

УДК 519.14+519.168

Н.К. Тимофієва, В.І. Гриценко

## Комбінаторика в задачах штучного інтелекту

Для некоторых задач искусственного интеллекта с использованием теории комбинаторной оптимизации построены математические модели. Показано, что в задачах этого класса комбинаторные конфигурации могут быть как аргументом целевой функции, так и входными данными.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, неопределенность, комбинаторная конфигурация, комбинаторная оптимизация, целевая функция, подобие задач комбинаторной оптимизации.

Для деяких задач штучного інтелекту з використанням теорії комбінаторної оптимізації побудовано математичні моделі. Показано, що в задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції, так і вхідними даними.

**Ключові слова:** штучний інтелект, невизначеність, комбінаторна конфігурація, комбінаторна оптимізація, цільова функція, подібність задач комбінаторної оптимізації.

**Вступ.** Штучний інтелект охоплює широкий клас складних завдань, моделювання і розв'язання яких досягається відомими математичними методами, застосуванням експертних систем, нейронних мереж та інших засобів, що функціонують на принципах навчання і самонавчання. Серед цих методів виділимо стохастичні, логіко-лінгвістичні методи, моделі Маркова, лінійне цілочислове програмування, теорію розпізнавання образів [1–4]. Досить інтенсивно для розв'язання задач оптимізації штучного інтелекту використовується метод розповсюдження обмежень [5], генетичні алгоритми та методи, які класифікують як евристичні.

Під евристичними алгоритмами, як правило, розуміють способи прийняття рішень, подібні до того, як це робить людина, та побудовані на інтуїтивних міркуваннях, що спираються на попередній досвід. Вони належать до напряму, що ґрунтується на розпізнаванні структури вхідної інформації, в яких неявно моделюється функція зору людини. До них відносять підходи, які складно формалізувати та неможливо довести їхню точність. Використання евристичних алгоритмів дуже поширене в задачах розпізнавання різної природи. Для багатьох практичних проблем ці алгоритми чи не єдино можливий шлях для отримання задовільного рішення в реальному часі. Іноді такий алго-

ритм може бути точним, тобто він знаходить дійсно найкраще рішення, але його називають евристичним через неможливість довести їхню точність. Ці методи ефективні за швидкістю, але досить часто результат, одержаний за їх використання, далекого від оптимального.

Розглянемо спосіб моделювання прикладних задач із штучного інтелекту (розпізнавання мовленнєвих сигналів, клінічна діагностика) з застосуванням теорії комбінаторної оптимізації. Сформулюємо цільову функцію та визначимо її аргумент, яким є комбінаторні конфігурації різних типів [6]. Як показує системний аналіз, в задачах штучного інтелекту комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції, так і вхідними даними. Використання теорії комбінаторної оптимізації дозволяє встановити їхню комбінаторну природу, сформулювати цільову функцію в явному вигляді, виявити характерні ознаки, за якими встановлюється подібність задач штучного інтелекту.

### Загальна математична постановка задачі комбінаторної оптимізації

Задачі цього класу [6], як правило, задаються однією або кількома множинами, наприклад  $A$  та  $B$ , елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини *базовими*. Наявні два типи задач. В *першому* типі кожному з цих

множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число  $c_{lt} \in R$ , яке називають вагою ребра ( $R$  – множина дійсних чисел);  $l \in \{1, \dots, n\}$ ,  $t \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$ ,  $n$  – кількість елементів множини  $A$ ,  $\tilde{n}$  – кількість елементів множини  $B$ . Прийmemo, що  $n = \tilde{n}$ . Між елементами цих множин існують зв'язки, числове значення яких назвемо вагами. Величини  $c_{lt}$  назвемо вхідними даними та задамо їх матрицями. В другому типі задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа  $v_j \in R$ ,  $j \in \{1, \dots, n\}$ , яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох заданих множин, наприклад  $a_l \in A$ ,  $l \in \{1, \dots, n\}$ , утворюється комбінаторна множина  $W$  – сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах  $w$  комбінаторної множини  $W$  вводиться цільова функція  $F(w)$ . Необхідно знайти елемент  $w^*$  множини  $W$ , для якого  $F(w)$  набуває екстремального значення при виконанні заданих обмежень, тобто функціонал  $F(w^*) = \text{glob}_{w \in W^0 \subset W} \text{extr } F(w)$ , де  $\text{extr} = \{\min, \max\}$ ,  $W^0$  – підмножина, яка визначається обмеженнями задачі.

За способом обчислення цільової функції виділимо задачі, в яких для певного варіанту розв'язку її значення обчислюється одночасно. Такі задачі назвемо *статичними*. Задачі, в яких в процесі їх розв'язання генерується поточна інформація, за якою оцінюється результат, а пошук оптимального розв'язку проводиться поетапно з обчисленням часткових сум цільової функції, назвемо *динамічними*.

Змодельємо вхідні дані задачі комбінаторної оптимізації першого типу скінченними послідовностями. Подамо елементи  $h$  наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці  $Q(w^k)$

комбінаторною функцією  $\beta(f(j), w^k) |_{\Pi}^m = (\beta_1(f(1), w^k), \dots, \beta_m(f(m), w^k))$ , а елементи  $h$  наддіагоналей симетричної матриці  $C$  – функцією натурального аргументу  $\varphi(j) |_{\Pi}^m = (\varphi(1), \dots, \varphi(m))$ , де  $m = \frac{n(n-1)}{2}$  – кількість елементів  $h$  наддіагоналей матриць  $C$  та  $Q(w^k)$ ,  $h = \overline{1, n-1}$ . Верхній індекс  $k$  ( $k \in \{1, \dots, q\}$ ) в  $w^k$  – порядковий номер  $w^k$  в  $W$ ,  $q$  – кількість  $w^k$  у  $W$ . Якщо матриці  $Q(w^k)$  та  $C$  – несиметричні, то  $\beta(f(j), w^k) |_{\Pi}^m$  та  $\varphi(j) |_{\Pi}^m$  містять усі їхні елементи, а  $m = n^2$  (або  $m = n \tilde{n}$ ). Функція цілі  $F(w^k)$  набуде вигляду

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^m \beta_j(f(j), w^k) \varphi(j). \quad (1)$$

**Невизначеність у штучному інтелекті.** Прийняття рішень в прикладних задачах, зокрема в задачах штучного інтелекту, проводиться за умов невизначеності різного виду. Тобто, розв'язання задач з урахуванням різного їх виду є загальним випадком, а прийняття рішень без їх врахування – частковим випадком. Як і в задачах комбінаторної оптимізації, так і в задачах штучного інтелекту невизначеність пов'язана:

- з неоднозначністю результату, одержаного за змодельованою цільовою функцією або вибраною мірою подібності у разі нечіткої вхідної інформації, який не задовольняє мету дослідження;
- з вибором способу оцінки точності роботи певного алгоритму;
- з особливою структурою множини комбінаторних конфігурацій, що є аргументом цільової функції;
- з неповною вхідною та поточною інформацією;
- з нечітко розробленими правилами обробки та оцінки інформації;
- з неоднозначністю при виборі оптимального розв'язку за кількома критеріями в багатокритеріальній оптимізації.

Отже, однією із задач штучного інтелекту є ситуація невизначеності. При розв'язанні значної частини задач різних класів основна увага приділяється невизначеності, пов'язаної з неповною вхідною та поточною інформацією, а також з нечіткими вхідними даними. В такому разі вирішення цієї проблеми проводять шляхом аналізу поведінки системи за певний проміжок часу. На основі аналізу встановлюється певна закономірність, яка враховується при прогнозуванні майбутніх результатів на поточному відліку часу. Якщо вхідну інформацію можна задати часовими послідовностями і для неї визначити фрактальну розмірність, то використовують фрактальний аналіз, зокрема метод нормованого розмаху (метод  $R/S$ ) [7, 8]. Також одним із способів вирішення цієї ситуації є розроблення самоналагоджувальних алгоритмів генерування параметрів, які необхідно задавати як вхідні дані для розв'язання чергової задачі і які неможливо задати на початку обчислювального процесу. Це дозволяє в процесі розв'язання певної задачі автоматично генерувати додаткову поточну інформацію з урахуванням прогнозу результатів.

Для моделювання прикладних задач в межах теорії комбінаторної оптимізації необхідно визначити:

- вид задачі (статична чи динамічна) за способом обчислення цільової функції;
- базові множини, якими задається задача;
- тип задачі за вхідними даними;
- аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію);
- змодельовати цільову функцію.

Аналіз задач із штучного інтелекту показує, що вони належать як до першого, так і до другого типу. Аргументом цільової функції в них є комбінаторні конфігурації різних типів, зокрема вибірки (сполучення та розміщення як з повтореннями, так і без них, розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини тощо). Задачі цього класу можуть бути як статичними, так і динамічними.

Комбінаторною конфігурацією назвемо будь-яку сукупність елементів, яка утворюєть-

ся з усіх або з деяких елементів заданої множини  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  [6]. Позначимо її упорядкованою множиною  $w^k = (w_1^k, \dots, w_{\eta^k}^k)$ . Множину  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  назвемо базовою. Під символом  $w_i^k \in A$  розуміємо як окремі елементи, так і підмножини (блоки),  $\eta^k \in \{1, \dots, n\}$  – кількість елементів у  $w^k \in W$ . Залежно від умови задачі  $\eta$  позначатимемо без індексу або з верхнім індексом  $\eta^k$ . Дві нетотожні комбінаторні конфігурації  $w^k$  та  $w^i$  назвемо ізоморфними, якщо  $\eta^k = \eta^i$ .

В прикладних задачах обчислювального інтелекту аргументом цільової функції є різні типи вибірок. З поняттям вибірки пов'язують як власне операцію виділення підмножин заданої множини, так і її результат: вибрану підмножину. В подальшому маємо на увазі друге поняття.

Нехай задано базову множину  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ . З неї одержимо  $\eta$ -вибірку. Число  $\eta$  називають об'ємом вибірки. В  $\eta$ -вибірках в залежності від умови задачі або враховується порядок розташування в них елементів (тоді їх називають  $\eta$ -перестановками або  $\eta$ -розміщеннями) або ні. Тоді вони називаються  $\eta$ -сполученнями.

То ж існують такі типи вибірок: упорядковані та неупорядковані. Останні це – сполучення без повторень і сполучення з повтореннями. Упорядковані це – розміщення з повтореннями і без них. Множина будь-якого типу вибірок складається з підмножин ізоморфних вибірок. Далі показано, що в задачі розпізнавання та синтезу мовленнєвих сигналів в задачі клінічної діагностики аргументом цільової функції є сполучення без повторень та розміщення з повтореннями.

Закономірність зміни значень цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій (аргументу)  $w \in W$ . Розглянемо структуру їхньої множини  $W$ . Підмножину  $W_{\eta} \subset W$  назвемо підмножиною ізоморфних комбіна-

рних конфігурацій, якщо її елементи є такими. Множина  $W$  складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій  $W_\eta$ . На підмножині  $W_\eta$  цільова функція змінюється так, як і на множині перестановок. Можна довести, що на множині перестановок і на підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій за використання цільової функції (1) ситуація невизначеності зводиться до мінімуму. Але на множині  $W$ , яка складається з підмножин  $W_\eta \subset W$ , для певного їх впорядкування закономірність зміни значень функції (1) однакова незалежно від вхідних даних, а розв'язок задачі – неоднозначний. Тобто, в цьому разі виникає ситуація невизначеності, пов'язана зі структурою аргументу цільової функції. Оскільки в задачах штучного інтелекту множина комбінаторних конфігурацій упорядковується підмножинами  $W_\eta \subset W$ , то знаходження для них оптимального розв'язку за виразом (1) або лінійною функцією проводиться за умов невизначеності, пов'язаною із структурою аргументу.

Прикладні задачі штучного інтелекту, в яких цільова функція залежить від кількох змінних, за цією ознакою розділяються на незалежні підзадачі, які належать різним класам. Для їх розв'язання розробляються алгоритми, які поєднують два або більше методів та ґрунтуються на організації покрокових обчислень – ітераційного процесу, що породжує послідовність розв'язків у відповідності з вбудованими процедурами. Якщо останні – незалежні алгоритми, орієнтовані на розв'язання задач певних класів, то вони називаються *гібридними*. Розв'язок задачі визначається на множинах комбінаторних конфігурацій різних типів. В цьому разі суть гібридного алгоритму полягає у поєднанні методів пошуку оптимального розв'язку, дійсного для кожної з заданих комбінаторних множин.

В таких задачах штучного інтелекту як розпізнавання мовленнєвих сигналів та задача клінічної діагностики цільова функція залежить від кількох змінних, якими є різні типи комбінаторних конфігурацій. Тому для розв'я-

зання вони потребують розроблення гібридних алгоритмів. До того ж за цією ознакою встановлюється подібність цих задач [9].

**Подібність задач штучного інтелекту, у яких цільова функція залежить від кількох змінних.** Побудовані математичні моделі задач розпізнавання мовленнєвих сигналів та клінічної діагностики з використанням теорії комбінаторної оптимізації показують, що обидві розділяються на три підзадачі:

- структуризація бібліотеки еталонів;
- пошук у бібліотеці еталонної інформації;
- задача порівняння еталонної та вхідної інформації.

Для обох класів задач аргументом цільової функції в першій підзадачі є розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини, в другій – розміщення без повторень, а в третій – сполучення без повторень. Розглянемо ці задачі.

**Розпізнавання мовленнєвих сигналів.** Ця задача полягає у пошуку для вхідного сигналу найбільш правдоподібного еталонного сигналу з усіх можливих [2]. Для розв'язання цієї задачі необхідно провести пошук певного еталону в бібліотеці та порівняти його з вхідним сигналом. Аргументом цільової функції в ній вважають вхідний сигнал [2]. Моделювання задачі розпізнавання мовленнєвих сигналів показує, що аргумент цільової функції в ній – це комбінаторні конфігурації різних типів.

Розглянемо задачу порівняння еталонного та вхідного сигналів. Уведемо дві базові множини  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  та  $B^i = \{b_1^i, \dots, b_{\tilde{n}}^i\}$ , де  $a_s \in A$  – значення сигналу у відліку  $s$ ,  $s = \overline{1, n}$ , а  $b_l^i \in B^i$  відповідає відліку еталонного сигналу,  $l \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$ ,  $i \in \{1, \dots, \tilde{q}\}$ ,  $\tilde{q}$  – кількість еталонних сигналів. Вхідні дані, якими є ваги між елементами  $a_s \in A$  та  $b_l^i \in B^i$ , задамо несиметричною матрицею  $C = \|c_{sl}\|_{n \times \tilde{n}}$ , номера стовпців якої збігаються з нумерацією елементів  $a_s \in A$ , а номера рядків – з нумерацією елементів  $b_l^i \in B^i$ . Оскільки з кожної базової множини  $A$  та  $B^i$  вибираються по одному елементу в

строгому порядку, то отримана комбінаторна конфігурація є розміщенням без повторення. Позначимо його  $\mu^k \in M$ , де  $M$  – їхня всіляка множина. Для визначення елементів  $a_s \in A$  та  $b_l^i \in B^i$ , що вибираються з базових множин на  $k$ -му варіанті розв'язання задачі, введемо комбінаторну  $(0,1)$ -матрицю  $Q(\mu^k) = \|g_{sl}(\mu^k)\|_{n \times \tilde{n}}$ .

Якщо  $g_{sl}(\mu^k) = 1$ , то з множин  $A$  та  $B^i$  вибрано пару  $(a_s, b_l^i)$ , в іншому разі значення  $g_{sl}(\mu^k) = 0$ . Для запису цільової функції в явному вигляді змодельємо вхідні дані функціями натурального аргументу. Елементи матриці  $C$  подамо числовою функцією  $\varphi(j) \Big|_1^m$ , а матриці  $Q(\mu^k)$  – комбінаторною  $\beta(f(j), \mu^k) \Big|_1^m$ , де  $m = n \tilde{n}$ .

Задача порівняння еталонного та вхідного мовленнєвих сигналів полягає в знаходженні такого розміщення без повторень  $\mu^{k*}$ , для якого

$$F(\mu^{k*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k), \text{ де}$$

$$\sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k) - \text{інтегральна міра подібності, а } \varphi(j) = u_j(a_s, b_l^i) - \text{елементарна міра подібності, яка визначає подібність між елементами еталонного та вхідного сигналів.}$$

В підзадачі пошуку в бібліотеці еталонного сигналу як ваги між еталонним та вхідним сигналами виступають величини інтегральних мір подібності  $F(\mu^{k*})$ , числове значення яких подамо матрицею  $C'$ . Номера стовпців цієї матриці збігаються з номерами еталонних сигналів, розміщених у бібліотеці. Рядок у ній один і відповідає номеру 1 вхідного сигналу  $A$ . Оскільки при порівнянні вхідного та еталонного сигналів із множин  $A$  та  $B$  вибираються два елементи, то утворена комбінаторна конфігурація є сполученням без повторення, яке позначимо як  $\mu^{k'} \in M'$ , де  $M'$  – їхня всіляка множина,  $B = (B_1^i, \dots, B_q^i)$  – множина еталонних сигналів. Уведемо комбінаторну  $(0,1)$ -матрицю  $Q(\mu^{t'}) = \|g_{il}(\mu^{t'})\|_{1 \times q}$ . Якщо  $g_{il}(\mu^{t'}) = 1$ , то з мно-

жин  $A$  та  $B$  вибрано пару  $(A, B_l^i)$ , в іншому разі значення  $g_{il}(\mu^{t'}) = 0$ . Елементи матриці  $C'$  подамо числовою функцією  $\varphi'(j) \Big|_1^{n-1}$ , а матриці  $Q(\mu^{t'})$  – комбінаторною  $\beta'(f'(j), \mu^{t'}) \Big|_1^{n-1}$ .

Задача пошуку еталонного сигналу, який відповідає вхідному, полягає у пошуку такого сполучення без повторення  $\mu^{t'*}$ , для якого

$$F(\mu^{t'*}) = \max_{\mu^{t'} \in M'} \sum_{j=1}^{n-1} \varphi'(j) \beta'_j(f'(j), \mu^{t'}), \text{ де } \varphi'(j) =$$

$$= \sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k).$$

**Задача клінічної діагностики.** Побудуємо математичну модель задачі клінічної діагностики як задачу комбінаторної оптимізації [10]. Позначимо  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n\}$  множину захворювань, описання яких знаходиться в бібліотеці (множина еталонів), де елемент  $\tilde{a}_s \in \tilde{A}$ ,  $s \in \{1, \dots, n\}$ , відповідає певному захворюванню, якому поставлено у відповідність характерні ознаки  $V^{(t)} = (v_1^{(t)}, v_2^{(t)}, \dots, v_{q_t}^{(t)})$ ,  $q_t$  – кількість ознак  $t$ -го захворювання. Вхідною інформацією в задачі клінічної діагностики є множина ознак  $\tilde{V} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_{\tilde{q}})$ , що описує одне або кілька захворювань. Позначимо їх  $\tilde{B} = \{\tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_{n^*}\}$ , де  $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$  – захворювання, яке потрібно визначити,  $n^*$  – кількість можливих захворювань, а  $q_l \neq \tilde{q}$  або  $q_l = \tilde{q}$ . Ознаки  $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$  вхідної інформації мають ті ж значення, що і описані в еталоні ознаки  $v_l^{(t)} \in V^{(t)}$ ,  $r \in \{1, \dots, \tilde{q}\}$ ,  $l \in \{1, \dots, q_l\}$ .

Задача полягає у пошуку для  $\tilde{B}$  з множиною ознак  $\tilde{V}$  найбільш правдоподібного одного або кількох еталонів із множини  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n\}$ , тобто за вхідними ознаками встановлюється одне або кілька захворювань  $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$ . Ознаки в цій задачі слугують критеріями, за якими оцінюється її розв'язок. Як і в розпізнаванні мовленнєвих сигналів, для розв'язання цієї задачі необхідно провести пошук певного

еталону в бібліотеці і порівняти його з вхідними ознаками.

Розглянемо задачу порівняння ознак еталону  $V^{(t)} = (v_1^{(t)}, v_2^{(t)}, \dots, v_q^{(t)})$ , які визначають  $t$ -е захворювання, та вхідних ознак  $\tilde{V} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_q)$ , за якими необхідно встановити діагноз. Позначимо  $u'_i(v_s^{(t)}, \tilde{v}_r)$  елементарну міру подібності між елементами множин  $\tilde{V}$  і  $V^{(t)}$ . Вважатимемо, що міри подібності між елементами  $v_s^{(t)} \in V^{(t)}$  та  $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$  є вхідними даними. Їхні числові значення задамо скінченною послідовністю (комбінаторною функцією натурального аргументу, яка залежить від розміщення без повторень  $\mu^i$ ). Задача порівняння еталону та вхідних ознак полягає в пошуку такого розміщення без повторення  $\mu^{i*} = (\mu_1^{i*}, \dots, \mu_q^{i*})$ , для якого змодельовані цільові функції набувають максимального значення.

В задачі перебору еталонів  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n\}$  як ваги між елементами  $\tilde{a}_s \in \tilde{A}$  та вхідними даними  $\tilde{V}$  виступають значення інтегральних мір подібності, одержаних за заданими цільовими функціями у порівнянні ознак еталону та вхідних ознак.

Задача пошуку бібліотечного еталону, який відповідає вхідному, полягає у пошуку такого сполучення без повторення, для якого значення часткових критеріїв, за якими оцінюється результат розв'язку, були б найбільшими.

Як видно з постановки задач розпізнавання мовленнєвих сигналів та клінічної діагностики пошук еталону, подібного до вхідних даних, потребує повного перебору. За великих об'ємів інформації в базі даних ця задача в реальному часі є нерозв'язною. Для зведення її до розв'язної необхідно структурувати бібліотеку еталонів за певними ознаками. Тобто, на етапі структуризації бібліотеки для обох випадків розв'язується задача кластеризації, аргументом цільової функції в якій є розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини.

Отже, як задача клінічної діагностики, так і розпізнавання мовленнєвих сигналів розділяються на три підзадачі: структуризацію бібліотеки еталонів, пошук у бібліотеці еталонної інформації; порівняння еталонної та вхідної інформації. Аргументом цільової функції в них є різні типи вибірок та розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини. Тобто за аргументом цільової функції ці задачі – подібні.

**Комбінаторні конфігурації як вхідні дані в штучному інтелекті.** Такі конфігурації в задачах розпізнавання виступають також і як вхідні дані. В цих задачах проводиться розпізнавання сигналів різної природи (мовленнєві сигнали, електрокардіограми, електроенцефалограми), які слугують для них вхідними даними. Далі показано, як використовуються комбінаторні конфігурації для розв'язання деяких задач з обчислювального інтелекту.

**Використання мультимножин у багатодикторному розпізнаванні мовленнєвих сигналів.** Мовленнєвий сигнал під дією певних чинників утворюється різноманітними комбінаціями активних та пасивних органів творення мови. Мовленнєві сигнали, що відповідають одному і тому ж слову, але вимовлені різними дикторами, відрізняються як частотою, так і величиною амплітуди. Визначення подібності вхідного та еталонного сигналів у багатодикторних системах проводиться багатьма способами, наприклад [2]. Для ефективного розпізнавання таких сигналів їхню математичну модель необхідно побудувати так, щоб до неї зводилися усі можливі вимовлені варіанти певного слова (виразу). Мовленнєвий сигнал моделюється вибіркою – розміщенням з повтореннями з  $n$  елементів  $a_s \in A$  по  $\eta$ , в якій враховується порядок елементів,  $s, \eta \in \{1, \dots, n\}$ . Сигнали, які відображають одне і те ж слово, повторене кілька разів одним і тим же диктором або різними дикторами, відрізняються тим, що отримані комбінаторні конфігурації містять різні елементи мовленнєвого апарату та різну їх кількість. Звідси – нечіткість у вхідних даних.

Мовленнєвий сигнал (розміщення з повтореннями) подамо мультимножиною. Вона формально визначається як пара  $(A, m)$ , де  $m: A \rightarrow N$  функція з  $A$  в множину  $N$  натуральних чисел, тобто кожному елементу множини  $A$  відповідає певне натуральне число, яке називається *кратністю* цього елемента. Мовленнєвий сигнал задамо послідовністю  $f|_l^{\bar{n}} = (f_1, f_2, \dots, f_{\bar{n}})$ , де  $f_j$  – значення амплітуди у відліку  $j$  сигналу. Проведемо його сегментацію на майже періодичні та неперіодичні відрізки відомим або розробленим алгоритмом. Поточний майже період розділимо на  $k$  відліків та опишемо мультимножиною, яку задамо основою  $(f|_l^k, m)$ , де  $k$  – величина, яка визначається експериментально та однакова для будь-якого відрізка сигналу. В  $l$ -му відліку має бути лише одне значення  $f_l$ . Еталон, за яким встановлюється подібність майже періоду, моделюється аналогічно. Подібність визначаємо за виразами  $|f_l - f'_l| \leq \varepsilon$  та  $|m_l - m'_l| \leq \varepsilon'$ , де  $f'_l$  – значення сигналу еталона у відліку  $l$ ,  $m'_l$  – кратність елемента  $f'_l$ ;  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  – мінімальні величини, за якими встановлюється подібність вхідного та еталонного сигналів, визначаються експериментально.

**Синтез індивідуального мовлення з використанням фрагментів природної мови.** Задача синтезу мовленнєвих сигналів полягає у їх відтворенні за заданим текстом. Як правило, для розв'язання цієї задачі створюється бібліотека фрагментів, утворених із природних мовленнєвих сигналів, або такі фрагменти створюються штучно [2]. Ця задача з використанням певних правил розв'язується об'єднанням майже періодів або ділянок сигналу, вибраних із бібліотеки, у фонему, що відповідають певним звукам (відповідно буквам заданого тексту). Аргумент цільової функції в цій задачі – розміщення з повтореннями. Множину бібліотечних елементів (фрагментів) позначимо  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ , де  $a_j$  – елемент, що відповідає майже періоду або ділянці мовленнєвого сигналу. Подамо штуч-

ний сигнал заданого слова (речення) розміщенням з повтореннями  $\mu^k = (\mu_1^k, \dots, \mu_{\eta}^k)$ , де  $\mu_i^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_i}})$  – фонема, а  $a_{j_l} \in A$  –  $j$ -й бібліотечний елемент фонему. Природний мовленнєвий сигнал заданого слова (речення) позначимо розміщенням з повтореннями  $\mu^* = (\mu_1^*, \dots, \mu_{\eta^*}^*)$ , де  $\mu_s^* = (\mu_{s_1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}^*})$  – фонема, а  $\mu_{s_i}^*$  – її елемент.

Задача синтезу мовленнєвих сигналів полягає у пошуку такого розміщення з повтореннями  $\mu^{k*} = (\mu_1^{k*}, \dots, \mu_{\eta}^{k*})$ , для якого одержаний штучний мовленнєвий сигнал відповідав би природному його звучанню. Цільова функція набуває

вигляду  $F(\mu^{k*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{j=1}^n \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k)$ , де

$\varphi(j) = \sum_{s=1}^{\eta^*} \sum_{i=1}^{q^*} g_j(a_{j_i}, \mu_{j_s}^*)$  – інтегральна міра подібності, а  $g_j(a_{j_i}, \mu_{j_s}^*)$  – елементарна міра подібності, яка визначає подібність між штучними фонемами  $\mu_i^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_i}})$ , утвореними з елементів  $a_j \in A$ , та природними  $\mu_s^* = (\mu_{s_1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}^*})$

заданого природного сигналу,  $q^* = \min(\zeta_i, \zeta_s^*)$ . Значення  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 1$ , якщо фонема  $\mu_i^k$  утворена з елемента  $a_j \in A$ , та  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 0$  в іншому випадку.

Значення  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 1$ , якщо фонема  $\mu_i^k$  утворена з елемента  $a_j \in A$ , та  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 0$  в іншому випадку.

Грамотичні правила у синтезі мовленнєвих сигналів можна розглядати як міри подібності. Оскільки вони розроблені ґрунтовно, то за відсутності умови відтворення індивідуальності голосу ця задача є розв'язною. Жіночий, чоловічий або дитячий голос залежить від частоти основного тону, амплітуди сигналу, тому ця задача є також розв'язною. Відтворення індивідуального мовлення залежить від набагато складніших чинників: від мовленнєвого апарату індивідууму, від його емоційного стану, від особливості його психіки тощо. Оскільки ці параметри змоделювати досить складно, то поставлена задача не є розв'язною. Існуючі синтезатори характеризуються досить високою натуральністю звучання, але не відтворюють

особливості мовлення індивідууму. Експерименти, проведені з використанням розробленого комплексу програм синтезу мовленнєвих сигналів з фрагментів природної мови показали, що індивідуальність мовлення зберігається у майже періоді, відповідному основному тону  $f_i$  та дифонах  $\tilde{f}_k$ , виділених з природного сигналу. Але, якщо згенерувати сигнал з природних майже періодів так, що значення їхніх амплітуд  $A_i$  та довжин  $D_i$  (в дискретах) – однакові для усіх майже періодів, то голос звучить одноманітно, з металевим відтінком без будь-яких емоцій. Для природного звучання зі збереженням індивідуальності мовлення та емоційності необхідно, крім наявності природних майже періодів та дифонів, точно відтворити характерні параметри індивідууму: значення амплітуди сигналу, довжину майже періоду (на початку, посередині, в кінці сигналу, під наголосом), мінімальну кількість майже періодів  $K$ , при яких відтворюється певна фонема тощо. Експеримент показав, що навіть при виконанні оговорених умов, згенерований штучний мовленнєвий сигнал набуває індивідуального звучання. Отже, відтворення індивідуального мовлення характеризується такими параметрами:  $\Psi = \langle A_i, D_i, K, f_i, \tilde{f}_k \rangle$ .

**Математичний аналіз електрокардіограм з використанням комбінаторних конфігурацій.** Електрокардіограма описується розміщенням з повтореннями. За допомогою розробленої програми проведемо сегментацію сигналу з метою встановлення частоти скорочень серця, тривалості періоду систоли та діастоли, значень амплітуд зубців  $P, Q, R, S, T, U$ . Сегментація електрокардіограм проводиться кількома ітераціями, що дозволяє досягати високої точності розв'язку задачі за невеликих затрат машинного часу. В результаті, по виділених майже періодичних ділянках електрокардіограми визначається довжина поточного майже періоду, що відповідає сумарній тривалості систоли та діастоли, та частота скорочень серця. Розробленими процедурами поточний майже період розбивається на два відрізки, один з яких від-

повідає паузі (діастолі), а другий – систолі та містить зубці. У другому відрізку виділяються інтервали, в кожному з яких за значеннями сигналу відтворюється унімодальна функція (вгнута або опукла). Послідовністю фрагментів цих функцій визначаються зубці  $P, Q, R, S, T, U$ . За найбільшими та найменшими їх значеннями відшукуються величини інтервалів (тривалість періодів  $P-Q, Q-R, R-S, S-T, T-U$ ). Відповідно визначається тривалість як систоли, так і діастоли.

Отже, з викладеного випливає, що комбінаторні конфігурації можуть також бути вхідними даними в задачах штучного інтелекту.

**Висновок.** Комбінаторні підходи отримують подальший розвиток у розв'язанні задач штучного інтелекту, як показало моделювання цих задач. В межах теорії комбінаторної оптимізації можна виявити їхню комбінаторну природу, визначити аргумент цільової функції, яким є комбінаторні конфігурації різних типів. Ці дослідження дозволяють виявити причину невизначеності різних видів, яка виникає в процесі їх розв'язання, та пояснити природу нечіткості вхідних даних. В задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції, так і вхідними даними. За аргументом цільової функції вони розділяються на підзадачі, для розв'язання яких необхідно розробляти гібридні алгоритми. На прикладі задачі розпізнавання мовленнєвих сигналів та задачі клінічної діагностики описано спосіб визначення певних ознак, за якими встановлюється подібність задач з обчислювального інтелекту.

1. Шлезингер М., Главач В. Десять лекцій по статистическому и структурному распознаванию. – К.: Наук. думка, 2004, 546 с.
2. Винцюк Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. – Киев: Наук. думка, 1987, 262 с.
3. Файнзильберг Л.С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков. – К.: Освіта України, 2010, 152 с.
4. Гунал А.М., Сергиенко И.В. Симметрия в ДНК. Методы распознавания дискретных последовательностей. – К.: Наук. думка, 2016, 227 с.



5. Кветний Р.Н., Бісикало О.В., Назаров І.О. Визначення сенсу текстової інформації на основі моделі розповсюдження обмежень // Інформаційно-вимірвальні та обчислювальні системи і комплекси в технологічних процесах – 2012, № 1, С. 93–96.
6. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Автореф. дис... докт. техн. наук / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ. – 2007, 32 с.
7. Савченко І.О. Фрактальний аналіз множин неповних сум числових рядів: Автореф. дис... канд. фіз.-мат. наук / Інститут математики НАН України, Київ, 2016, 20 с.
8. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: приложение теории хаоса в инвестициях и экономике. – М.: Интернет-трейдинг, 2004, 304 с.
9. Тимофієва Н.К. Про подібність задач комбінаторної оптимізації та універсальність алгоритмів // Системні дослідження та інформаційні технології, 2013, № 4, С. 27–37.
10. Тимофієва Н.К., Гриценко В.І. Аргумент цільової функції в задачі клінічної діагностики // УСиМ, 2012, № 3, С. 3–14.

Поступила 09.03.2017  
 Тел. для справок: +38 044 502-6365 (Київ)  
 E-mail: tymnad@gmail.com  
 © Н.К. Тимофієва, В.І. Гриценко, 2017

Н.К. Тимофієва, В.І. Гриценко.

## Комбінаторика в задачах штучного інтелекту

**Введення.** Штучний інтелект об'єднує широкий клас складних задач, моделювання і рішення яких досягається відомими математичними методами, застосування експертних систем, нейронних мереж і інших засобів, функціонуючих на принципах навчання і самонавчання. Серед цих методів виділимо стохастичні і логико-лінгвістичні, моделі Маркова, лінійне цілочисленне програмування, теорію розпізнавання образів [1–4]. Достатньо інтенсивно для рішення задач оптимізації штучного інтелекту використовуються: метод розповсюдження обмежень [5], генетичні алгоритми і методи, класифіковані як евристичні.

Під евристичними алгоритмами, як правило, розуміють способи прийняття рішень так, як це робить людина, і побудовані на інтуїтивних розсудженнях, які опираються на попередній досвід. Вони відносяться до напрямку, заснованого на розпізнаванні структури вхідної інформації, в якій неявно моделюється функція зору людини. До них відносять складні формалізовані підходи при неможливості довести їх точності. Використання евристичних алгоритмів – достатньо розповсюджений підхід в задачах розпізнавання різної природи. Для багатьох практичних проблем ці алгоритми – єдиний шлях отримання прийнятної відповіді в реальному часі. Іноді такою алгоритмом може бути точним, т.е. він знаходить дійсно найкраще рішення, але його називають евристичним через неможливість довести їх точність. Ці методи ефективні по швидкості, але достатньо часто результат, отриманий при їх застосуванні, далекий від оптимального.

Розглянемо моделювання деяких прикладних задач штучного інтелекту (розпізнавання рече-

вих сигналів, клінічна діагностика) з використанням теорії комбінаторної оптимізації. Сформулюємо цільову функцію і визначимо її аргумент, якими будуть комбінаторні конфігурації різних типів [6]. Як показує системний аналіз, в задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути аргументом цільової функції, так і вхідними даними. Використання теорії комбінаторної оптимізації дозволяє встановити їх комбінаторну природу, сформулювати цільову функцію в явній формі, виявити характерні ознаки, за якими встановлюється подібність задач штучного інтелекту.

### Загальна математична постановка задачі комбінаторної оптимізації

Задачі цього класу [6], як правило, задаються одним або декількома множесвами, наприклад  $A$  і  $B$ , елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множесва *базовими*. Існує два типи задач. В *першому* типі кожне з цих множесв представимо в формі графа, вершини якого – його елементи, а кожному ребру поставлено в відповідь число  $c_{it} \in R$ , яке назовемо *вагою* ребра ( $R$  – множесво дійсних чисел);  $I \in \{1, \dots, n\}$ ,  $t \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$ ,  $n$  – кількість елементів множесва  $A$ ,  $\tilde{n}$  – кількість елементів множесва  $B$ . Положимо, що  $n = \tilde{n}$ . Між елементами цих множесв існують зв'язи, числове значення яких назовемо *вагами*. Величини  $c_{it}$  назовемо *вхідними даними* і задамо їх матрицями. Во *другому* типі задач між елементами заданого множесва зв'язей не існує, а вагами будуть числа  $v_j \in R$ ,  $j \in \{1, \dots, n\}$ , яким в відповідь поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються кінцевими послідовностями, які також будуть

входными данными. Эти величины определяют значение целевой функции.

Для обоих типов задач из элементов одного или нескольких заданных множеств, например  $a_i \in A$ ,  $l \in \{1, \dots, n\}$ , образуется комбинаторное множество  $W$  – совокупность комбинаторных конфигураций определенного типа (перестановки, выборки разных типов, разбиения и др.). На элементах  $w$  комбинаторного множества  $W$  вводится целевая функция  $F(w)$ . Необходимо найти элемент  $w^*$  множества  $W$ , для которого  $F(w)$  принимает экстремальное значение при выполнении заданных ограничений, т.е. функционал  $F(w^*) = \text{glob}_{w \in W^0 \subset W} \text{extr } F(w)$ , где  $\text{extr} = \{\min, \max\}$ ,  $W^0$  – подмножество, определяемое ограничениями задачи.

По способу вычисления целевой функции выделим задачи, в которых для определенного варианта решения ее значение вычисляется одновременно. Такие задачи назовем *статическими*. Задачи, в которых в процессе их решения генерируется текущая информация, по которой оценивается результат, а поиск оптимального решения проводится поэтапно с вычислением частичных сумм целевой функции, назовем *динамическими*.

Смоделируем входные данные задачи комбинаторной оптимизации первого типа конечными последовательностями. Представим элементы  $h$  наддиагонали симметричной комбинаторной матрицы  $Q(w^k)$  комбинаторной функцией  $\beta(f(j), w^k)|_1^m = (\beta_1(f(1), w^k), \dots, \beta_m(f(m), w^k))$ , а элементы  $h$  наддиагонали симметричной матрицы  $C$  – функцией натурального аргумента  $\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1), \dots, \varphi(m))$ , где  $m = \frac{n(n-1)}{2}$  – количество элементов  $h$  наддиагонали матриц  $C$  и  $Q(w^k)$   $h = \overline{1, n-1}$ . Верхний индекс  $k$  ( $k \in \{1, \dots, q\}$ ) в  $w^k$  – порядковый номер  $w^k$  в  $W$ ,  $q$  – количество  $w^k$  в  $W$ . Если матрицы  $Q(w^k)$  и  $C$  – несимметричны, то  $\beta(f(j), w^k)|_1^m$  и  $\varphi(j)|_1^m$  содержат все их элементы, а  $m = n^2$  (или  $m = n \tilde{n}$ ). Функция цели  $F(w^k)$  принимает вид

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^m \beta_j(f(j), w^k) \varphi(j). \quad (1)$$

**Неопределенность в искусственном интеллекте.** Принятие решений в прикладных задачах проводится в условиях неопределенности разного вида, т.е. решение задач с учетом разного их вида является общим случаем, а принятие решения без их учета – частичным. Как и в задачах комбинаторной оптимизации, так и в задачах искусственного интеллекта неопределенность связана:

- с неоднозначностью результата, полученного по смоделированной целевой функции или выбранной ме-

рой подобия в случае нечеткой входной информации, который не удовлетворяет цели исследования;

- с выбором способа оценки точности работы определенного алгоритма;
- с особенной структурой множества комбинаторных конфигураций, которые являются аргументом целевой функции;
- с неполной входной и текущей информацией;
- с нечетко разработанными правилами обработки и оценки информации;
- с неоднозначностью при выборе оптимального решения по нескольким критериями в многокритериальной оптимизации.

Следовательно, одной из задач искусственного интеллекта есть ситуация неопределенности. При решении значительной части задач разных классов основное внимание уделяется неопределенности, связанной с неполной входной и текущей информацией, а также с нечеткими входными данными. В этом случае решают проблему путем анализа поведения системы за некоторый промежуток времени. На основе этого анализа устанавливается определенная закономерность, которая учитывается при прогнозировании результатов на текущем промежутке времени. Если входную информацию можно задать часовыми последовательностями и для нее определить фрактальную размерность, то используют фрактальный анализ, в частности метод нормированного размаха (метод  $R/S$ ) [7, 8]. Одним из способов решения этой ситуации также является разработка самонастраивающихся алгоритмов генерирования параметров, которые необходимо задавать как входные данные для решения следующей задачи и которые невозможно задать в начале вычислительного процесса. Это позволяет при решении конкретной задачи генерировать дополнительную текущую информацию с учетом прогноза будущих результатов.

Для моделирования прикладных задач в рамках теории комбинаторной оптимизации необходимо определить:

- вид задачи (статическая или динамическая) по способу вычисления целевой функции;
- базовые множества, которыми задается определенная задача;
- тип задачи по входным данным;
- аргумент целевой функции (комбинаторную конфигурацию);
- смоделировать целевую функцию.

Анализ задач искусственного интеллекта показывает, что они относятся как к первому, так и ко второму типу. Аргументом целевой функции в них выступают комбинаторные конфигурации разных типов, в частности выборки (соединения и размещения как с повторениями, так и без них), разбиение  $n$ -элементного множества на подмножества и пр. Задачи этого класса могут быть статическими и динамическими.

Комбинаторной конфигурацией назовем любую совокупность элементов, которая образуется из всех или из некоторых элементов заданного множества  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  [6]. Обозначим ее упорядоченным множеством  $w^k = (w_1^k, \dots, w_n^k)$ . Множество  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  назовем базовым. Под символом  $w_i^k \in A$  понимаем как отдельные элементы, так и подмножества (блоки),  $\eta^k \in \{1, \dots, n\}$  – количество элементов в  $w^k \in W$ . В зависимости от условия задачи  $\eta$  будем обозначать без индекса или с верхним индексом  $\eta^k$ . Две нетождественных комбинаторных конфигурации  $w^k$  и  $w^j$  назовем *изоморфными*, если  $\eta^k = \eta^j$ .

В прикладных задачах вычислительного интеллекта аргументом целевой функции выступают разные типы выборок. С понятием выборки связывают как собственно операцию выделения подмножеств заданного множества, так и ее результат – выбранное подмножество. В дальнейшем подразумеваем второе понятие.

Пусть задано базовое множество  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ . Из него получим  $\eta$ -выборку. Число  $\eta$  называют *объемом* выборки. В  $\eta$ -выборках в зависимости от условия задачи или учитывается порядок расположения в них элементов (тогда их называют  $\eta$ -перестановками или  $\eta$ -размещениями), или нет. В этом случае они называются  $\eta$ -сочетаниями.

Следовательно, существуют такие типы выборок: упорядоченные и неупорядоченные. Последние это – сочетание без повторов и с повторениями. Упорядоченные это – размещение с повторениями и размещение без них. Множество любого типа выборок состоит из подмножеств изоморфных выборок. Далее показано, что в задаче распознавания и синтеза речевых сигналов, в задаче клинической диагностики аргументом целевой функции является сочетание без повторов и размещение с повторениями.

Закономерность изменения значений целевой функции в задачах комбинаторной оптимизации зависит от упорядочения комбинаторных конфигураций (аргумента)  $w \in W$ . Рассмотрим структуру их множества  $W$ . Подмножество  $W_\eta \subset W$  назовем *подмножеством изоморфных комбинаторных* конфигураций, если ее элементы – являются таковыми. Множество  $W$  состоит из подмножеств изоморфных комбинаторных конфигураций  $W_\eta$ . На подмножестве  $W_\eta$  целевая функция изменяется так, как и на множестве перестановок. Можно доказать, что на множестве перестановок и на подмножестве изоморфных комбинаторных конфигураций при использовании целевой функции (1) ситуация неопределенности сводится к минимуму. Но на множестве, состоящем из подмножеств, для определенного их упорядочения закономерность изменения значений функции

(1) одинакова независимо от входных данных, а результат решения задачи – неоднозначен, т.е. возникает ситуация неопределенности, связанная со структурой аргумента целевой функции. Поскольку в задачах искусственного интеллекта множество комбинаторных конфигураций упорядочивается подмножествами  $W_\eta \subset W$ , то поиск для них оптимального решения по выражению (1) или линейной функцией проводится в условиях неопределенности, связанной со структурой аргумента.

Прикладные задачи искусственного интеллекта, в которых целевая функция зависит от нескольких переменных, по этому признаку разделяются на независимые подзадачи, принадлежащие разным классам. Для их решения разрабатываются алгоритмы, совмещающие два или более методов и основаны на организации пошаговых вычислений – итерационного процесса, который порождает последовательность решений в соответствии со встроенными процедурами. Если встроенные процедуры – независимые алгоритмы, ориентированные на решение задач определенных классов, то они называются *гибридными*. Решение задачи определяется на множествах комбинаторных конфигураций разных типов. В этом случае суть гибридного алгоритма заключается в сочетании таких методов для поиска оптимального решения, которое было бы действительным для каждого из заданных комбинаторных множеств.

В таких задачах искусственного интеллекта как распознавание речевых сигналов и задачи клинической диагностики целевая функция зависит от нескольких переменных, которыми являются разные типы комбинаторных конфигураций. Поэтому для их решения требуются разработки гибридных алгоритмов. По этому признаку усатанавливается и подобие этих задач [9].

**Подобие задач искусственного интеллекта, в которых целевая функция зависит от нескольких переменных.** Построенные математические модели задач распознавания речевых сигналов и клинической диагностики с использованием теории комбинаторной оптимизации показывают, что они разделяются на три подзадачи:

- структуризация библиотеки эталонов;
- поиск в библиотеке эталонной информации;
- задача сравнения эталонной и входной информации.

Для обоих классов задач аргументом целевой функции в первой подзадаче является разбиение  $n$ -элементного множества на подмножества, во второй подзадаче – размещение без повторов, а в третьей – сочетание без повторов. Рассмотрим эти задачи.

**Распознавание речевых сигналов.** Задача распознавания речевых сигналов заключается в поиске для входного сигнала наиболее правдоподобного эталонного из всех возможных эталонных сигналов [2]. Для решения этой задачи необходимо провести поиск определенного эталона в библиотеке и сравнить его со входным сигналом. Аргументом целевой функции в ней принимают входной сигнал [2]. Моделирование задачи распознава-

ния речевых сигналов показывает, что аргументом целевой функции в ней есть комбинаторные конфигурации разных типов.

Рассмотрим задачу сравнения эталонного и входного сигналов. Введем два базовых множества  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  и  $B^i = \{b_1^i, \dots, b_{\tilde{n}}^i\}$ , где  $a_s \in A$  – значение сигнала в отсчете  $s, s = \overline{1, n}$ , а  $b_l^i \in B^i$  соответствует отсчету эталонного сигнала,  $l \in \{1, \dots, \tilde{n}\}, i \in \{1, \dots, \tilde{q}\}$ ,  $\tilde{q}$  – количество эталонных сигналов. Входные данные, которыми служат веса между элементами  $a_s \in A$  и  $b_l^i \in B^i$ , зададим несимметричной матрицей  $C = \|c_{sl}\|_{n \times \tilde{n}}$ , номера столбцов которой совпадают с нумерацией элементов  $a_s \in A$ , а номера строк – с нумерацией элементов  $b_l^i \in B^i$ . Поскольку из каждого базового множества  $A$  и  $B^i$  выбирается по одному элементу в строгом порядке, то полученная комбинаторная конфигурация есть размещение без повторения. Обозначим его  $\mu^k \in M$ , где  $M$  – их всевозможное множество. Для определения элементов  $a_s \in A$  и  $b_l^i \in B^i$ , которые выбираются из базовых множеств на  $k$ -м варианте решения задачи, введем комбинаторную (0,1)-матрицу  $Q(\mu^k) = \|g_{sl}(\mu^k)\|_{n \times \tilde{n}}$ . Если  $g_{sl}(\mu^k) = 1$ , то из множеств  $A$  и  $B^i$  выбрана пара  $(a_s, b_l^i)$ , в противном случае значение  $g_{sl}(\mu^k) = 0$ . Для записи целевой функции в явном виде смоделируем входные данные функциями натурального аргумента. Элементы матрицы  $C$  представим числовой функцией  $\varphi(j) \Big|_1^m$ , а матрицы  $Q(\mu^k)$  – комбинаторной  $\beta(f(j), \mu^k) \Big|_1^m$ , где  $m = n \tilde{n}$ .

Задача сравнения эталонного и входного речевых сигналов заключается в нахождении такого размещения без повторений  $\mu^{k^*}$ , для которого

$$F(\mu^{k^*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k),$$

где  $\sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k)$  – интегральная мера сходства, а  $\varphi(j) = u_j(a_s, b_l^i)$  – элементарная мера сходства, определяющая сходство между элементами эталонного и входного сигналов.

В подзадаче поиска в библиотеке эталонного сигнала в качестве весов между эталонным и входным сигналами выступают значения интегральных мер сходства  $F(\mu^{k^*})$ , числовое значение которых представим матрицей  $C'$ . Номера столбцов этой матрицы совпадают с номерами эталонных сигналов, размещенных в библиотеке. Строка в ней одна и соответствует номеру 1 входного сигнала  $A$ . Поскольку при сравнении входного и

эталонного сигналов из множеств  $A$  и  $B$  выбираются два элемента, то образованная комбинаторная конфигурация является сочетанием без повторений, которое обозначим как  $\mu^k \in M'$ , где  $M'$  – их всевозможное множество  $B = (B_1^i, \dots, B_q^i)$  – множество эталонных сигналов. Введем комбинаторную (0,1)-матрицу  $Q(\mu^i) = \|g_{il}(\mu^i)\|_{1 \times q}$ .

Если  $g_{il}(\mu^i) = 1$ , то из множеств  $A$  и  $B$  выбрана пара  $(A, B_l^i)$ , в противном случае значение  $g_{il}(\mu^i) = 0$ . Элементы матрицы  $C'$  представим числовой функцией  $\varphi'(j) \Big|_1^{n-1}$ , а матрицы  $Q(\mu^i)$  – комбинаторной  $\beta'(f'(j), \mu^i) \Big|_1^{n-1}$ .

Задача поиска эталонного сигнала, соответствующего входному, заключается в нахождении такого сочетания без повторений  $\mu^{i^*}$ , для которого

$$F(\mu^{i^*}) = \max_{\mu^i \in M'} \sum_{j=1}^{n-1} \varphi'(j) \beta'_j(f'(j), \mu^i),$$

где  $\varphi'(j) = \sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k)$ .

**Задача клинической диагностики.** Построим математическую модель задачи клинической диагностики как задачу комбинаторной оптимизации [10]. Обозначим  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{n^*}\}$  множество заболеваний, описание которых находится в библиотеке (множество эталонов), где элемент  $\tilde{a}_s \in \tilde{A}, s \in \{1, \dots, n^*\}$ , соответствует определенному заболеванию, которому поставлены в соответствие характерные признаки  $V^{(t)} = (v_1^{(t)}, v_2^{(t)}, \dots, v_{q_t}^{(t)})$ ,  $q_t$  – количество признаков  $t$ -го заболевания. Входной информацией в задаче клинической диагностики является множество признаков  $\tilde{V} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_{q'})$ , описывающее одно или несколько заболеваний. Обозначим их  $\tilde{B} = \{\tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_{n^*}\}$ , где  $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$  – заболевание, которое необходимо определить,  $n^{**}$  – количество возможных заболеваний, а  $q_i \neq q''$  или  $q_i = q''$ . Признаки  $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$  входной информации имеют те же значения, что и описанные в эталоне признаки  $v_r^{(l)} \in V^{(l)}, r \in \{1, \dots, q'_l\}, l \in \{1, \dots, q'_l\}$ .

Задача заключается в поиске для  $\tilde{B}$  с множеством признаков  $\tilde{V}$  наиболее правдоподобного одного или нескольких эталонов из множества  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{n^*}\}$ , т.е. по входным признакам устанавливается одно или несколько заболеваний  $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$ . Признаки в этой задаче служат критериями, по которым оценивается ее решение. Как и в распознавании речевых сигналов, для решения этой задачи необходимо провести поиск определенного эталона в библиотеке и сравнить его со входными признаками.

Рассмотрим задачу сравнения признаков эталона  $V^{(t)} = (v_1^{(t)}, v_2^{(t)}, \dots, v_q^{(t)})$ , которые определяют  $t$ -е заболевание, и входных признаков  $\tilde{V} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_q)$ , по которым необходимо установить диагноз. Обозначим  $\mu_i^j(v_s^{(t)}, \tilde{v}_r)$  элементарную меру сходства между элементами множеств  $\tilde{V}$  и  $V^{(t)}$ . Положим, что меры сходства между элементами  $v_s^{(t)} \in V^{(t)}$  и  $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$  – входные данные. Их числовые значения зададим конечной последовательностью (комбинаторной функцией натурального аргумента, зависящей от размещения без повторов  $\mu^i$ ). Задача сравнения эталона и входных признаков заключается в поиске такого размещения без повторения  $\mu^{i*} = (\mu_1^{i*}, \dots, \mu_q^{i*})$ , для которого смоделированные целевые функции принимают максимальное значение.

В задаче перебора эталонов  $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n\}$  в качестве весов между элементами  $\tilde{a}_s \in \tilde{A}$  и входными данными  $\tilde{V}$  выступают значения интегральных мер сходства, полученные по заданным целевым функциям при сравнении признаков эталона и входных признаков.

Задача поиска библиотечного эталона, соответствующего входному, заключается в поиске такого сочетания без повторов, для которого значения частичных критериев, оценивающих результат решения, были бы наибольшими.

Как видно из постановки задач распознавания речевых сигналов и клинической диагностики, поиск эталона, подобного входным данным, нуждается в полном переборе. При больших объемах информации в базе данных эта задача в реальном времени – неразрешима. Для сведения ее к разрешимой необходимо структурировать библиотеку эталонов по определенным признакам, т.е. на этапе структуризации библиотеки для обоих случаев решается задача кластеризации, аргумент целевой функции в которой – разбиение  $n$ -элементного множества на подмножества.

Итак, задача клинической диагностики и распознавание речевых сигналов разделяются на три подзадачи: структуризация библиотеки эталонов, поиск в библиотеке эталонной информации; сравнение эталонной и входной информации. Аргументом целевой функции в них есть разные типы выборок и разбиение  $n$ -элементного множества на подмножества, т.е., по аргументу целевой функции эти задачи – подобны.

**Комбинаторные конфигурации как входные данные в вычислительном интеллекте.** В задачах распознавания такие конфигурации выступают и как входные данные. В этих задачах проводится распознавание сигналов разной природы (речевые сигналы, электрокардиограммы, электроэнцефалограммы), которые для них являются входными данными. Далее показано, как используются комбинаторные конфигурации для решения некоторых задач искусственного интеллекта.

**Использование мультимножеств в многодикторном распознавании речевых сигналов.** Речевой сигнал под действием определенных факторов образуется разнообразными комбинациями активных и пассивных органов речевого аппарата. Речевые сигналы, соответствующие одному и тому же слову, произнесенные разными дикторами, отличаются как частотой, так и амплитудой. Определение подобия входного и эталонного сигналов в многодикторных системах проводится многими способами, например [2]. Для эффективного распознавания таких сигналов их математическую модель необходимо построить так, чтобы к ней сводились все возможные произнесенные варианты определенного слова (выражения). Речевой сигнал моделируется выборкой – размещением с повторениями из  $n$  элементов  $a_s \in A$  по  $\eta$ , в которой учитывается порядок элементов  $s, \eta \in \{1, \dots, n\}$ . Сигналы, отражающие одно и то же слово, повторенное несколько раз одним и тем же диктором или разными дикторами, отличается тем, что полученные комбинаторные конфигурации содержат разные элементы речевого аппарата и разное их количество. Отсюда – нечеткость во входных данных.

Речевой сигнал (размещение с повторениями) представим мультимножеством. Оно формально определяется как пара  $(A, m)$  где  $m: A \rightarrow N$  функция из  $A$  во множество  $N$  натуральных чисел, т.е. каждому элементу множества  $A$  соответствует определенное натуральное число, называемое *кратностью* этого элемента. Речевой сигнал зададим последовательностью  $f|_1^n = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ , где  $f_j$  – значение амплитуды в отсчете  $j$  сигнала. Проведем его сегментацию на почти периодические и непериодические отрезки известным или разработанным алгоритмом. Текущий почти период разделим на  $k$  отрезков и опишем мультимножеством, заданным основой  $(f|_1^k, m)$ , где  $k$  – величина, определяемая экспериментально и одинакова для любого отрезка сигнала. В  $l$ -м отсчете должно быть лишь одно значение  $f_l$ . Эталон, по которому устанавливается подобие почти периода, моделируется аналогично. Подобие определяем по выражению  $|f_l - f'_l| \leq \varepsilon$  и  $|m_l - m'_l| \leq \varepsilon'$ , где  $f'_l$  – значение сигнала эталона в отсчете  $l$ ,  $m'_l$  – кратность элемента  $f'_l$ ;  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  – минимальные величины, по которым устанавливается подобие входного и эталонного сигналов, определяются экспериментально.

**Синтез индивидуальной речи с использованием фрагментов естественного языка.** Задача синтеза речевых сигналов заключается в их воспроизведении по заданному тексту. Как правило, для решения этой задачи создается библиотека фрагментов, образованная из естественных речевых сигналов, или такие фрагменты создаются искусственно [2]. Эта задача с использованием определенных правил решается объединением почти

периодов или участков сигнала, выбранных из библиотеки, в фонемы, соответствующие конкретным звукам (соответственно буквам заданного текста). Аргумент целевой функции в этой задаче – размещение с повторениями. Множество библиотечных элементов (фрагментов) обозначим  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ , где  $a_j$  – элемент, соответствующий почти периоду или участку речевого сигнала. Представим искусственный сигнал заданного слова (предложения) размещением с повторениями  $\mu^k = (\mu_1^k, \dots, \mu_n^k)$ , где  $\mu_i^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_i}})$  – фонема, а  $a_{j_l} \in A$  –  $j$ -й библиотечный элемент фонемы. Естественный речевой сигнал заданного слова (предложения) обозначим размещением с повторениями  $\mu^* = (\mu_1^*, \dots, \mu_n^*)$ , где  $\mu_s^* = (\mu_{s_1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}}^*)$  – фонема, а  $\mu_{s_l}^*$  – ее элемент.

Задача синтеза речевых сигналов заключается в поиске такого размещения с повторениями  $\mu^{k*} = (\mu_1^{k*}, \dots, \mu_n^{k*})$ , для которого полученный искусственный речевой сигнал соответствовал бы естественному его звучанию. Целевая функция принимает вид

$$F(\mu^{k*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{j=1}^n \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k),$$

где  $\varphi(j) = \sum_{s=1}^n \sum_{l=1}^{q^*} g_j(a_{j_l}, \mu_{j_s}^*)$  – интегральная мера сходства, а  $g_j(a_{j_l}, \mu_{j_s}^*)$  – элементарная мера сходства, определяющая подобие между искусственными фонемами  $\mu_i^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_i}})$ , образованными из элементов  $a_j \in A$ , и естественными  $\mu_s^* = (\mu_{s_1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}}^*)$  заданного естественного сигнала,  $q^* = \min(\zeta_i, \zeta_s^*)$ . Значение  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 1$ , если фонема  $\mu_i^k$  образована из элемента  $a_j \in A$ , и  $\beta_j(f(j), \mu^k) = 0$  в другом случае.

Грамматические правила в синтезе речевых сигналов можно рассматривать как меры сходства. Поскольку они разработаны основательно, то в отсутствие условия воспроизведения индивидуальности голоса эта задача – разрешима. Женский, мужской или детский голоса зависят от частоты основного тона и амплитуды сигнала, поэтому задача также разрешима. Воспроизведение индивидуальной речи зависит от намного более сложных факторов: от речевого аппарата индивидуума, от его эмоционального состояния, особенности психики и др. Поскольку эти параметры смоделировать сложно, то поставленная задача неразрешима. Существующие синтезаторы характеризуются достаточно высокой натуральностью звучания, но не воспроизводят особенности речи индивидуума. Эксперименты, проведенные посредством разработанного комплекса программ синтеза речевых сигналов из фрагментов естественного языка, показал, что индивидуальность речи сохраняется в почти периоде, соответствующем основному тону  $f_i$ , и ди-

фонах  $\tilde{f}_k$ , выделенных из естественного сигнала. Но, если сгенерировать сигнал из естественных почти периодов так, что значение их амплитуд  $A_i$  и длин  $D_i$  (в дискретах) – одинаковы для всех почти периодов, то голос звучит однообразно, с металлическим оттенком без эмоций. Для естественного звучания с сохранением индивидуальности речи и эмоциональности необходимо, кроме наличия естественных почти периодов и дифонов, точно воспроизвести характерные параметры индивидуума: значение амплитуды сигнала, длину почти периода (в начале, посередине, в конце сигнала, под ударением), минимальное количество почти периодов  $K$ , при которых воспроизводится определенная фонема. Эксперимент показал, что даже при выполнении оговоренных условий, сгенерированный искусственный речевой сигнал принимает индивидуальное звучание. Следовательно, воспроизведение индивидуальной речи характеризуется такими параметрами:  $\Psi = \langle A_i, D_i, K, f_i, \tilde{f}_k \rangle$ .

**Математический анализ электрокардиограмм с использованием комбинаторных конфигураций.** Электрокардиограмма описывается размещением с повторениями. Используя разработанную программу, проведем сегментацию сигнала с целью установления частоты сокращений сердца, длительности периода систолы и диастолы, значений амплитуд зубцов  $P, Q, R, S, T, U$ . Сегментация электрокардиограммы проводится несколькими итерациями, что позволяет достичь высокой точности решения задачи при небольших затратах машинного времени. В результате, по выделенным почти периодическим участкам электрокардиограммы определяется длина текущего почти периода, соответствующего суммарной длительности систолы и диастолы, и частоты сокращений сердца. Разработанными процедурами текущий почти период разбивается на два отрезка, один из которых – пауза (диастола), а второй – систола и содержит зубцы. Во втором отрезке выделяются интервалы, в каждом из которых по значениям сигнала воспроизводится унимодальная функция (вогнутая или выпуклая). Последовательность фрагментов этих функций определяет зубцы  $P, Q, R, S, T, U$ . По наибольшими и наименьшими их значениями находятся величины интервалов (длительность периодов  $P-Q, Q-R, R-S, S-T, T-U$ ). Соответственно определяется длительность систолы и диастолы.

Из изложенного следует, что комбинаторные конфигурации могут быть также входными данными в задачах искусственного интеллекта.

**Заключение.** Комбинаторные подходы получают дальнейшее развитие в решении задач искусственного интеллекта, как показало моделирование таких задач. В рамках теории комбинаторной оптимизации можно обнаружить их комбинаторную природу, определить аргумент целевой функции, которыми служат комбинаторные конфигурации разных типов.

Окончание на стр. 37

Эти исследования позволяют обнаружить причину неопределенности разных видов, которая возникает в процессе их решения, объяснить природу нечеткости входных данных. В задачах этого класса комбинаторные конфигурации могут быть как аргументом целевой функции, так и входными данными. По аргументу целевой

функции они разделяются на подзадачи, для решения которых необходимо разрабатывать гибридные алгоритмы. На примере задачи распознавания речевых сигналов и задачи клинической диагностики описан способ определения конкретных признаков, по которым устанавливается подобие задач искусственного интеллекта.

UDC УДК 519.816

N.K. Tymofeyeva, V.I. Gritsenko

### **Combinatorial is in a problems of artificial intellect**

**Keywords:** artificial intellect, uncertainty, combinatorial configuration, combinatorial optimization objective function, similarity of problems of combinatorial optimization.

The problems of the artificial intelligence are difficult by nature and are not always amenable to formalization. A lot of the applied problems of this class are reduced to the problems of the combinatorial optimization. This is because their vast part requires sorting of variants. A combinatorial nature is the characteristic of the search problems. The design methods do not always explain the search nature of the artificial intelligence problems. The detailed analysis of the problems of this class shows that the argument for the objective function is the different types of the combinatorial configurations.

The method of creating the artificial intelligence with the use of the combinatorial optimization theory is represented. An objective function and defined argument for the combinatorial configurations of different types are formulated. As the system analysis shows, in the problems of this class the combinatorial configurations can be the argument for the objective function and input data. The use of the combinatorial optimization theory allows to set the combinatorial nature, to formulate the objective function, to identify the characteristics signs, which establish the similarity of the artificial intelligence problems. The expounded researches allow the identification the uncertainty cause of different kinds, which arises up in the process of their decision, and explain the nature of the input data vagueness.

