

## Новий метод відновлення зображень в зонах відсутності попиксельної інформації

Задача восстановления изображения в зонах отсутствия попиксельной информации крайне актуальна. Такие задачи возникают в машиностроении, сейсмографии, обработке данных дистанционного зондирования Земли. Для решения такого рода задач разработан метод интерстрипации, в данной статье взятый за основу для нового модифицированного метода.

**Ключевые слова:** изображения, восстановление изображений, метод интерстрипации, модифицированный метод интерстрипации.

Задача відновлення зображення в зонах відсутності попиксельної інформації є вкрай актуальною. Такі задачі виникають в машинобудуванні, сейсмографії, обробці даних дистанційного зондування Землі. Для розв'язання такого роду задач розроблено метод інтерстрипації, в даній статті взятий за основу для нового модифікованого методу.

**Ключові слова:** зображення, відновлення зображень, метод інтерстрипації, модифікований метод інтерстрипації

**Вступ.** Оператори інтерстрипації (*inter* – між, *stripe* – смуга) функцій двох змінних, тобто відновлення цієї функції між системою смуг, якщо інформація про неї відома лише в точках вказаних смуг досліджено в [1–4]. В цьому напрямі не розв'язаними є наступні задачі:

- дослідження методів побудови операторів інтерстрипації, якщо смуги обмежені кривими, а не прямими лініями (така ситуація виникає, зокрема, коли інформація на смугах отримується за допомогою радіолокатора бокового огляду);

- дослідження методів побудови операторів інтерстрипації у випадку, коли смуги перетинаються під довільними кутами;

- дослідження методів побудови операторів інтерстрипації у випадку, коли на поверхні відома додаткова інформація про наявність на ній нерівностей, що виникли під час тектонічних порушень земної кори, причому частина їх може бути задана на одній смузі, друга – на іншій, а між смугами такої інформації немає. Така задача виникає в сейсмічній томографії, обробці даних дистанційного зондування Землі, відновленні внутрішньої структури планети під заданим регіоном.

Відзначимо, що в результаті роботи авторів над вказаними задачами отримано деякі результати, які можна використовувати також для

відновлення пошкоджених файлів, які містять графічну інформацію. Наприклад, в процесі передачі по мережі файли можуть бути пошкоджені в результаті помилок при передачі даних або перенавантаженні мережі. Оцінка справжніх значень втрачених пікселів необхідна в більшості задач цифрової обробки зображень або, наприклад, в задачах обробки архівних документів у вигляді зображень, що мають різноманітні спотворення (подряпини, пил, непотрібні записи тощо). Тому актуальною є розробка методів для відновлення зображення в тих його частинах, де інформація з будь-яких причин відсутня або відома не повністю.

Мета даної статті – розробка нового модифікованого методу інтерстрипації.

### Постановка задачі

Розглянемо задачу відновлення пошкоджених областей зображення, використовуючи інформацію на відомих ділянках зображення.

### Аналіз літературних джерел

Позначимо множину пікселів в невідомій області через  $\bar{D}$ , а множину коректних пікселів через  $D$ . Позначимо піксель зображення  $I$ , який знаходиться на перетині  $i$ -го рядка та  $j$ -го стовпця через  $I(i, j)$ , а квадратну область розміром  $m \times m$ , ( $m \geq 1$ ) на зображенні  $I$ , центральний піксель якого має координату  $(i, j)$ , через  $B(i, j)$ .

Більшість методів відновлення зображень можна умовно поділити на такі групи [5]: текстурні, шаблонні, засновані на рівняннях в частинних похідних, гібридні та швидкі напівавтоматичні. Розглянемо їх.

**Текстурні методи відновлення зображень.** За умов застосування методів даної групи для заповнення невідомої області  $\bar{D}$  безпосередньо використовуються пікселі з відомої області зображення  $D$ . Головна відмінність між цими алгоритмами полягає в забезпеченні неперервності на границі області  $D$  [5]. В роботах [6, 7] запропоновано методи текстурного відновлення зображення, які відрізняються способом відновлення різних кольорів, інтенсивності, градієнта та навіть статистичних характеристик.

**Шаблонні методи відновлення зображень.** Основна ідея роботи алгоритмів цього класу заснована на припущенні про наявність повторюваних фрагментів даних на зображенні, які зазвичай називаються *шаблонами*. Відновлення області  $\bar{D}$  проводиться частинами шляхом копіювання значень яскравості з найбільш схожого шаблону. Невідома область може містити як текстурну, так і структурну інформацію. У [8] показано, що для досягнення більш високого рівня відновлення, необхідно знаходити та відрізнати структурну та текстурну складові з метою відновлення в першу чергу саме структурної складової. У [9] запропоновано ітераційний алгоритм для заповнення області  $D$ . Особливо виділяється робота, де на відміну від всіх описаних робіт, для заповнення пошкодженої області використовується база даних зображень, яка містить мільйони зображень-шаблонів для відновлення [10].

**Методи відновлення зображень, засновані на рівняннях у частинних похідних.** Вперше метод запропоновано в роботі [11], де відновлення даних області  $\bar{D}$  проводиться за допомогою даних, що є природним продовженням інформації, яка міститься в  $D$ . Цей підхід став основою для наступних робіт. Так, наприклад, в роботі [12] запропоновано алгоритм анізотропної вектор-регуляризації.

**Гібридні методи відновлення зображень.** Як витікає з назви, методи цього класу являють собою поєднання двох класів методів. А саме текстурних методів та методів, заснованих на використанні диференціальних рівнянь з частинними похідними. Основна ідея алгоритму полягає в тому, що перш за все виділяють текстурну та структурну складові зображення, які потім заповнюються відповідними алгоритмами.

**Швидкі напівавтоматичні методи відновлення зображення.** Недоліком більшості представлених методів є їх висока обчислювальна складність, тому в деяких працях застосовують алгоритми для прискорення обчислень. Метод відновлення зображення за допомогою виділеної структури подано у [13]. Автори [14] запропонували відновлення зображення з використанням ітеративної згортки зображення з дифузним ядром.

#### Інтерстріпація функцій двох змінних

Зупинимось на інтерстріпації між системою вертикальних та горизонтальних смуг. Вважатимемо, що зображення поверхні  $\Sigma$  відоме лише на системі  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальних смуг вигляду

$$D_{1,k} = \{ \alpha_k \leq x \leq \beta_k, y \in [\gamma_1, \delta_{n+1}] \}, k = \overline{1, m}$$

та на системі  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальних смуг вигляду

$$D_{2,l} = \{ \gamma_l \leq y \leq \delta_l, x \in [\alpha_1, \beta_{m+1}] \}, l = \overline{1, n}.$$

Введемо позначення  $\bar{D}_{1,k} = R^2 \setminus D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $\bar{D}_{2,l} = R^2 \setminus D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$ .

Тоді об'єднання множин  $D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  та  $D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  дає область  $\bar{D}$  незаповнених ділянок зображення. В точках зображення  $D$ , які не потрапили до  $\bar{D}$  зберігається вся наявна інформація про зображення.

Поверхня  $\Sigma: z = f(x, y)$ ,  $f(x, y) \in C^{N,N}(R^2)$ , яку хочемо відновити, вважається відомою лише на вказаних смугах, тобто

$$f(x, y)|_{\alpha_k \leq x \leq \beta_k} = f_{1,k}(x, y), \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_1 \leq y \leq \delta_{n+1},$$

$$f(x, y)|_{\gamma_l \leq y \leq \delta_l} = f_{2,l}(x, y), \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}.$$

При цьому

$$\alpha_k < \beta_k < \alpha_{k+1} < \beta_{k+1}, k = \overline{1, m},$$

$$\gamma_l < \delta_l < \gamma_{l+1} < \delta_{l+1}, l = \overline{1, n}.$$

$C^{N,N}(R^2)$  – клас функцій, які мають неперервні похідні  $f^{(p,q)}(x, y)$  для  $0 < p, q \leq N$ .

Введемо до розгляду такі оператори

$$\begin{aligned} L_1 f(x, y) &= \\ &= \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_1 \leq y \leq \delta_{n+1}; \\ E_{1,k,k+1} f(x, y) & \beta_k \leq x \leq \alpha_{k+1}; 1 \leq k \leq m-1. \end{cases} \\ L_2 f(x, y) &= \\ &= \begin{cases} f_{2,l}(x, y) & \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}; \\ E_{2,l,l+1} f(x, y) & \delta_l \leq y \leq \gamma_{l+1}; 1 \leq l \leq n-1. \end{cases} \\ L_{12} f(x, y) &= \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & (x, y) \in \overline{D_{1,k}}, k = \overline{1, m}; \\ f_{2,l}(x, y) & (x, y) \in \overline{D_{2,l}}, l = \overline{1, n}; \\ E_{1,2,k,l} f(x, y) & (x, y) \in D, \end{cases} \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} E_{1,2,k,l} f(x, y) &= \\ &= [E_{1,k,k+1} + E_{2,l,l+1} - E_{1,k,k+1} E_{2,l,l+1}] f(x, y), \\ E_{1,k,k+1} f(x, y) &= \\ &= \sum_{s=0}^N [f^{(s,0)}(\beta_k, y) \ell_{1,k,s}(x) + f^{(s,0)}(\alpha_{k+1}, y) \ell_{2,k+1,s}(x)], \\ E_{2,l,l+1} f(x, y) &= \\ &= \sum_{p=0}^N [f^{(0,p)}(x, \delta_l) \ell_{1,l,p}(y) + f^{(0,p)}(x, \gamma_{l+1}) \ell_{2,l+1,p}(y)], \\ \ell_{1,k,s}(x) &= \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N \frac{(x - x_k)^s}{s!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N} \right\}_{(x_k)}, \\ \ell_{2,l,p}(y) &= \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N \frac{(y - y_l)^p}{p!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N} \right\}_{(y_l)}. \end{aligned}$$

Тут оператори  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$  та  $E_{1,2,k,l} f(x, y)$  – оператори двовимірної ерміто-

вої інтерполяції,  $\ell_{1,k,s}(x)$  та  $\ell_{2,l,p}(y)$  – поліноми Ерміта.

Якщо відома інформація лише на системі горизонтальних смуг, то згідно з [1–4] поверхня  $z = L_2 f(x, y)$  є наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній із смуг  $D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$ ,  $l = \overline{1, n-1}$ . Аналогічно для випадку вертикальних смуг, згідно з [1–4] поверхня  $z = L_1 f(x, y)$  є наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній із смуг  $D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $k = \overline{1, m-1}$ . У випадку, коли інформація про поверхню відома на системі взаємоперпендикулярних смуг наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$  згідно з [1–4] є поверхня  $z = L_{12} f(x, y)$ .

**Модифікований метод інтерстрапації. Відновлення інформації між системами вертикальних смуг**

Вважатимемо, що зображення поверхні  $\Sigma$  відоме на системі  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальних смуг вигляду

$$D_{1,k} = \{ \alpha_k \leq i \leq \beta_k, j \in [\gamma_1, \delta_{n+1}] \}, k = \overline{1, m}.$$

Введемо до розгляду оператор

$$\begin{aligned} E_{1,k,k+1}^* f(i, j) &= \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \Delta_{1,k,k+1} f(i, j) + \\ &+ \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \Delta_{2,k,k+1} f(i, j). \end{aligned}$$

Оператори  $\Delta_{1,k,k+1} f(i, j)$  та  $\Delta_{2,k,k+1} f(i, j)$  обираються у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \Delta_{1,k,k+1} f(i, j) &= \frac{1}{w_{1,k,k+1}(i, j) + 1} \sum_{p=0}^{w_{1,k,k+1}(i, j)} f(\beta_k - p, j), \\ \Delta_{2,k,k+1} f(i, j) &= \\ &= \frac{1}{w_{1,k,k+1}(i, j) + 1} \sum_{p=0}^{w_{1,k,k+1}(i, j)} f(\alpha_{k+1} + p, j), \end{aligned}$$

де  $w_{1,k,k+1}(i, j) = \min(i - \beta_k, \alpha_{k+1} - i)$ .

Фактично,  $w_{1,k,k+1}(i, j)$  – мінімальна відстань від точки  $(i, j)$  до границь смуг  $D_{1,k}$  та  $D_{1,k+1}$ , а оператори  $\Delta_{1,k,k+1}f(i, j)$  та  $\Delta_{2,k,k+1}f(i, j)$  – середнє значення освітленості зображення в пікселях, які знаходяться на смузі з відомим зображенням на відстані, що не перевищує  $w_{1,k,k+1}(i, j)$ . Схематично вибір пікселів для вертикальної інтерстріпації показано на рис. 1.

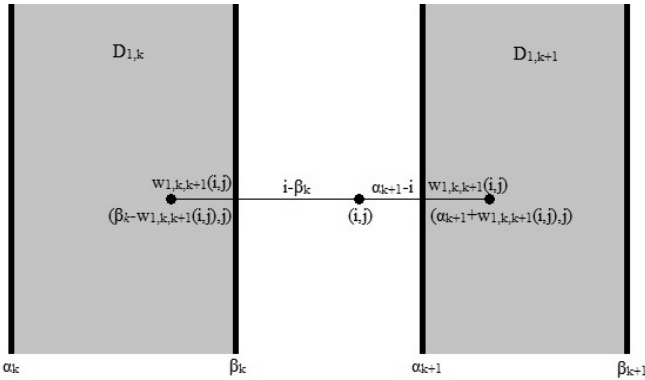


Рис. 1

Відзначимо, що в операторах  $\Delta_{1,k,k+1}f(i, j)$  та  $\Delta_{2,k,k+1}f(i, j)$ , а також і в операторах  $\Delta_{3,l,l+1}f(i, j)$  та  $\Delta_{4,l,l+1}f(i, j)$ , які будуть наведені нижче, береться середнє значення з метою зменшення впливу шумів біля границі невідомої області.

*Зауваження 1.* Якщо ширина відомої смуги  $D_{1,k}$ , яку позначимо через  $\rho_{1,k} = \beta_k - \alpha_k$ , менша за ширину смуги невідомої області  $\overline{D}_{1,k,k+1}$ , яку позначимо через  $\rho_{1,k,k+1} = \alpha_{k+1} - \beta_k$ , то

$$w_{1,k,k+1}(i, j) = \min(i - \beta_k, \alpha_{k+1} - i, \frac{\rho_{1,k}}{2}, \frac{\rho_{1,k,k+1}}{2}).$$

Введемо до розгляду такий оператор

$$\theta_1 f(i, j) = \begin{cases} f(i, j) & (i, j) \in D_{1,k}, k = \overline{1, m}; \\ E^*_{1,k,k+1} f(i, j) & \beta_k \leq i \leq \alpha_{k+1}, k = \overline{1, m-1}. \end{cases}$$

**Твердження 1.** Поверхня  $z = \theta_1 f(i, j)$  є наближеною математичною моделлю освітленості поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній смузі  $D_{1,k}$ ,

$k = \overline{1, m}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E^*_{1,k,k+1} f(i, j)$ .

Якщо  $w_{1,k,k+1}(i, j) = 0$ , то отримаємо стандартний метод інтерстріпації [1–4].

### Відновлення інформації між системами горизонтальних смуг

Приймемо, що зображення поверхні  $\Sigma$  відоме лише на системі  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальних смуг вигляду

$$D_{2,l} = \{ \gamma_l \leq j \leq \delta_l, i \in [\alpha_1, \beta_{m+1}] \}, l = \overline{1, n}.$$

Введемо до розгляду оператор

$$E^*_{2,l,l+1} f(i, j) = \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) + \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j).$$

Оператори  $\Delta_{3,l,l+1}f(i, j)$  та  $\Delta_{4,l,l+1}f(i, j)$  обираються так:

$$\Delta_{3,l,l+1} f(i, j) = \frac{1}{w_{2,l,l+1}(i, j) + 1} \sum_{r=0}^{w_{2,l,l+1}(i, j)} f(i, \delta_l - r),$$

$$\Delta_{4,l,l+1} f(i, j) = \frac{1}{w_{2,l,l+1}(i, j) + 1} \sum_{r=0}^{w_{2,l,l+1}(i, j)} f(i, \gamma_{l+1} + r),$$

де  $w_{2,l,l+1}(i, j) = \min(j - \delta_l, \gamma_{l+1} - j)$ .

Фактично,  $w_{2,l,l+1}(i, j)$  – мінімальна відстань від точки  $(i, j)$  до границь смуг  $D_{2,l}$  та  $D_{2,l+1}$ , а оператори  $\Delta_{3,l,l+1}f(i, j)$  та  $\Delta_{4,l,l+1}f(i, j)$  – середнє значення освітленості зображення в пікселях, які знаходяться на смузі з відомим зображенням на відстані, що не перевищує  $w_{2,l,l+1}(i, j)$ . Вибір пікселів для горизонтальної інтерстріпації подано на рис. 2.

*Зауваження 2.* Якщо ширина відомої смуги  $D_{2,l}$ , яку позначимо через  $\rho_{2,l} = \delta_l - \gamma_l$ , менша за ширину смуги невідомої області  $\overline{D}_{2,l,l+1}$ , яку позначимо через  $\rho_{2,l,l+1} = \gamma_{l+1} - \delta_l$ , то

$$w_{2,l,l+1}(i, j) = \min(j - \delta_l, \gamma_{l+1} - j, \frac{\rho_{2,l}}{2}, \frac{\rho_{2,l,l+1}}{2}).$$

Введемо до розгляду оператор

$$\theta_2 f(i, j) = \begin{cases} f(i, j) & (i, j) \in D_{2,l}, l = \overline{1, n}; \\ E_{2,l,l+1}^* f(i, j) & \delta_l \leq j \leq \gamma_{l+1}, l = \overline{1, n-1}. \end{cases}$$

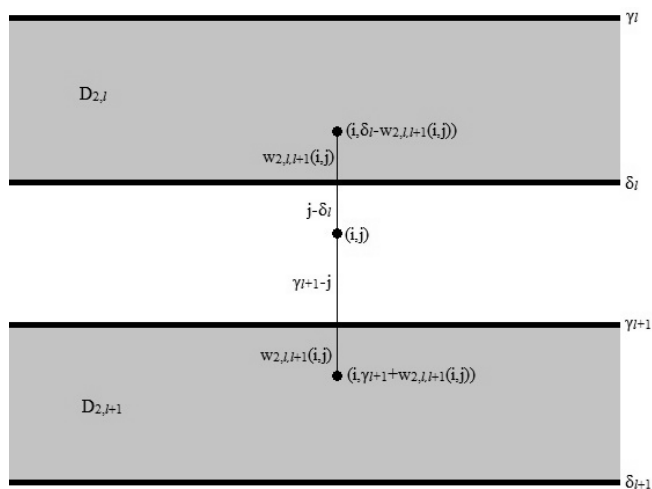


Рис. 2

**Твердження 2.** Поверхня  $z = \theta_2 f(i, j) \in$  наближеною математичною моделлю поверхні  $\Sigma$ , яка на кожній смугі  $D_{2,l}, l = \overline{1, n}$  точно відновлює поверхню, а між смугами зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{2,l,l+1}^* f(i, j)$ .

Якщо  $w_{2,l,l+1}(i, j) = 0$ , то отримаємо стандартний метод інтерстрації [1–4].

**Відновлення інформації між системами взаємно перпендикулярних смуг**

Вважатимемо, що зображення поверхні  $\Sigma$  відоме лише на системі  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальних смуг вигляду

$$D_{1,k} = \{\alpha_k \leq i \leq \beta_k, j \in [\gamma_1, \delta_{n+1}]\}, k = \overline{1, m},$$

та на системі  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальних смуг вигляду

$$D_{2,l} = \{\gamma_l \leq j \leq \delta_l, i \in [\alpha_1, \beta_{m+1}]\}, l = \overline{1, n}.$$

В результаті їх об'єднання отримуємо набір прямокутних областей  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] [\delta_l, \gamma_{l+1}]$ ,  $k = \overline{1, n-1}, l = \overline{1, m-1}$ , інформацію в яких треба відновити.

Введемо до розгляду оператор

$$E_{1,2,k,l}^* f(i, j) = (E_{1,k,k+1}^* + E_{2,l,l+1}^* - E_{1,k,k+1}^* E_{2,l,l+1}^*) f(i, j) =$$

$$= \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \Delta_{1,k,k+1} f(i, j) + \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \Delta_{2,k,k+1} f(i, j) + \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) + \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j) - \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{1,k,k+1} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) - \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{1,k,k+1} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j) - \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{2,k,k+1} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) - \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{2,k,k+1} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j).$$

Оператори  $\Delta_{1,k,k+1} f(i, j)$ ,  $\Delta_{2,k,k+1} f(i, j)$ ,  $\Delta_{3,l,l+1} f(i, j)$  та  $\Delta_{4,l,l+1} f(i, j)$  наведені вище. Схема вибору точок для взаємно перпендикулярної інтерстрації показана на рис. 3.

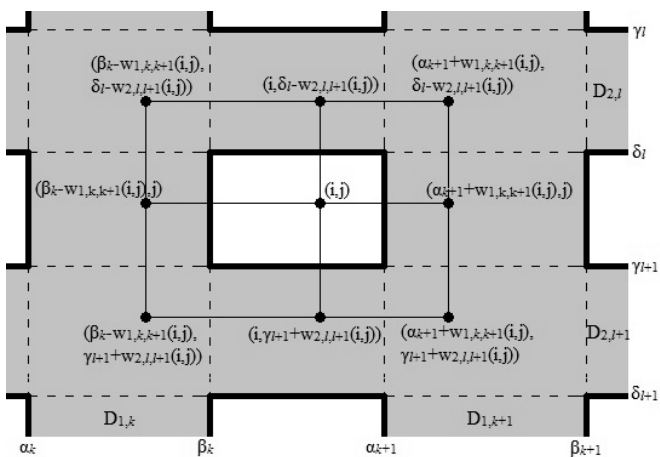


Рис. 3

Оператор  $E_{1,2,k,l}^* f(i, j)$  – оператор інтерлінації (*inter* – між, *line* – лінія) функції двох змінних, який при  $w_{1,k,k+1}(i, j) = 0$ ,  $w_{2,l,l+1}(i, j) = 0$  є класичним оператором інтерлінації між чотирма сторонами довільного прямокутника  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] [\delta_l, \gamma_{l+1}]$ ,  $k = \overline{1, n-1}, l = \overline{1, m-1}$ , поданим у [15, 16].

Введемо до розгляду такий оператор:

$$\theta_2 f(i, j) = \begin{cases} f(i, j) & (i, j) \in D_{1,k} \cup D_{2,l}, k = \overline{1, n}, l = \overline{1, m}; \\ E_{1,2,k,l}^* f(i, j) & (i, j) \in \overline{\Pi}_{k,l}, k = \overline{1, n-1}, l = \overline{1, m-1}. \end{cases}$$

**Твердження 3.** Поверхня  $z = \theta_{12} f(i, j)$  є наближеною математичною моделлю поверхні, яка на кожній зі смуг  $D_{1,k}, k = \overline{1, m}$  та  $D_{2,l}, l = \overline{1, n}$  точно відновлює поверхню, а на невідомих прямокутних областях  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] \times [\delta_l, \gamma_{l+1}], k = \overline{1, n-1}, l = \overline{1, m-1}$  зображує поверхню за допомогою оператора  $E_{1,2,k,l}^* f(i, j)$ .

### Експеримент

Для проведення обчислювальних експериментів взято тестове зображення рис. 4, з якого для кожного експерименту штучно були видалені смуги для їх подальшого відновлення викладеним раніше модифікованим методом інтерстріпації.



Рис. 4

Результати цих експериментів наведено на рис. 5–7.

Для порівняння наведеного методу інтерстріпації з найвідомішими методами відновлення зображень взято тестове зображення «Goldhil» (рис. 8, а), з якого було видалено деякі ділянки зображення (рис. 8, б) з метою подальшого їх відновлення різними методами.

Результати відновлення показано на рис. 9.

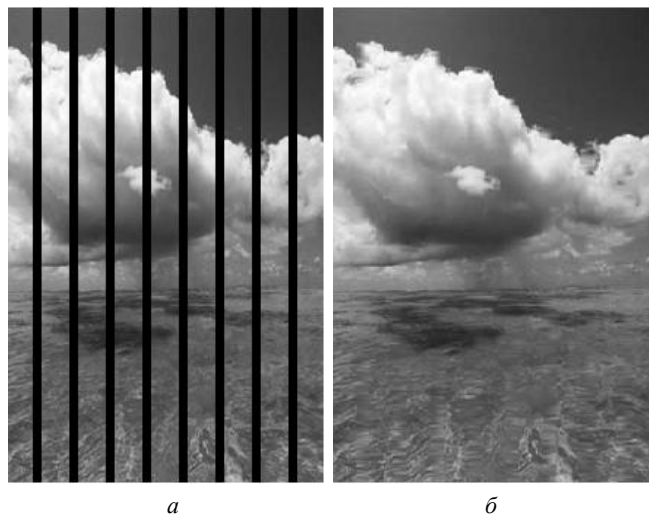


Рис. 5: а – пошкоджене зображення, б – відновлене зображення

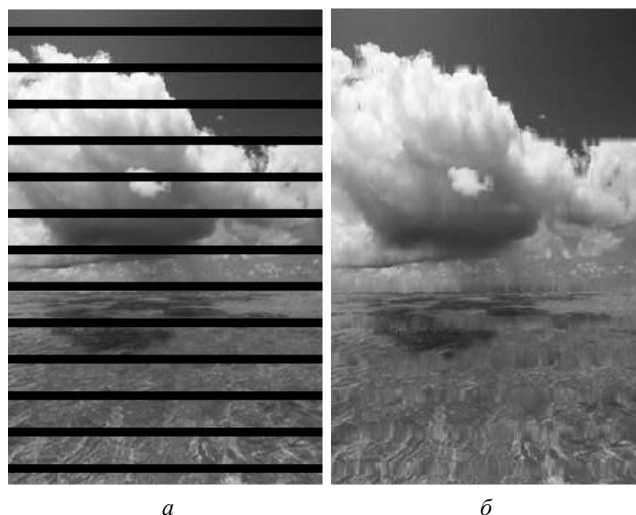


Рис. 6: а – пошкоджене зображення, б – відновлене зображення

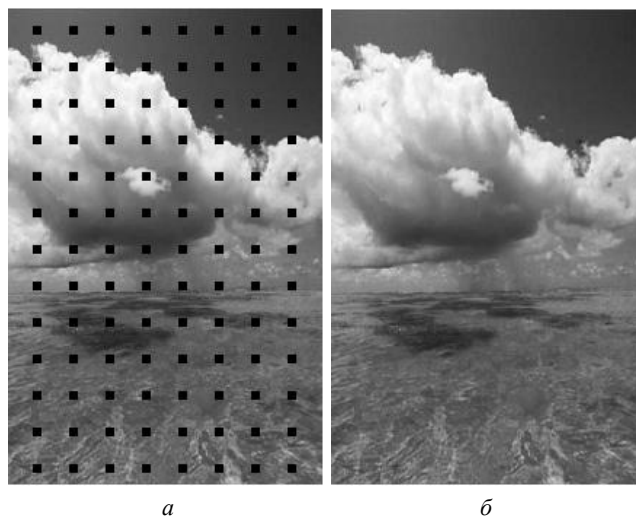


Рис. 7: а – пошкоджене зображення, б – відновлене зображення

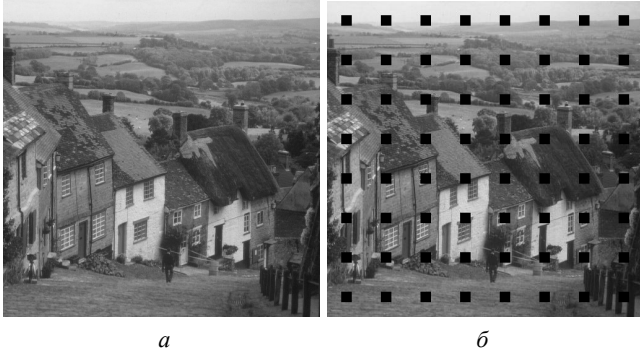


Рис. 8: *а* – оригінал зображення, *б* – пошкоджене зображення



Рис. 9: *а* – модифікована інтерстріпація, *б* – метод, наведений в [6]

**Висновки.** Розглянуті методи можуть бути застосовані для відновлення уражених ділянок пошкоджених зображень. Аналіз і розробка методів відновлення зображень є актуальною задачею для різних прикладних областей та потребує подальших досліджень.

1. Литвин О.М., Матвеева С.Ю., Межуєв В.І. Метамодель для математичного моделювання поверхні тіла на основі даних радіолокації // УСИМ. – 2010. – № 3. – С. 33–47.
2. Литвин О.М., Матвеева С.Ю. Метод відновлення поверхні між смугами за допомогою інформації про поверхню на взаємоперпендикулярних смугах // УСИМ. – 2011. – № 1. – С. 33–41.
3. Литвин О.М., Матвеева С.Ю. Інтерстріпація функцій двох змінних на системі перетинних смуг // УСИМ. – 2013. – № 2. – С. 33–41.

О.Н. Литвин, О.О. Литвин, Г.Д. Лесной, А.В. Славик

## Новый метод восстановления изображений в зонах отсутствия попиксельной информации

**Введение.** Операторы интерстрипации (*inter* – между, *stripe* – полоса) функций двух переменных, т.е. восстановление функции между системой полос, если информация известна лишь в точках указанных полос исследованы в [1–4]. В этом направлении не решенными остаются следующие задачи:

4. Литвин О.Н., Матвеева С.Ю. Обработка аэрокосмических снимков с помощью интерстрипации функций двух переменных // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 2. – С. 111–124.
5. Joshua J., Darsan G. Digital inpainting techniques – a survey // Int. j. of latest research in engineering and technology. – 2016. – 2. – P. 34–36.
6. Heeger D.J., Bergen J.R. Pyramid-based texture analysis/synthesis // Proc. of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 1995. – 29. – P. 229–233.
7. Yamauchi H., Haber J., Seidel H. Image restoration using multiresolution texture synthesis and image inpainting // Computer Graphics International. – 2003. – P. 120–125.
8. Criminisi A., Perez P., Toyama K. Region filling and object removal by exemplar-based inpainting // IEEE Transactions on Image Processing. – 2004. – 13. – P. 1200–1212.
9. Drori I., Cohen-Or D., Yeshurun H. Fragment – based image completion // Proc. of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH). – 2003. – P. 303–312.
10. Hays J., Efros A. Scene completion using millions of Graphics // Computer Graphics Proc. (SIGGRAPH). – 2007.
11. Image inpainting / M. Bertalmio, G. Sapiro, V. Caselles et al. // Proc. of the 27th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. – 2000. – P. 417–424.
12. Tschumperl D., Deriche R. Vector-valued image regularization with PDE's: A common framework for different applications // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2005. – 27. – P. 506–517.
13. Image completion with structure propagation / J. Sun, L. Yuan, J. Jian et al. / Proc. of ACM Conf. Comp. Graphics. – 2005. – P. 1–8.
14. Fast digital image inpainting / M. Oliviera, B. Bowen, R. McKenna et al. / Proc. of Intl. Conf. on Visualization, Imaging and Image Processing. 2001. – P. 261–266.
15. Литвин О.М. Інтерлінація функцій. – Харків: Основа, 1992. – 234 с.
16. Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа, 2002. – 544 с.

Поступила 09.04.2015

E-mail: [aleksey.slavik@yandex.ru](mailto:aleksey.slavik@yandex.ru)

© О.М. Литвин, О.О. Литвин, Г.Д. Лесной, О.В. Славик, 2017

- исследование методов построения операторов интерстрипации в случае, когда полосы пересекаются под произвольным углом;

- исследование методов построения операторов интерстрипации в случае, когда на поверхности известна информация о наличии на ней неровностей, возникших во время тектонических нарушений земной поверхности, причем одна часть ее может быть задана на одной полосе, другая – на второй, а между полосами информации нет.

Такая задача возникает в сейсмической томографии, обработке данных дистанционного зондирования Земли, восстановлении внутренней структуры планеты под заданным регионом.

Отметим, что в результате работы авторов над указанными задачами получены некоторые результаты, которые можно использовать также для восстановления поврежденных файлов, содержащих графическую информацию. Например, в процессе передачи по сети файлы могут быть повреждены в результате ошибок при передаче данных или перегрузке сети. Оценка истинных значений потерянных пикселей необходима в большинстве задач цифровой обработки изображений или, например, в задачах обработки архивных документов в виде изображений с различными искажениями (царапины, пыль, ненужные записи и пр.). Поэтому актуальна разработка методов для восстановления изображения в тех его частях, где информация по каким-либо причинам отсутствует либо известна не полностью.

Цель данной статьи – разработка нового модифицированного метода интерстрипации.

### Постановка задачи

Рассмотрим задачу восстановления поврежденных участков, используя информацию из известных участков изображения.

### Анализ литературных источников

Обозначим множество пикселей в неизвестной области изображения через  $\bar{D}$ , а множество корректных пикселей через  $D$ , пиксель изображения  $I$  на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца – через  $I(i, j)$ , а квадратную область размером  $m \times m$ , ( $m \geq 1$ ) на изображении  $I$ , центральный пиксель которого имеет координату  $(i, j)$ , через  $B(i, j)$ .

Большинство методов восстановления изображений можно условно поделить на следующие группы [5]: текстурные, шаблонные, основанные на уравнениях в частных производных, гибридные и быстрые полуавтоматические. Рассмотрим их.

**Текстурные методы восстановления изображений.** При применении методов этой группы для заполнения неизвестной области  $\bar{D}$  непосредственно используются пиксели из известной области изображения  $D$ . Главное отличие между этими алгоритмами состоит в обеспечении непрерывности на границе области  $D$  [5]. В рабо-

тах [6, 7] предложены методы текстурного восстановления изображения, которые отличаются способом восстановления разных цветов, интенсивности, градиента и даже статистических характеристик.

### Шаблонные методы восстановления изображений.

Основная идея работы алгоритмов этого класса основана на допущении о наличии повторяющихся фрагментов данных на изображении, которые принято называть *шаблонами*. Восстановление области  $\bar{D}$  проводится частями путем копирования значений яркости из наиболее подходящего шаблона. Неизвестная область может содержать как текстурную, так и структурную информацию. Для достижения более высокого уровня восстановления, необходимо уметь находить и отличать структурную и текстурную составляющую изображения с целью восстановления в первую очередь именно структурной составляющей [8]. В [9] предложен итерационный алгоритм для заполнения области  $D$ . В отличие от всех описанных работ, для заполнения поврежденной области используется база данных изображений, содержащая миллионы изображений-шаблонов для восстановления [10].

**Методы восстановления изображений, основанные на уравнениях в частных производных.** Впервые метод был предложен в работе [11], где восстановление данных области  $\bar{D}$  осуществляется данными, которые являются естественным продолжением информации, содержащейся в  $D$ . Этот подход стал основой для последующих работ. Так, например, в [12] был предложен алгоритм анизотропной вектор-регуляризации.

### Гибридные методы восстановления изображений.

Как следует из названия, методы этого класса представляют собой гибридное объединение двух классов методов – текстурных методов и методов, основанных на использовании дифференциальных уравнений в частных производных. Основная идея алгоритма в том, что прежде всего выделяют текстурную и структурную составляющие изображения, которые затем заполняются соответствующими алгоритмами.

**Быстрые полуавтоматические методы восстановления изображений.** Недостатком большинства представленных методов является их высокая вычислительная сложность, поэтому в некоторых работах применяются алгоритмы для ускорения вычислений. В [13] приведен метод восстановления изображения с помощью выделенной структуры. Авторы [14] предложили восстановление изображения с использованием итеративной свертки изображения с диффузным ядром.

### Интерстрипация функций двух переменных

Остановимся на интерстрипации между системой вертикальных и горизонтальных полос. Считаем, что изображение поверхности  $\Sigma$  известно лишь на системе  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальных полос вида

$$D_{1,k} = \{\alpha_k \leq x \leq \beta_k, y \in [\gamma_1, \delta_{n+1}]\}, k = \overline{1, m}$$



и на системе  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальных полос вида

$$D_{2,l} = \{\gamma_l \leq y \leq \delta_l, x \in [\alpha_1, \beta_{m+1}]\}, l = \overline{1, n}.$$

Введем обозначение  $\overline{D}_{1,k} = R^2 \setminus D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $\overline{D}_{2,l} = R^2 \setminus D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$ .

Тогда объединение множеств  $D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  и  $D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  дает область  $\overline{D}$  незаполненных участков изображения. В точках изображения  $D$ , не попавших в  $\overline{D}$  сохраняется вся известная информация об изображении.

Поверхность  $\Sigma: z = f(x, y)$ ,  $f(x, y) \in C^{N,N}(R^2)$ , подлежащая восстановлению, считается известной только на указанных полосах, т.е.

$$f(x, y)|_{\alpha_k \leq x \leq \beta_k} = f_{1,k}(x, y), \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_l \leq y \leq \delta_{l+1},$$

$$f(x, y)|_{\gamma_l \leq y \leq \delta_l} = f_{2,l}(x, y), \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}.$$

При этом

$$\alpha_k < \beta_k < \alpha_{k+1} < \beta_{k+1}, k = \overline{1, m},$$

$$\gamma_l < \delta_l < \gamma_{l+1} < \delta_{l+1}, l = \overline{1, n}.$$

$C^{N,N}(R^2)$  – класс функций, имеющих непрерывные производные  $f^{(p,q)}(x, y)$  для  $0 < p, q \leq N$ .

Введем в рассмотрение такие операторы

$$L_1 f(x, y) = \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & \alpha_k \leq x \leq \beta_k, \gamma_1 \leq y \leq \delta_{n+1}; \\ E_{1,k,k+1} f(x, y) & \beta_k \leq x \leq \alpha_{k+1}; 1 \leq k \leq m-1. \end{cases}$$

$$L_2 f(x, y) = \begin{cases} f_{2,l}(x, y) & \gamma_l \leq y \leq \delta_l, \alpha_1 \leq x \leq \beta_{m+1}; \\ E_{2,l,l+1} f(x, y) & \delta_l \leq y \leq \gamma_{l+1}; 1 \leq l \leq n-1. \end{cases}$$

$$L_{12} f(x, y) = \begin{cases} f_{1,k}(x, y) & (x, y) \in \overline{D}_{1,k}, k = \overline{1, m}; \\ f_{2,l}(x, y) & (x, y) \in \overline{D}_{2,l}, l = \overline{1, n}; \\ E_{1,2,k,l} f(x, y) & (x, y) \in D, \end{cases}$$

где

$$E_{1,2,k,l} f(x, y) = [E_{1,k,k+1} + E_{2,l,l+1} - E_{1,k,k+1} E_{2,l,l+1}] f(x, y),$$

$$E_{1,k,k+1} f(x, y) =$$

$$= \sum_{s=0}^N [f^{(s,0)}(\beta_k, y) \ell_{1,k,s}(x) + f^{(s,0)}(\alpha_{k+1}, y) \ell_{2,k+1,s}(x)],$$

$$E_{2,l,l+1} f(x, y) =$$

$$= \sum_{p=0}^N [f^{(0,p)}(x, \delta_l) \ell_{1,l,p}(y) + f^{(0,p)}(x, \gamma_{l+1}) \ell_{2,l+1,p}(y)],$$

$$\ell_{1,k,s}(x) =$$

$$= \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N \frac{(x - x_k)^s}{s!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (x - x_j)^N} \right\}_{(x_k)},$$

$$\ell_{2,l,p}(y) = \frac{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N (y - y_l)^p}{p!} \left\{ \frac{1}{\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n (y - y_i)^N} \right\}_{(y_l)}.$$

Здесь  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$  и  $E_{1,2,k,l} f(x, y)$  – операторы двумерной эрмитовой интерполяции,  $\ell_{1,k,s}(x)$  и  $\ell_{2,l,p}(y)$  – полиномы Эрмита.

Когда известна информация лишь на системе горизонтальных полос, согласно [1–4] поверхность  $z = L_2 f(x, y)$  – приближенная математическая модель поверхности  $\Sigma$ , которая на каждой из полос  $D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  точно восстанавливает поверхность, а между полосами изображает поверхность с помощью оператора  $E_{2,l,l+1} f(x, y)$ ,

$l = \overline{1, n-1}$ . Аналогично для случая вертикальных полос, согласно [1–4] поверхность  $z = L_1 f(x, y)$  будет приближенной математической моделью поверхности  $\Sigma$ , которая на каждой из полос  $D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  точно восстанавливает поверхность, а между полосами изображает поверхность с помощью оператора  $E_{1,k,k+1} f(x, y)$ ,  $k = \overline{1, m-1}$ . В случае, если информация о поверхности известна на системе взаимоперпендикулярных полос математической моделью поверхности  $\Sigma$  согласно [1–4] является поверхность  $z = L_{12} f(x, y)$ .

**Модифицированный метод интерстрипации. Восстановление информации между системами вертикальных полос**

Примем, что изображение поверхности  $\Sigma$  известно на системе  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальных полос вида

$$D_{1,k} = \{\alpha_k \leq i \leq \beta_k, j \in [\gamma_1, \delta_{n+1}]\}, k = \overline{1, m}.$$

Введем в рассмотрение оператор

$$E^*_{1,k,k+1} f(i, j) = \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \Delta_{1,k,k+1} f(i, j) + \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \Delta_{2,k,k+1} f(i, j).$$

Операторы  $\Delta_{1,k,k+1} f(i, j)$  и  $\Delta_{2,k,k+1} f(i, j)$  выбираются так:

$$\Delta_{1,k,k+1} f(i, j) = \frac{1}{w_{1,k,k+1}(i, j) + 1} \sum_{p=0}^{w_{1,k,k+1}(i, j)} f(\beta_k - p, j),$$

$$\Delta_{2,k,k+1} f(i, j) = \frac{1}{w_{1,k,k+1}(i, j) + 1} \sum_{p=0}^{w_{1,k,k+1}(i, j)} f(\alpha_{k+1} + p, j),$$

где  $w_{1,k,k+1}(i, j) = \min(i - \beta_k, \alpha_{k+1} - i)$ .

Фактически,  $w_{1,k,k+1}(i, j)$  – минимальное расстояние от точки  $(i, j)$  до границ полос  $D_{1,k}$  и  $D_{1,k+1}$ , а операторы  $\Delta_{1,k,k+1} f(i, j)$  и  $\Delta_{2,k,k+1} f(i, j)$  – среднее значение ос-

вещности изображения в пикселях на полосе с известным изображением на расстоянии, не превышающем  $w_{1,k,k+1}(i,j)$ . Выбор пикселей для вертикальной интерстрипации приведен на рис. 1.

Отметим, что в операторах  $\Delta_{1,k,k+1}f(i,j)$  и  $\Delta_{2,k,k+1}f(i,j)$ , а также в операторах  $\Delta_{3,l,l+1}f(i,j)$  и  $\Delta_{4,l,l+1}f(i,j)$ , приведенных далее, берется именно среднее значение с целью уменьшения влияния шумов у границы неизвестной области.

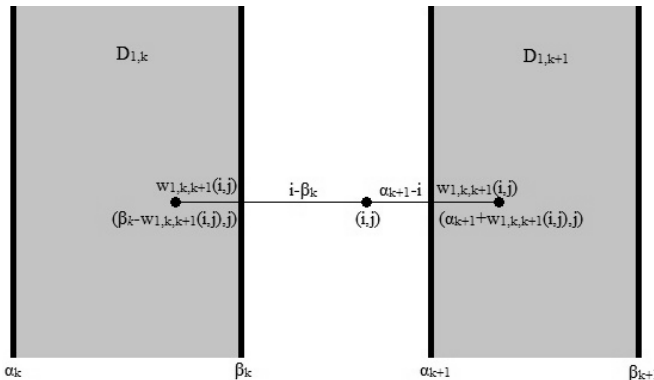


Рис. 1

*Замечание 1.* Если ширина известной полосы  $D_{1,k}$ , которую обозначим как  $\rho_{1,k} = \beta_k - \alpha_k$ , меньше ширины неизвестной полосы области  $\overline{D}_{1,k,k+1}$ , которую обозначим через  $\rho_{1,k,k+1} = \alpha_{k+1} - \beta_k$ , то

$$w_{1,k,k+1}(i,j) = \min(i - \beta_k, \alpha_{k+1} - i, \frac{\rho_{1,k}}{2}, \frac{\rho_{1,k,k+1}}{2}).$$

Введем в рассмотрение такой оператор:

$$\theta_1 f(i,j) = \begin{cases} f(i,j) & (i,j) \in D_{1,k}, k = \overline{1,m}; \\ E_{1,k,k+1}^* f(i,j) & \beta_k \leq i \leq \alpha_{k+1}, k = \overline{1,m-1}. \end{cases}$$

**Утверждение 1.** Поверхность  $z = \theta_1 f(i,j)$  – приближенная математическая модель поверхности  $\Sigma$ , которая на каждой полосе  $D_{1,k}, k = \overline{1,m}$  точно восстанавливает поверхность, а между полосами изображает поверхность с помощью оператора  $E_{1,k,k+1}^* f(i,j)$ .

Если  $w_{1,k,k+1}(i,j) = 0$ , то получим стандартный метод интерстрипации, описанный в [1–4].

### Восстановление информации между системами горизонтальных полос

Примем, что изображение поверхности  $\Sigma$  известно лишь на системе  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальных полос вида

$$D_{2,l} = \{\gamma_l \leq j \leq \delta_l, i \in [\alpha_1, \beta_{m+1}]\}, l = \overline{1,n}.$$

Введем в рассмотрение оператор

$$E_{2,l,l+1}^* f(i,j) = \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{3,l,l+1} f(i,j) + \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{4,l,l+1} f(i,j).$$

Операторы  $\Delta_{3,l,l+1}f(i,j)$  и  $\Delta_{4,l,l+1}f(i,j)$  выбираются так:

$$\Delta_{3,l,l+1}f(i,j) = \frac{1}{w_{2,l,l+1}(i,j) + 1} \sum_{r=0}^{w_{2,l,l+1}(i,j)} f(i, \delta_l - r),$$

$$\Delta_{4,l,l+1}f(i,j) = \frac{1}{w_{2,l,l+1}(i,j) + 1} \sum_{r=0}^{w_{2,l,l+1}(i,j)} f(i, \gamma_{l+1} + r),$$

где  $w_{2,l,l+1}(i,j) = \min(j - \delta_l, \gamma_{l+1} - j)$ .

Фактически,  $w_{2,l,l+1}(i,j)$  – минимальное расстояние от точки  $(i,j)$  до границ полос  $D_{2,l}$  и  $D_{2,l+1}$ , а операторы  $\Delta_{3,l,l+1}f(i,j)$  и  $\Delta_{4,l,l+1}f(i,j)$  – среднее значение освещенности изображения в пикселях на полосе с известным изображением на расстоянии, не превышающем  $w_{2,l,l+1}(i,j)$ . Выбор пикселей для горизонтальной интерстрипации приведен на рис. 2.

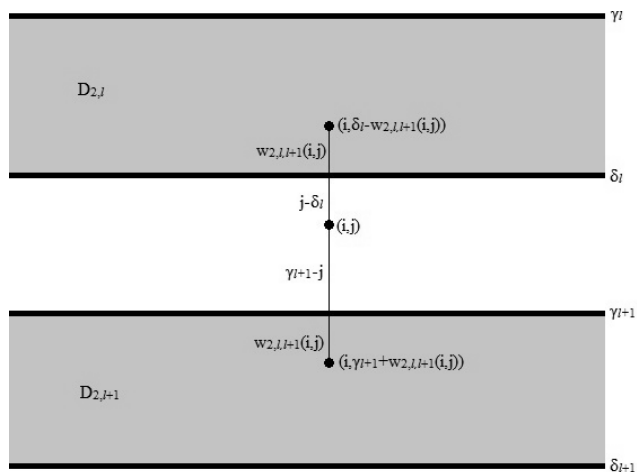


Рис. 2

*Замечание 2.* Если ширина известной полосы  $D_{2,l}$ , которую обозначим как  $\rho_{2,l} = \delta_l - \gamma_l$ , меньше ширины неизвестной полосы области  $\overline{D}_{2,l,l+1}$ , которую обозначим через  $\rho_{2,l,l+1} = \gamma_{l+1} - \delta_l$ , то

$$w_{2,l,l+1}(i,j) = \min(j - \delta_l, \gamma_{l+1} - j, \frac{\rho_{2,l}}{2}, \frac{\rho_{2,l,l+1}}{2}).$$

Введем в рассмотрение оператор

$$\theta_2 f(i,j) = \begin{cases} f(i,j) & (i,j) \in D_{2,l}, l = \overline{1,n}; \\ E_{2,l,l+1}^* f(i,j) & \delta_l \leq j \leq \gamma_{l+1}, l = \overline{1,n-1} \end{cases}$$

**Утверждение 2.** Поверхность  $z = \theta_2 f(i,j)$  есть приближенная математическая модель поверхности  $\Sigma$ , которая на каждой полосе  $D_{2,l}, l = \overline{1,n}$  точно восстанавливает поверхность, а между полосами изображает поверхность посредством оператора  $E_{2,l,l+1}^* f(i,j)$ .

Если  $w_{2,l,l+1}(i,j) = 0$ , то получим классический метод интерстрипации, описанный в [1–4].

### Восстановление информации между системами взаимно перпендикулярных полос

Примем, что изображение поверхности  $\Sigma$  известно лишь на системе  $m$  ( $m \geq 2$ ) вертикальных полос вида

$$D_{1,k} = \{\alpha_k \leq i \leq \beta_k, j \in [\gamma_1, \delta_{n+1}]\}, k = \overline{1, m},$$

и на системе  $n$  ( $n \geq 2$ ) горизонтальных полос вида

$$\overline{D}_{2,l} = \{\gamma_l \leq j \leq \delta_l, i \in [\alpha_1, \beta_{m+1}]\}, l = \overline{1, n}.$$

В результате их объединения получим набор неизвестных прямоугольных областей  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] \times [\delta_l, \gamma_{l+1}]$ ,  $k = \overline{1, n-1}$ ,  $l = \overline{1, m-1}$ , которые необходимо восстановить.

Введем в рассмотрение оператор

$$\begin{aligned} E_{1,2,k,l}^* f(i, j) &= (E_{1,k,k+1}^* + E_{2,l,l+1}^* - E_{1,k,k+1}^* E_{2,l,l+1}^*) f(i, j) = \\ &= \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \Delta_{1,k,k+1} f(i, j) + \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \Delta_{2,k,k+1} f(i, j) + \\ &+ \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) + \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j) - \\ &- \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{1,k,k+1} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) - \\ &- \frac{i - \beta_k}{\alpha_{k+1} - \beta_k} \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{1,k,k+1} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j) - \\ &- \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{j - \delta_l}{\gamma_{l+1} - \delta_l} \Delta_{2,k,k+1} \Delta_{3,l,l+1} f(i, j) - \\ &- \frac{i - \alpha_{k+1}}{\beta_k - \alpha_{k+1}} \frac{j - \gamma_{l+1}}{\delta_l - \gamma_{l+1}} \Delta_{2,k,k+1} \Delta_{4,l,l+1} f(i, j). \end{aligned}$$

Операторы  $\Delta_{1,k,k+1} f(i, j)$ ,  $\Delta_{2,k,k+1} f(i, j)$ ,  $\Delta_{3,l,l+1} f(i, j)$  и  $\Delta_{4,l,l+1} f(i, j)$  приведены ранее. Схема выбора точек для взаимно перпендикулярной интерстрипации приведена на рис. 3.

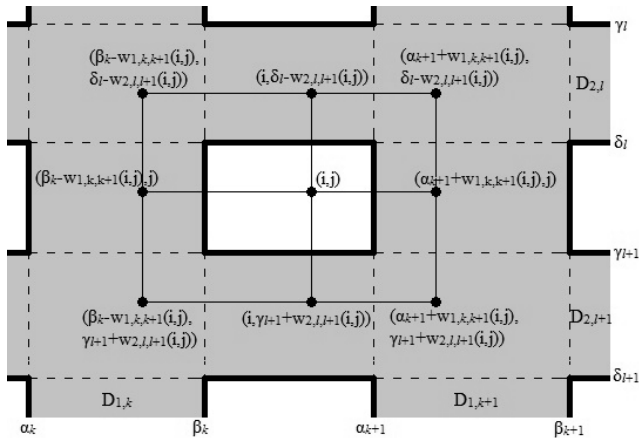


Рис. 3

Оператор  $E_{1,2,k,l}^* f(i, j)$  – оператор интерлинации (*inter* – между, *line* – линия) функции двух переменных,

который при  $w_{1,k,k+1}(i, j) = 0$ ,  $w_{2,l,l+1}(i, j) = 0$  – классический оператор интерлинации между четырьмя сторонами произвольного прямоугольника  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] \times [\delta_l, \gamma_{l+1}]$ ,  $k = \overline{1, n-1}$ ,  $l = \overline{1, m-1}$ , приведенный в [15, 16].

Введем в рассмотрение оператор

$$\theta_2 f(i, j) = \begin{cases} f(i, j) & (i, j) \in D_{1,k} \cup D_{2,l}, k = \overline{1, n}, l = \overline{1, m}; \\ E_{1,2,k,l}^* f(i, j) & (i, j) \in \overline{\Pi}_{k,l}, k = \overline{1, n-1}, l = \overline{1, m-1}. \end{cases}$$

**Утверждение 3.** Поверхность  $z = \theta_2 f(i, j)$  есть приближенная математическая модель поверхности, которая на каждой из полос  $D_{1,k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  и  $D_{2,l}$ ,  $l = \overline{1, n}$  точно восстанавливает поверхность, а на неизвестных прямоугольных областях  $\overline{\Pi}_{k,l} = [\beta_k, \alpha_{k+1}] [\delta_l, \gamma_{l+1}]$ ,  $k = \overline{1, n-1}$ ,  $l = \overline{1, m-1}$  изображает поверхность с помощью оператора  $E_{1,2,k,l}^* f(i, j)$ .

### Эксперимент

Для проведения вычислительных экспериментов взято тестовое изображение рис. 4, из которого для каждого эксперимента искусственно удалены полосы для их последующего восстановления изложенным модифицированным методом интерстрипации.

Результаты этих экспериментов приведены на рис. 5–7.

Для сравнения приведенного метода интерстрипации с известными методами восстановления изображений было взято тестовое изображение «Goldhill» (рис. 8, a), из которого были удалены некоторые участки изображения (рис. 8, б) с целью их дальнейшего восстановления разными методами.

Результаты восстановления приведены на рис. 9.



Рис. 4

Результаты этих экспериментов приведены на рис. 5–7.

**Заключение.** Рассмотренные методы могут быть применены для восстановления поврежденных участков изображения. Анализ и разработка методов восстановления

изображений – актуальная задача для различных прикладных областей и требует дальнейших исследований.

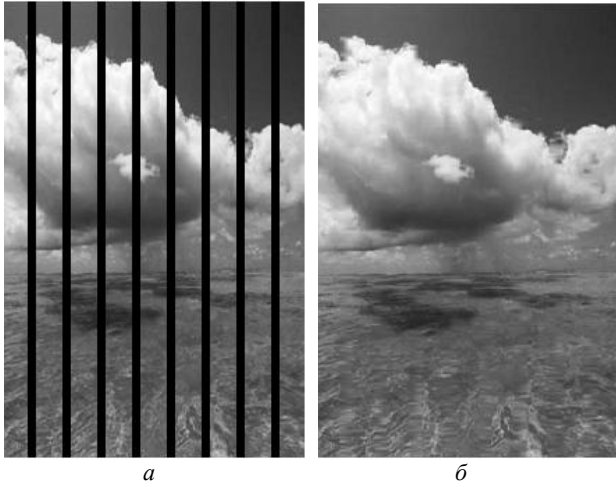


Рис. 5: *a* – поврежденное изображение, *б* – восстановленное изображение

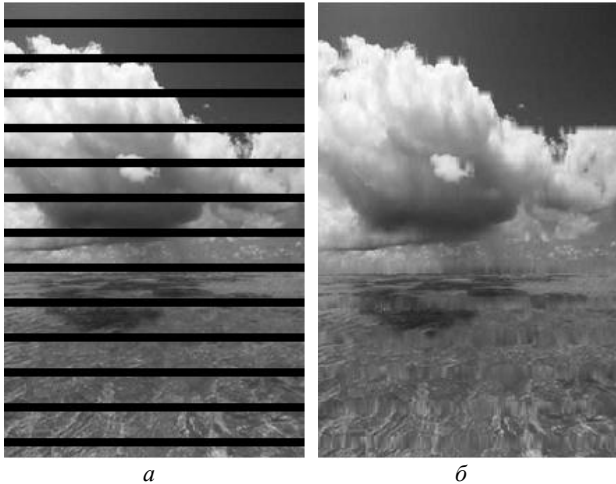


Рис. 6: *a* – поврежденное изображение, *б* – восстановленное изображение

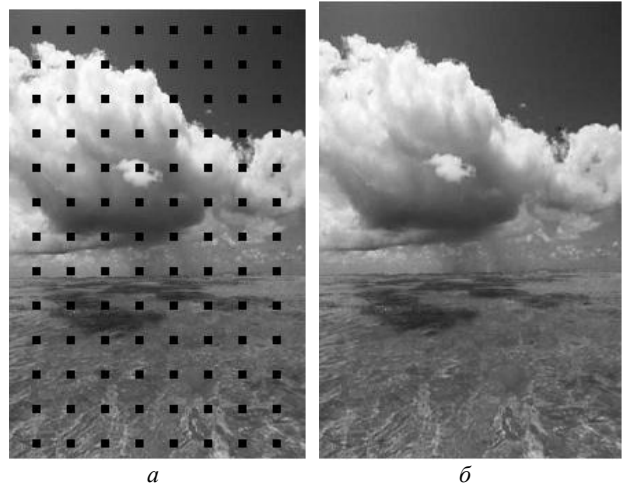


Рис. 7: *a* – поврежденное изображение, *б* – восстановленное изображение



Рис. 8: *a* – оригинал изображения, *б* – поврежденное изображение



Рис. 9: *a* – модифицированная интерстрипация, *б* – метод, приведенный в [6]

UDC 519.6

O.N. Lytvyn, O.O. Lytvyn, G.D. Lisny, A.V. Slavik

### The New Method of Image Recovery in the Areas of Absence of Information About Pixels

**Keywords:** image, image recovery, interstripation, modified interstripation.

Sometimes in the files containing the graphics information defects (empty subareas of image, etc.) are detected. So, it is urgent to develop the methods for image reconstruction in those parts, where the information is missing, or it is not fully known (for example, damaged).

The task of restoring the image in the areas of absence of information about pixels is extremely important. Such problems arise in engineering, seismography, processing of remote sensing data, etc. To solve such problems Lytvyn O.N. and Matveeva S.Y. has developed the method of interstripation, that are received from satellites or from radar installed on airplanes. In given work this method has been used as a basis to create a modified method of interstripation.

In this article the theoretical foundations of modified method of interstripation and the standard method of interstripation are presented. The computational experiments are carried out for the cases where the unidentified area are presented as a system of horizontal, vertical or orthogonally related stripes. In all cases the images are restored by the modified method of interstripation and the standard method of interstripation. The obtained results are compared between themselves and with the original image.

1. Lytvyn O.M., Matvejeva S.Ju., Mezhujev V.I. Metamodel' dlja matematychnogo modeljuvannja poverhni tila na osnovi danyh radiolokacii'. Upr. sist. mas., 2010, Vol. 3, P. 33–47 (In Ukrainian).

2. Lytvyn O.M., Matvejeva S.Ju. Metod vidnovlennja poverhni mizh smugamy za dopomogou informacii' pro poverhnju na vzajemnoperpendykuljarnyh smugah. Upr. sist. mas., 2011, Vol. 1, P. 33–41 (In Ukrainian).

3. Lytvyn O.M., Matvejeva S.Ju. Interstripacija funkcij dvoh zminnyh na systemi peretynyh smug. Upr. sist. mas., 2013, Vol. 2, P. 33–41 (In Ukrainian).

4. Lytvyn O.M., Matvejeva S.Ju. Obrabotka aerokosmicheskikh snimkov s pomoshch'yu interstripatsii funktsiy dvokh peremennykh. Problemy upravleniya i informatiki, 2013, Vol. 2, P. 111–124 (In Russian).

5. Joshua J., Darsan G. Digital inpainting techniques – a survey. International Journal of Latest Research in Engineering and Technology, 2016, Vol. 2, P. 34–36.

6. Heeger D.J., Bergen J.R. Pyramid-based texture analysis/synthesis. In Proc. of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH), 1995, Vol. 29, P. 229–233.

7. Yamauchi H., Haber J., Seidel H. Image restoration using multiresolution texture synthesis and image inpainting. In Computer Graphics International, 2003, P. 120–125.

8. Criminisi A., Perez P., Toyama K. Region filling and object removal by exemplar-based inpainting. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, Vol. 13, P. 1200–1212.

9. Drori I., Cohen-Or D., Yeshurun H. Fragment - based image completion. Proceedings of ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH), 2003, P. 303–312.

10. Hays J., Efros A. Scene completion using millions of Graphics. Computer Graphics Proceedings (SIGGRAPH), 2007.

11. Bertalmio M., Sapiro G., Caselles V., Ballester C. Image inpainting. Proc. of the 27th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques, 2000, P. 417–424.

12. Tschumperli D., Deriche R. Vector-valued image regularization with PDE's: A common framework for different applications. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, Vol. 27, P. 506–517.

13. Sun J., Yuan L., Jian J., Shum H.-Y. Image completion with structure propagation. Proc. of ACM Conf. Comp. Graphics, 2005, P. 1–8.

14. Oliviera M., Bowen B., McKenna R., Chang Y.-S. Fast digital image inpainting. Proc. of Int. Conf. on Visualization, Imaging and Image Processing, 2001, P. 261–266.

15. Lytvyn O.M. Interlinacija funkcij, Kharkiv, Osnova Publ., 1992, 234 p (In Ukrainian).

16. Lytvyn O.M. Interlinacija funkcij ta dejaki i'i' zastosuvannja, Kharkiv, Osnova Publ., 2002, 544 p (In Ukrainian).



## **Внимание !**

**Оформление подписки для желающих  
опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

**В розничную продажу журнал не поступает.**

**Подписной индекс 71008**