

## ВОГНИЩЕ ЗЕМЛЕТРУСУ: МОДЕЛЮВАННЯ, ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ І ВИКОРИСТАННЯ

Д.В. Малицький, О.О. Муйла, А.Ю. Павлова, О.Д. Грицай, Ю.П. Коваль, О.О. Обідіна

*Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, вул. Наукова, 3-Б, Львів 79060, Україна, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, orest-aro@rambler.ru, obidinaeriol@gmail.com, susyinet@gmail.com*

Для моделювання поширення сейсмічних хвиль у неоднорідному середовищі – горизонтально-шаруватій пружній структурі – застосовано матричний метод. Отримані співвідношення для полів переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору використано для визначення тензора сейсмічного моменту як функції часу через виділення тільки прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль. На підставі розробленої методики для точкового джерела запропоновано визначення посунання по розриву (зміщення на розриві) для розподіленого джерела. Таким чином, чисельний метод на основі розв'язання прямої задачі використано з метою інверсії спостережуваних сигналів для компонент тензора сейсмічного моменту і часової функції джерела землетрусу, а також визначення посунання по розриву. Подано розв'язання оберненої задачі щодо визначення механізму вогнища землетрусу методом інверсії хвильових форм у випадку обмеженої кількості станцій та графічним методом, а також для встановлення площини розриву. Фокальний механізм визначено графічним методом і методом інверсії сигналу для подій, що відбулися біля с. Угля (24.10.2012 р., 03:13:40.50), і в провінції Альберта, Канада (09.08.2014 р., 15:28:51.00). Побудовані механізми вогнищ місцевих землетрусів, а також параметри для розподіленого джерела можуть бути використані для вивчення та дослідження напружено-деформованого стану гірських масивів у регіонах з низькою сейсмічністю.

**Ключові слова:** матричний метод, графічний метод, механізм вогнища землетрусу, поширення сейсмічних хвиль, тензор сейсмічного моменту, часова функція джерела, площина розриву.

**1. Вступ.** Визначення фокальних механізмів землетрусів для подій Карпатського регіону України є однією з найактуальніших проблем місцевих сейсмологічних досліджень. За умов низької сейсмічної активності та недостатньої кількості місцевих сейсмічних станцій виникає потреба у розробці нових альтернативних методів та удосконаленні існуючих для розв'язання оберненої задачі щодо вогнища землетрусу. Найчастіше використовують підхід, в якому нодальні площини зображують на нижній півкулі стереографічної сітки відповідно до полярності перших вступів  $P$ -хвиль на станціях та їх розміщення в проєкціях залежно від азимуту станції і кута виходу променя  $P$ -хвилі та його полярності. Доволі часто не вистачає інформації для визначення механізму вогнища. Тому запропоновано використовувати сейсмічні дані станцій, на яких зареєстровано нечіткі вступу  $P$ -хвиль. Для стандартних методик щодо визначення механізмів, як правило, дані таких станцій не враховували. Графічний метод використовує інформацію про неточні вступу  $P$ -хвиль, оскільки це означає їх близькість до нодальних площин на фокальній сфері, що є корисним для побудови нодальних ліній. Крім того, для таких станцій значення логарифма відношення амплітуд  $S$ - і  $P$ -хвиль є істотно вищими, ніж для інших станцій, де спостерігаються чіткі вступу прямих об'ємних хвиль. Саме в цьому і поля-

гає використання графічного методу з метою визначення механізмів вогнищ землетрусів для регіонів із низькою сейсмічністю.

Основною кількісною характеристикою вогнища землетрусу є тензор сейсмічного моменту, який визначають за допомогою декількох різних підходів: з використанням амплітуд сейсмічних хвиль [14, 25], співвідношення амплітуд  $S/P$  [16, 21] і повних хвильових форм [4, 13, 19, 23, 24]. Теорія поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі, тобто в середовищі, пружні властивості якого залежать тільки від глибини, є основним предметом дослідження багатьох учених-сейсмологів [5–10, 12, 15, 22, 26]. Методи горизонтально-шаруватої моделі Землі застосовують у дослідженнях джерел землетрусів і структурних властивостей середовища. Найважливіші підходи у дослідженнях поширення сейсмічних хвиль, розв'язання прямих та обернених задач розглянуто у публікаціях: [7, 8, 10, 11, 17, 18, 26] (методи інтегрування хвильового числа або повільності); [1, 5–6, 9] (матричний метод). У статті застосовано матричний метод для моделювання поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі. Результати щодо поля переміщень на вільній поверхні використано для обчислення тензора сейсмічного моменту як функції часу.

**2. Теорія методу інверсії тензора сейсмічного моменту.** Мета методу інверсії тензора сейсмічно-

го моменту полягає у визначенні властивостей джерела, які представлено тензором сейсмічного моменту із спостережуваних сейсмічних записів переміщень. Цей метод є одним із кращих підходів до вивчення характеристик сейсмічного джерела за умови виконання двох основних припущень: по-перше, передбачається, що діє наближення точкового джерела, тобто розглядаємо вогнище землетрусу, яке описано сейсмічним тензором; по-друге, структура швидкісної моделі є близькою до реальної структури Землі [2–4]. Якщо одне з цих припущень не виконується, то результуючий тензор сейсмічного моменту може містити велику компоненту так званої недевіаторної частини.

Перейдемо до викладення теорії методу інверсії тензора сейсмічного моменту, використовуючи матричний метод. Узагальнене точкове джерело представлено симетричним тензором сейсмічного моменту. Поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі від такого джерела приводить до визначення поля переміщень на вільній поверхні для далекої та ближньої зон у циліндричній системі координат [20]:

- далеко зона

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} &= \sum_{i=1}^3 \int_0^{\infty} k^2 I_i L^{-1} [M_i g_i] dk, \\ u_{\varphi}^{(0)} &= \sum_{i=5}^6 \int_0^{\infty} k^2 J_i L^{-1} [M_i g_{i\varphi}] dk, \\ I_1 &= \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad I_3 = I_2; \end{aligned} \quad (1)$$

- ближня зона

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_r^{(0)} \\ u_{\varphi}^{(0)} \end{pmatrix} &= \frac{1}{r} \left( \int_0^{\infty} k \cdot J_1(kr) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} M_1 \\ -M_5 \end{pmatrix} (g_{1r} + 2g_{5\varphi}) \right] dk + \right. \\ &+ \left. \int_0^{\infty} \left( kJ_0(kr) - \frac{2J_1(kr)}{r} \right) L^{-1} \left[ \begin{pmatrix} -M_4 \\ M_6 \end{pmatrix} (g_{3r} + 2g_{6\varphi}) \right] dk \right), \\ u_z^{(0)} &= \frac{1}{r} \int_0^{\infty} kJ_1(kr) L^{-1} [M_4 \cdot g_{3z}] dk, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{xz} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi, \\ M_2 &= M_{zz}, \\ M_3 &= M_{xx} \cos^2 \varphi + M_{yy} \sin^2 \varphi + M_{xy} \sin 2\varphi, \\ M_4 &= -M_{xx} \cos 2\varphi + M_{yy} \cos 2\varphi - 2M_{xy} \sin 2\varphi, \\ M_5 &= M_{yz} \cos \varphi - M_{xz} \sin \varphi, \\ M_6 &= M_{xx} \sin 2\varphi - M_{yy} \sin 2\varphi - 2M_{xy} \cos 2\varphi; \end{aligned}$$

функції  $g_i = \begin{pmatrix} g_{iz} \\ g_{ir} \end{pmatrix}$  містять ефекти поширення

хвиль між джерелом і приймачем;  $L^{-1}$  – обернене перетворення Лапласа;  $k$  – горизонтальне хвильове число;  $J_5 = J_0$ ,  $J_6 = J_1$  – функції Бесселя.

У статті використано лише поле переміщень для далекої зони (1). Використавши матричні співвідношення тільки для прямих  $P$ - та  $S$ -хвиль [20], із рівняння (1) випишемо матричні рівняння на  $N$  станціях ( $i = 1, \dots, N$ ) у частотній області ( $\omega$ ):

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S1}^{(0)}, \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S2}^{(0)}, \\ &\dots \\ \mathbf{K}_N \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{SN}^{(0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \\ &= (M_{xz}(\omega), M_{yz}(\omega), M_{zz}(\omega), M_{xx}(\omega), M_{yy}(\omega), M_{xy}(\omega))^T = \\ &= M_{lm}(\omega); \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix} -$$

матриця швидкісної моделі на  $i$ -й станції.

Кожен вектор у виразі  $(\mathbf{U}_{S1}^{(0)}, \mathbf{U}_{S2}^{(0)}, \dots, \mathbf{U}_{SN}^{(0)})^T$

містить шість компонент поля переміщень для прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на  $N$  станціях ( $i = 1, \dots, N$ ). Рівняння (2) запишемо у такому матричному вигляді:

$$\mathbf{G} \mathbf{M} = \mathbf{U}_S^{(0)}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Матриця  $\mathbf{K}$  і вектори  $\mathbf{M}$  і  $\mathbf{U}_S^{(0)}$  є функціями частоти. У більшості випадків  $N > 6$  і система рівнянь (3) є перевизначеною. Для обернення компонент тензора сейсмічного моменту  $\mathbf{M}$  рівняння (3) приведемо до вигляду

$$\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G} \mathbf{M} = \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}.$$

У результаті тензор сейсмічного моменту визначено як

$$\mathbf{M} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}, \quad (4)$$

де  $\tilde{\mathbf{G}}^*$  – комплексно-спряжена та транспонована матриця до  $\mathbf{G}$  [7]. Рівняння (4) обчислюємо для всіх частот. Частотну функцію тензора сейсмічного моменту  $M_{lm}$  знаходимо за рівнянням (4). Застосувавши перетворення Фур'є, отримуємо часову функцію тензора сейсмічного моменту  $M_{lm}(t)$ :

$$M_{lm}(t) = M_{lm} \text{STF}(t),$$

де  $M_{lm}$  – тензор сейсмічного моменту;  $\text{STF}(t)$  – часова функція джерела. Розклад означає, що фокальний механізм не залежить від часу. Незважаючи на те що механізм може залежати від частотного діапазону досліджуваних хвиль [25], припущення про його незалежність від часу є добрим наближенням для визначення механізму в частотному діапазоні від прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль. Слід зауважити, що результати визначення часової функції тензора сейсмічного моменту (4) можна отримати, використавши сейсмічні дані тільки з однієї станції.

**2.1. Визначення механізмів вогнищ землетрусів за даними обмеженої кількості станцій.** Отримані результати для тензора сейсмічного моменту за даними однієї або декількох станцій можна використати для визначення механізмів вогнищ землетрусів, коли стандартними методами, зокрема графічним, побудова модальних площин неможлива. Такі випадки спостерігаються, коли подію зареєструвало декілька станцій, наприклад три-чотири, що часто спостерігається в Закарпатті. Запропонуємо визначити механізми вогнищ за даними однієї станції, а ще краще – декількох. Отже, отримавши розв'язок для сейсмічного тензора (4), можна визначити механізм вогнища. Проте значення фокальних механізмів для подій за даними декількох станцій відрізнятимуться. Щоб отримати однакові результати, пропонуємо привести механізми, які отримано на різних стан-

ціях, до механізму в епіцентрі землетрусу. Для цього слід провести перетворення. На рис. 1 показано дислокаційну модель вогнища землетрусу, де  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  – декартова система координат в епіцентрі ( $\hat{x}$  – напрям на північ,  $\hat{y}$  – напрям на схід,  $\hat{z}$  – вертикально вниз). За допомогою цих одиничних векторів отримано [7]:

- вектор посування

$$\bar{u} = \bar{u} (\cos\lambda \cos\varphi_s + \cos\delta \sin\lambda \sin\varphi_s) \hat{x} + \bar{u} (\cos\lambda \sin\varphi_s - \cos\delta \sin\lambda \cos\varphi_s) \hat{y} - \bar{u} \sin\lambda \sin\delta \hat{z};$$

- нормаль до розриву

$$v = -\sin\delta \sin\varphi_s \hat{x} + \sin\delta \cos\varphi_s \hat{y} - \cos\delta \hat{z};$$

- напрямок хвилі  $P$

$$\gamma = \sin i_\xi \cos\varphi \hat{x} + \sin i_\xi \sin\varphi \hat{y} + \cos i_\xi \hat{z},$$

де  $i_\xi$  – кут виходу хвилі  $P$  із джерела;  $\varphi_s, \delta, \lambda$  – відповідно кути простягання, падіння, нахилу площини розриву;  $\varphi$  – азимут від джерела на приймач.

Для хвилі  $P$  за двох різних значень орієнтації площини розриву справедливі співвідношення для скалярних добутків:

$$\gamma_1 v_1 = \gamma_2 v_2, \quad (5)$$

$$\bar{u}_1 \gamma_1 = \bar{u}_2 \gamma_2. \quad (6)$$

Вважаємо, що значення площини розриву відомі, тобто відомі значення для векторів  $u_1, v_1, \gamma_1$ . Визначимо значення орієнтації площини розриву ( $\varphi_s, \delta, \lambda$ ), якщо кут виходу  $i_\xi$  дорівнює нулю, тобто  $i_\xi = 0$ . Із рівняння (5) знаходимо

$$\delta_2 = \arccos(\sin\delta_1 \sin i_\xi \sin(\varphi_{s1} - \varphi) + \cos i_\xi \cos\delta_1).$$

Із рівняння (6)

$$\lambda_2 = \arcsin\left(\frac{\bar{u}_1 \gamma_1}{\sin\delta_2}\right),$$

де

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 \gamma_1 = & \sin i_\xi \cos\varphi (\cos\lambda_1 \cos\varphi_{s1} - \cos\delta_1 \sin\lambda_1 \sin\varphi_{s1}) + \\ & + \sin i_\xi \sin\varphi (\cos\lambda_1 \sin\varphi_{s1} - \cos\delta_1 \sin\lambda_1 \cos\varphi_{s1}) - \\ & - \cos i_\xi \sin\lambda_1 \sin\delta_1. \end{aligned}$$

Кут простягання  $\varphi_{s2}$  для випадку  $i_\xi = 0$  визначено з умови:  $\varphi_{s2} = \varphi_{s1} - \varphi$ , тобто станцію на фокальній сфері перенесено на вісь  $N$  (напрямок на північ).

**3. Розподілене джерело. Теорія прямої та оберненої задач.** Розглянемо поширення сейсмічних хвиль у вертикально-неоднорідному середовищі, яке моделюємо системою однорідних ізотропних  $n$  шарів на  $(n + 1)$  півпросторі. Вважаємо, що межі між шарами паралельні. На кожній межі виконуються умови жорсткого контакту. Мета дослідження – побудова хвильового поля на вільній

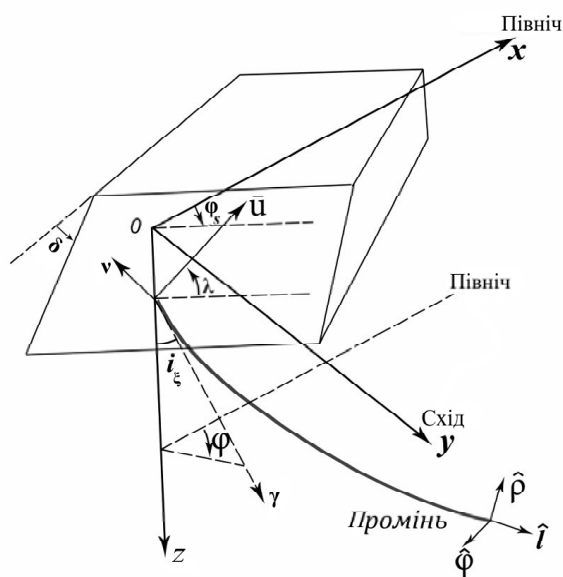


Рис. 1. Дислокаційна модель вогнища землетрусу  
Fig. 1. The dislocation model of earthquake

поверхні шаруватого середовища, коли на глибині  $H_s$  в однорідному шарі діє розподілене джерело як сума точкових джерел, яке представлено тензорами сейсмічних моментів або посуваннями по розриву (зміщеннями на розриві) для кожного точкового джерела.

Матричний метод застосовують саме у випадку поширення сейсмічних хвиль у горизонтально-шаруватому півпросторі, коли неоднорідне середовище моделюють системою однорідних ізотропних шарів із паралельними межами. Вважаємо, що вогнище землетрусу як розподілене джерело розміщене в однорідному шарі. Відомо, що сучасна сейсмологія використовує точкове джерело, його опис сейсмічним тензором є найефективнішим, тому що дислокаційну модель вогнища задано площиною розриву, яка орієнтована в просторі трьома кутами (рис. 1) і сейсмічним моментом  $M_0$ , що визначає енергію землетрусу. Таке джерело сейсмічних хвиль є точковим у просторі, але може бути розподіленим у часі. Автори статті достатньо багато уваги приділяли у своїх роботах саме такій моделі точкового джерела [1]. Ще один важливий аспект полягає у тому, що для оберненої задачі використано аналітичні співвідношення прямої задачі, тобто інверсію сейсмічного тензора здійснено за розв'язками для поля переміщень. Для розподіленого джерела у роботі використано той факт, що хвильове поле від такого вогнища є суперпозицією полів переміщень від кожного точкового джерела.

Таким чином, постановка прямої задачі полягає у визначенні хвильового поля на вільній поверхні шаруватого півпростору, коли вогнище землетрусу зображено як розподілене джерело у просторі та часі. Тоді кожна компонента тензора сейсмічного моменту є функцією часу для кожної точки на площині розриву. Отже, для кожного точкового джерела вводимо час наростання (rise time), час розриву (rupture time), а також зміщення на розриві (так звана дислокація на площині розриву). У випадку точкового джерела параметрами вогнища є середнє зміщення по розриву і часова функція вогнища  $STF(t)$ .

На рис. 2 показано час наростання (rise time) і час розриву (rupture time) для розподіленого джерела. Часова функція вогнища  $STF(t)$  є комбінацією часу наростання і часу розриву. Слід зазначити, що для побудови площини розриву потрібно знати її орієнтацію, тобто визначити тензор сейс-

мічного моменту або фокальний механізм. Цей підхід забезпечується наявністю достатньо великої кількості сейсмічних станцій, які мають бути розміщені навколо епіцентру землетрусу. Тоді за знаками вступів прямих  $P$ -хвиль і за кутами їх виходу на фокальній площині будуємо дві нодальні площини, одна з яких є площиною розриву [3]. Такий відомий метод дає змогу визначати орієнтацію площини розриву, скалярний сейсмічний момент  $M_0$  за сейсмічними записами і компоненти сейсмічного тензора за відомими формулами. Втім зрозуміло, що фізичні процеси у вогнищі не є миттєвими. Наприклад, час, протягом якого відбувається сейсмічна подія, може тривати від долей секунди для малих землетрусів до десятків хвилин – для великих. У такому разі введення часової функції вогнища  $STF(t)$  є важливим кроком переходу від точкового до розподіленого джерела.

У статті наведено основні результати математичного моделювання для розподіленого джерела. Отже, розглянуто реєстрацію поля переміщень на вільній поверхні однією станцією від розподіленого джерела, що є сумою  $s$  елементарних (точкових) джерел, а також використано математичні зображення у спектральній області. У праці [7] показано, що для точкового джерела хвильове поле, зумовлене прямими  $P$ - та  $S$ -хвилями, має вигляд

$$U_s^{(0)} = (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})^T = K \cdot M,$$

де

$M = (M_{xx}, M_{yy}, M_{zz}, M_{xy}, M_{yz}, M_{zx})^T$  – тензор сейсмічного моменту;

$U_s^{(0)} = (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})$  – компоненти прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на вільній поверхні середовища.

Матрицю  $K$  визначаємо параметрами шаруваті моделі середовища [7]:

$$K_i = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix}.$$

У випадку розподіленого джерела поле переміщень, зареєстроване на одній станції і спричи-

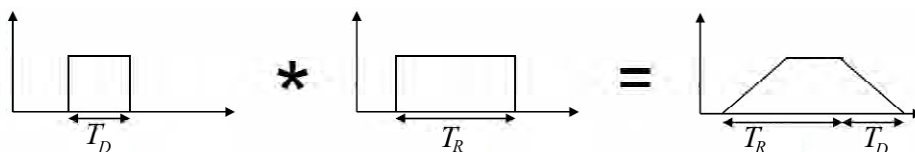


Рис. 2. Час наростання (rise time –  $T_D$ ) і час розриву (rupture time –  $T_R$ ) для розподіленого джерела

Fig. 2. Rise time (rise time –  $T_D$ ) and a break time (rupture time –  $T_R$ ) for distributed sources

нене прямими  $P$ - та  $S$ -хвилями від  $s$  точкових джерел, матиме вигляд

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = K_1 M_1 + K_2 M_2 + \dots + K_s M_s. \quad (7)$$

Рівняння (7) можна переписати, ввівши сейсмічний момент  $M_0$  для кожного точкового джерела, а саме  $M_0 = \mu A u(t)$  ( $\mu$  – модуль зсуву,  $A$  – площа точкового джерела;  $u(t)$  – зміщення на розриві (посування по розриву для точкового джерела)). Вважатимемо, що розподілене джерело розміщене в однорідному шарі (хоча це не обов'язково), площі всіх елементарних джерел є однаковими, але посування по розриву різняться, отже, часи наростання  $T_D$  і часи розриву  $T_R$  для кожного точкового джерела мають свої значення. Крім того, використаємо формули для компонент тензора сейсмічного моменту кожного точкового (елементарного) джерела через кути, які визначають геометричну орієнтацію площини розриву [7]:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= -M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \varphi_s); \\ M_{xy} &= M_0 \left( \sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s + \frac{1}{2} \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\varphi_s \right); \\ M_{xz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \cos \varphi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \varphi_s) = M_{zx}; \\ M_{yy} &= M_0 (\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi_s - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \varphi_s); \\ M_{yz} &= -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \sin \varphi_s - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \varphi_s) = M_{zy}; \\ M_{zz} &= -M_0 \sin \delta \sin \lambda. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут  $\delta$  – кут падіння;  $\varphi_s$  – кут простягання;  $\lambda$  – кут між напрямком посування і простяганням.

Тоді, використавши формули (8), перепишемо рівняння (7) у вигляді

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = K_1 \mu_1 A u_1 f(\delta, \varphi_s, \lambda) + K_2 \mu_2 A u_2 f(\delta, \varphi_s, \lambda) + \dots + K_s \mu_s A u_s f(\delta, \varphi_s, \lambda). \quad (9)$$

Вектор  $f(\delta, \varphi_s, \lambda)$  визначаємо правою частиною рівняння (8), без  $M_0$ , розмірність вектора  $1 \times 6$ .

У формулі (9) матриці  $\mathbf{K}$  для кожного точкового джерела різняться азимутами  $\varphi$  і глибинами залягання елементарних вогнищ.

Таким чином, за значеннями вектора  $f(\delta, \varphi_s, \lambda)$  поле переміщень для розподіленого джерела (9), яке викликане лише прямими  $P$ - і  $S$ -хвилями, на вільній поверхні середовища має вигляд

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = (U_x^{(0)p}, U_x^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s})^T = \mathbf{G} \cdot \mathbf{u}, \quad (10)$$

де елементи матриці  $\mathbf{G}$  визначено, як  $g_{ij} = \mu A b_{ij} = f_{ij} \mu A K_{ij} f_i$  ( $ij = 1-6$ ).

Вектор  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_s)^T$  визначає посування по розриву для кожного точкового джерела.

Приведемо перевизначену систему лінійних рівнянь (10) до наступного вигляду, помноживши зліва і справа на матрицю  $\tilde{\mathbf{G}}^*$ , яка стосовно

матриці  $\mathbf{G}$  є комплексно-спряженою і транспонованою, тобто

$$\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G} \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_s^{(0)}, \quad (11)$$

або

$$\mathbf{u} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_s^{(0)}. \quad (12)$$

Розв'язок (12) для вектора  $\mathbf{u}$  названо розв'язком узагальненої оберненої задачі в сенсі середньоквадратичного, за якого мінімізується норма

$$|\mathbf{U}_s^{(0)} - \mathbf{G} \mathbf{u}|^2.$$

Згідно з теорією оцінювання параметрів методом найменших квадратів, рівняння (11) відомо під назвою нормального рівняння. Отже, найкращий розв'язок буде отримано, якщо записи на станції не матимуть шумів, і для швидкісної моделі, наближеної до реальної. Зазначимо також, що отриманий метод для визначення посування по розриву для розподіленого джерела є ефективним для слабких місцевих землетрусів, що характерно для подій Карпатського регіону. Зауважимо, що матриця  $(\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})$  може бути також близькою до сингулярної, що може призвести до труднощів у визначенні вектора  $\mathbf{u}$ . У цьому випадку потрібно використовувати сингулярний розклад.

Крім того, можливість використання запропонованої методики слід додатково перевіряти на реальних подіях.

**4. Визначення фокального механізму події, яка відбулася 24.10.2012 р. біля с. Угря (час у вогнищі 03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ).** Визначення фокальних механізмів для землетрусів у регіонах із низькою сейсмічною активністю залишається актуальною проблемою. Зокрема, ця задача важлива для дослідження подій Карпатського регіону України. У таких умовах неможливо успішно застосовувати програмні пакети, які, зазвичай, прийнято використовувати. Автори пропонують застосовувати графічний метод для визначення фокального механізму, за використання полярності перших вступів  $P$ -хвиль, доповнюваної інформації про нечіткі вступи  $P$ - та  $S$ -хвиль і відношення амплітуд  $S/P$ -хвиль. Застосування графічного методу додатково проілюстровано на прикладі землетрусу, що відбувся біля с. Угря 24.10.2012 р. (рис. 3, 4).

Початковий фокальний механізм для згаданої події визначено за сейсмічними даними на станції Нижнє Селище (NSLU, азимут  $\varphi = 283^\circ$ , кут виходу  $P$ -хвилі  $i = 101^\circ$ , епіцентральна відстань  $r = 14,9$  км), кінцевий – за методикою, яку описано у п. 2.1 (рис. 5). Кути  $\delta$ ,  $\lambda$  (dip, rake) для кожної нодальної лінії обчислено за таких умов: скалярні добутки  $\gamma^* \mathbf{v} = \text{const}$ ,  $\hat{\mathbf{u}} \cdot \boldsymbol{\gamma} = \text{const}$  ( $\boldsymbol{\gamma}$  – на-

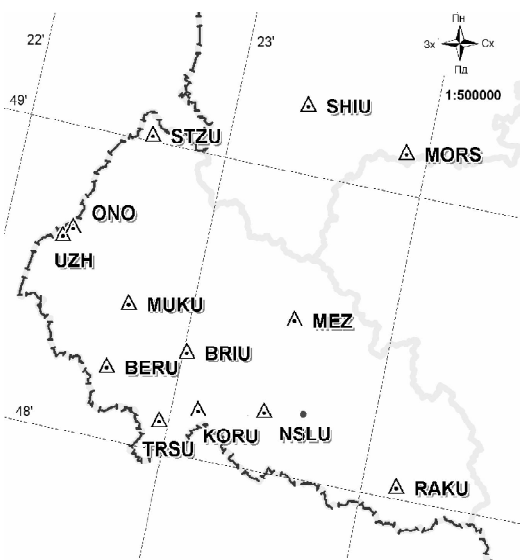


Рис. 3. Карта розташування сейсмічних станцій в Карпатському регіоні та епіцентру події 24.10.2012 р. ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ) біля с. Углія

Fig. 3. Map of seismic stations in the Carpathian region and the epicenter of event 24/10/2012 ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ), which took place near the village Uglya

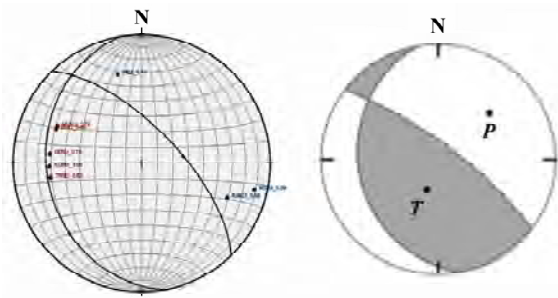


Рис. 4. Механізм вогнища землетрусу для події 24.10.2012 р. ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ) біля с. Углія, визначений графічним методом

Fig. 4. The focal mechanism of the earthquake for the event 24/10/2012 ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ), which took place near the village Uglya determined by graphic method

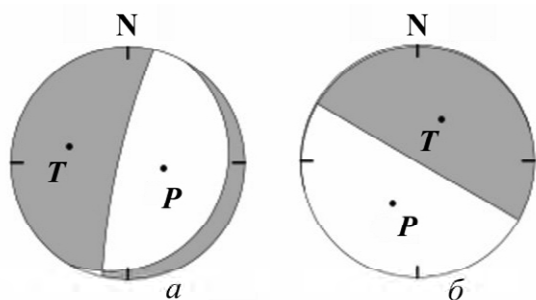


Рис. 5. Початковий (а) і кінцевий (б) фокальні механізми, визначені за сейсмічними даними на станції Нижнє Селище (NSLU) для події 24.10.2012 р. ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ )

Fig. 5. Initial (a) and finish (b) focal mechanisms determined using seismic data from station Nyzhne Selyshche (NSLU) for the event 24/10/2012 ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ )

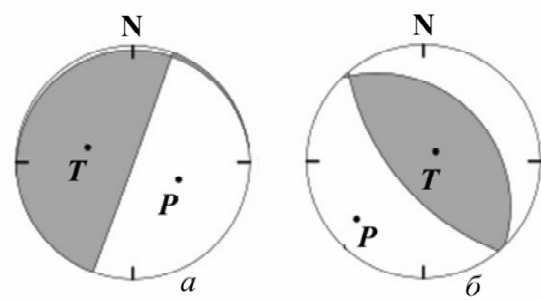


Рис. 6. Початковий (а) і кінцевий (б) фокальні механізми, визначені за сейсмічними даними на станції Брід (BRIU) для події 24.10.2012 р. ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ )

Fig. 6. Initial (a) and finish (b) focal mechanisms determined using seismic data from station Brid (BRIU) for the event 24/10/2012 ( $03:13:40.50$ ,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ )

прямок хвилі  $P$ ,  $\nu$  – нормаль до розриву,  $\hat{u}$  – вектор посування на розриві). Азимути нодальних ліній  $\varphi_s$  приведено до значень на осі N–S, тобто визначено, як  $\varphi_s - \varphi$ .

На рис. 6, а зображено початковий фокальний механізм для події, визначений за сейсмічними даними на станції Брід (BRIU, азимут  $\varphi = 292^\circ$ , кут виходу  $P$ -хвилі  $i = 29^\circ$ , епіцентрально-на відстань  $r = 50,7$  км), на рис. 6, б – кінцевий фокальний механізм.

У табл. 1 наведено параметри фокальних механізмів, які визначено за допомогою графічного методу та методу інверсії (рис. 4–6). На рис. 7 представлено компоненти тензора сейсмічного моменту.

**5. Визначення площини розриву для події біля с. Углія.** Для події біля с. Углія (див. рис. 3) за даними станції Брід (BRIU) знайдено площину розриву. Для розв'язання оберненої задачі щодо визначення цієї площини використано розробле-

Таблиця 1. Параметри фокального механізму події біля с. Угля 24.10.2012 р., град  
 Table 1. The focal mechanism parameters of event which took place near the village Uglya 24/10/2012

Метод	Нодальна пл. 1			Нодальна пл. 2			P		T	
	$\varphi_s$	$\delta$	$\lambda$	$\varphi_s$	$\delta$	$\lambda$	AZ	PL	AZ	PL
Графічний	170	27	131	316	67	75	201	65	57	21
NSLU початковий	130	10	-73	193	81	-93	179	-55	105	-35
NSLU кінцевий	255	1	45	120	89	91	29	-44	211	-46
BRIU початковий	20	89	88	263	2	153	112	44	48	-46
BRIU кінцевий	140	61	92	316	29	86	229	16	235	-74

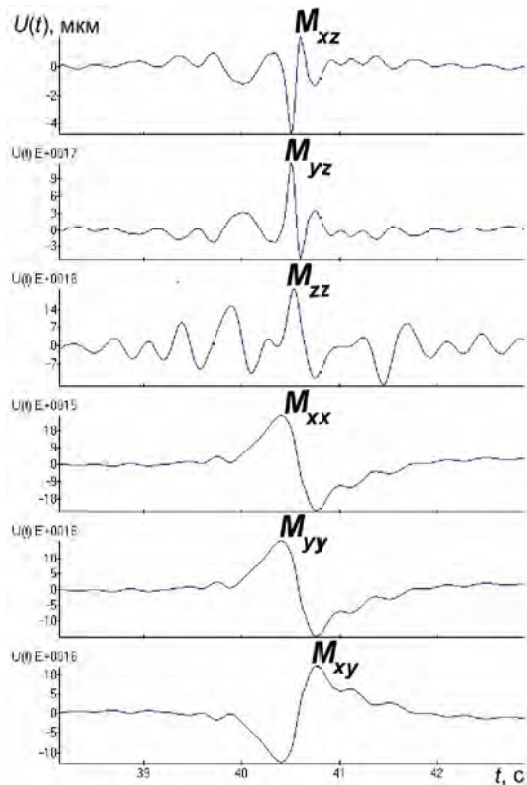


Рис. 7. Компоненти тензора сейсмічного моменту, які отримано в результаті розв'язання оберненої задачі, згідно з (4). Використано сейсмічні дані на станції Брід (BRIU), за якими побудовано механізм вогнища землетрусу (див. рис. 6)  
 Fig. 7. The moment tensor components obtained by solving the inverse problem, according to (4). Used seismic data station Brid (BRIU), which built the mechanism of the earthquake (see Fig. 6)

ну методику (див. п. 3), значення орієнтації площини розриву для станції Брід (див. табл. 1), а також змодельовано площину розриву як суперпозицію 56 точкових джерел, площа кожного з яких дорівнює 250×250 м. Оскільки джерело сейсмічних хвиль розміщено в третьому шарі на глибині 4500 м від вільної поверхні, з урахуванням потужності цього шару (1000 м) можна вибрати саме ці розміри площини розриву. Ще раз зазначимо, що площина розриву має бути розміщеною в однорідному шарі (див. теорію в п. 3). Таким чином, за рівнянням (12) обчислено час наростання, час розриву та посування по ньому для всіх елементарних комірок (рис. 8).

Точність розв'язання оберненої задачі щодо розподіленого джерела залежить від точності побудови швидкісної моделі та якості реальних сейсмічних даних, які є вхідними параметрами оберненої задачі.

6. Визначення фокального механізму для події, що відбулась у провінції Альберта, Канада 09.08.2014 р., 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ). Аналогічно, як і для події, що відбулась біля с. Угля (Закарпаття), визначено фокальний механізм вогнища землетрусу для події у провінції Альберта, Канада (09.08.2014 р., 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ) (рис. 9) за допомогою графічного методу (рис. 10) і методу інверсії сигналу (рис. 11, 12), за даними лише однієї станції. Для цієї події методом інверсії сигналу обчислено параметри нодальних площин для сейсмічних станцій TD012, TD013A, TD013, TD011, TD008A, TD026, TD004, SLEB, за якими побудовано фокальні механізми, параметри яких подано у табл. 2.

Аналіз кінцевих фокальних механізмів для восьми сейсмічних станцій (рис. 12) та порівняння їх із фокальним механізмом, знайденим за допомогою графічного методу (див. рис. 10), дають змогу стверджувати, що запропоновану методику можна використовувати для визначення механізмів вогнищ і за обмеженої кількості станцій.

7. Визначення площини розриву для події, що відбулась в провінції Альберта, Канада (09.08.2014 р., 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ). За допомогою методики, яку описано у п. 3, з використанням сейсмічних даних лише для однієї станції визначено площину розриву для цієї події. Розв'язано обернену задачу щодо розподіленого джерела з використанням записів станцій TD012, TD013A, TD013 і TD011. Площину розриву зображено у вигляді 84 точкових джерел розміром 0,5×0,5 км. Для кожного елементарного джерела визначено час наростання, час розриву та посування по розриву. Відповідно до значень посування побудовано площину розриву. Для чотирьох сейсмічних станцій отримано площини розриву (рис. 13).

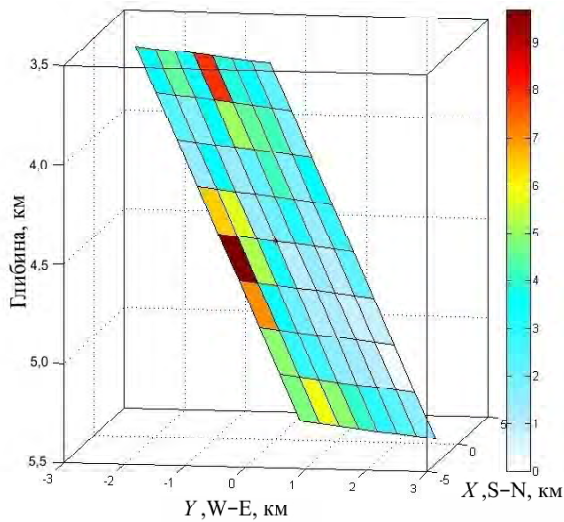


Рис. 8. Площина розриву для події біля с. Угля (03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ) за даними на станції Брід

Fig. 8. The fault plane for an event near the village Uglya (03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ), according to data from the station Brid

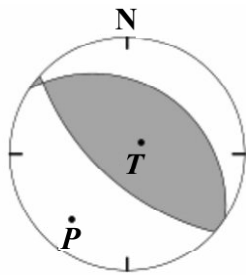


Рис. 10. Фокальний механізм, визначений графічним методом за даними 31 станції для події, що відбулась у провінції Альберта, Канада

Fig. 10. The focal mechanism determined by graphic method according to data from 31 stations for the events that took place in Alberta, Canada

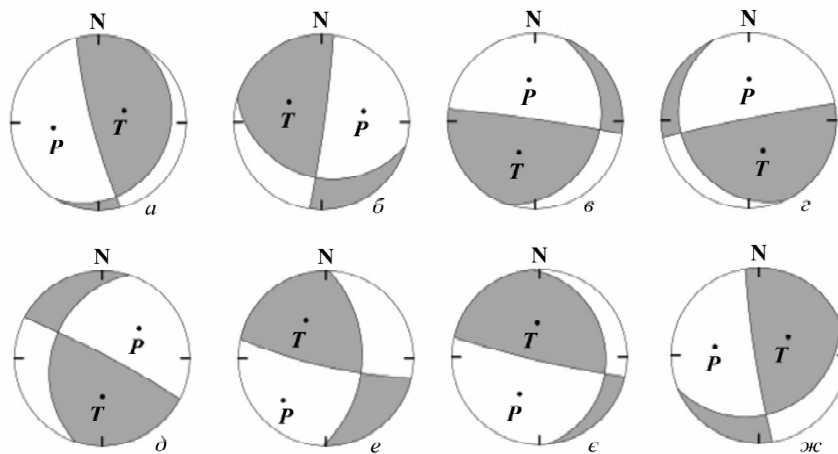


Рис. 11. Початкові фокальні механізми, визначені за сейсмічними даними на станціях: а – TD012; б – TD013А; в – TD013; г – TD011; д – TD008А; е – TD026; е – TD004; ж – SLEB

Fig. 11. The initial focal mechanisms determined by seismic data at the stations: а – TD012; б – TD013А; в – TD013; г – TD011; д – TD008А; е – TD026; е – TD004; ж – SLEB

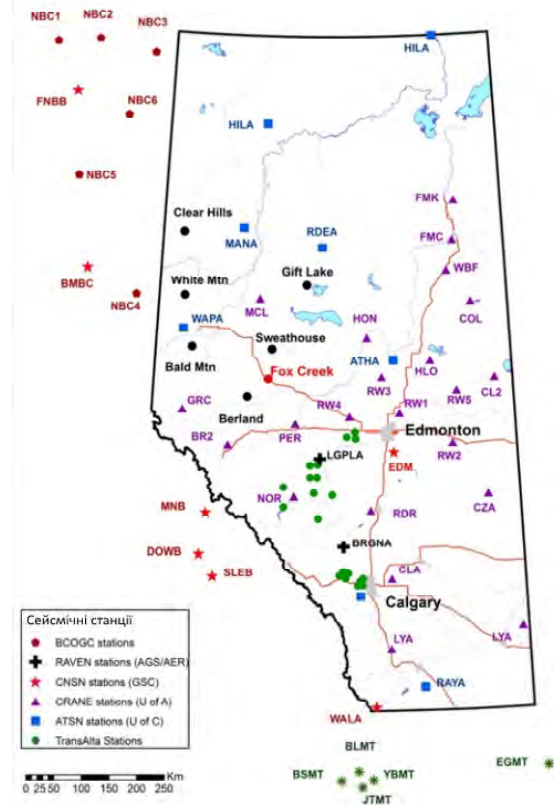


Рис. 9. Мережа сейсмічних станцій в районі провінції Альберта (Канада), показано епіцентр землетрусу (09.08.2014 р., 15:28:51,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ )

Fig. 9. The network of seismic stations in the region of Alberta (Canada), shown the epicentre of the earthquake (09/08/2014, 15:28:51,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ )



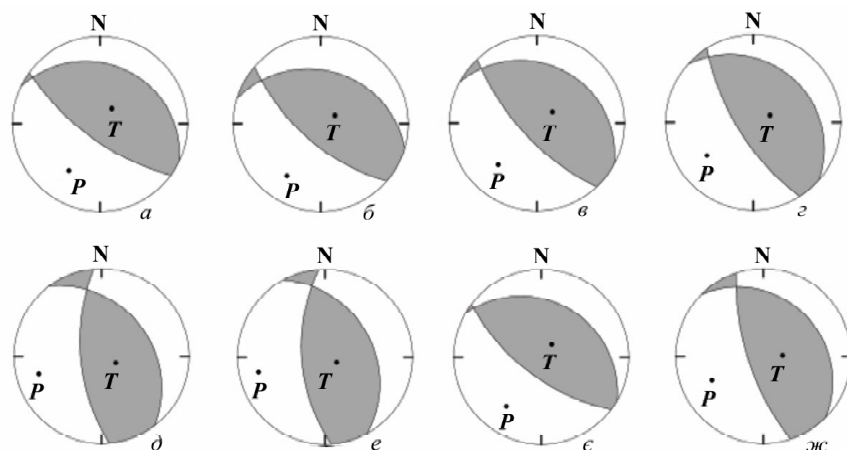


Рис. 12. Кінцеві фокальні механізми визначені за сейсмічними даними на станціях: а – TD012; б – TD013А; в – TD013; г – TD011; д – TD008А; е – TD026; є – TD004; ж – SLEB

Fig. 12. The finish focal mechanisms determined by seismic data at the stations: а – TD012; б – TD013А; в – TD013; г – TD011; д – TD008А; е – TD026; є – TD004; ж – SLEB

Таблиця 2. Параметри фокального механізму події, що відбулась у провінції Альберта, Канада (09.08.2014 р., 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ), град  
 Table 2. The focal mechanism parameters of event which took place in Alberta, Canada (09/08/2014, 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  km,  $ML = 3,8$ ), grade

Метод	Нодальна площина 1			Нодальна площина 2			P		T	
	$\varphi_s$	$\delta$	$\lambda$	$\varphi_s$	$\delta$	$\lambda$	AZ	PL	AZ	PL
Графічний	132	62	94	304	28	82	219	17	232	-73
TD012 початковий	29	12	133	164	80	81	83	-36	246	-53
TD012 кінцевий	126	69	94	294	21	78	213	24	223	-66
TD013А початковий	106	25	9	8	86	115	256	-36	122	-43
TD013А кінцевий	131	65	101	286	27	67	213	19	242	-68
TD013 початковий	18	17	10	278	87	107	173	-40	25	-45
TD013 кінцевий	137	69	97	297	22	72	222	24	239	-65
TD011 початковий	156	14	167	258	87	76	181	-40	335	-46
TD011 кінцевий	148	69	96	311	21	74	233	24	248	-66
TD008А початковий	198	30	169	297	84	59	232	-33	359	-43
TD008А кінцевий	175	63	106	323	31	62	253	17	296	-68
TD026 початковий	2	45	165	102	80	45	45	-22	154	-39
TD026 кінцевий	176	60	103	330	32	67	257	14	297	-72
TD004 початковий	356	15	162	103	85	75	207	38	177	-48
TD004 кінцевий	127	65	93	299	25	83	215	20	223	-70
SLEB початковий	68	22	166	170	84	67	100	-36	239	-46
SLEB кінцевий	162	70	100	313	22	62	224	24	268	-65

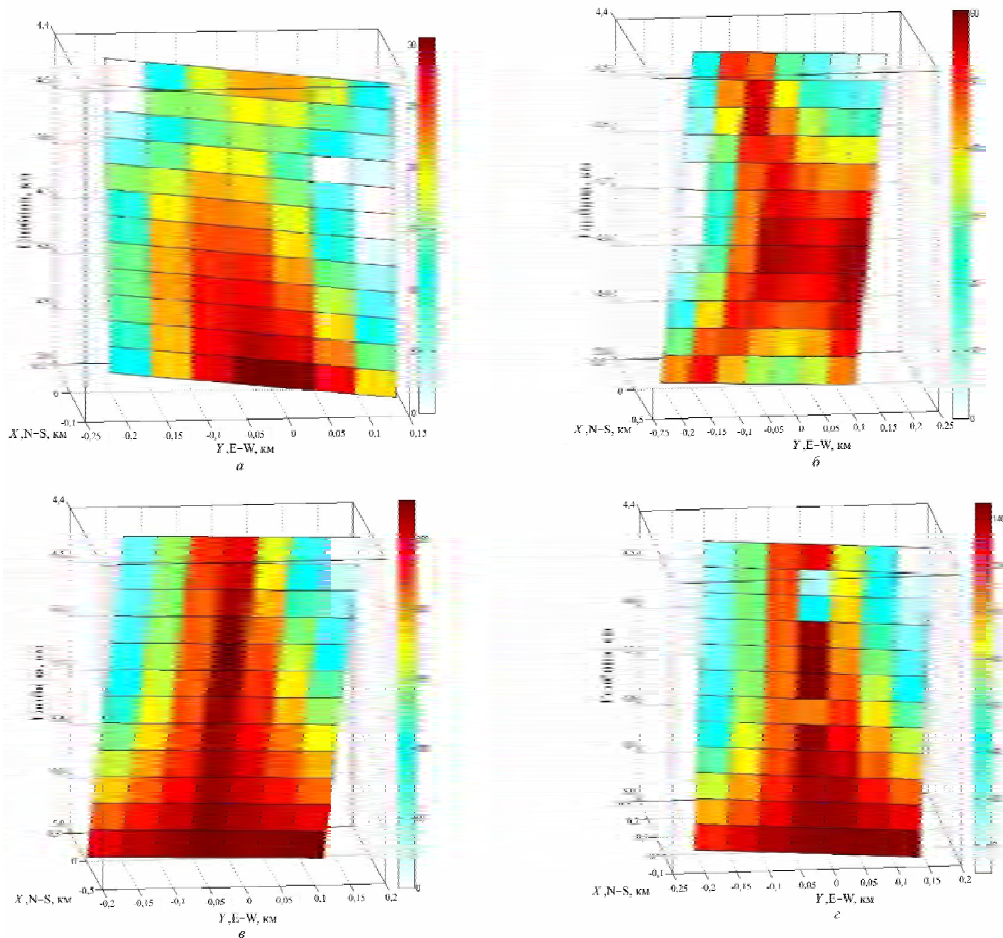


Рис. 13. Площини розриву для події 09.08.2014 р. (провінція Альберта, Канада, час у вогнищі 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ), які побудовано за даними станцій: а – TD012; б – TD013А; г – TD013; з – TD011  
 Fig. 13. The fault planes for the event 09/08/2014 (15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ) in Alberta, Canada, which are determined according to data from the stations: а – TD012; б – TD013А; г – TD013; з – TD011

### Висновки

1. Розглянуто визначення механізмів вогнищ землетрусів за допомогою графічного методу, в якому використано інформацію про неточні вступу  $P$ -хвиль.
2. Для обмеженої кількості сейсмічних станцій розроблено і впроваджено методику визначення механізмів вогнищ за даними однієї станції. За різними підходами виконано порівняння результатів для фокальних механізмів. Показано, що важливим для визначення параметрів нодальних площин є якість отриманих хвильових форм на сейсмічних станціях, а також вибір швидкісних моделей.
3. Розроблено методику для визначення площини розриву для розподіленого джерела. Як і для точкового джерела, якість отриманих результатів залежить від сейсмічних записів, швидкісних моделей, а також фокальних механізмів. Апробовано методики визначення фокальних механізмів вогнищ для подій, що відбулися біля с. Угля (24.10.2012 р., 03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ) і в провінції Альберта,

Канада (09.08.2014 р., 15:28:51.00,  $\varphi = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$  км,  $ML = 3,8$ ).

1. Алексеев А.С. Расчет нестационарных волновых полей в неоднородных средах / А.С. Алексеев, Б.Г. Михайленко // Вычислительные методы в геофизике. – М.: Радио и связь. – 1981. – С. 6–21.
2. Малицький Д.В. Основні принципи розв'язання динамічної задачі сейсмології на основі рекурентного підходу / Д.В. Малицький // Геофізичний журнал. – 1998. – № 5. – С. 96–98.
3. Малицький Д.В. Використання рекурентного методу для розв'язання задач сейсмології / Д.В. Малицький, Р.М. Пак // Геофізичний журнал. – 2004. – Т. 26, № 6. – С. 189–195.
4. Малицький Д.В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту / Д.В. Малицький // Геоінформатика. – 2010. – № 1. – С. 79–86.
5. Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах / Л.А. Молотков. – Ленинград: Наука, 1984. – 204 с.
6. Молотков Л.А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред / Л.А. Молотков. – СПб.: Наука, 2001. – 348 с.

7. *Aki K.* Quantitative Seismology. – 2nd ed. / K. Aki, P.G. Richards. – Sausalito, California: University Science books, 2002. – 520 p.
8. *Ben-Menahem A.* Seismic Waves and Sources / A. Ben-Menahem, S.J. Singh. – New York: Springer, 1981.
9. *Bouchon M.* A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media / M. Bouchon // *Bull. Seismol. Soc. Am.* – 1981. – V. 71 – P. 959–971.
10. *Chapman C.H.* A new method for computing synthetic seismograms / C.H. Chapman // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 2004. – V. 54. – P. 481–518.
11. *Cormier V.P.* Full wave theory applied to a discontinuous velocity increase: The inner core boundary / V.P. Cormier, P.G. Richards // *J. Geophys.* – 1977. – V. 43, P. 3–31.
12. *D'Amico S.* Source Parameters Related to a Small Earthquake Swarm Off-Shore of Malta (Central Mediterranean) / S. D'Amico // *Development in Earth Science.* – 2014. – V. 2, no. 1. – P. 8–13.
13. *Dziewonski A.M.* Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity / A.M. Dziewonski, T.A. Chou, J.H. Woodhouse // *J. Geophys. Res.* – 1981. – Vol. 86. – P. 2825–2852.
14. *Godano M.* Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes. / M. Godano, T. Bardainne, M. Regnier, A. Deschamps // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 2001. – V. 101. – P. 366–378.
15. *Fuchs K.* Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations. / K. Fuchs, G. Muller // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1971. – V. 23. – P. 417–433.
16. *Hardebeck J.L.* Using S/P amplitude ratios to constrain the focal mechanisms of small earthquakes / J.L. Hardebeck, P.M. Shearer // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 2003. – Vol. 93, no. 6. – P. 2434–2444.
17. *Kennet B.L.N.* Seismic waves in laterally inhomogeneous media / B.L.N. Kennet // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* – 1972. – Vol. 27, no. 3. – P. 301–325.
18. *Kennett B.L.N.* The Seismic Wavefield. 1, 2 / B.L.N. Kennett. – Cambridge University Press. – 2002.
19. *Kikuchi M.* Inversion of complex body waves-III / M. Kikuchi, H. Kanamori // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1991. – V. 81. – P. 2335–2350.
20. *Malytskyy D.* Seismic waves in layered media./ D. Malytskyy, E. Kozlovskyy // *J. of Earth Science and Engineering.* – 2014. – V. 4. – P. 311–325.
21. *Miller A.D.* Three-dimensional seismic structure and moment tensors of non-double-couple earthquakes at the Hengill-Grensdalur volcanic complex, Iceland/ A.D. Miller, B.R. Julian, G.R. Foulger // *Geophys. J. Int.* – 1998. – V. 133. – P. 309–325.
22. *Müller G.* The reflectivity method: a tutorial / G. Müller / *Geophys. J.* – 1985. – No. 58. – P. 153–174.
23. *Sileny J.* Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model / J. Sileny, G.F. Panza, P. Campus // *Geophys. J. Int.* – 1992. – V. 109. – P. 259–274.
24. *Sipkin S.A.* Estimation of earthquake source parameters by the inversion of waveform data: Global seismicity, 1981–1983 / S.A. Sipkin // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1986. – V. 76. – P. 1515–1541.
25. *Vavrychuk V.* Moment tensor inversion of waveforms: a two-step time frequency approach / V. Vavrychuk, D. Kuhn // *Geophys. J. Int.* – 2012. – V. 190. – P. 1761–1776.
26. *Wiggins R.A.* Synthetic seismogram computation by expansion in generalized rays. / R.A. Wiggins, D.V. Helmberger // *Geophys. J.* – 1974. – V. 37. – P. 73–90.

*Надійшла до редакції 10.12.2015 р.*

## ОЧАГ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

*Д.В. Малицкий, О.О. Муйла, А.Ю. Павлова, О.Д. Грицай, Ю.П. Коваль, О.А. Обидина*

*Карпатское отделение Института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, ул. Научная, 3-Б, Львов 79060, Украина, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, orest-aro@rambler.ru, obidinaeriol@gmail.com, susyinet@gmail.com*

Для моделирования распространения сейсмических волн в неоднородной среде, которая представлена в виде горизонтально-слоистой упругой структуры, применен матричный метод. Полученные соотношения для полей перемещений на свободной поверхности слоистого полупространства использованы с целью определения тензора сейсмического момента как функции времени путем выделения только прямых *P*- и *S*-волн. На основе разработанной методики для точечного источника предложено определение подвижки по разрыву (смещения на разрыве) для распределенного источника. Таким образом, численный метод на основе решения прямой задачи использован с целью инверсии наблюдаемых сигналов для компонент тензора сейсмического момента и временной функции очага землетрясения, а также для подвижки по разрыву. Представлены решения обратной задачи по определению механизма очага землетрясения методом инверсии волновых форм в случае ограниченного количества станций и графическим методом, а также для установления плоскости разрыва. Фокальный механизм определен графическим методом и методом инверсии сигнала для событий, которые произошли возле с. Угля (24.10.2012 р., 03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  км,  $ML = 2,43$ ) и в провинции Альберта, Канада (09.08.2014 р. 15:28:51.00,  $\varphi_0 = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda_0 = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$ ,  $ML = 3,8$ ). Определенные в работе механизмы очагов местных землетрясений, а также параметры для распределенного источника могут быть использованы для изучения и исследования напряженно-деформированного состояния горных массивов в регионах с низкой сейсмичностью.

**Ключевые слова:** матричный метод, графический метод, механизм очага землетрясения, распространение сейсмических волн, тензор сейсмического момента, временная функция источника, плоскость разрыва.

D. Malyskyy, O. Muyla, A. Pavlova, O. Hrytsay, Yu. Koval, O. Obidina

Carpathian Branch of the Institute of Geophysics, NAS of Ukraine, 3B Naukova Str., Lviv 79060, Ukraine,  
e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua, grycaj.oksana@gmail.com, orest-aro@rambler.ru, obidinaeriol@gmail.com,  
susyiner@gmail.com

**Purpose.** The purpose of the article is to determine focal mechanisms using a graphical method and the method of inverse waveforms with a limited number of stations, and to construct a fault plane for distributed sources.

**Design/methodology/approach.** A matrix method was used for modelling seismic waves in a heterogeneous medium, which is represented as a horizontal layered elastic structure. The obtained expression for the displacement fields on the free surface on the layered half-space was used to determine the seismic moment tensor as a function of time by providing only direct *P*- and *S*-waves. We determined the slip for distributed sources using the methodology for a point source. So, to determining the components of the moment tensor, a source time function and a slip numerical method based on direct problem solution were used for inversion signals.

**Findings.** We present the solution of the inverse problem to determine the focal mechanism using inverse waveforms for a limited number of stations and with graphic methods, as well as to determine the fault plane. Focal mechanism was defined by a graphic method and signal inversion for the event that took place near village Uhlya (24.10.2012, 03:13:40.50,  $\varphi_0 = 48,1676^\circ$ ,  $\lambda_0 = 23,6525^\circ$ ,  $h = 4,5$  km,  $ML = 2,43$ ), and also for the events that took place at Alberta, Canada (09.08.2014. 15:28:51.00,  $\varphi_0 = 52,1646^\circ$ ,  $\lambda_0 = -115,256^\circ$ ,  $h = 4,9$ ,  $ML = 3,8$ ).

**Practical value/implications.** We propose to apply graphic method to determine the focal mechanisms for events in the Carpathian region. We describe the method of inverse waveforms for a limited number of stations to determine focal mechanisms. The method for determining the fault plane using data from one or more stations is presented. The obtained focal mechanisms of local earthquakes and the parameters for distributed sources can be used to study stressed strained state of the mountain ranges in the regions with low seismic activity, which is important for Transcarpathian region.

**Keywords:** matrix method, graphic method, the focal mechanism, seismic waves propagation, moment tensor, source time function, fault plane.

#### References:

1. Alekseev A.S., Mikhailenko B.G. Calculation of non-stationary wave fields in heterogeneous environments. Moscow, Radio & Communication, 1981, pp. 6-21 (in Russian).
2. Malyskyy D. Fundamental principles of solving a dynamic problem of seismology based on the recurrent approach. *Geofizicheskyy zhurnal*, 1998, no. 5, pp. 96-98 (in Ukrainian).
3. Malyskyy D., Pak R. Using the recurrent method for solving of problems of seismology. *Geofizicheskyy zhurnal*, 2004, vol. 26, no 6, pp. 189-195 (in Ukrainian).
4. Malyskyy D. Analytic-numerical approaches to the calculation of seismic moment tensor as a function of time. *Geoinformatika*, 2010, no.1, pp. 79-86 (in Ukrainian).
5. Molotkov L.A. The matrix method in the theory of wave propagation in layered elastic and liquid. Sankt Peterburg, Nauka, 1984, p. 204 (in Russian).
6. Molotkov L.A. Study of wave propagation in the porous and fractured media based on effective models of bio and of the media. SanktPeterburg, Nauka, 2001, p. 348 (in Russian).
7. Aki K., Richards P.G. Quantitative Seismology. Sausalito, California: University Science books, 2002, 520 p.
8. Ben-Menahem A., Singh S.J. Seismic Waves and Sources. New York, Springer, 1981.
9. Bouchon M. A simple method to calculate Green's functions for elastic layered media. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1981, vol. 71, pp. 959-971.
10. Chapman C.H. A new method for computing synthetic seismograms. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 2004, vol. 54, pp. 481-518.
11. Cormier V.P., Richards P.G. Full wave theory applied to a discontinuous velocity increase: The inner core boundary. *J. Geophys.*, 1977, vol. 43, pp. 3-31.
12. D'Amico S. Source parameters related to a small earthquake swarm off-shore of Malta (Central Mediterranean). *Development in Earth Science*, 2014, vol. 2, no. 1, pp. 8-13.
13. Dziewonski A.M., Chou T.A., Woodhouse J.H. Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of regional and global seismicity. *J. Geophys. Res.*, 1981, vol. 86, pp. 2825-2852.
14. Godano M., Bardainne T., Regnier M., Deschamps A. Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 2001, vol. 101, pp. 366-378.
15. Fuchs K., Muller G. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations. *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 1971, vol. 23, pp. 417-433.
16. Hardebeck J.L., Shearer P.M. Using S/P amplitude ratios to constrain the focal mechanisms of small earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 2003, vol. 93, no. 6, pp. 2432-2444.
17. Kennett B.L.N. Seismic waves in laterally inhomogeneous media. *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 1972, vol. 27, no. 3, pp. 301-325.
18. Kennett B.L.N. The Seismic wavefield, 1, 2. Cambridge University Press, UK, 2002.
19. Kikuchi M., Kanamori H. Inversion of complex body waves-III. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1991, vol. 81, pp. 2335-2350.

20. Malytskyy, D., Kozlovskyy, E. Seismic waves in layered media. *J. of Earth Science and Engineering*, 2014, vol. 4, pp. 311-325.
21. Miller A.D., Julian B.R., Foulger G.R. Three- dimensional seismic structure and moment tensors of non-double-couple earthquakes at the Hengill-Grensdalur volcanic complex, Iceland. *Geophys. J. Int.*, 1998, vol. 133, pp. 309-325.
22. Muller, G. The reflectivity method: A tutorial. *J. Geophys.*, 1985, no. 58, pp. 153-174.
23. Sileny, J., Panza, G.F., Campus, P. Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model. *Geophys. J. Int.*, 1992, vol. 109, pp. 259-274.
24. Sipkin, S.A. Estimation of earthquake source parameters by the inversion of waveform data: Global seismicity, 1981-1983. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1986, vol. 76, pp. 1515-1541.
25. Vavrychuk, V., Kuhn, D. Moment tensor inversion of waveforms: a two- step time frequency approach. *Geophys. J. Int.*, 2012, vol. 190, pp. 1761-1776.
26. Wiggins, R.A., Helmberger, D.V., 1974. Synthetic seismogram computation by expansion in generalized rays. *Geophys. J.*, 1974, vol. 37, pp. 73-90.

*Received 10/12/2015*