УДК 531.36

 И. Л. Иванов

ОБ УПРАВЛЕНИИ ЭНЕРГОСИСТЕМАМИ В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Для модели управляемой импульсной электроэнергетической системы с запаздыванием и импульсным воздействием предложен подход к исследованию устойчивости с использованием неограниченной кусочно-линейной функции Ляпунова. На основе разработанного подхода получены достаточные условия асимптотической устойчивости системы.
Ключевые слова: *устойчивость, импульсное воздействие, электроэнергетическая установка.*

Проблема анализа качественного поведения энергосистем продолжает широко обсуждаться [1-3]. В работах [2, 4] предлагаются подходы к исследованию устойчивости энергосистем с применением многокомпонентных функций Ляпунова. Некоторые авторы рассматривают модели с регуляторами [5, 6]. Популярность приобретают математические модели энергосистем, учитывающие запаздывание в цепи управления [7].

В настоящей статье рассматривается вопрос стабилизации электроэнергетической системы с импульсным воздействием при помощи пропорционально-дифференциального регулятора. Статья являет собой продолжение исследований [8, 9].

1. Вспомогательный результат. Рассмотрим систему с запаздыванием и импульсным воздействием:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(t, x_t),\ t \neq \tau_k, \\ x(t^+) &= I_k(x),\ t = \tau_k \end{aligned} \tag{1}$$

и начальные условия

$$x(t) = \varphi_0(t),\ t \in [t_0 - r, t_0], \tag{2}$$

где $x : [-r, +\infty) \to \mathbb{R}^n$ – непрерывна слева и обладает не более чем счетным числом разрывов первого рода; $f : [-r, +\infty) \times \mathbb{E} \to \mathbb{R}^n$ – непрерывна по первому аргументу и липшицева по второму, $\mathbb{E}$ – пространство функций $\varphi : [-r, 0] \to \mathbb{R}^n$, непрерывных слева и обладающих не более чем счетным числом разрывов первого рода; $\|\cdot\|_E$ – равномерна; $I_k : [-r, +\infty] \to \mathbb{R}^n$ – непрерывна; $\tau_k \to \infty$, когда $k \to \infty$. Предположим, что начальная задача (1), (2) обладает единственным решением на $[t_0, +\infty)$.

Определение 1. [11] Функция $v(t, x)$ принадлежит классу V_0', если выполняются условия:

(1) $v(t, x)$ – непрерывно дифференцируема на множестве $\mathcal{T} \times \mathbb{R}^n$, где $\mathcal{T} = [t_0 - r, \infty) \setminus \{\tau_k\}_{k\in\mathbb{N}}$;

Автор выражает благодарность за постановку задачи об устойчивости энергосистемы с запаздыванием при импульсных возмущениях и за обсуждение полученных результатов А.А. Мартынюку.

(2) существует функция a класса Хана такая, что выполняется оценка $a(\|x\|) \leq v(t,x)$ при всех $(t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$;

(3) существуют пределы

$$\lim_{t\to\tau_k-0} v(t,x) = v(\tau_k, x), \ \lim_{t\to\tau_k+0} v(t,x) = v(\tau_k+0, x)$$

при всех $k = 1, 2, ...$

Следующая теорема обобщает результат, полученный в [10].

Теорема 1. *Пусть для системы (1) существует функция $v(t,x)$ класса V_0' и монотонная функция $g : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $g(0) = 0$, $g(s) > 0$, $s > 0$ такие, что:*

(1) $\dfrac{d}{dt}v(t,x(t))\Big|_{(1)} \leq -g(v(t,x(t)))$, если $v(t,x(t+\zeta)) \leq p(v(t,x(t)))$ для $\zeta \in [-r',0]$ (условие Разумихина), где $p(s) > s$ при $s > 0$, $p(0) = 0$, $p(s)$ – непрерывна;

(2) $v(\tau_k, x(\tau_k^+)) \leq v(\tau_k, x(\tau_k))$.

Тогда нулевое положение равновесия системы (1) асимптотически устойчиво.

2. Постановка задачи и анализ устойчивости. Рассмотрим уравнения динамики энергетической системы с импульсным воздействием:

$$M_i \frac{d^2\theta_i}{dt^2} = P_{mi} - P_{ei} + P_{\tau i}, \ t \neq \tau_k, \ k \in \mathbb{N}, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i(\tau_k^+) &= I_i(\theta_i(\tau_k), \dot{\theta}_i(\tau_k)), \\ \theta_i(\tau_k^+) &= \theta_i(\tau_k), \ i = 1, ..., n, \end{aligned} \tag{4}$$

с начальными условиями

$$\theta_i(t) = \varphi_i(t), \ t_0 - r \leq t \leq t_0, \tag{5}$$

где M_i – инерционная постоянная, θ_i – угол поворота ротора i-го генератора, P_{mi} – постоянные, отвечающие за механическую мощность на валу машины, $P_{\tau i} \in C(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ – управление, запаздывание которого равно $r > 0$, τ_k^+ – сокращенное обозначение для $\tau_k + 0$, $t_0 < \tau_1 < ... < \tau_k < ..., k \in \mathbb{N}$, $\lim\limits_{k\to\infty} \tau_k = \infty$, $I_{ki} \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$, $\varphi_i \in C^1([-r,0], \mathbb{R})$, P_{ei} – активные мощности,

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^{n} E_i E_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) + E_i U Y_{i,n+1} \sin\theta_i,$$

где E_i – э.д.с. i-й машины, Y_{ii} – собственные проводимости машины, Y_{ij} – взаимные проводимости, причем $Y_{ij} = Y_{ji}$, $i, j = 1, ..., n$; $Y_{i,n+1}$ – проводимость i-го генератора с шинами постоянного напряжения, U – величина поступающего оттуда напряжения.

Система (3), (4) является обобщением системы, рассмотренной в работе [9], на случай произвольного числа генераторов.

Отметим, что построенная модель не содержит демпфирования, поэтому полученные ниже оценки области устойчивости будут верными для модели с произвольным демпфированием [12].

Предполагая наличие равновесия (ему соответствует синхронное вращение генераторов), после линеаризации (3)-(5) получим задачу

$$M_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -P_i x_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} P_{ij}(x_i - x_j) + a_i x_i(t-r) + b_i \dot{x}_i(t-r), \quad t \neq \tau_k, \tag{6}$$

$$\dot{x}_i(\tau_k^+) = c_{ki1} x_i(\tau_k) + c_{ki2} \dot{x}_i(\tau_k), \quad i = 1, ..., n; \tag{7}$$

$$x_i(t) = \psi_i(t), \quad t_0 - r \leq t \leq t_0. \tag{8}$$

Положим

$$h = \varliminf_{k \to \infty} (\tau_{k+1} - \tau_k), \quad h_\varepsilon = h - \varepsilon,$$

где $\varepsilon > 0$ – некоторый параметр.

Предположим, что r удовлетворяет оценке

$$2r < \tau_{k+1} - \tau_k, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Сконструируем вспомогательную функцию $V_0(\mathbf{x})$ в виде

$$V_0(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} v_{0,ij}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (M_i \dot{x}_i^2 + 2M_i \widetilde{R} x_i \dot{x}_i + P_i x_i^2) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} P_{ij}(x_i - x_j)^2,$$

где $\widetilde{R}$ – некоторый параметр, и построим на ее основании разрывную кусочно-линейную функцию в виде

$$V(\mathbf{x}, t) = V_0(\mathbf{x})(1 + \nu(t - \tau_k)), \ t \in [\tau_k, \tau_{k+1}), \ k \in \mathbb{N}_0, \tag{9}$$

где $\tau_0 = t_0$, $\nu > 0$ – некоторая постоянная. Эта функция принадлежит классу V_0'.

Будем требовать выполнение условий теоремы 1 для этой функции. Эти условия можно подать в виде:

$$\left. \frac{dV(t, \mathbf{x}(t))}{dt} \right|_{(6)} \leq -\alpha V(t, \mathbf{x}(t)), \quad t \neq \tau_k, \quad k \in \mathbb{N}, \tag{10}$$

если

$$V(t, \mathbf{x}(t)) > pV(t + \zeta; \mathbf{x}(t + \zeta)), \quad \zeta \in \Omega_{2r}, \tag{11}$$

где $\alpha > 0$, $p \in (0, 1)$ – некоторые параметры, $\Omega_{2r} = [\max\{-2r, t_0 - t - r\}, 0)$, и

$$V(\tau_k + 0, \mathbf{x}(\tau_k + 0)) \leq V(\tau_k, \mathbf{x}(\tau_k)), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{12}$$

Подставляя в (11) и (12) выражение (9) для функции V, получим условия на функцию V_0 при $t \in (\tau_k, \tau_{k+1})$ в виде:

$$\frac{dV_0\mathbf{x}(t))}{dt}\bigg|_{(6)} \leq -\Big(\alpha + \frac{\nu}{1+\nu(t-\tau_k)}\Big)V_0(\mathbf{x}(t)),\ t \neq \tau_k,\ k \in \mathbb{N}, \tag{13}$$

если

$$\begin{cases} V_0(\mathbf{x}(t)) > p\frac{1+\nu(t-\tau+\zeta)}{1+\nu(t-\tau)}V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)),\ \zeta \in \Omega_{2r}, \\ \quad \text{при } \tau_k - t \notin \Omega_{2r}, \\ V_0(\mathbf{x}(t)) > p\frac{1+\nu(t-\tau+\zeta+\chi(\tau_k-t-\zeta)\Delta\tau_{k-1})}{1+\nu(t-\tau)}V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)),\ \zeta \in \Omega_{2r}, \\ \quad \text{при } \tau_k - t \in \Omega_{2r}, \end{cases} \tag{14}$$

где $\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k$.

Далее, чтобы оценить значение производной функции V_0 вдоль (6), необходимо рассмотреть случаи: $\tau_k - t \notin \Omega_{2r}$, $\tau_k - t \in \Omega_{2r} \backslash \Omega_r$ и $\tau_k - t \in \Omega_r$.

Для функции $K(t)$, определяемой равенствами:

$$K(t) = \sum_{i=1}^{n}(\dot{x}_i + \widetilde{R}x_i)K_i(t), \tag{15}$$

$$\begin{aligned} K_i(t) &= \int\limits_{t-r}^{t}(L_i(s) + M_i(s))ds, \\ L_i(t) &= -a_i\dot{x}_i(t) + b_i\big(P_ix_i(t) - a_ix_i(t-r) - b_i\dot{x}_i(t-r)\big), \\ M_i(t) &= b_i\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n}P_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), \end{aligned} \tag{16}$$

получим оценку

$$\begin{aligned} |K(t)| \leq \Big(r\mu\lambda_3 + \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\Big(\lambda_1 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k-r)}{1+\nu(t-\tau_k-2r)} + \\ + \lambda_2\ln\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{1+\nu(t-\tau_k-r)}\Big)\Big)V_0(\mathbf{x}), \end{aligned} \tag{17}$$

где константы λ_l, $l = 1, 2, 3$, удовлетворяют равенствам

$$\lambda_1 = \max_{i=\overline{1,n}}\left\{\frac{\lambda_{1i}r}{\eta_{i1}}, \frac{r}{4\eta_{i2}}\right\}, \qquad \lambda_2 = \max_{i=\overline{1,n}}\left\{\lambda_{2i}\frac{r}{\eta_{i1}}\right\},$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{4r}\max_{i=\overline{1,n}}\{(2\eta_{i1} + b_i^2\overline{P}_i\eta_{i2})\lambda_{3i}\},$$

$$\lambda_{1i} = \frac{a_i^2}{M_i}\Big(1 - \frac{M_i(b_iP_i + \widetilde{R}a_i)^2}{P_i(a_i^2 + 2\widetilde{R}a_ib_iM_iP_i + b_i^2M_iP_i)}\Big)^{-1},$$

$$\lambda_{2i} = \frac{a_i^2 b_i^2}{M_i}\Big(1 - \frac{M_i(\widetilde{R}b_i - a_i)^2}{P_i b_i^2 - 2\widetilde{R}M_i a_i b_i + M_i a_i^2}\Big)^{-1},$$
$$\lambda_{3i} = \frac{4\widetilde{R}_i(P_i - M_i\widetilde{R}^2)}{-4\widetilde{R}_i(P_i - a_i)(b_i + \widetilde{R}M_i) - (b_i\widetilde{R} + a_i)^2}.$$

Можно показать, что выполняется неравенство

$$\frac{dV_0(\mathbf{x}(t))}{dt}\Big|_{(6)} < \Big(-\mu + r\mu\lambda_3 + \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\times$$
$$\times\Big(\lambda_1 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k-r)}{1+\nu(t-\tau_k-2r)} + \lambda_2 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{1+\nu(t-\tau_k-r)}\Big)\Big)V_0(\mathbf{x}),$$

в котором константа μ определяется из соотношений

$$\mu = \min\big\{\widetilde{R}, \{2\mu_i\}_{i=\overline{1,n}}\big\}, \qquad \mu_i = \frac{b_i(P_i - M_i\widetilde{R}^2) - \Delta_i^{1/2}}{2M_i\big(P_i - M_i\widetilde{R}^2\big)}.$$

Учитывая условие (13), получим неравенство

$$\begin{aligned} -\alpha - \frac{\nu}{1+\nu(t-\tau_k)} \geq -\mu + r\mu\lambda_3 + \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\times \\ \times\Big(\lambda_1 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k-r)}{1+\nu(t-\tau_k-2r)} + \lambda_2 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{1+\nu(t-\tau_k-r)}\Big). \end{aligned} \tag{18}$$

Для выполнения неравенства (18) достаточно выполнения неравенства

$$-\alpha - \frac{\nu}{1+2\nu r} \geq -\mu + r\mu\lambda_3 + \frac{1+2\nu r}{p\nu}\Big(\lambda_1 \ln(1+\nu r) + \lambda_2 \ln\frac{1+2\nu r}{1+\nu r}\Big). \tag{19}$$

Рассмотрим сперва случай $\tau_k - t \in \Omega_{2r}\setminus\Omega_r$. Далее, принимая во внимание условие Разумихина

$$V_0(\mathbf{x}(t+\zeta)) \leq p^{-1}\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{1+\nu(t-\tau_k+\zeta)}V_0(\mathbf{x}(t)),\ \zeta \in \Omega_r,$$

получим

$$\begin{aligned} |K(t)| \leq \Big(r\mu\lambda_3 + \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\lambda_2 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{1+\nu(t-\tau_k-r)}\Big)V_0(\mathbf{x}) + \\ + \lambda_1 \int\limits_{t-r}^{t} V_0(\mathbf{x}(s-r))ds. \end{aligned} \tag{20}$$

Оценим интегральное слагаемое в (20):

$$\int\limits_{t-r}^{t} V_0(\mathbf{x}(s-r))ds < \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\Big(\ln\frac{1+\nu\theta_\varepsilon}{1+\nu(t-\tau_k-2r+\theta_\varepsilon)} +$$
$$+ \ln(1+\nu(t-\tau_k-r))\Big)V_0(\mathbf{x}(t)).$$

Следовательно, при всех t, $\tau_k - t \in \Omega_{2r} \setminus \Omega_r$ получим условие

$$-\alpha - \frac{\nu}{1+\nu r} \geq -\mu + r\mu\lambda_3 + \frac{\ln(1+\nu r)}{p\nu}\big(\lambda_1(1+2\nu r) + \lambda_2(1+\nu r)\big). \tag{21}$$

Следует отметить, что из свойств упомянутых коэффициентов также следует, что условие (19) выполняется всегда, когда выполняется условие (21).

Получим оценку

$$\begin{aligned}\frac{dV_0(\mathbf{x}(t))}{dt}\Big|_{(6)} < \Big(-\mu + \frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p\nu}\Big(\lambda_1 \ln\frac{1+\nu(t-\tau_k-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(t-\tau_k-2r+\theta_\varepsilon)} + \\ + \lambda_2\Big(\ln\frac{1+\nu\theta_\varepsilon}{1+\nu(t-\tau_k-r+\theta_\varepsilon)} + \\ + \ln(1+\nu(t-\tau_k))\Big)\Big) + \lambda_4\frac{1+\nu(t-\tau_k)}{p} + \lambda_5\mu\Big)V_0(\mathbf{x}),\end{aligned} \tag{22}$$

где

$$\lambda_4 = \frac{1}{2}\max_i\{\frac{\lambda_{4i}}{\eta_{3i}}\}, \qquad \lambda_5 = \frac{1}{4}\max_{i=\overline{1,n}}\{((2\eta_{1i} + b_i^2\overline{P}_i\eta_{2i})r + 2\eta_{3i})\lambda_{3i}\},$$

$$\lambda_{4i} = \frac{P_i(c_{ki2}-1)^2 - 2\widetilde{R}M_i(c_{ki2}-1)c_{ki1} + M_ic_{ki1}^2}{M_i(P_i - M_i\widetilde{R}^2)}.$$

Исключив произвольные параметры $\alpha > 0$ и $p \in (0,1)$, получим достаточное условие выполнения оценки (22):

$$\begin{aligned}-\frac{\nu}{1+\nu r} > -\mu + r\mu\lambda_3 + \frac{\ln(1+\nu r)}{\nu}\big(\lambda_1(1+2\nu r) + \lambda_2(1+\nu r)\big);\\ -\nu > -\mu + \lambda_1\frac{1}{\nu}\ln\frac{1+\nu(-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(-2r+\theta_\varepsilon)} + \\ + \lambda_2\frac{1+\nu r}{\nu}\ln(1+\nu r) + \lambda_4(1+\nu r) + \lambda_5\mu,\end{aligned} \tag{23}$$

где

$$\begin{aligned}\overline{\lambda}_\nu &= r\mu\lambda_3 + \frac{1+2\nu r}{\nu}\Big(\lambda_1\ln(1+\nu r) + \lambda_2\ln\frac{1+2\nu r}{1+\nu r}\Big),\\ \overline{\alpha}_{\nu,\varepsilon} &= \lambda_1\frac{1}{\nu}\ln\frac{1+\nu(-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(-2r+\theta_\varepsilon)} + \lambda_2\frac{1+\nu r}{\nu}\ln(1+\nu r) + \\ &\quad + \lambda_4(1+\nu r) + \lambda_5\mu.\end{aligned}$$

Проведя оптимизацию по η_{1i}, η_{2i} и η_{1i}, η_{2i}, η_{3i} соответственно, функции $\overline{\lambda}_\nu$ и $\overline{\alpha}_{\nu,\varepsilon}$ можно выбрать в виде:

$$\overline{\lambda}_\nu = \begin{cases} 2\widetilde{\lambda}_1 + 2\sqrt{\widetilde{\lambda}_3(\widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_3)}, \text{ если } \widetilde{\lambda}_2^2(\widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_3) < \widetilde{\lambda}_3\widetilde{\lambda}_1^2,\\ 2\sqrt{(\widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_3)(\widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_3 + \frac{\widetilde{\lambda}_1^2}{\widetilde{\lambda}_2})}, \text{ если } \widetilde{\lambda}_2^2(\widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_3) \geq \widetilde{\lambda}_3\widetilde{\lambda}_1^2,\end{cases}$$

$$\overline{\alpha}_{\nu,\varepsilon} = \begin{cases} 2\widetilde{\lambda}_1 + 2\sqrt{\widetilde{\lambda}_3(\widetilde{\lambda}_2+\widetilde{\lambda}_3)} + \widetilde{\lambda}_4, \text{ если } \widetilde{\lambda}_2^2(\widetilde{\lambda}_2+\widetilde{\lambda}_3) < \widetilde{\lambda}_3\widetilde{\lambda}_1^2, \\ 2\sqrt{(\widetilde{\lambda}_2+\widetilde{\lambda}_3)(\widetilde{\lambda}_2+\widetilde{\lambda}_3+\frac{\widetilde{\lambda}_1^2}{\widetilde{\lambda}_2})} + \widetilde{\lambda}_4, \text{ если } \widetilde{\lambda}_2^2(\widetilde{\lambda}_2+\widetilde{\lambda}_3) \geq \widetilde{\lambda}_3\widetilde{\lambda}_1^2, \end{cases}$$

где

$$\widetilde{\lambda}_1 = \frac{\sqrt{\mu}}{4}\max_{i=\overline{1,n}}\{|b_i|\sqrt{P_i\lambda_{3i}}\},$$

$$\widetilde{\lambda}_2 = \ln\frac{1+\nu(-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(-2r+\theta_\varepsilon)}\sqrt{\frac{\mu}{2r\nu}}\times$$

$$\times\max_{i=\overline{1,n}}\Big\{\lambda_{1i}\sqrt{\frac{\lambda_{3i}}{\lambda_{1i}\ln\frac{1+\nu(-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(-2r+\theta_\varepsilon)}+\lambda_{2i}(1+\nu r)\ln(1+\nu r)}}\Big\},$$

$$\widetilde{\lambda}_3 = (1+\nu r)\ln(1+\nu r)\sqrt{\frac{\mu}{2r\nu}}\times$$

$$\times\max_{i=\overline{1,n}}\Big\{\lambda_{2i}\sqrt{\frac{\lambda_{3i}}{\lambda_{1i}\ln\frac{1+\nu(-r+\theta_\varepsilon)}{1+\nu(-2r+\theta_\varepsilon)}+\lambda_{2i}(1+\nu r)\ln(1+\nu r)}}\Big\},$$

$$\widetilde{\lambda}_4 = \frac{\sqrt{\mu(1+\nu r)}}{r}\max_{i=\overline{1,n}}\{\sqrt{\lambda_{3i}\lambda_{4i}}\}.$$

Рассмотрим теперь ограничения, налагаемые на V_0 в моменты импульсного воздействия. Подставляя (9) в (12), получим условие

$$V_0(\tau_k+0,\mathbf{x}(\tau_k+0)) \leq (1+\nu\theta_\varepsilon)V_0(\mathbf{x}(\tau_k)),\ k\in\mathbb{N}.$$

Это неравенство всегда верно только тогда, когда удовлетворяется условие

$$(1+\nu\theta_\varepsilon-c_{2ik}^2)\Big(\frac{P_i}{M_i}\nu\theta_\varepsilon-2\widetilde{R}c_{1ik}-c_{1ik}^2\Big) \geq \big(\widetilde{R}(1+\nu\theta_\varepsilon-c_{2ik})-c_{1ik}c_{2ik}\big)^2. \quad (24)$$

Объединив неравенства (23) и (24) по $\varepsilon>0$, получим следующие условия:

$$\begin{gathered} b_i < -\widetilde{R}M_i, \\ 4\widetilde{R}(b_i+\widetilde{R}M_i)(P_i-a_i)+(b_i\widetilde{R}+a_i)^2<0, \\ -\frac{\nu}{1+\nu r} > -\mu+r\overline{\lambda}_\nu,\ -\nu > -\mu+r\overline{\alpha}_\nu, \\ \big(\widetilde{R}(1+\nu\theta-c_{2ik})-c_{1ik}c_{2ik}\big)^2 < (1+\nu\theta-c_{2ik}^2)\Big(\frac{P_i}{M_i}\nu\theta-2\widetilde{R}c_{1ik}-c_{1ik}^2\Big), \\ P_i > M_i\widetilde{R}^2, \end{gathered} \quad (25)$$

где $\overline{\alpha}_\nu = \overline{\alpha}_{\nu,0}$.

Совокупность параметров системы, при которых система неравенств (25) имеет решения относительно ν и $\widetilde{R}$, характеризует энергосистему, асимптотически устойчивую по Ляпунову.

3. Заключение. В основе полученных результатов лежит предположение о том, что непрерывная модель системы является устойчивой, подразумевая, что эффект от импульсного воздействия является разрушающим. Также отметим, что предельный переход в условиях (25) при $\tau_{k+1} - \tau_k \to +\infty$ не приводит к условиям устойчивости непрерывной модели.

1. *Вайман М.Я.* Устойчивость нелинейных механических и электромеханических систем. – М.: Машиностроение. – 1981. – 126 с.
2. *Grujic Lj.T., Martynyuk A.A., Ribbens-Pavella M.* Large Scale Systems Stability under Structural and Singular Perturbations. – Berlin: Springer-Verlag. – 1987. – 366 p.
3. *Chang H.-D., Chu C.-C., Gauley G.* Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: theory, applications, and perspective // Proc. of the IEEE. – 1995. – V. 83, № 11. – P. 1497-1529.
4. *Martynyuk A.A.* Qualitative Methods in Nonlinear Dynamics. Novel Approaches to Liapunov's Matrix Function. – New York: Marcel Dekker, Inc. – 2002. — 301 p.
5. *Hui Q., Shen J., Qiao W.* Dynamic Security Analysis of Electric Power Systems: Passivity-Based Approach and Positive Invariance Approach // Proc. of the ASME 2010 Dynamic Systems and Control Conference, Cambridge, Massachusetts, USA. – September 12–15, 2010.
6. *Ortega R., Galaz M., Astolfi A., Sun Y.Z., Shen T.L.* Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances // IEEE Trans. on Autom. Control. – 2005. – V. 50, № 1. – P. 1016-1020.
7. *Jia H., Yu X., Yu Y., Wang C.* Power system small signal stability region with time delay // Intern. Journal of Electrical Power & Energy Systems. – 2008. – V. 30, № 1. – P. 16-22.
8. *Иванов И.Л.* Устойчивость одной модели энергосистемы с запаздыванием и импульсным воздействием // Аналітична механіка та її застосування: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2012. – Т. 9, № 1. – С. 114-127.
9. *Иванов И.Л., Мартынюк А.А.* Анализ устойчивости трехмашинной электроэнергетической системы // Доповіді НАН України. – 2013. – № 7. (готовится к печати)
10. *Слынько В.И.* Об условиях устойчивости движения линейных импульсных систем с запаздыванием // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 6. – С. 130-138.
11. *Lakshmikantam V., Bainov D.D., Simeonov P.S.* Theory of impulsive differential equations. – World Scientific. – 1989. – 273 p.
12. *Dikin I.I., Shelkunova L.V., Skibenko V.P., Voropai N.I.* A New Approach to Construcnion of Optimal Stability Regions of Electric Power Systems on the Base of Quadratic Lyapunov Functions / Preprint. – Irkutsk Energy systems inst. Russ. acad. of sciences. – 1999. – 104 p.

I. L. Ivanov

On the control of power supply systems in conditions of impulse action.

For an impulsive delay model of electric power system with control a new approach for stability analysis by using unbounded piecewise-linear Lyapunov function has been proposed. Sufficient conditions of asymptotical stability for the system has been established by using this approach.

Keywords: *stability, impulse effect, electric energy plant.*

І. Л. Іванов

Про керування енергосистемами в умовах імпульсного впливу.

Для моделі керованої імпульсної електроенергетичної системи з запізненням та імпульсною дією запропоновано підхід до дослідження стійкості з використанням необмеженої кусково-лінійної функції Ляпунова. На основі розробленого підходу отримано достатні умови асимптотичної стійкості системи.

Ключові слова: *стійкість, імпульсна дія, електроенергетична установка.*

Ин-т механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев
center@inmech.kiev.ua
Получено 23.12.12