

УДК 004.942 + 623.454.862

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫХОДА ЛИНЕЙНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ В ВЫХОД СИСТЕМЫ С ЗАДАНЫМ БАЗИСОМ

Е.Г. Ревунова

*Международный научно-учебный центр информационных технологий  
и систем. Украина, Киев, пр. Глушкова, 40.*

*egrevunova@gmail.com*

Досліджено точність визначення активності радіонуклідів з використанням критеріїв вибору моделі. Попередню обробку було проведено методом перетворення виходу вимірювальної системи в вихід системи з заданим базисом.

*Ключові слова: критерії вибору моделі, перетворення виходу вимірювальної системи в вихід системи з заданим базисом, визначення активності радіонуклідів*

We study the accuracy of determining the activity of radionuclides using model selection criteria. Preprocessing was carried out by the stable transformation of linear measuring system output to the output of a linear system with a specified basis

*Keywords: model selection criteria, stable transformation of linear measuring system output to the output of a linear system with a specified basis, determining the activity of radionuclides*

Исследована точность определения активности радионуклидов с использованием критериев выбора модели. Предобработка велась методом преобразования выхода измерительной системы в выход системы с заданным базисом.

*Ключевые слова: критерии выбора модели, преобразование выхода измерительной системы в выход системы с заданным базисом, определение активности радионуклидов*

### Введение

Идентификация и определение активности слабых источников радиоактивного излучения является актуальной задачей радиационного мониторинга [1]. В данной статье проведен обзор методов обработки данных, направленных на повышение точности измерений в системах радиационного мониторинга, а также исследована точность определения активности радионуклидов при использовании метода преобразования выхода измерительной системы.

### 1. Методы обработки данных в системах радиационного мониторинга и факторы, усложняющие обработку

Требование мобильности систем мониторинга вместе с необходимостью измерять источники с малыми уровнями радиоактивности обуславливает выбор в качестве детектирующего элемента сцинтилляционного детектора, который не требует системы охлаждения и имеет большую (по сравнению с полупроводниковыми детекторами) эффективность регистрации. Недостатком сцинтилляционных детекторов является более низкая разрешающая

способность по энергии, чем у полупроводниковых. Выбор такого типа детектора сказывается на требованиях к методам обработки спектра ионизирующего излучения.

Как известно, полный спектр гамма излучения включает три основные характерные области (зоны интереса): пик полного поглощения, пик обратного вылета, комптоновская часть. Форма и выраженность характерных областей гамма спектра определяется свойствами детектора и геометрией измерения. Так, невысокая разрешающая способность по энергии сцинтилляционного детектора вместе с требованием измерения активности объектов сложного (заранее неизвестного) спектрального состава приводит к необходимости обработки спектров, имеющих такие особенности, как: перекрывающиеся пики, полная маскировка пика одного из элементов пиком или «комптоновской» частью другого.

С другой стороны, практически во всех мероприятиях, связанных с мониторингом, направленным на обеспечение радиационной безопасности объектов ядерно-топливного цикла, возникает задача обработки спектров гамма излучения, измеренных в сложной (нефиксированной) геометрии.

Для обработки спектров сложного состава, измеренных в нефиксированной геометрии, получили развитие методы обработки полного спектра (*full spectrum processing*) [2–4], учитывающие число гамма квантов, зарегистрированных во всем измеряемом диапазоне энергий. Суть методов обработки полного спектра состоит в следующем. Измеренный спектр представляют как комбинацию функций отклика радионуклидов, составляющих источника излучения, взвешенных активностями. Задача обработки – по измеренному спектру определить, какие функции отклика и с какими весовыми коэффициентами – активностями сформировали наблюдаемый спектр.

Исходной информацией является набор функций отклика детектора (ФОД) на воздействие гамма квантов с энергиями в диапазоне 100 КэВ – 2МэВ. Разработаны программы, позволяющие получить ФОД путем моделирования процесса распространения гамма излучения. Измеренный спектр гамма излучения моделируется как сумма ФОД, взвешенных коэффициентами, пропорциональными активностями.

Базовой гипотезой о составе спектра является предположение, что спектр включает все возможные спектральные линии в диапазоне 100 КэВ – 2МэВ:  $\mathbf{Ax} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{A}$  – матрица ФОД размера  $(m \times n)$ ,  $\mathbf{x}$  – вектор весов, пропорциональных активности радио нуклидов,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – вектор собственного шума измерительного тракта,  $\mathbf{b}$  – вектор выхода измерительной системы размера  $m$ . При оцифровке диапазона энергий с шагом 16 КэВ  $n = 125$  наблюдаемый спектр излучения моделируется в виде взвешенной суммы 125-ти ФОД (при шаге 7.8 КэВ – 256 ФОД). Весовые коэффициенты, соответствующие

радионуклидам, присутствующим в измеренном спектре, пропорциональны активности этих нуклидов, а все остальные весовые коэффициенты нулевые.

Использование предварительной гипотезы о том, что спектр включает все возможные спектральные линии измеряемого диапазона является отличительной чертой нашего подхода. В традиционном подходе предварительной гипотезой о составе спектра является гипотеза о том, что спектр составлен нуклидами определенной группы, например ториево-радиевой. Использование предположения о том, что спектр включает все возможные спектральные линии исследуемого диапазона энергий позволяет избежать ситуации, когда в измеренном спектре оказывается нуклид не входящий в модель.

При обработке спектра традиционными методами появление в спектре нуклида не входящего в модель приводит к росту ошибки определения активности всех нуклидов, присутствующих в спектре, а при большой активности нуклида не входящего в модель еще и к ошибкам в идентификации присутствующих нуклидов.

Однако, большое число слагаемых в предварительной модели спектра вместе с наличием аддитивного собственного шума в измеренном спектре приводит к тому, что определение активности, например, по методу наименьших квадратов (МНК) является неустойчивым. Неустойчивость проявляется в том, что нулевым весам (соответствующим линиям нуклидов, не присутствующим в спектре) МНК присваивает некоторые значения (как положительные, так и отрицательные). Как следствие, ошибочно идентифицируются нуклиды, реально не присутствующие в спектре. Такое поведение МНК связано с тем, что модель из многих компонент пытается аппроксимировать не только реальную функцию спектра, но и аддитивный шум.

Современными методами, устойчиво работающими при наличии шума, являются методы выбора модели (*model selection*) [5] и разреженной аппроксимации (*sparse approximation*) [6]. Методы выбора модели за счет использования критериев выбора модели (*Akaike, Mallows*) [7, 8] обеспечивают баланс между точностью аппроксимации (функции спектра) и числом базисных функций (функций отклика), включаемых в модель, тем самым не допуская «подстройки» модели к шуму. Использование методов данной группы позволяет избежать такой ситуации, когда в модель спектра включаются функции отклика элементов, которые реально не присутствуют в спектре; что, по сути, является попыткой аппроксимации моделью суточных колебаний спектра фонового излучения.

Критерии выбора модели сформулированы таким образом, что они автоматически уменьшают размерность модели с ростом уровня шума. Для различных критериев выбора модели проведено исследование зависимости размерности модели от уровня шума и зависимость точности определения активности от уровня шума.

Сравнение показало, что наилучшую точность обеспечивает критерий, который при росте уровня шума дольше других сохраняет истинную размерность модели. Предположим, измеренный спектр включает четыре монохромных источника гамма излучения, в этом случае истинная размерность модели - четыре. Однако истинная размерность неизвестна, а предварительной гипотезой о составе спектра является гипотеза, что он включает 125 ФОД.

Использование критериев выбора модели позволяет исключить из модели отсутствующие в измеренном спектре линии. Однако при росте уровня шума критерий выбора модели начинает уменьшать размерность модели, делая ее меньше истинной, за счет исключения из модели линий нуклидов с малыми активностями, не намного превышающими уровень шума. Таким образом, значение минимально детектируемой активности (МДА) завышается. Актуальной является разработка методов обработки гамма спектров, свободных от данного недостатка.

В [9] был предложен критерий выбора модели (критерий  $l_0$ -оптимальности), который не связывает в явном виде размерность модели с уровнем шума, а позволяет проверить истинность гипотезы о составе модели. Нами проведены вычислительные эксперименты, цель которых – сравнение точности определения весовых коэффициентов модели при использовании критериев:  $C_p$ , MDL и  $l_0$ -оптимальности. Эксперименты показали, что с ростом уровня шума ошибка определения весовых коэффициентов модели по критерию  $l_0$ -оптимальности намного меньше ошибки для критериев выбора модели  $C_p$  и MDL [10].

Недостатком теста на  $l_0$ -оптимальность является то, что тест применим далеко не для всякой системы базисных функций. Например, система базисных функций, сформированная из откликов сцинтилляционного детектора, не удовлетворяет требованиям для работы теста на  $l_0$ -оптимальность. Модель сигнала может быть проверена на  $l_0$ -оптимальность, если значение функции кумулятивной связности ( $\mu$ ) [9] для системы базисных функций, формирующих модель, меньше единицы. В противном случае тест на  $l_0$ -оптимальность не применим.

Перспективным подходом для преодоления данного недостатка является использование метода преобразования выхода. Выход линейной измерительной системы – спектр, измеренный с применением сцинтилляционного детектора, система функций отклика которого имеет  $\mu > 1$  может быть преобразован в выход измерительной системы, имеющей кумулятивную связность меньше единицы.

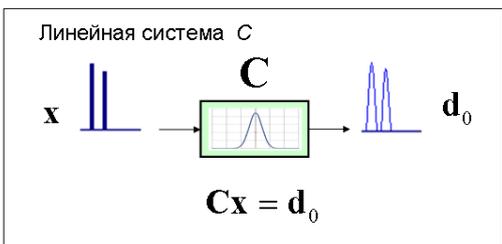
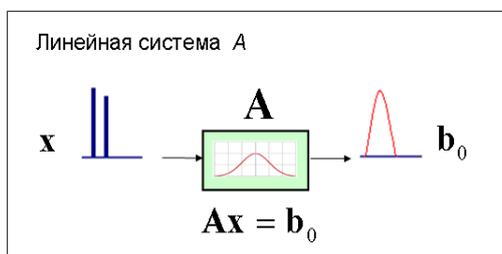
## **2. Преобразование выхода линейной измерительной системы**

Пусть некоторый объект излучает сигнал  $x$ . Линейная измерительная система  $A$  осуществляет преобразование сигнала, излученного объектом, в измеренный выход  $b$  путем линейного преобразования с помощью матрицы  $A$

(матрица базисных функций)  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}_0$  и сложения с вектором шума  $\varepsilon$ :  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0 + \varepsilon$ . Наблюдаемый выход  $\mathbf{b}$  может не отвечать требованиям пользователя или быть не совместимым с методами дальнейшей обработки.

Пусть некоторая другая измерительная система  $C$  имеет набор базисных функций (функций отклика детектора), обеспечивающий требуемый выход. В этом случае можно поставить задачу нахождения преобразования наблюдаемого выхода  $\mathbf{b}$  в выход системы  $C$ .

Будем искать преобразование выхода как линейное преобразование. Для случая, когда известен вектор шума и его ковариационная матрица не вырождена, а также не вырождена матрица базисных функций  $A$ , взвешенная ковариационной матрицей шума, в [11] предлагается получать искомое преобразование с использованием обращения  $A$ . Однако если  $A$  имеет высокое число обусловленности и ряд ее сингулярных чисел плавно спадает к нулю, получаемое с использованием



с использованием обратной матрицы решение (результат преобразования в выход системы  $C$ ) является неустойчивым. Неустойчивость проявляется в том, что малым изменениям  $\mathbf{b}$  соответствуют большие изменения решения и ошибка решения велика.

Разрабатываемый нами подход к устойчивому решению задачи преобразования выхода основан на использовании усеченного сингулярного разложения [12–14].

Оценка выхода системы  $C$ , полученная с использованием  $k$  компонент сингулярного разложения  $A$ , есть:

$$\mathbf{d}'_k = \mathbf{CA}_k^+ \mathbf{b} = \mathbf{T}_k \mathbf{b}, \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_k = \mathbf{CA}_k^+ = \mathbf{CV} \mathit{diag} \left( \frac{\varphi_i}{\sigma_i} \right) \mathbf{U}^T \mathbf{d}'_k, \quad (3)$$

где  $C$  – матрица, осуществляющая преобразование  $Cx = \mathbf{d}_0$ ,

$$\mathbf{A}_k^+ = \mathbf{V} \mathit{diag} \left( \frac{\varphi_i}{\sigma_i} \right) \mathbf{U}^T, \text{ при } i \leq k \quad \varphi_i = 1, \text{ иначе } \varphi_i = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{A}_k^+ = \mathbf{VS}^{-1}\mathbf{U}^T$  – псевдообратная матрица ( $n \times m$ ), полученная по  $k$  ( $k < n$ ) компонентам сингулярного разложения,  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k)$  – матрица левых сингулярных векторов,  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k)$  – матрица правых сингулярных векторов,  $\mathbf{S} = \mathit{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$  – матрица сингулярных чисел. Оптимальное число  $k$  компонент сингулярного разложения может быть найдено с использованием критериев выбора модели.

### 3. Применение метода преобразования выхода в гамма-спектрометрии

Рассмотрим применение метода преобразования выхода линейной системы в выход системы с требуемыми свойствами в гамма-спектрометрических измерительных системах, где детектор линейной измерительной системы *A* имеет более низкую разрешающую способность, чем детектор системы *C*.

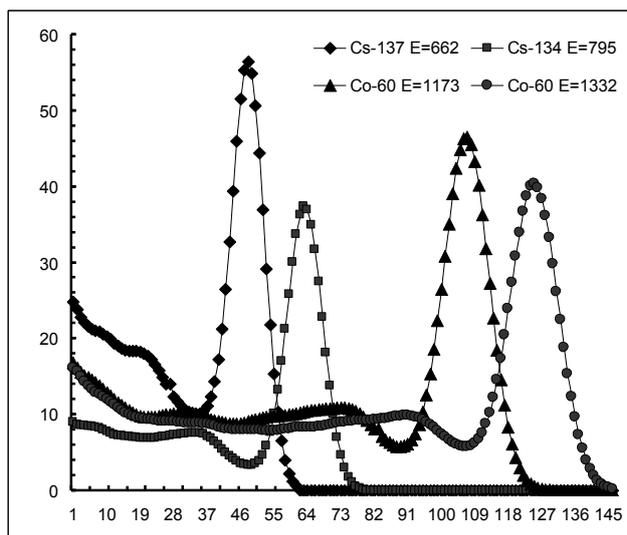


Рис. 1-а. Дискретно заданные базисные функции, формирующие матрицу *A*

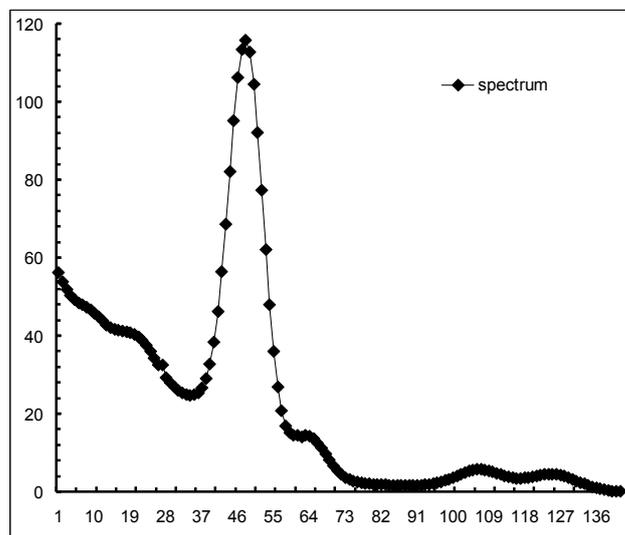


Рис. 1-б. Выход системы *A*: сигнал *b*

Дискретно заданные функции отклика детектора, формирующие выход измерительных систем *A* и *C*, приведены на рис.1-а, 2-а. Выходы измерительных систем *A* и *C* (спектры гамма излучения) приведены на рис.1-б, 2-б. Спектры сформированы следующими радио нуклидами: цезий-137 ( $^{137}\text{Cs}$ ), цезий-134 ( $^{134}\text{Cs}$ ) и кобальт-60 ( $^{60}\text{Co}$ ).

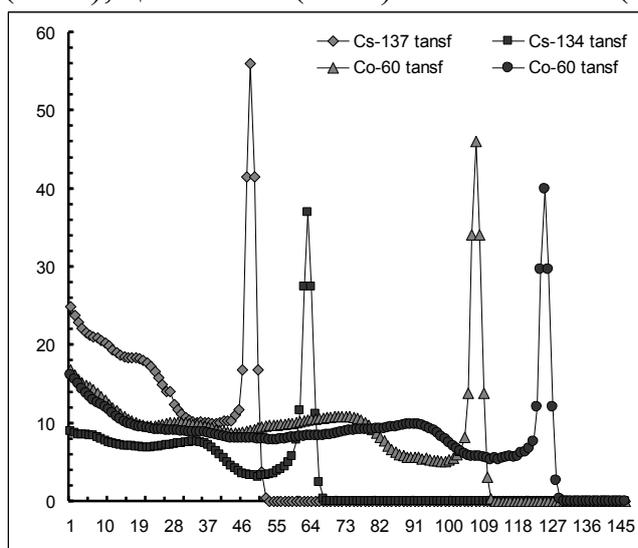


Рис. 2-а. Дискретно заданные базисные функции, формирующие матрицу *C*

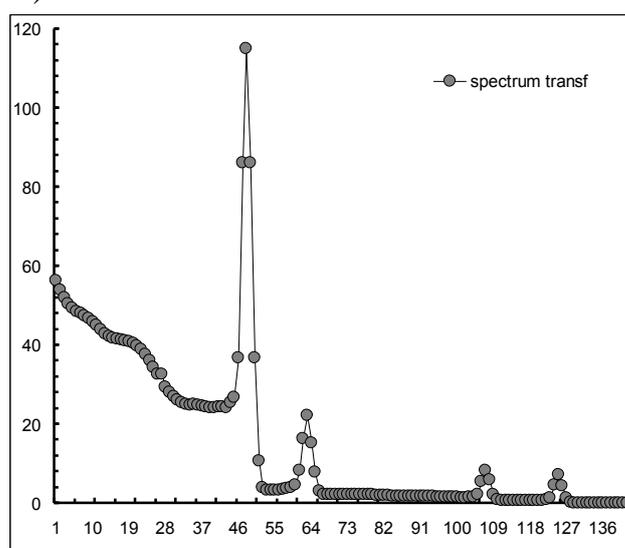


Рис. 2-б. Выходы системы *C*: сигнал *d*

Полный набор 256 ФОД для исходной измерительной системы приведен на рисунке 3-а; набор ФОД для измерительной системы, к выходу которой будет производится преобразование, приведен на рисунке 3-б.

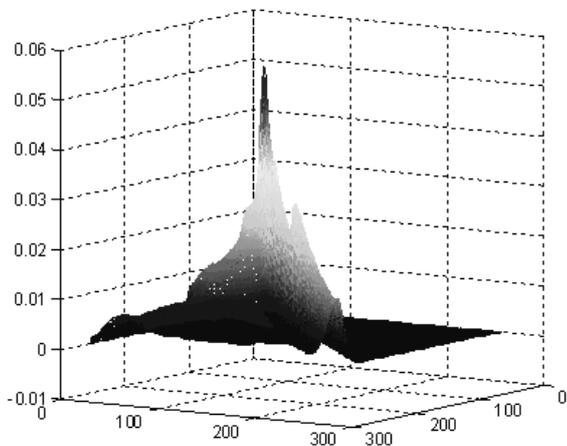


Рис. 3-а. Дискретно заданные базисные функции, формирующие матрицу А

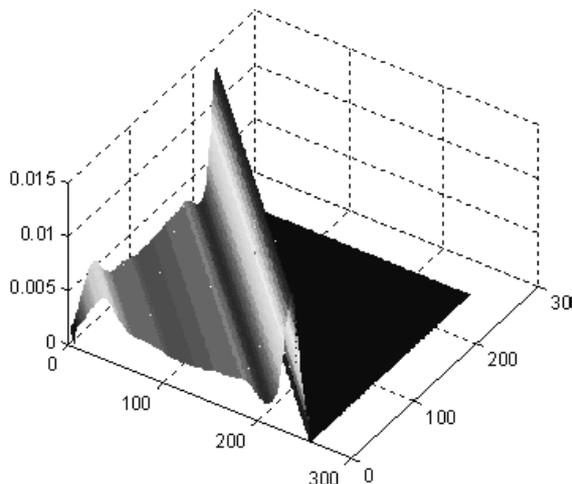


Рис. 3-б. Дискретно заданные базисные функции, формирующие матрицу С

Полученная по формуле (8) матрица преобразования Т приведена на рисунке 4.

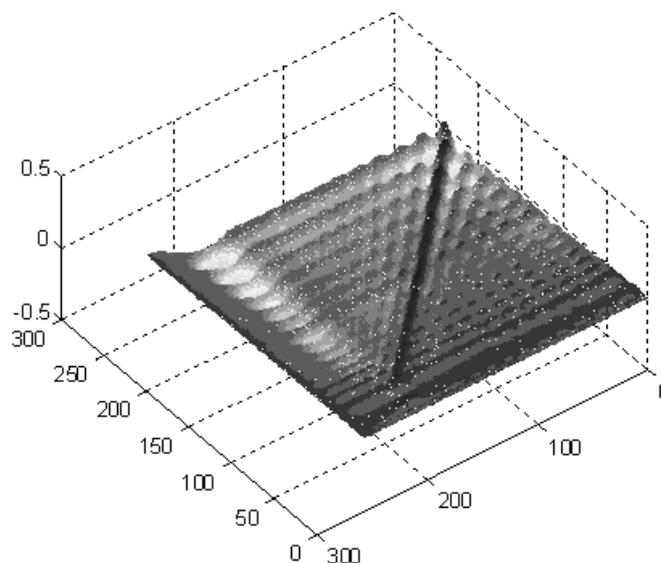


Рис. 4. Матрица преобразования Т

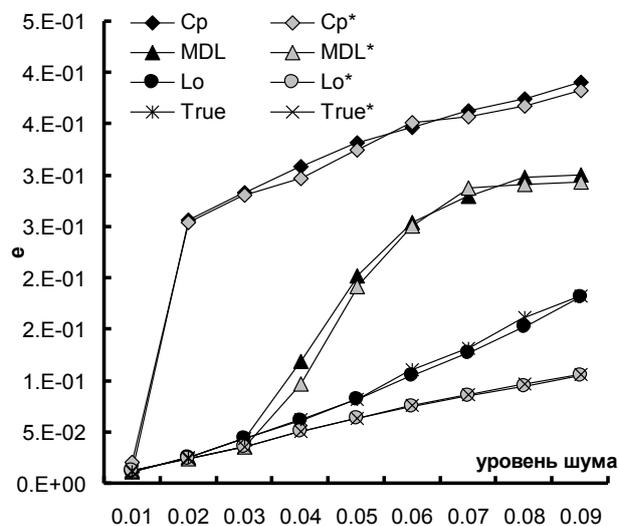


Рис. 5. Зависимость ООВВ от уровня собственного шума

Вектор весов  $x$  (пропорциональных активностям радионуклидов) в экспериментах был следующим:  $x_{Cs-137} = 1.5$ ,  $x_{Cs-134} = 0.5$ ,  $x_{Co-60} = 0.26$ ,  $x_{Co-60} = 0.25$ . Исследовалась ошибка оценки вектора весов по выходу реальной измерительной системы с ФОД (рис.3-б) и выходу, полученному в результате преобразования выхода измерительной системы с ФОД (рис.3-а). При двух уровнях собственного шума (0.01 и 0.02) были измерены реальные спектры,

проведено преобразование выхода и рассчитана точность оценки вектора весов:  $e = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|^2$ , где  $\mathbf{x}$  – истинный вектор весов,  $\mathbf{x}^*$  – оценка вектора весов.

Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

nl	ошибка оценки вектора весов							
	$C_p$	$C_p^*$	MDL	MDL*	$L_0$	$L_0^*$	True	True*
0.01	0.011	0.021	0.011	0.013	0.011	0.013	0.011	0.013
0.02	0.260	0.250	0.025	0.024	0.025	0.024	0.025	0.024

Сравнивались ошибка оценки вектора весов с использованием критериев Маллоуза ( $C_p$ ), минимальной длины описания (MDL) и теста на  $l_0$ -оптимальность ( $L_0$ ). Точность оценки вектора весов по выходу, полученному в результате преобразования, отмечена звездочкой.

Измерения спектров при уровнях шума 0.01 и 0.02 производились в лабораторных условиях. При измерениях в полевых условиях из-за изменения температуры окружающей среды уровень шума, как правило, повышается. Поскольку измерение собственного шума измерительного тракта в полевых условиях затруднено, мы моделировали увеличение собственного шума путем добавления шума к измеренным спектрам, имитируя возрастание собственного шума в диапазоне 0.03 – 0.09.

Результаты исследования представлены на рис. 5. С ростом уровня собственного шума ошибка оценки вектора весов увеличивается для всех методов оценивания параметров. Ошибка оценки вектора весов (ООВВ) с использованием критерия Маллоуза наибольшая, ООВВ для реальной измерительной системы ( $C_p$ ) и для преобразованной ( $C_p^*$ ) близки. Ошибка оценки вектора весов для критерия минимальной длины описания меньше, чем для критерия Маллоуза, но тоже велика, ООВВ для реальной измерительной системы (MDL) и для преобразованной (MDL\*) близки. Наименьшую ошибку оценки вектора весов дает тест на  $l_0$ -оптимальность. Ошибка оценки вектора весов по тесту на  $l_0$ -оптимальность для реальной измерительной системы ( $L_0$ ) близка к оценке вектора весов истинной моделью. Ошибка оценки вектора весов по тесту на  $l_0$ -оптимальность для преобразованной измерительной системы ( $L_0^*$ ) близка к оценке вектора весов истинной моделью с преобразованием

#### 4. Выводы

Применение метода преобразования выхода в задаче спектрометрии дало возможность использовать тест на  $l_0$ -оптимальность и тем самым повысить точность оценки вектора весов (активностей) радионуклидов, сформировавших спектр излучения. Хорошие результаты применения метода преобразования выхода в практической задаче обосновывают актуальность дальнейшего

развития (аналитического и экспериментального исследования) метода преобразования выхода измерительных систем.

### Литература

1. 20 років Чорнобильської катастрофи. Погляд у майбутнє. Національна доповідь. – Київ: Атіка, - 2006. – 323 с.
2. Hendriks P.H., Limburg J, de Meijer RJ, Full-spectrum analysis of natural gamma-ray spectra. *J Environ Radioact*, 2001; 53(3):365-80
3. Newman R.T., Lindsay R., Maphoto K.P., Mlwilo N.A., Mohanty A.K., Roux D.G., de Meijer R.J., Hlatshwayo I.N., Determination of soil, sand and ore primordial radionuclide concentrations by full-spectrum analyses of high-purity germanium detector spectra, *Applied Radiation and Isotopes* 66 (2008) 855–859.
4. Rachkovskij D.A., Revunova E.G. Intelligent Gamma-Ray Data Processing for Environmental Monitoring // *Intelligent Data Processing in Global Monitoring for Environment and Security* — Kiev-Sofia: ITHEA, 2011 — P. 136-157
5. Hansen M., Yu B. Model selection and minimum description length principle // *In J. Amer. Statist. Assoc.* – 2001. – vol. 96. – P. 746-774.
6. Donoho D.L., Elad M., Temlyakov V., Stable Recovery of Sparse Overcomplete Representations in the Presence of Noise, Technical report, Department of Statistics, Stanford University, 2004.
7. Akaike H. A new look at the statistical model identification // *IEEE Transactions on Automatic Control.* – 1974. – V. 19, № 6. – P. 716-723.
8. Mallows C.L. Some comments on  $C_p$  // *Technometrics.* – 1973. – vol.15. – N4. – P.661–675.
9. Gribonval R., Figueras i Ventura R.M., Vandergheynst P., A simple test to check the optimality of sparse signal approximations, *Tech. Rep., IRISA PI-1661*, 2004.
10. Забулонов Ю.Л., Г.В. Лисиченко, Л.А, Одукалец, Е.Г. Ревунова, Повышение точности идентификации радионуклидов методом поиска соответствия // «Моделювання та інформаційні технології»: Зб. наук. пр. — К.: ПІМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2009. – вып.53. – С.108-114.
11. Пытьев Ю.П. Математические методы интерпретации эксперимента. М: Высшая школа, 1989.– 351 с.
12. Revunova E.G., Rachkovskij D.A. Stable Transformation of a Linear System Output to the Output of System with a Given Basis by Random Projections // *The 5th International Workshop on Inductive Modelling (IWIM'2012) Kyiv.* – 2012. – V.1. – P.37–41.
13. Ревунова Е.Г. Устойчивое преобразование выхода линейной системы в выход системы с заданным базисом // *Управляющие системы и машины.* – 2013, № 6. – С. 28-35.
14. Ревунова Е.Г. Определение минимума ошибки с использованием критериев выбора модели для задачи преобразования выхода линейной системы в выход системы с заданным базисом // *Управляющие системы и машины.* – 2013, № 2. – С. 28-33.