохраняющимися колебаниями жидкости, затухал в течение нескольких минут. Поскольку после остановки колебаний полости крутильные колебания жидкости сохраняться не могут (у жидкости нет соответствующих модулей упругости), это указывает на наличие в системе колебаний, дополнительных к крутильным, с весьма высокой добротностью. Сигнал, связанный с колебаниями СТ жидкости после остановки колебаний полости, имел частоту, близкую к $2\omega_{\text{тор}}$, в то время как составляющая на частоте $\omega_{\text{тор}}$ в нем исчезала (частное сообщение А.С. Рыбалко). Это можно расценивать как указание на то, что именно упомянутые выше дополнительные колебания жидкости ответственны за сигнал на частоте $2\omega_{\text{тор}}$. Тип этих колебаний, а также скорость относительного движения СТ и нормальной компонент He II, связанная с ними, подлежат выяснению. Одновременно с этим следует рассмотреть возможности возникновения электрических эффектов под действием таких колебаний.

Таким образом, вопросы количественного согласования экспериментальных данных работы [2] с теоретическими моделями требуют более детального экспериментального и теоретического рассмотрения.

6. Выводы

В настоящей работе показано, что отношение амплитуд электрической индукции ΔU в волне второго звука к колебанию температуры ΔT в этой волне должно быть пропорционально энтропии He II. Учет

сложной квантовомеханической структуры эффективного когерентного конденсата взаимодействующих атомов ^4He , который является микроскопической СТ компоненты He II , позволяет заключить, что он содержит, наряду с БЭК, несколько типов многочастичных конденсатов, остающихся квазивыврожденными вплоть до температур, близких к абсолютному нулю. Отсюда следует, что в данном интервале температур энтропия He II может содержать доминирующий температурно-независимый вклад, что объясняет слабую зависимость от температуры отношения $\Delta U/\Delta T$, наблюдавшуюся в [1].

Показано, что представление о СТ компоненте He II как о когерентном конденсате, состоящем из двух взаимодействующих подсистем противоположно заряженных бозонов (ядер атомов ^4He и электронных пар в связанном синглетном состоянии), позволяет объяснить возникновение электрической индукции при возбуждении в He II волн второго звука с направлением, параллельным вектору скорости v_s движения СТ компоненты, в соответствии с данными [1]. При этом рассмотренный механизм не приводит к появлению достаточного для измерения сигнала электрической индукции в волне первого звука относительно малой мощности, что также согласуется с [1].

Обсуждены также результаты работы [2], где было обнаружено радиальное электрическое поле в цилиндрической полости, содержащей He II и совершающей крутильные колебания. Показано, что температурная зависимость эффекта, ожидаемая от поправки к химическому потенциалу He II , квадратичной по разности скоростей нормальной и СТ компонент, качественно подобна экспериментально наблюдаемой, хотя количественные оценки могут быть согласованы с экспериментом, только если предположить, что скорость СТ гелия гораздо (на три порядка!) больше, чем скорость стенки полости торсионного генератора, например, из-за резонансной раскачки колебаний He II . Сделан вывод, что количественное описание результатов данного эксперимента требует дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Таким образом, предложенная модель качественно объясняет основные характеристики необычного явления, наблюдавшегося экспериментально в работах [1,2], — электрической активности нейтральной квантовой жидкости ^4He . При этом данные [1] следует рассматривать как доказательство присутствия температурно-независимого вклада в энтропию He II , обусловленного сложной структурой СТ компоненты.

Авторы благодарны проф. В.Г. Барьяхтару за плодотворное обсуждение работы, полезные советы и замечания, повлиявшие на окончательную редак-

цию статьи и формулировку выводов, а также А.С. Рыбалко, Э.Я. Рудаевскому и В.Д. Нацкику за конструктивные критические замечания и обсуждение экспериментальных данных.

1. А.С. Рыбалко, *ФНТ* **30**, 1321 (2004).
2. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, *ФНТ* **31**, 820 (2005).
3. J.E. Berthold, D.J. Bisio, and J.D. Reppy, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 348 (1977).
4. А.М. Косевич, *ФНТ* **31**, 50 (2005).
5. L.A. Melnikovsky, *cond-mat/0505102* (v. 1,2, 2005; v. 3, 2006).
6. В.Д. Нацик, *ФНТ* **31**, 1201 (2005).
7. R.G. Tolman and T.D. Stewart, *Phys. Rev.* **8**, 97 (1916).
8. M.J. Buckingham and W.M. Fairbank, *Progr. Low Temp. Phys. (Amsterdam)* **3**, 80 (1961).
9. Б.Н. Ессельсон и др., *Растворы квантовых жидкостей ^3He – ^4He* , Наука, Москва (1973).
10. Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **11**, 529 (1941); там же **14**, 112 (1944); *J. Phys.* **5**, 11 (1941).
11. Н.Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **11**, 77 (1947); *J. Phys.* **9**, 23 (1947).
12. С.Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417 (1958); там же **34**, 433 (1958).
13. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1975).
14. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Физматгиз, Москва (1971).
15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).
16. Ю.А. Непомнящий, *ЖЭТФ* **85**, 1244 (1983); там же **89**, 511 (1985).
17. A.F.G. Wyatt, *Nature* **391**, 56 (1998).
18. Ю.А. Непомнящий, Э.А. Пашицкий, *ЖЭТФ* **98**, 511 (1990).
19. Э.А. Пашицкий, С.И. Вильчинский, *ФНТ* **27**, 253 (2001).
20. E.A. Pashitskii, S.V. Mashkevich, and S.I. Vilchinsky, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 075301 (2002).
21. Э.А. Пашицкий, С.И. Вильчинский, С.В. Машкевич, *ФНТ* **28**, 115 (2002).
22. M. Haque, O. Zozulya, and K. Schoutens, *cond-mat/0609263* (2006).

About the cause of electric activity of superfluid helium upon excitation of the second sound waves and the fluctuations of the normal component's speed

E.A. Pashitskii and S.M. Ryabchenko

An explanation of the new, previously unknown phenomenon — the origination of electric field in superfluid helium in the process of the second sound propagation or during the forced oscillations of the normal component's speed, is

proposed. It is shown that the electric potential, which appears upon excitation of the second sound and is caused by the polarization of He atoms under the action of accelerations due to the large difference of the masses of electrons and nuclei (inertial effect), is proportional to the full entropy of He II. The consideration is premised on the representation of the superfluid component of He II as a superposition of two oppositely charged coherent bosonic condensates, nuclear and electronic, strongly coupled by Coulomb interaction. These condensates consist, correspondingly, of the helium atoms' nuclei with zero spin and strongly correlated electron pairs in singlet state, which form completely filled $1s$ -shell of helium atoms. It is taken into account that the effective coherent condensate, representing the micro-basis of the He II superfluid component, contains, due to the interatomic interaction, intensive pair- and higher-order condensates, along with the «depleted» one-particle Bose–Einstein condensate. Owing to this fact, the entropy of superfluid quantum liquid ${}^4\text{He}$ includes a con-

stant, temperature-independent contribution. It is shown that the ratio of the amplitudes of temperature and electric potential oscillations in the wave of second sound, which is obtained by A.S. Rybalko (*Fiz. Nizk. Temp.* **30**, 132 (2004)), allows the estimation of the value of the He II entropy. The development of electric activity in the process of excitation of the forced oscillations in the normal component's speed through torsional oscillations of the vessel with He II, discovered by A.S. Rybalko and S.P. Rubets (*Fiz. Nizk. Temp.* **31**, 820 (2005)), is qualitatively explained with taking into account a contribution to chemical potential, which is quadratic in relative speed of the superfluid and normal components of He II. It is shown, however, that both this contribution and the contribution due to the centripetal acceleration, discussed in the paper by A.S. Rybalko and S.P. Rubets, do not agree quantitatively with the experiment.

Keywords: superfluid helium, second sound-waves, coherent bosons condensate.