© П.А. Миненко, 2008

УДК 550.831

Криворожский филиал Европейскго университета, г. Кривой Рог

ПРОБЛЕМА ЕДИНСТВЕННОСТИ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

Известны методы получения устойчивых решений обратной линейной задачи гравиметрии (ОЛЗГ) и магнитометрии (ОЛЗМ), в частности при крупномасштабном геологическом картировании и поисковых работах на щитах [1–3].

Известны способы получения однозначных решений ОЛЗГ путем привлечения в качестве начальных условий обратной задачи обширной априорной информации о геологическом строении участка [4–7]. Но в условиях съемок на щитах или на море этих данных очень мало. При отсутствии априорной информации возможно несколько вариантов интерпретационной модели обратной задачи: а) начальные условия попадают в класс компакта по А.Н. Тихонову [8, 9], и тогда решение ОЛЗГ является единственным; б) начальные условия не совпадают по геометрии модели, и тогда имеем эквивалентное решение для плотности, размытой по объему каждого блока при равенстве масс в модели и в решении; в) начальные условия очень сильно расходятся как по плотности и геометрии блоков модели, так и по глубине их расположения. В последнем случае имеем в решении ОЛЗГ, как правило, чередование положительной и отрицательной аномальной плотности, что не соответствует действительности. Мы получаем устойчивое, но геологически несодержательное решение обратной задачи, корректирование которого обычными методами линейного программирования с помощью неравенств не приводит к повышению его геологической содержательности.

Цель настоящей статьи – разработка методов решения обратных задач, обеспечивающих единственность результатов интерпретации поля силы тяжести g_j (или магнитного поля Z_a) при отсутствии априорной информации или при малом ее количестве.

Поставленная цель достигается тем, что в оптимизированном итерационном методе с итерационной формулой, аналогичной приведенной в статье [3], с помощью итерационных поправок на каждой итерации с номером n наращивается не аномальная плотность горных пород $\sigma_{i,n}$, а величина

$$S = \{s_i \left| (s_{i,n}^k = \sigma_{i,n}; i = 1,M; k \in R,Z,N) \right\} .$$

Положим $k = 2$ и разработаем новый итерационный метод с переменным параметром $s_{i,n}$ и постоянным оптимизирующим коэффициентом τ_{n+1}:

$$s_{i,n+1} = s_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n} \,, \qquad (1)$$

где

$$B_{i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, r_{j,n} / \lambda_j); \;\; r_{j,n} = (a_{i,j}, s_i^2) - g_j; \;\; \lambda_i = \sum_i \left| a_{i,j} \right|; \;\; \lambda_j = \sum_j \left| a_{i,j} \right|; \qquad (2)$$

$$B_{i,n+1} = (a_{i,j} / \lambda_i, r_{j,n+1} / \lambda_j); \;\; r_{j,n+1} = (a_{i,j} (s_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n})^2 - g_j; \qquad (3)$$

$a_{i,j}$ – матрица решений прямой задачи гравиметрии для i-того блока масс в точке с номером j ($j = 1, N$).

Образуем критерий минимума суммы квадратов поправок для $s_{i,n}$:

$$F = \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_{i=1}^{M} (\sum_{j=1}^{N} a_{i,j} r_{j,n+1} / \lambda_j / \lambda_i)^2 = \min \,; \qquad (4)$$

Если начало решения ОЛЗГ выполняется устойчивыми методами [1–3] по $\sigma_{i,n}$, то получается нижняя грань огибающей реального распределения аномальной плотности, которая не достигает реальных значений, но при увеличении количества итераций в случае в) может наблюдаться все увеличивающееся искажение решения ОЛЗГ вплоть до превращения его в геологически несодержательное. Поэтому после выполнения нескольких десятков итераций одним из методов [1–3] необходимо перейти к решению ОЛЗГ итерационным методом (1)–(4). Такая последовательность приемов интерпретации позволяет заменить нелинейный критерий (4) его линеаризованным вариантом. Возьмем производную от выражения (4) по τ_{n+1} и приравняем ее к нулю:

$$\sum_i \left(B_{i,n} - 2\tau_{n+1} Y_{1,i,n} + \tau_{n+1}^2 Y_{2,i,n} \right) \left(Y_{1,i,n} - \tau_{n+1} Y_{2,i,n} \right) = 0 \,. \qquad (5)$$

После преобразований получим

$$a_u - \tau_{n+1} b_u + \tau_{n+1}^2 c_u - \tau_{n+1}^3 d_u = 0; \qquad (6)$$

где

$$\begin{gathered} a_u = (B_{i,n}, Y_{1,i,n}); \quad b_u = 2(Y_{1,i,n}, Y_{1,i,n}) + (Y_{2,i,n}, B_{i,n}); \\ c_u = (Y_{1,i,n}, Y_{2,i,n}); \quad d_u = (Y_{2,i,n}, Y_{2,i,n}); \\ Y_{1,i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, r_{1,j,n} / \lambda_j); \quad Y_{2,i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, r_{2,j,n} / \lambda_j); \qquad (7) \\ r_{1,j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n} s_{i,n}); \quad r_{2,j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n}^2); \\ \tau_{n+1} = a_u / b_u; \quad \tau_{1,n+1} = (b_u - (b_u^2 - 4 a_u c_u)^{1/2}) / (2c_u). \end{gathered}$$

Процесс вычислений контролируется протоколом: вычисляются все коэффициенты уравнения (6). Обычно коэффициенты при τ^2_{n+1} и τ^3_{n+1} на 5–15 порядков ниже коэффициентов a_u и b_u, и уравнение (7) линеаризуется. Если τ_{n+1} и $\tau_{1,\,n+1}$ существенно отличаются, а d_u имеет малое значениев сравнении b_u, то в формуле (1) вместо τ_{n+1} используют $\tau_{1,\,n+1}$. При невозможности линеаризации уравнения (6) следует выполнить еще несколько десятков итераций предварительного этапа методами [1–3] или другими, например на основе гибридного аналога фильтров Винера–Калмана с двумя векторами начальных условий [10–13]. Для магнитометрии необходимо использовать те же формулы (1) – (7), в которые вместо $a_{i,j}$ следует подставить $b_{i,j} = (a_{i,j})'_z$.

Аналогично создаются другие методы решения ОЛЗГ при $k = 4; 6; 8$ ... для класса положительно определенного массива физических параметров блоков интерпретационной модели, а при $k = 3; 5; 7$ ... – для класса знакопеременного массива. Для $k = 4$ имеем

$$a_u = (B_{i,n}, Y_{1,i,n}); \; b_u = 4(Y_{1,i,n}, Y_{1,i,n}) + 3(Y_{2,i,n}, B_{i,n}); \; r_{j,n} = (a_{i,j}, s_i^4) - g_j; \quad (8)$$

$$B_{i,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, r_{j,n} / \lambda_j); \; r_{1,j,n} = (a_{i,j}, B_{i,n} s^3_{i,n}); \; r_{2,j,n} = (a_{i,j}, B^2_{i,n} s^2_{i,n}); \quad (9)$$

Комбинирование двух методов при любых различных k приводит к методике, аналогичной использованию гибридного аналога фильтров Винера–Калмана с двумя наборами векторов начальных условий, высокая эффективность применения которых уже доказана [10–14]. Возможно, что будет иметь смысл применять $k \in R, Z$, особенно при больших или очень больших, но близких целых отрицательных или положительных значениях k. При решении обратных задач для электромагнитного поля следует выбрать $k \in C$ – комплексной области, а в теории упругости или пластичности k может иметь структуру тензора. Могут быть разработаны фильтрационные методы подавления вредных эффектов от кратных волн при решении обратных задач сейсмометрии, двух различных или очень близких значениях $k \in R$, обеспечивающих сходимость итерационных процессов к устойчивому и однозначному решению. При этом нужно учесть, что проблема устойчивости любых решений в сейсмометрии выражена совершенно по-другому, чем в гравиметрии и магнитометрии. Не исключено, что на базе предложенных методов могут быть разработаны эффективные методы решения обратных задач комплексирования нескольких физических методов, особенно методов исследования скважин или спутниковых геоинформационных систем измерений.

Результаты экспериментальных исследований. Эффективность предложенных методов (1) – (9) проверена на моделях и измеренных в Западном Кривбассе массивах магнитного поля. Результаты решения ОЛЗМ этими методами сравнимы с результатами решения обратных задач другими фильтрационными итерационными методами с оптимизирующими критериями [10–14], в том числе по данным гравиметрии. Часть результатов решения ОЛЗМ подтверждена бурением скважин, а по другим выданы рекомендации для выполнения работ по геологическому картированию.

Заключение. Впервые обратная линейная задача по физическому параметру приведена к нелинейной задаче. Это позволило в несколько раз уменьшить количество итераций, повысить однозначность решения ОЛЗГ и ОЛЗМ и приблизить итерационный метод к получению единственного (в среднем по каждому блоку) решения в сложных геологических условиях с переменными в пространстве физическими свойствами. Уточнение контуров магнитных тел ультраосновных пород позволяет локализовать площади распространения их коры выветривания и определить ее мощность. Это дает возможность более точно выполнить оценку запасов ценного химического сырья, перспективного на полиметаллическое и редкоземельное оруденение.

Перспектива дальнейших исследований. Необходимо продолжить исследования по разработке методов регуляризации на основе предложенных методов и алгоритмов с гибридными аналогами фильтров Винера–Калмана с двумя и тремя векторами начальных условий, что позволит повысить надежность определения границ геологических массивов кристаллического фундамента в условиях резко изменяющихся их физических свойств.

1. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоинформатика. – 2006. – №4. – С.41–45.
2. Миненко П.А. Проблемы и перспективы применения линейных методов интепретации гравиметрических измерений в рудных районах // Сб. науч. тр. Всеукр. ассоциации Геоинформатики “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики”. – Киев, 2006. – С. 244–256.
3. Миненко П.А. Особенности решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии // Геоинформатика. – 2005. – № 4. – С. 31–35.
4. Кобрунов А.И. Теория интерпретации данных гравиметрии для сложнопостроенных сред // МВССО Ив.-Франк. ин-т нефти и газа. – Киев, 1989. – С. 100.
5. Корчагин И.Н. К вопросу об оптимизации при подборе источников гравимагнитных полей / Геофизические исследования глубинного строения земной коры. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 77–85.
6. Петровский А.П. Повышение геологической эффективности решения обратных задач геофизики на основе использования критериев оптимальности дифференциального типа // Геоинформатика. – 2004. – № 4. – С. 50–54.
7. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – Киев: Наук. думка, 1978. – 227 с.
8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – 3-е изд. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
9. Булах Е.Г., Шуман В.Н. Основы векторного анализа и теория поля. – Киев: Наук. думка, 1998. – 360 с.

10. Миненко П.А. Фильтры Винера и Калмана в обратной линейной задаче гравиметрии // Сб. науч. тр. Всеукр. ассоциации геоинформатики “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики”. – Киев, 2007. – С. 326–331.
11. Миненко П.А. Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2006. – № 6. – С. 38–43.
12. Миненко П.А. Обратная линейная задача гравиметрии на основе композиции нескольких векторов начальних условий // Доп. НАН України. – 2006. – № 9. – С. 126–130.
13. Миненко П.А. Модификация метода регуляризации в ОЛЗГ для поисковых работ в кристаллических породах УКЩ // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2006. – № 9. – С. 34–39.
14. Миненко П.А., Миненко Р.В. О поисках избирательных экстремальных решений обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // Там же. – 2006. – № 9. – С. 39–44.