УДК 004.93'1

Т.Б. МАРТЫНЮК, А.В. КОЖЕМЯКО, Л.М. КУПЕРШТЕЙН

ФОРМАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ

Аннотация. Рассмотрен алгоритм классификации объектов по критерию максимума дискриминантных функций, особенностью которого является параллельная обработка по столбцам матрицы, составленной из элементов дискриминантных функций. Приведено представление данного алгоритма в терминах системы алгоритмических алгебр В.М. Глушкова.

Ключевые слова: классификация объектов, система алгоритмических алгебр В.М. Глушкова, обработка по разностным срезам, дискриминантная функция.

ВВЕДЕНИЕ

В ряде фундаментальных работ достаточно подробно описаны не только базовые положения систем алгоритмических алгебр (САА) В.М. Глушкова [1–5], но и теоретические основы формирования их разновидностей и клонов, а также предложены варианты использования базиса САА В.М. Глушкова для представления конкретных алгоритмов обработки информации [6–11]. Эти публикации продолжают цикл работ, связанных с сортировкой массивов данных [10, 12–15] и с другими видами мультиобработки, например с мультиобработкой векторных массивов данных по разностным срезам (РС) [16]. При этом в [17] в базисе модифицированной САА В.М. Глушкова представлены варианты многооперандного суммирования (свертки) элементов векторного массива по РС, а также в качестве расширения такой обработки — варианты пороговой обработки векторного массива по РС для реализации модели порогового нейрона [18, 19].

В настоящей статье на базе РС предложен алгоритм классификации объектов, предполагающий параллельную обработку элементов матрицы взвешенных компонент входного вектора признаков, что расширяет функциональные возможности процесса классификации за счет формирования одновременно с вектором классификации вектора рангов дискриминантных функций [20]. Представлен усовершенствованный алгоритм классификации объектов в терминах САА В.М. Глушкова.

Целью работы является раскрытие функциональных возможностей компактного описания в терминах САА В.М. Глушкова алгоритма классификации объектов на базе РС.

ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ПО РС ЭЛЕМЕНТОВ ДИСКРИМИНАНТНЫХ ФУНКЦИЙ

Дискриминантные функции (ДФ) представляют собой разделяющие функции между областями (конфигурациями) классов в пространстве признаков объектов (образов) при их классификации [21]. По признаку максимума одной из m ДФ, где m — количество классов, определяется принадлежность распознаваемого образа, представленного входным вектором признаков, к конкретному классу [22].

Таким образом, если сформированы m ДФ вида

$$\begin{cases} g_1(X) = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + \ldots + w_{1n}x_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ g_m(X) = w_{m1}x_1 + w_{m2}x_2 + \ldots + w_{mn}x_n, \end{cases} \tag{1}$$

или

$$g_i(X) = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j, \tag{2}$$

где x_j — j-я компонента входного вектора $\underline{X}$ признаков образа, w_{ij} — вес вхождения j-й компоненты в i-й класс C_i, $i = \overline{1, m}$, то решающее правило классификации по критерию максимума ДФ можно представить как в [22, 23], а именно $X \in C_k$, если $g_k(X) = \max_i g_i(X)$, $k = \overline{1, m}$.

В работе [20] предложено не формировать все m ДФ (1) с последующим определением максимальной среди них, а сформировать матрицу $\mathbf{A}^0$ из элементов (слагаемых) m ДФ (1) с дальнейшей их обработкой параллельно по столбцам, поскольку они состоят из одноименных элементов — слагаемых ДФ (1). Такая параллельная обработка по столбцам матрицы $\mathbf{A}^0$ правомочна, поскольку любой сумме вида (2) присущи свойства коммутативности и ассоциативности [24]. Таким образом, определить максимальную из m сумм вида (1) можно в процессе одновременного их уменьшения на величину общей составляющей, которую формируют минимальные элементы в каждом столбце текущей матрицы $\mathbf{A}^t$ в t-м цикле обработки, где $t = \overline{1, N}$. При этом в процессе последовательного обнуления соответствующих строк исходной матрицы $\mathbf{A}^0$ можно определить ранги ДФ, начиная с первой по m-ю.

В результате алгоритм классификации объектов по такому принципу обработки элементов ДФ представим следующим образом. Исходными данными являются: вектор входных сигналов $X = \{x_j\}$; матрица весов $W = \{w_{ij}\}$; вектор классификации $P = \{p_i\}$; классы $C = \{C_i\}$, где j — размерность вектора X $\{j = \overline{1, N}\}$, i — количество классов C $\{i = \overline{1, m}\}$.

Шаг 1. Формирование матрицы $\mathbf{A}^0$ взвешенных входных сигналов x_j вида

$$\mathbf{A}^0 = \begin{vmatrix} a_{11}^0 & a_{12}^0 & \ldots & a_{1n}^0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1}^0 & a_{m2}^0 & \ldots & a_{mn}^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1^0 \\ \ldots \\ A_m^0 \end{vmatrix}, \tag{3}$$

причем эти входные сигналы как элементы a_{ij}^0 матрицы $\mathbf{A}^0$ вычисляются $a_{ij}^0 = w_{ij} \cdot x_j$; присвоение единичного значения всем элементам p_i вектора классификации P, т.е. $P = (11\ldots1)^{\mathrm{T}}$.

Шаг 2. Выделение минимальных элементов q_j^t одновременно во всех столбцах текущей матрицы $\mathbf{A}^{t-1}$

$$q_j^t = \min_i \{a_{ij}^{t-1}\}, \quad t = \overline{1, N}, \tag{4}$$

где N — количество циклов классификации.

Шаг 3. Вычисление разностных срезов $\overline{A}_j^t$ одновременно во всех столбцах текущей матрицы $\mathbf{A}^{t-1}$ и формирование неупорядоченной матрицы $\overline{\mathbf{A}}^t$ следующим образом:

$$\overline{\mathbf{A}}^t = \begin{vmatrix} \overline{a}_{11}^t & \overline{a}_{12}^t & \ldots & \overline{a}_{1n}^t \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \overline{a}_{m1}^t & \overline{a}_{m2}^t & \ldots & \overline{a}_{mn}^t \end{vmatrix}, \tag{5}$$

причем

$$\bar{a}_{ij}^{\,t} = a_{ij}^{t-1} - q_j^t, \;\; j = \overline{1, n}; \tag{6}$$

проверка условия равенства нулю хотя бы одной из строк неупорядоченной матрицы $\bar{\mathbf{A}}^t$ вида

$$\exists\, \bar{A}_k^t = 0, \;\; k = \overline{1, m}, \tag{7}$$

а также условия равенства нулю всех строк неупорядоченной матрицы $\bar{\mathbf{A}}^t$

$$\forall\, \bar{A}_i^t = 0, \;\; i = \overline{1, m}. \tag{8}$$

Если выполняется условие (7), то переходим к шагу 4, а если (8), то — к шагу 5.

Шаг 4. Продвижение с обменом (транспозиция) вправо к крайним столбцам нулевых элементов $\bar{a}_{ij}^{\,t}$ в каждой строке неупорядоченной матрицы $\bar{\mathbf{A}}^t$ (5) и формирование упорядоченной матрицы $\mathbf{A}^t$ следующим образом:

$$A_i^t = \overrightarrow{Tr}_2\,(\bar{A}_i^t), \;\; i = \overline{1, m}\,; \tag{9}$$

одновременное обнуление k-го элемента p_k вектора P, соответствующего обнуленной строке $\bar{A}_k^t$ (7); маскирование всех нулевых элементов a_{kj}^t k-й обнуленной строки упорядоченной матрицы $\mathbf{A}^t$ и переход к шагу 2.

Шаг 5. Сохранение единичного значения l-го элемента p_l вектора P, соответствующего последней обнуленной строке $\bar{A}_l^N$ в N-м цикле; завершение процесса классификации.

Таким образом, единичное значение l-го элемента p_l вектора P означает, что входной объект, заданный вектором X его признаков, принадлежит l-му классу C_l, т.е. $(X \mid p_l = 1,\; l = \overline{1, m}) \Rightarrow C_l$.

Цикл процесса классификации осуществляется за шаги 2–4. В табл. 1 приведен пример реализации представленного алгоритма классификации, начиная с шага 2, для исходной матрицы $\mathbf{A}^0$ размера 3×3 вида

$$\mathbf{A}^0 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 8 \end{vmatrix}.$$

На шаге 2, кроме текущей матрицы $\mathbf{A}^{t-1}$, для t-го цикла указан вектор минимальных элементов q_j^t для каждого ее столбца. Прочерками (см. табл. 1) обозначены нулевые элементы полностью обнуленной строки матрицы, которые в дальнейшем не обрабатываются. Единичное значение элемента p_3 вектора P в данном случае соответствует максимальной ДФ $g_3(X)$.

РАСШИРЕНИЕ БАЗИСА САА В.М. ГЛУШКОВА

Параллельная обработка по строкам и столбцам матрицы $\mathbf{A}^t$ требует введения двух размеченных массивов. Рассмотрим их:

• размеченный массив элементов $(a_1, a_2 \ldots, a_n)$ в виде вектор-строки $M_r =$ ПЛ $\rceil a_1 a_2 \,\ldots\, a_n\, *$, где ПЛ и $*$ — специальные маркеры, обозначающие соответственно левую и правую границу этого массива, $\rceil$ — указатель, n — размерность массива;

Т а б л и ц а 1

Циклы	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Вектор P
	Текущая матрица $\mathbf{A}^{t-1}$	**Неупорядоченная матрица $\overline{\mathbf{A}}^t$**	**Упорядоченная матрица $\mathbf{A}^t$**	
1	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 8 \end{vmatrix}$ $[2 \;\; 1 \;\; 2]$	$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
2	$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$ $[2 \;\; 4 \;\; 0]$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ $[1 \;\; 0 \;\; 0]$	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
4	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $[2 \;\; 0 \;\; 0]$	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

• размеченный массив элементов $(a_1, a_2 \ldots, a_m)$ в виде вектор-столбца $M_c =$ ПЛ $\rceil a_1 a_2 \ldots a_m *$.

В качестве базисных операторов приняты следующие [10, 12, 13]:

• УСТ(Z) — оператор установки последовательности Z указателей V и маркеров W, где $Z \in (V \cup W)$;

• НРУ — оператор начальной расстановки указателей;

• ФИН — оператор завершения работы регулярной схемы;

• ВЫВ(R) — оператор вывода результата;

• $\vec{C}$ — оператор сдвига указателя $\rceil$ на один элемент вправо;

• ТРАНСП(l, r) — перестановка соседних элементов l и r массива M_r.

Кроме того, далее использованы такие логические операции [7, 10, 12, 13], как дизъюнкция $\alpha \vee \beta$, коньюнкция $\alpha \wedge \beta$, отрицание $\overline{\alpha}$, композиция $A \times B$ (т.е. последовательное выполнение операторов A и B), альтернатива $[\alpha]\,(A \vee B)$ (т.е. если α, то A, иначе B) и цикл $[\alpha]\,\{A\}$ (т.е. если α ложное, то A, при α истинном — конец цикла), а также используются следующие базисные условия: $l \leq r$ истинное при выполнении указанного соотношения для соседних элементов l и r массива и $d(*)$ истинное при достижении указателя $\rceil$ маркера $*$.

Особенностью предложенной обработки элементов матрицы по РС является левосторонняя обработка элементов массивов M_r и M_c в результате циклического сдвига указателя $\rceil$ слева направо.

С учетом особенности параллельной обработки массивов данных по РС обоснованными являются следующие дополнения к базисным операторам и условиям:

• ВЫЧ(M, q) — оператор параллельного вычитания из всех элементов массива M элемента q;

• НУЛ($\overline{a_1, a_n}$) — оператор обнуления одного из элементов массива M;

- γ истинное при выполнении условия нахождения нулевых элементов в крайних правых позициях массива M_r;
- θ_k истинное при выполнении условия (7);
- θ истинное при выполнении условия (8).

ЗАПИСЬ АЛГОРИТМА КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ В ТЕРМИНАХ САА В.М. ГЛУШКОВА

В качестве базовых операций предложенного алгоритма классификации используются следующие:

- выделение минимального элемента q_j^t (4) в векторном массиве A_j^{t-1}, где $j = \overline{1, n}$;
- вычисление РС $\overline{A}_j^t$ с элементами $\overline{a}_{ij}^t$ (6);
- продвижение с обменом (транспозиция) вправо к крайним позициям нулевых элементов в векторном массиве $\overline{A}_i^t$ (9) , где $i = \overline{1, m}$.

Эти базовые операции можно записать в виде составных операторов следующим образом:

- составной оператор выделения минимального элемента среди элементов $(\overline{a_1, a_m})$ РС A_j^{t-1}, обозначенный как массив M_{cj}:

$$\text{МИН}_j(\overline{a_1, a_m}) ::= [d(*)]\{[l \le r](\text{УСТ}(\min = l) \vee \text{УСТ}(\min = r)\vec{\text{C}}) \times$$

$$\times [\min \le r](\text{УСТ}(\min = \min) \vee \text{УСТ}(\min = r)\vec{\text{C}}\}, \tag{10}$$

с помощью которого реализуется последовательное выделение минимального элемента в каждой паре $(\min, r)$ соседних элементов массива $(\overline{a_1, a_n})$, начиная с первой пары (l, r), со сдвигом на один элемент вправо по массиву и с установкой (назначением) элементу min одного из двух значений;

- составной оператор вычисления РС $\overline{A}_j^t$, который также можно обозначить как массив M_{cj}:

$$\text{СРЕЗ}_j(\overline{a_1, a_m}) ::= \text{НРУ} \times \text{МИН}_j(\overline{a_1, a_m}) \times \text{ВЫЧ}_j(M, \min) \tag{11}$$

с учетом одного оператора последовательного действия $\text{МИН}_j(\overline{a_1, a_m})$ (10) и одного оператора параллельного действия $\text{ВЫЧ}_j(M, \min)$ в каждом массиве M_{cj};

- составной оператор транспозиции нулевых элементов в массиве $\overline{A}_i^t$, обозначенный как массив M_{ri}:

$$\text{ТРАНС}_i(\overline{a_1, a_n}) ::= [\gamma]\{\text{ТРАНСП}_i(l, r)\vec{\text{C}}\}, \tag{12}$$

с помощью которого реализуется последовательное продвижение с обменом в соседних парах (транспозиция) нулевых элементов вправо к крайним позициям в каждом массиве M_{ri}.

Таким образом, описанный ранее алгоритм классификации на базе РС, начиная с шага 2, можно записать следующим образом:

$$\text{КЛАСС}(\overline{x_1, x_n}) ::= [\theta] \underset{j=1}{\overset{n}{\text{СРЕЗ}}}(\overline{a_1, a_m}) \times [\theta_k](\text{НУЛ}(\overline{p_1, p_m}) \vee$$

$$\vee \underset{i=1}{\overset{m}{\text{ТРАНС}}}(\overline{a_1, a_n}))\} \times \text{ВЫВ}(P) \times \text{ФИН}. \tag{13}$$

В записи (13) с учетом необходимости выполнения операции формирования срезов РС параллельно по всем n столбцам матрицы $\mathbf{A}^t$ и операции транспозиции параллельно по всем m строкам матрицы $\overline{\mathbf{A}}^t$ использовано следующее представление процессов параллельной обработки:

- $\overset{n}{\underset{j=1}{\text{СРЕЗ}}}(\overline{a_1, a_m})$ — параллельное выполнение оператора $\text{СРЕЗ}_j(\overline{a_1, a_m})$ (11) по всем n стомлбцам M_{cj};
- $\overset{m}{\underset{i=1}{\text{ТРАНС}}}(\overline{a_1, a_n})$ — параллельное выполнение оператора $\text{ТРАНС}_i(\overline{a_1, a_n})$ (12) по всем m строкам M_{ri}.

Кроме того, в записи (13) оператор ВЫВ(P) используется для вывода результата процесса классификации, а именно вектора P с одним единичным элементом p_l в соответствии с шагом 5 алгоритма. При записи алгоритма классификации в виде (13) предполагается, что первоначальная матрица $\mathbf{A}^0$ вида (3) сформирована до начала описываемого процесса.

Анализ составного оператора вычисления РС вида $\text{СРЕЗ}_j(\overline{a_1, a_m})$ (11) позволяет предположить его модификацию за счет совмещения выполнения операторов $\text{МИН}_j(\overline{a_1, a_m})$ и $\text{ВЫЧ}_j(M, \min)$, например с использованием операции декремента над всеми элементами $(\overline{a_1, a_m})$, но в каждом столбце M_{cj} параллельно. Это значительно ускорит реализацию оператора $\text{СРЕЗ}_j(\overline{a_1, a_m})$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ записи алгоритма классификации на базе формирования РС в терминах САА В.М. Глушкова подтвердил компактность представления при таком подходе и возможность дальнейшего усовершенствования метода обработки двумерных (матричных) массивов данных по РС, а также функциональную мощность базиса САА В.М. Глушкова, что позволяет описывать в его терминах сложные алгоритмы, в данном случае алгоритм классификации объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цейтлин Г.Е. Введение в алгоритмику. — К.: Сфера, 1998. — 310 с.
2. Цейтлин Г.Е. Алгебраическая алгоритмика: теория и приложения // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 1. — С. 8–18.
3. Андон Ф.И., Дорошенко А.Е., Цейтлин Г.Е., Яценко Е.А. Алгеброалгоритмические модели и методы параллельного программирования. — Киев: Академпериодика, 2007. — 671 с.
4. Андон Ф.И., Дорошенко А.Е., Жереб К.А. Программирование высокопроизводительных параллельных вычислений: формальные модели и графические ускорители // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 4. — С. 176–187.
5. Андон Ф.И., Дорошенко А.Е., Бекетов А.Г., Иовчев В.А., Яценко Е.А. Инструментальные средства автоматизации параллельного программирования на основе алгебры алгоритмов // Кибернетика и системный анализ. — 2015. — № 1. — С. 162–170.
6. Цейтлин Г.Е., Амонс А.А., Головин О.В., Зубцов А.Ю. Интегрированный инструментарий проектирования и синтеза классов алгоритмов и программ // Кибернетика и системный анализ. — 2000. — № 3. — С. 165–169.

7. Цейтлин Г.Е. Алгебры Глушкова и теория клонов // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 4. — С. 48–58.

8. Борисов Е.С. Полуавтоматическая система декомпозиции последовательных программ для параллельных вычислителей с распределенной памятью // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 3. — С. 139–150.

9. Цейтлин Г.Е., Иванов Е.А. Специализированные информационные технологии для лиц с физическими ограничениями // Управляющие системы и машины. — 2008. — № 5. — С. 62–69.

10. Цейтлин Г.Е. Трансформационная сводимость и синтез алгоритмов и программ символьной обработки // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 5. — С. 165–173.

11. Овсяк В.К., Овсяк О.В. Порівняльний аналіз алгебричних методів запису алгоритмів // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: II наук.-техн. конф., 4–5 жовтня 2012 р.: Зб. наук. праць. — Львів: ФМІ НАНУ, 2012. — С. 117–119.

12. Цейтлин Г.Е. Проектирование последовательных алгоритмов сортировки: классификация, трансформация, синтез // Программирование. — 1989. — № 3. — С. 3–24.

13. Цейтлин Г.Е. Распараллеливание алгоритмов сортировки // Кибернетика. — 1989. — № 6. — С. 67–74.

14. Кожемяко В.П., Мартынюк Т.Б., Хомюк В.В. Особенности структурного программирования синхронных алгоритмов сортировки // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 5. — С. 122–133.

15. Яценко Е.А. Регулярные схемы алгоритмов адресной сортировки и поиска // Управляющие системы и машины. — 2004. — № 5. — С. 61–66.

16. Мартинюк Т.Б. Рекурсивні алгоритми багатоперандної обробки інформації. Монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2000. — 216 с.

17. Мартынюк Т.Б., Хомюк В.В. Мультиобработка массивов данных по разностным срезам // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 6. — С. 132–137.

18. Мартынюк Т.Б. Модель порогового нейрона на основе параллельной обработки по разностным срезам // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — № 4. — С. 78–89.

19. Васюра А.С., Мартинюк Т.Б., Куперштейн Л.М. Методи та засоби нейроподібної обробки даних для систем керування. Монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2008. — 175 с.

20. Мартынюк Т.Б., Буда А.Г., Хомюк В.В., Кожемяко А.В., Куперштейн Л.М. Классификатор биомедицинских сигналов // Искусственный интеллект. — 2010. — № 3. — С. 88–95.

21. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания: учеб. пособие. — 3-е изд. — М.: Высш. шк., 1989. — 232 с.

22. Дискриминантный анализ. — http:// www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stdiscan.html

23. Дискриминантные функции для классификации многомерных объектов. — http://www uran.donetsk.ua/~masters/2005/kita/kapustina/library/disc_an2.html.

24. Зубчук В.И., Сигорский В.П., Шкуро А.Н. Справочник по цифровой схемотехнике / К.: Техника, 1990. — 448 с.

Поступила 22.12.2014