УДК 517.977.1

©2011. **А. Л. Красников**

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТАБИЛИЗАЦИИ БИЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

В статье рассмотрена постановка задачи стабилизации билинейной системы. Приведен обзор методов построения стабилизирующих регуляторов для произвольных билинейных систем. Для реализации предложен метод, основанный на прямом методе Ляпунова, который рассматривает билинейную систему на ограниченном множестве состояний как линейную нестационарную систему. Предложенный метод использован для построения ПИ-регулятора билинейной системы. Приведен пример синтеза стабилизирующего регулятора для двигателя постоянного тока с внешним возбуждением.

Ключевые слова: *стабилизация, билинейная система, прямой метод Ляпунова, ПИ-регулятор.*

1. Введение. Билинейные системы представляют собой частный случай нелинейных систем и нашли широкое применение в задачах моделирования систем в таких областях, как теплоэнергетика, биология и экология, экономика и социология. Тем не менее, задача синтеза управления остается открытой, так как зачастую рассматриваются некоторые частные случаи и практически отсутствует общая методика синтеза.

2. Постановка задачи синтеза управления для билинейной системы. Билинейные системы являются простейшим частным случаем нелинейных систем и могут быть представлены в виде:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + N(x)u(t), \tag{1}$$

где $N(x) = (x^T N_1, x^T N_2, ..., x^T N_n)^T$. К представлению вида (1) в окрестности некоторой точки сводится класс систем с мультипликативным управлением вида

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u(t), \tag{2}$$

частным случаем которого и является билинейная система. Так же во многих источниках отмечается связь представления билинейной системы с рядами Вольтерра.

Задача управления системой вида (1) поставлена в конце 60-х годов XX века, как задача стабилизации системы в положении устойчивости $x = 0$. В литературе приводятся решения задачи стабилизации в некоторых частных случаях и предложены процедуры синтеза управления вида $u = f(x)$ (в том числе и нелинейного), основанные на использовании прямого метода Ляпунова.

3. Задача точной линеаризации нелинейной системы для скалярного случая. Одним из методов управления для нелинейных систем вида (2) является метод линеаризации, при котором синтез управления происходит в виде $u = U(x) + L(x)\tilde{u}$, такого, что при подстановке в (2) система преобразуется к виду $\dot{x} = A_0 x + b_0 \tilde{u}$, а новое управляющее воздействие $\tilde{u}$ выбирается для полученной линейной системы

[1]. В скалярном случае, когда система описывается уравнением вида $\dot{x} = ax + nxu + bu$, задача стабилизации решается регулятором вида [2]:

$$u = \frac{(-a+k)x}{nx+b}, k < 0, \tag{3}$$

который фактически линеаризует исходную систему подобно приведенному выше регулятору с параметрами $U(x) = -\frac{ax}{nx+b}, L(x) = \frac{1}{nx+b}, \tilde{u} = kx$. Хотя такое управление и обеспечивает асимптотическую устойчивость, но оно не применимо в векторном случае, т.к. вектор $N(x) + b$ в общем случае необратим и, соответственно, нельзя получить точную линеаризацию на всем пространстве состояний системы.

4. Точная линеаризация билинейной системы. Тем не менее для систем вида (2) с произвольной размерностью задача точной линеаризации билинейной системы успешно решается с помощью аппарата алгебры Ли для [3]. При этом выполняется переход к новой системе координат z и введение управления $u = U(z) + L(z)\widetilde{u(z)}$, которое приводит систему к виду:

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tilde{u}. \tag{4}$$

При этом решение задачи стабилизации системы (4) выполняется любым из доступных методов управления линейными системами. Решение задачи точной линеаризации требует введения нескольких дополнительных величин.

Производная Ли от скалярной функции $\phi(x)$ по векторному полю $f(x)$ определяется как $L_f\phi(x) = \frac{\partial \phi}{\partial x} f(x)$. Так же можно задать сложные производные и производные нулевого порядка: $L_f^0\phi = \phi, L_g L_f \phi = L_g(L_f\phi), L_f^k\phi = L_f^{k-1}(L_f\phi)$. Для билинейной системы, как частного случая системы (2), производные Ли имеют вид:

$$L_f^k y_i(x) = c_i A^k x, L_g L_f^k y_i(x) = c_i A^k (N(x) + B)x.$$

Относительная степень системы по i-му выходу ρ_i задается как наибольшая степень такая, что для $k < \rho - 1$, $L_g L_f^k y_i(x) = 0$, для $k = \rho - 1$, $L_g L_f^k y_i(x) \neq 0$.

Непосредственно в задаче точной линеаризации для замены переменных выполняется преобразование: $z_j^i = L_f^j y_i(x), j = 0 \dots \rho_i$. Соответствующие матрицы $U(z), L(z)$ в управлении определяются через вспомогательные матрицы:

$$\begin{aligned} &A(x) = \begin{pmatrix} L_g L_f^{\rho_1 - 1} y_1(x) \\ L_g L_f^{\rho_2 - 1} y_2(x) \\ \dots \\ L_g L_f^{\rho_p - 1} y_p(x) \end{pmatrix}, b(x) = \begin{pmatrix} L_f^{\rho_1} y_1(x) \\ L_f^{\rho_2} y_2(x) \\ \dots \\ L_f^{\rho_p} y_p(x) \end{pmatrix} \\ &U(z) = -A^{-1}(x) b(x), L(z) = A^{-1}(x). \end{aligned} \tag{5}$$

Такое преобразование существует в случае, если существует вектор относительных степеней системы $\rho_1, \ldots, \rho_p$ и $\rho_1 + \ldots + \rho_p = n$. [3] Так же следует отметить, что при достаточно высокой относительной степени системы могут возникнуть определенные вычислительные сложности при расчете производных Ли высоких порядков. К сожалению, приведенные условия ограничивают область применения данного метода.

5. Задача стабилизации билинейной системы с линейной обратной связью. Аналогично линейным системам, одним из наиболее распространенных решений задачи стабилизации было построение управления вида

$$u(t) = Kx(t), \tag{6}$$

в котором выбор коэффициентов вектора обратной связи K выполняется на основании прямого метода Ляпунова. При этом производится поиск функции Ляпунова вида

$$V(x) = x^T P x, \tag{7}$$

где $P > 0$ – положительно определенная симметричная матрица. Тогда, согласно теореме Ляпунова, состояние системы $x = 0$ будет асимптотически устойчиво, если $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0$. При подстановке (6) в (1) получим

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + N(x)Kx(t).$$

А функция Ляпунова будет иметь вид:

$$\dot{V}(x) = x^T((A + BK)^T P + P(A + BK))x + x^T(N(x)^T K^T P + PKN(x))x. \tag{8}$$

Отсюда явно видно, что невозможно построить матрицу P, которая позволяет достичь выполнения условия асимптотической устойчивости для всех x. Однако [4], процедура синтеза регулятора (6) линейной системы $\dot{x} = Ax + Bu$, который удовлетворяет $x^T((A + BK)^T P + P(A + BK))x < 0$, позволит достичь асимптотической устойчивости для множества $x \in \{x \mid x^T(N(x)^T K^T P + PKN(x))x = 0\}$.

6. Стабилизация системы с нелинейным регулятором. Один из вариантов дальнейшего развития такого подхода к синтезу заключается в использовании более сложного регулятора, который позволит получить отрицательно определенную производную функции Ляпунова. Так, в [5] предлагается контроллер вида

$$u(t) = -\alpha(N(x) + b)^T P x, \alpha > 0, \tag{9}$$

который после подстановки в (1) и вычисления производной функции Ляпунова (7) даст:

$$\dot{V}(x) = x^T(A^T P + PA)x - 2\alpha x^T[(N(x) + b)^T(N(x) + b) * P]x. \tag{10}$$

Дальнейшая процедура синтеза заключается в выборе матрицы P [6] и для случая, когда линейная часть системы (1) асимптотически устойчива, достаточно решения уравнения Ляпунова $A^T P + PA = -E$, так как второе слагаемое (10) отрицательно определено для всех P. Тем не менее процедура поиска матрицы P для случая неустойчивой матрицы A достаточно сложна. Так же к недостаткам метода следует отнести отсутствие критерия выбора коэффициента α.

7. Стабилизация системы на ограниченном множестве. Другой вариант развития метода синтеза линейной обратной связи заключается в решении задачи синтеза стабилизирующего регулятора для ограниченного множества точек, которое, например, соответствует множеству состояний системы в нормативном режиме работы. Таким образом, задача синтеза обратной связи нелинейной системы рассматривается как задача синтеза линейной системы с переменными параметрами. В [7] предлагается постановка задачи синтеза линейной обратной связи (6) для системы (1) такой, что на множестве точек, описанном политопом $\chi = conv\{x_{(1)}, ..., x_{(p)}\} = \{x \mid a_k^T \leq 1, k = 1, 2, ..., q\}$ с вершинами $x_{(i)}$, система будет асимптотически устойчива. Данная задача сведена к задаче решения линейных матричных неравенств (LMI) или к общей задаче на собственные значения (GEVP) в виде:

$$\begin{aligned}
&0 < \gamma \leq 1,\\
&P > 0,\\
&\begin{pmatrix} 1 & \gamma a_k^T P \\ P a_k \gamma & P \end{pmatrix}, k = 1, \ldots, q,\\
&\begin{pmatrix} 1 & x_{(i)}^T \\ x_{(i)} & P \end{pmatrix}, i = 1, \ldots, p,\\
&\gamma(AP + PA^T) + \gamma(BW + W^T B^T) + N(x_{(i)})W + W^T N(x_{(i)})^T < 0, i = 1, \ldots, p.
\end{aligned} \tag{11}$$

В данной задаче второе и пятое неравенства являются требованиями теоремы Ляпунова и гарантируют, что выполняется $V(x) > 0, \dot{V}(x) < 0$ в вершинах политопа $\frac{1}{\gamma}\chi$ (а следовательно, и для всех точек $x \in \chi \subset \frac{1}{\gamma}\chi$). Третье и четвертое неравенства являются аналогом нормы $||x||_{P^{-1}} \leq 1$ [8] и неравенств, задающих политоп, и определяют, что траектория системы ограничена и принадлежит политопу $\frac{1}{\gamma}\chi$.

Зафиксировав $\gamma = 1$ и решив задачу LMI, можно получить матрицы W и P, которые определяют матрицу коэффициентов обратной связи:

$$K = WP^{-1}. \tag{12}$$

Решение задачи GEVP и отыскание наименьшего γ помимо этого даст наибольший политоп, для которого будет выполняться условие асимптотической устойчивости. Хотя такой регулятор вполне работоспособен, в системе не компенсируются возмущения, что является типичным недостатком П-регулятора в целом.

8. Приближенная линеаризация билинейной системы. Комбинируя линейный регулятор (6) с ранее описанным регулятором, обеспечивающим линеаризацию системы в скалярном случае (2), можно ввести нелинейное управление, которое обеспечивает приближенную линеаризацию системы. Попробуем свести систему (1) к виду $\dot{x} = Ax + \tilde{u} = Ax + Kx$. Тут возможны два варианта: если размерность вектора управления не меньше размерности вектора состояния, то введя управление

$u = (N(x)+b)^T\{(N(x)+b)(N(x)+b)^T\}^{-1}Kx$, получим точную линеаризацию (при условии существования обратной матрицы $\{(N(x)+b)(N(x)+b)^T\}^{-1})$, в противном случае такая линеаризация невозможна. Тем не менее, можно построить наиболее близкий в смысле наименьших квадратов к $Kx = (N(x)+b)u$ регулятор вида

$$u = \{(N(x)+b)^T(N(x)+b)\}^{-1}(N(x)+b)^T Kx, \tag{13}$$

который дает точную линеаризацию возле положения устойчивости $x = 0$. При подстановке (13) в (1) получим

$$\dot{x} = Ax + (N(x)+b)\{(N(x)+b)^T(N(x)+b)\}^{-1}(N(x)+b)^T Kx = Ax + F(x)Kx. \tag{14}$$

Для выбора матрицы K регулятора, который обеспечивает устойчивость системы на ограниченном множестве χ, можно поставить задачу LMI аналогично (11) в виде:

$$\begin{array}{l} P > 0, \\ AP + PA^T + K^T F(x)^T_{(i)} P + PF(x)_{(i)} K < 0, i = 1, \dots, p. \end{array} \tag{15}$$

Домножив второе неравенство слева и справа на P^{-1}, получим конечную запись:

$$\begin{array}{l} Q > 0, \\ QA + A^T Q + W^T F(x)^T_{(i)} + F(x)_{(i)} W < 0, i = 1, \dots, p. \end{array} \tag{16}$$

Решая задачу LMI в виде (14), найдем матрицы W и Q. Соответственно управление будет иметь вид (13), где

$$K = W * Q^{-1}. \tag{17}$$

Основные недостатки такого алгоритма: необходимость определения диапазона значений $F(x)$, что является отдельной задачей обращения интервальной матрицы, а так же невозможность расчета управления, если отсутствует обратная матрица $\big((N(x)+b)^T(N(x)+b)\big)^{-1}$.

9. Синтез ПИ-регулятора. Как отмечено выше, простейший П-регулятор может не обеспечивать заданных показателей точности при наличии возмущающих воздействий. Так же следует отметить, что такой регулятор не решает задачи стабилизации выхода системы в произвольном положении $y = \tilde{y}$, которая формализуется, как задача компенсации внешнего воздействия при управлении ошибкой. В этом случае ставится задача стабилизации ошибки $e = 0$, а возмущение дополняется заданным положением системы $\tilde{y}$.

Анализируя методы управления возмущенными линейными системами, можно выделить два основных подхода: введение в структуру регулятора компенсатора [10], как прямой связи по возмущению, или построение ПИ/ПИД-регулятора [11], в котором интегральная составляющая полностью компенсирует внешнее возмущение.

Решая задачу стабилизации билинейной системы, остановимся именно на ПИ-регуляторе, т.к. компенсатор, являясь управлением по прямой связи, требует точного знания параметров системы и возмущающих воздействий, а так же в процессе синтеза требует расчета установившегося значения ошибки, что для нелинейных систем связано с определенными трудностями.

Для синтеза ПИ-регулятора билинейной системы воспользуемся комбинацией методов синтеза ПИ-регулятора линейной системы [11] и П-регулятора билинейной системы на ограниченном множестве состояний [7]. Такой подход позволит получить достаточно простую для реализации структуру управляющей системы, по сравнению с линеаризирующими регуляторами.

Для ПИ-регулятора закон регулирования дополняется интегральной частью по выходу системы:

$$u(t) = K_p x(t) + K_i \int_0^t y(\tau) d\tau. \tag{18}$$

В данном случае интегральная составляющая закона управления выделяется как отдельная переменная $z(t) = \int_0^t y(\tau)d\tau$ такая, что $\dot{z}(t) = Cx(t)$, и система (1) с уравнением выхода $y(t) = Cx(t)$ расширяется до

$$z' \begin{aligned} &\dot{\begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} A & 0_{n\times p} \\ C & 0_{n\times p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B + N(x) \\ 0_{m\times p} \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} D(t)w(t) \\ 0_{p\times 1} \end{pmatrix}, \\ &y(t) = \begin{pmatrix} C & 0_{p\times p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{19}$$

Соответствующий П-регулятор системы (12) вида $u(t) = K \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$ является ПИ-регулятором системы (1), т.е. $K = \begin{pmatrix} K_p & K_i \end{pmatrix}$.

10. Пример синтеза. Для примера возьмем модель двигателя постоянного тока с внешним возбуждением: [9]

$$\begin{bmatrix} i \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{D}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{K_a}{L_a} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_y}{J} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} i_\epsilon + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U, y = \theta, \tag{20}$$

где $\begin{bmatrix} i \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} = x$ – сила тока статора, угол поворота, скорость вращения, которые образуют вектор состояния, $\begin{bmatrix} i_\epsilon \\ U \end{bmatrix} = u$ – ток возбуждения и напряжение статора, R_a, L_a – сопротивление и индуктивность статора, K_a, K_y – характеристики двигателя, J – момент инерции, D – коэффициент демпфирования. Заданную систему можно переписать в виде (1) с матрицами коэффициентов:

$$\begin{aligned} &A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{D}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_a} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &N_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_a}{L_a} & 0 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, N_3 = \begin{bmatrix} \frac{K_y}{J} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{21}$$

Матрица A системы имеет одно нулевое собственное значение, следовательно система изначально не является асимптотически устойчивой. Поставим задачу стабилизации в $x = 0$ для двигателя в режиме работы, при котором $-i_c < i < i_c$, $-\theta_c < \theta < \theta_c$, $-\omega_c < \omega < \omega_c$ (в общем случае границы могут быть несимметричны относительно положения устойчивости). В качестве дополнительного требования к системе поставим ограничение на скорость переходного процесса. Для этого в системе матричных неравенств (14) производится замена 0 в правой части на $-2\alpha Q$, где α – требуемые собственные числа системы. Соответственно время переходного процесса будет $t_p \leq \frac{3}{\alpha}$ с. Процедура синтеза выглядит следующим образом:

1. На основе ограничений сформировать политоп $\chi = \{(\pm i_c, \pm\theta_c, \pm\omega_c)\}$.

2. Записать систему матричных неравенств (11) с учетом структуры расширенной системы (19).

3. Найти Q и W – решение полученной системы матричных неравенств.

4. Рассчитать по (15) матрицу коэффициентов обратной связи (11).

Выполним процедуру синтеза в среде MATLAB при значениях коэффициентов $R_a = 100$ Ом, $L_a = 2$ Гн, $K_a = 22$, $K_y = 17.5$, $J = 69$ кгм^2, $D = 1.5$. Предельные значения для нормативного режима работы двигателя возьмем $i_c = 1$ А, $\theta_c = 5$ рад, $\omega_c = 2$ об/с. Длительность переходного процесса $t_p < 1$ с, т.е. $\alpha = 3$. Решение задачи LMI имеет вид

$$P = \begin{bmatrix} 0.007 & 0 & -0.0217 & 0.0429 \\ 0 & 1.2948 & 0 & 0 \\ -0.0217 & 0 & 0.0886 & -0.2693 \\ 0.0429 & 0 & -0.2693 & 1.6862 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0377 & 0 & -0.2322 & -9.7555 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Соответственно,

$$K_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -130.2158 & -19.4925 \end{bmatrix}, K_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -278.3161 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Переходной процесс в системе представлен на рис. 1 и 2.

Как видно из графиков, система приходит в требуемое положение устойчивости $x = 0$ за отведенное время. Вводя возмущающее воздействие и синтезируя П- и ПИ-регуляторы для управления углом поворота якоря, получим изменение выходной величины в виде (рис. 3).

Синтез ПИ-регулятора позволил получить высокую точность стабилизации системы с квазистационарным шумом.

11. Выводы. В статье рассмотрена задача синтеза регулятора билинейной системы и рассмотрены некоторые методы решения данной задачи. На основе прямого метода Ляпунова рассмотрена постановка задачи синтеза регулятора, как задачи

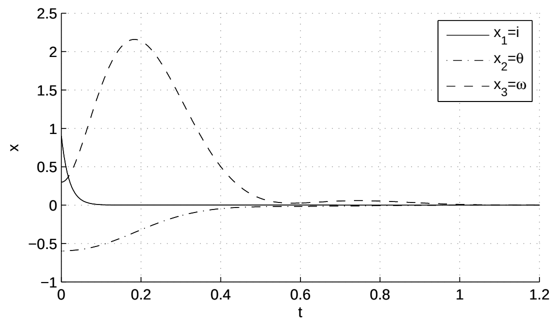

Рис. 1. Изменение переменных состояния (ПИ-регулятор)

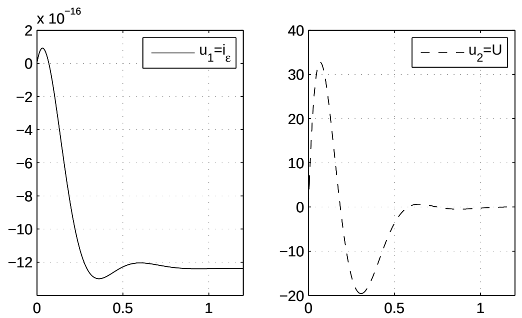

Рис. 2. Изменение управляющего воздействия (ПИ-регулятор)

решения системы матричных неравенств. Приведена процедура синтеза линейного регулятора для билинейной системы на ограниченном множестве состояний, заданном политопом. На основе рассмотренной процедуры синтеза регулятора предложен алгоритм синтеза ПИ-регулятора с заданными свойствами. Предложенный метод реализован в среде MATLAB для билинейной системы управления двигателем постоянного тока. Результаты моделирования показали работоспособность метода и выполнение заданных ограничений на время переходного процесса для П- и ПИ-регуляторов, а так же компенсацию возмущения в случае использования ПИ-регулятора.

1. *Мирошник И.В.* Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. – СПб.: Питер, 2006 – 272 с.
2. *Mohler R.R.* Bilinear control processes: with applications to engineering, ecology, and medicine – NY: Academic Press, 1973 – 224 с.
3. *Isidori A.* Nonlinear Control Systems. – London: Springer-Verlag, 1995. – 549 с. – 374 с.
4. *Pedrycz W.* Stabilization of bilinear systems by a linear feedback control // Kybernetika, vol. 16. – 1980. – С. 48-53
5. *Gutman P.-O.* Stabilizing controllers for bilinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control, 26(4) – 1981. – С. 917-922.
6. *Tibken B., Lehn F., Hofer E.P.* Quadric control Lyapunov functions for bilinear systems // Conference on Communications and Control, Athens, Greece, 28 Jun – 2 Jul 1999. – 9 с.

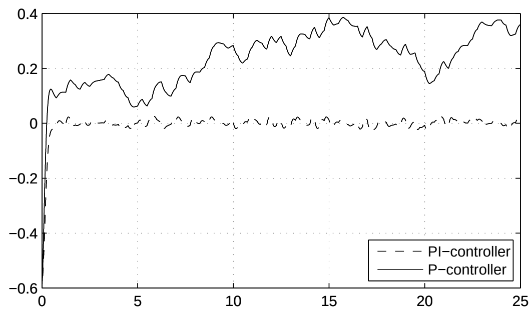

Рис. 3. Изменение выходной переменной (П- и ПИ-регуляторы)

7. *Amato F., Cosentino C., Merola A.* Stabilization of Bilinear Systems via Linear State Feedback Control // IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs 56(1). – 2009 – C. 76-80.
8. *Boyd S., El Ghaoui L., Feron E., Balakrishnan V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory – Philadelphia: SIAM Press, 1994. – 193 с.
9. *Pardalos P.M., Yatsenko V.A.* Optimization and Control of Bilinear Systems – NY: Springer, 2006. – 374 с.
10. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами – М.: Наука, 1976. – 424 с.
11. *Острём К., Виттенмарк Б.* Системы управления с ЭВМ – М.: Мир, 1987. – 480 с.

A. Krasnikov

Solution to the problem of stabilization of the bilinear system.

The article considers the problem of stabilization of the bilinear system. An overview of methods for constructing stabilizing controllers for arbitrary bilinear systems was given. Method based on Lyapunov's direct method, which considers the bilinear system on a limited set of states as a linear nonstationary system the proposed to implement. The proposed method used to construct PI controller of bilinear system. An example of the synthesis of a stabilizing controller for DC motor with an external excitation.

Keywords: *stabilization, bilinear system Lyapunov's Direct Method, PI controller.*

О. Красніков

Розв'язання задачі стабілізації білінійної системи.

У статті розглянуто постановку задачі стабілізації білінійної системи. Наведено огляд методів побудови стабілізуючих регуляторів для довільних білінійних систем. Для реалізації запропоновано метод, заснований на прямому методі Ляпунова, який розглядає білінійну систему на обмеженій множині станів як лінійну нестаціонарну систему. Запропонований метод використано для побудови ПІ-регулятора білінійної системи. Наведено приклад синтезу стабілізуючого регулятора для двигуна постійного струму із зовнішнім збудженням.

Ключові слова: *стабілізація, білінійна система, прямий метод Ляпунова, ПІ-регулятор.*

Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины, Донецк
`zzakkatt@gmail.com`

Получено 30.11.11