УДК 519.21+62

А.В. НИКИТИН

АСИМПТОТИКА СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФУЗИОННОГО ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА С ТОЧКОЙ РАВНОВЕСИЯ КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА

Аннотация. Получены условия слабой сходимости диффузионного процесса переноса с марковскими переключениями и управлением с точкой равновесия функций критерия качества, для которой построена процедура стохастической аппроксимации в схеме серий.

Ключевые слова: стохастическое диффузионное уравнение, генератор на банаховом пространстве, марковский процесс, процедура стохастической аппроксимации.

ВВЕДЕНИЕ

Случайная эволюция в виде диффузионного процесса с управленим, которое определяется условием достижения экстремума функции критерия качества, изучалась в [1, 2]. Частным случаем есть существование точки равновесия критерия качества, который встречается во многих прикладных задачах оптимального оценивания [3, 4]. Отдельно рассматривается задача асимптотического поведения систем со случайными возмущениями [5]. Изучению последней с использованием малого параметра в схемах серий и диффузионной аппроксимации посвящена работа [6]. Для доказательств важных утверждениий использована модельная теорема Королюка [7]. В [8] рассмотрена непрерывная процедура стохастической оптимизации с непосредственным влиянием марковского процесса на функции регрессии и импульсное возмущение в схеме диффузионной аппроксимации.

Настоящая статья посвящена сходимости диффузионного процесса переноса с марковскими переключениями и управлением с точкой равновесия функции критерия качества, для которой строится процедура стохастической аппроксимации в схеме серий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть процесс переноса $y(t) \in \mathbf{R}^d$ определяется стохастическим дифференциальным уравнением

$$dy(t) = a(y(t), x(t))dt + \sigma(y(t), x(t), u(t))dw(t), \qquad (1)$$

где $x(t)$, $t > 0$, — равномерно эргодический марковский процесс в измеримом фазовом пространстве (X, X) [6], определен генератором

$$Q\varphi(x) = q(x)\int_X P(x, dy)[\varphi(y) - \varphi(x)] \qquad (2)$$

на банаховом пространстве $B(X)$ вещественнозначных ограниченных функций $\varphi(x)$ с супремум-нормой

$$||\varphi(x)|| = \sup_{x \in X} |\varphi(x)|.$$

Генератор Q является приведенно-оборотным на $B(X)$ с проектором $\Pi\varphi(x) := \int_X \pi(dx)\varphi(x)$, где $\pi(B)$ $(B \in \mathrm{X})$ — стационарное распределение марковского процесса $x(t)$, $t \geq 0$, которое определяется из соотношений $\pi(dx)q(x) = q\rho(dx)$, $q = \int_X \pi(dx)q(x)$ ($\rho(dx)$ — стационарное распределение вложенной цепи Маркова x_n, $n \geq 0$), и потенциалом R_0 марковской полугруппы $R_0 = \Pi - [Q + \Pi]^{-1}$.

Функции $a(y,x)=(a_k(y,x),\ k=\overline{1,d})$, $\sigma(y,x,u)=(\sigma_k(y,x,u),\ k=\overline{1,d})$, $y\in\mathbf{R}^d$, $x\in X$, удовлетворяют условиям существования глобального решения эволюционных уравнений

$$dy_x(t)=a(y_x(t),x)dt+\sigma(y_x(t),x,u_x(t))dw(t),\ \ x\in X, \tag{3}$$

для каждого фиксированного значения x марковского процесса $x(t)$, $t\ge 0$, на интервале $[\tau_i,\tau_{i+1}]$ пребывания процесса $x(t)$, $t\ge 0$, в состоянии $x\in X$.

Пусть критерий качества процесса переноса (1) определяется функцией $G(y,x,u)$, $y\in\mathbf{R}^d$, имеющей единственную точку равновесия u_x^* на интервале $[\tau_i,\tau_{i+1}]$, который вытекает из условия $G(y_x,x,u_x)=0$, или в общем представлении (1) управление $u(t)$ определяется условием

$$G(y(t),x(t),u(t))=0. \tag{4}$$

Отметим, что решение стохастического уравнения (1) на интервале $[\tau_i,\tau_{i+1}]$ при неслучайном управлении $u(t)$ образует марковский процесс.

Для определения асимптотических свойств решения задачи (1), (4) в схеме серий с малым параметром $\varepsilon>0$ рассмотрим стохастическое уравнение

$$dy^\varepsilon(t)=a(y^\varepsilon(t),x(t/\varepsilon))dt+\sigma(y^\varepsilon(t),x(t/\varepsilon),u^\varepsilon(t))dw(t) \tag{5}$$

и процедуру стохастической аппроксимации

$$du^\varepsilon(t)=\alpha(t)G(y^\varepsilon(t),x(t/\varepsilon),u^\varepsilon(t))dt \tag{6}$$

с общими начальными условиями

$$x(0)=x_0,\ \ y(0)=y_0,\ \ u(0)=u_0. \tag{7}$$

ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

Теорема 1. Пусть $a(y,u)\in C(\mathbf{R}^d,\ \mathbf{R}^d)$, $\sigma(y,x,u)\in C(\mathbf{R}^d,\ X,\mathbf{R}^d)$, $G(y,x,u)\in$ $\in C(\mathbf{R}^d,\ X,\mathbf{R}^d)$.

Тогда для произвольного ε ($\varepsilon<\varepsilon_0$ достаточно малое) имеет место слабая сходимость

$$(y^\varepsilon(t),u^\varepsilon(t))\Rightarrow(\hat{y}(t),\hat{u}(t)), \tag{8}$$

предельный процесс $(\hat{y}(t),\hat{u}(t))$ определен генератором

$$L\varphi(y,u)=A(y,u)\varphi(y,u)+\frac{1}{2}B(y,u)\varphi(y,x) \tag{9}$$

с представлением на тест-функциях $\varphi(y,u)\in C^{3,2}(\mathbf{R}^d,\ \mathbf{R}^d)$

$$A(y,u)=a(y)\varphi'_y(y,u)+\alpha(t)G(y,u)\varphi'_u(y,u), \tag{10}$$

где $a(y)=\int\limits_X a(y,x)\pi(dx)$, $G(y,u)=\int\limits_X G(y,x,u)\pi(dx)$, $B(u,y)=\hat{\sigma}^2(y,u)\varphi''_{yy}(y,u)$, $\hat{\sigma}^2(y,u)=\int\limits_X \sigma^2(y,x,u)\pi(dx)$.

Следствие 1. Предельный процесс управления $(\hat{y}(t),\hat{u}(t))$ опишем уравнениями

$$d\hat{y}(t)=a(\hat{y}(t))dt+\sigma(\hat{y}(t),\hat{u}(t))dw, \tag{11}$$

$$d\hat{u}(t)=\alpha(t)G(\hat{y}(t),\hat{u}(t))dt. \tag{12}$$

Следствие 2. Пусть рассматривается процесс переноса, который описан в схеме серий стохастическим дифференциальным уравнением

$$dy^\varepsilon(t)=a(y^\varepsilon(t),x(t/\varepsilon),u^\varepsilon(t))dt+\sigma(y^\varepsilon(t),x(t/\varepsilon),u^\varepsilon(t))dw(t)$$

с управлением $u^{\varepsilon}(t)$, которое определено уравнением $du^{\varepsilon}(t)=\alpha(t)G(y^{\varepsilon}(t), x(t/\varepsilon), u^{\varepsilon}(t))dt$ и составляющими $a(y,x,u), G(y,x,u), \sigma(y,x,u)\in C(\mathbf{R}^d, X, \mathbf{R}^d)$.

Тогда имеет место слабая сходимость $(y^{\varepsilon}(t), u^{\varepsilon}(t))\Rightarrow(\hat{y}(t), \hat{u}(t))$, где предельный процесс определен на тест-функциях $\varphi(y,x,u)\in C^{3,0,3}(\mathbf{R}^d, X, \mathbf{R}^d)$ генератором (9), где $A(u,y)\varphi(u,y)=a(y,u)\varphi'_y(y,x)+G(y,u)\varphi'_u(y,u)$, $a(y,u)= =\int_X a(y,x,u)\pi(dx)$.

Вначале установим несколько свойств генератора трехкомпонентного марковского процесса $y_t^{\varepsilon}=y_t^{\varepsilon}(t)$, $x_t^{\varepsilon}=x_t^{\varepsilon}(t)$, $u_t^{\varepsilon}=u_t^{\varepsilon}(t)$, который определяется соотношением

$$L^{\varepsilon}(y,x)\varphi(y,x,u)=$$
$$=\lim_{\Delta\to\infty}\frac{1}{\Delta}E[\varphi(y_{t+\Delta t}^{\varepsilon}, x_{t+\Delta t}^{\varepsilon}, u_{t+\Delta t}^{\varepsilon})-\varphi(y,x,u)\,|\,y_t^{\varepsilon}=y; x_t^{\varepsilon}=x; u_t^{\varepsilon}=u].$$

Введем обозначения условного математического ожидания с соответствующими разложениями приращений:

$$E_{y,x,u}\varphi(y+\Delta y, x_{t+\Delta}^{\varepsilon}, u+\Delta u)=$$
$$=E[\varphi(y+\Delta y, x_{t+\Delta}^{\varepsilon}, u+\Delta u)/\,y_t^{\varepsilon}=y; x_t^{\varepsilon}=x; u_t^{\varepsilon}=u].$$

Поскольку

$$E_{y,x,u}\varphi(y+\Delta y, x_{t+\Delta}^{\varepsilon}, u+\Delta u)=$$
$$=E_{y,x,u}\varphi\left(y+\int_t^{t+\Delta}a(y^{\varepsilon}(s),x)ds+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^{\varepsilon}(s),x,u^{\varepsilon}(s))dw(s),x,u+\Delta u\right)\times$$
$$\times I(\theta>\varepsilon^{-1}\Delta)+E_{y,x,u}\varphi\left(u+\int_t^{t+\Delta}a(y^{\varepsilon}(s),x_{t+\Delta}^{\varepsilon})ds+\right.$$
$$\left.+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^{\varepsilon}(s),x_{t+\Delta}^{\varepsilon},u^{\varepsilon}(s))dw(s),x_{t+\Delta}^{\varepsilon},u+\Delta u)\right)I(\theta<\varepsilon^{-1}\Delta)+o(\Delta), \tag{13}$$

где θ — время пребывания марковского процесса $x(t)$, $t\ge 0$, в состоянии x, то

$$I(\theta>\varepsilon^{-1}\Delta)=1-\varepsilon^{-1}q(x)\Delta+o(\Delta),\ \ I(\theta<\varepsilon^{-1}\Delta)=\varepsilon^{-1}q(x)\Delta+o(\Delta).$$

Для первого слагаемого в (13) имеем

$$\varphi\left(y+\int_t^{t+\Delta}a(y^{\varepsilon}(s),x)ds+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^{\varepsilon}(s),x,u^{\varepsilon}(s))dw(s),x,u+\Delta u\right)=$$
$$=\varphi\left(v+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^{\varepsilon}(s),x,u^{\varepsilon}(s))dw(s),x,u+\Delta u\right),$$

где $v=y+\int_t^{t+\Delta}a(y^{\varepsilon}(s),x)ds.$

Для последнего представления тест-функции с учетом $\pm\varphi(v,x,u+\Delta u)$ имеем

$$\varphi\left(v+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^{\varepsilon}(s),x,u^{\varepsilon}(s))dw(s),x,u+\Delta u\right)=$$

$$=\varphi'_y(v,x,u+\Delta u)\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(v,x,u+\Delta u)\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2+\varphi(v,x,u+\Delta u)+o(\Delta). \quad (14)$$

Так как

$$\varphi'_y(v,x,u+\Delta u)=\varphi'_y(v,x,u)+\varphi''_{uy}(v,x,y)\Delta u+o(\Delta)=$$

$$=\varphi'_y(v,x,u)+\varphi''_{yu}(v,x,u)\alpha(t)G(y,x,u)\Delta+o(\Delta),$$

$$\varphi''_{yy}(v,x,u+\Delta u)=\varphi''_{yy}(v,x,u)+\varphi'''_{yyu}(v,x,u)\,\alpha(t)\,G(y,x,u)\Delta+o(\Delta),$$

то для (14) получим

$$\varphi\left(v+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s),x,u+\Delta u\right)=$$

$$=\varphi(v,x,u)+\varphi'_u(v,x,u)\alpha(t)G(y,x,u)\Delta+o(\Delta)+$$

$$+\varphi'_y(v,x,u)\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)+$$

$$+\alpha(t)\varphi''_{yu}(v,x,u)G(y,x,u)\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\Delta+o(\Delta)+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(v,x,u)\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2+$$

$$+\frac{1}{2}\alpha(t)\varphi'''_{yyu}(v,x,u)\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2G(y,x,u)\Delta+o(\Delta). \quad (15)$$

Учитывая представления переменной v и непрерывную дифференцируемость тест-функций φ, получаем

$$\varphi(v,x,u)=\varphi\left(y+\int_t^{t+\Delta}a(y^\varepsilon(s),x)ds,x\right)=\varphi(y,x,u)+\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)\Delta+o(\Delta).$$

Аналогичные представления имеют все составляющие с переменной v в (15). Поэтому согласно (15)

$$\varphi\left(v+\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s),x,u+\Delta u\right)=$$

$$=\varphi(y,x,u)+\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)\Delta+o(\Delta)+\alpha(t)\varphi'_u(y,x,u)G(y,x,u)\Delta+$$

$$+o(\Delta)+\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\Delta+o(\Delta)+$$

$$+\alpha(t)\varphi''_{yu}(y,x,u)G(y,x,u)\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\Delta+o(\Delta)+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(v,x,u)\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2+o(\Delta)+$$

$$+\frac{1}{2}\alpha(t)\varphi'''_{yyu}(v,x,u)\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2 G(y,x,u)\Delta+o(\Delta).$$

Поскольку для условного математического ожидания справедливы соотношения

$$E_{u,x,y}\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)=0,$$

$$E_{y,x,u}\left[\int_t^{t+\Delta}\sigma(y^\varepsilon(s),x,u^\varepsilon(s))dw(s)\right]^2=\sigma^2(y,x,u)\Delta+o(\Delta),$$

получаем

$$E_{y,x,u}[\varphi(y+\Delta y,x^\varepsilon_{t+\Delta},u+\Delta u)]=$$

$$=\varphi(y,x,u)+[\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)+\alpha(t)\varphi'_u(y,x,u)G(y,x,u)]\Delta+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(y,x,u)\sigma^2(y,x,u)\Delta-\varepsilon^{-1}q(x)E_{y,x,u}\varphi(y,x,u)\Delta+$$

$$+\varepsilon^{-1}qE_{y,x,u}\varphi(y,x^\varepsilon_{t+\Delta},u)\Delta+o(\Delta).$$

Таким образом, для генератора $L^\varepsilon(y,x)$ имеем

$$L^\varepsilon(y,x)\varphi(y,x,u)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{\Delta}\varepsilon^{-1}q(x)E_{y,x,u}[\varphi(y,x^\varepsilon_{t+\Delta},u)-\varphi(y,x,u)]+$$

$$+\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)+\alpha(t)\varphi'_u(y,x,u)G(y,x,u)+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(y,x,u)\sigma^2(y,x,u)=$$

$$=\varepsilon^{-1}Q\varphi(y,x,u)+\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)+\alpha(t)\varphi'_u(y,x,u)G(y,x,u)+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(y,x,u)\sigma^2(y,x,u).$$

Приведенные выше рассуждения сформулируем в виде утверждения.

Лемма 1. Генератор трехкомпонентного марковского процесса

$$y^\varepsilon_t:=y^\varepsilon(t),\ x^\varepsilon_t:=x(t/\varepsilon),\ u^\varepsilon_t:=u^\varepsilon(t),\ t\ge 0,$$

на тест-функциях $\varphi(y,x,u)\in C^{3,0,2}(\mathbf{R}^d,\ X,\mathbf{R}^d)$ имеет представление

$$L^\varepsilon(y,x)\varphi(y,x,u)=\varepsilon^{-1}Q\varphi(y,x,u)+L(x)\varphi(y,x,u), \tag{16}$$

где

$$L(x)\varphi(y,x,u)=\varphi'_y(y,x,u)a(y,x)+\alpha(t)\varphi'_u(y,x,u)G(y,x,u)+$$

$$+\frac{1}{2}\varphi''_{yy}(y,x,u)\sigma^2(y,x,u).$$

Лемма 2. Решение проблемы сингулярного возмущения для генератора (16) на тест-функциях $\varphi^\varepsilon(y,x,u)=\varphi(y,u)+\varepsilon\varphi_1(y,x,u)$ определяет предельный генератор $L\varphi(y,u)=L_y\varphi(y,u)+L_u\varphi(y,u)$, где $L_y\varphi(y,u)=a(y)\varphi'_y(y,u)+$

$$+\frac{1}{2}\sigma^2(y,u)\varphi''_{yy}(y,u), \quad L_u\varphi(y,u)=\alpha(t)G(y,u)\varphi'_u(y,u), \quad a(y)=\int_X a(y,x)\pi(dx),$$

$$G(y,u)=\int_X G(y,x,u)\pi(dx), \ \sigma^2(y,u)=\int_X \sigma^2(y,x,u)\pi(dx).$$

Доказательство. Рассмотрим представление

$$L^\varepsilon(y,x)\varphi^\varepsilon(y,x,u)=\varepsilon^{-1}Q\varphi(y,u)+Q\varphi_1(y,x,u)+L(x)\varphi(y,u)+\varepsilon L(x)\varphi_1(y,x,u),$$

где

$$L(x)=\varphi'_y(y,u)a(y,x)+\alpha(t)G(y,x,u)\varphi'_u(y,u)+\frac{1}{2}\sigma^2(y,x,u)\varphi''_{yy}(y,u),$$

с остаточным членом в виде $\theta(x)=L(x)\varphi_1(y,x,u)=\theta_y(x)+\theta_u(x)$.

Выражение $\varphi_1(y,x,u)$ запишем

$$\varphi_1(y,x,u)=R[L-L(x)]\varphi(y,u)=R_0\widetilde{L}(x)\varphi(y,u),$$

где

$$\widetilde{L}(x)=\widetilde{a}(y,x)\varphi'_y(y,u)+\alpha(t)\widetilde{G}(y,x,u)\varphi'_u(y,u)+\frac{1}{2}\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)\varphi''_{yy}(y,u),$$

$$\widetilde{a}(y,x)=a(y)-a(y,x), \ \widetilde{G}(y,x,u)=G(y,u)-G(y,x,u),$$

$$\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)=\sigma^2(y,u)-\sigma^2(y,x,u).$$

Таким образом, для остаточных членов $\theta_y(x)$ и $\theta_u(x)$ имеем

$$\theta_y(x)=a(y,x)R_0[\widetilde{a}(y,x)\varphi'_y(y,u)]'_y+\frac{1}{2}a(y,x)R_0[\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)\varphi''_{yy}]'_y+$$

$$+\frac{1}{2}\sigma^2(y,x,u)R_0[\widetilde{a}(y,x)\varphi'_y(y,u)]''_{yu}+\frac{1}{4}\sigma^2(y,x,u)R_0[\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)\varphi''_{yy}(y,u)]''_{yu},$$

$$\theta_u(x)=\alpha(t)a(y,x)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)\varphi'_u(y,u)]'_u+$$

$$+\alpha(t)G(y,x,u)R_0[\widetilde{a}(y,x)\varphi'_y(y,u)]'_u+$$

$$+\frac{1}{2}\alpha(t)G(y,x,u)R_0[\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)\varphi''_{yu}(y,u)]'_u+$$

$$+\frac{1}{2}\alpha(t)\sigma^2(y,x,u)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)\varphi'_u(y,u)]''_{yy}+$$

$$+\alpha^2(t)G(y,x,u)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)\varphi'_u(y,u)]'_u.$$

По теореме Королюка [7] $L_y\varphi(y,u)$ определяет предельный диффузионный процесс, который удовлетворяет уравнению $d\hat{y}(t)=a(\hat{y})dt+\sigma(\hat{y},\hat{u})dw(t)$ с управлением

$$d\hat{u}=\alpha(t)G(\hat{y},\hat{u}(t))dt.$$

Доказательство теоремы 1. Утверждение теоремы 1 следует из модельной теоремы Королюка [7] и результата леммы 2.

Теорема 2. Пусть функция Ляпунова $V(y,u)$ усредненной системы $\frac{\partial u}{\partial v}=G(y,u)$ такая, что удовлетворяет следующим условиям:

$$\text{У1: } G(y,u)V'(y,u)<-cV(y,u),$$

$$\text{У2: } |a(y,x)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)V'_u(y,u)]'_y|\le c_1V(y,u),$$

$$|G(y,x,u)R_0[\widetilde{a}(y,x)V'_y(y,u)]'_u|\le c_2V(y,u),$$

$$|G(y,x,u)R_0[\widetilde{\sigma}^2(y,x,u)V''_{yu}(y,u)]'_u|\le c_3V(y,u),$$

$$|\sigma^2(y,x,u)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)V_u'(y,u)]_{yy}''| \le c_4 V(y,u),$$

$$|G(y,x,u)R_0[\widetilde{G}(y,x,u)V_u'(y,u)]_u'| \le c_5(1+V(y,u)).$$

Пусть далее функция $\alpha(t)$ такая, что $\int_0^\infty \alpha(t)dt = \infty$, $\int_0^\infty \alpha^2(t)dt < \infty$. Тогда для $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \le \varepsilon_0$, ε_0 — достаточно малое, имеет место сходимость $P\{\lim\limits_{t\to\infty} u(t) = u^*\} = 1$.

Доказательство. Рассмотрим генератор предельного управления $L_u^\varepsilon V(y,u) = L_u V(y,u) + \varepsilon\theta_u(x)$, для которого из условий У1, У2 получим оценку

$$L_u^\varepsilon V(y,u) \le -c\alpha(t)V(y,u) + c^*\alpha^2(t)(1+V(y,u)),$$

из которой по теореме, рассмотренной в [3], следует утверждение теоремы 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Асимптотическое значение управления u^* дает возможность рассмотреть флуктуации отклонения управления $u(t)$ от u^*, а также установить его основные характеристики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Управляемые случайные процессы. — Киев: Наук. думка, 1977. — 252 с.
2. Жакод Ж., Ширяев А.Н. Предельные теоремы для случайных процессов: В 2 т. — М.: Физматгиз, 1994. — Т. 1. — 544 с.
3. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. — М.: Наука, 1972. — 304 с.
4. Колмановский В.Б. Задачи оптимального оценивания // Соросовский образовательный журнал. — 1999. — № 11. — С. 122–127.
5. Скороход А.В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений. — Киев: Наук. думка, 1987. — 328 с.
6. Korolyuk V.S., Limnios N. Stochastic Systems in merging Phase Space. — London; Singapore; Hong Kong: World Scientific, 2005. — 332 p.
7. Королюк В.С. Стохастичні моделі систем. — Київ: Наук. думка, 1989. — 208 с.
8. Химка У.Т., Чабанюк Я.М. Разностная процедура стохастической оптимизации с импульсным возмущением // Кибернетика и системный анализ. — 2013. — **49**, № 3. — С. 145–162.

Поступила 06.10.2014