

---

## ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЖИЗНИ

*Н.А. Фойгт,  
кандидат экономических наук,  
Институт демографии и социальных  
исследований НАН Украины*

**Актуальность исследования.** Декомпозиция комплексных показателей как инструмент исследования демографических процессов имеет длительную историю развития и на современном этапе представляет собой стройную методологическую концепцию с множественными частными приложениями. Прикладную значимость методов декомпозиции трудно переоценить, поскольку сфера их использования как в самой демографии, так и в смежных науках практически неограниченна. Особую актуальность данная методология приобретает в связи с необходимостью все более точной и подробной фиксации отдельных параметров комплексного демографического процесса для разработки адекватной демографической и социальной политики. Это определяет важность расширения теоретической базы декомпозиционных методов и способствует росту популярности данных исследований в современной демографии.

Следует отметить, что на фоне экстенсивного роста в англоязычной литературе числа работ, посвященных методам декомпозиции демографических процессов [1], ощущается значительный недостаток публикаций на эту тему в славяноязычных изданиях. В то же время специфика демографического развития в странах переходной экономики требует как можно более полного и подробного изучения с тем, чтобы обеспечить оперативную разработку стратегических направлений и тактических средств преодоления демографического кризиса. В этом смысле хотя бы беглое ознакомление широкого круга специалистов, занимающихся изучением народонаселения на постсоветском пространстве, с некоторыми современными положениями теории декомпозиции демографических процессов и способами приложения данной теории к существующей практике демографического анализа являются, безусловно, полезными.

**Цель исследования.** Задачей данного исследования является не только знакомство читателя с одним из разделов теории декомпозиции, а именно — с современными методами декомпозиции продолжительности жизни, и наглядное представление использования данного комплекса методик путем подробного описания соответствующих алгоритмов расчетов, но и оценка прикладной значимости некоторых из них с точки зрения существующей демографической практики.

**Метод исследования.** Основой анализа являются краткие таблицы смертности мужчин в Украине за 1990 и 2003 гг., построенные по данным Госкомстата Украины в системе таблиц PASEX, разработанной и используемой Бюро переписей США и Отделом населения ООН. Принятые в статье обозначения соответствуют традиционным обозначениям переменных таблиц смертности:

$q(x)$  – вероятность смерти в течение данного возраста от момента его достижения;

$p(x)$  – вероятность дожития до следующего возраста  $x+n$ ;

$l(x)$  – число доживающих (вероятность для новорожденного дожить до возраста  $x$ );

$L(x)$  – числа живущих в стационарном населении;

$T(x)$  – число человеко-лет предстоящей жизни;

$e(0)$  – средняя продолжительность предстоящей жизни при рождении;

$e(x)$  – средняя продолжительность предстоящей жизни в возрасте  $x$ .

Переменные за разные периоды или для разных групп населения помечаются: дискретные – буквами  $t$  для базовых значений и  $t+h$  для сравниваемых значений; непрерывные – верхними индексами 1 и 2 соответственно. В сложившейся международной практике декомпозиционного анализа изменение продолжительности жизни обозначается как  $\Delta_d e_x^0$ ,  $\Delta_i e_x^0$  и  $\Delta_g e_x^0$ , где нижние индексы  $d$ ,  $i$  и  $g$  при символе  $\Delta$  обозначают изменение величины  $e_x^0$  за счет соответственно прямого, косвенного и общего влияния изменения смертности в возрасте  $x$  [2]. Все прочие обозначения, приводимые в тексте, поясняются отдельно.

Среди декомпозиционных методов, применяемых в демографии, декомпозиция смертности имеет наиболее развитую теоретическую традицию, поскольку смертность как демографический процесс охватывает все население независимо от пола, возраста или принадлежности к той или иной демографической группе, а, следовательно, проще и адекватнее формализуется. Наиболее распространенной техникой декомпозиционного анализа смертности наряду с такими, как декомпозиция общего и специальных коэффициентов смертности [3], изменений естественного прироста населения с учетом изменений смертности и т.п. [4], является компонентный анализ прироста продолжительности жизни при рождении – разложение разницы продолжительности жизни на отдельные составляющие, соответствующие вкладу в изменение этого показателя изменений смертности в отдельных возрастных группах, выраженных в утраченных или приобретенных годах предстоящей жизни. Эта процедура широко применяется при изучении влияния изменений смертности в отдельных возрастах на прирост или сокращение продолжительности жизни при рождении за конкретный период времени или между отдельными группами населения (мужчинами и женщинами, городским и сельским населением, населением разных регионов, социальными, этническими, образовательными и другими группами населения) и на сегодняшний день имеет множество методических модификаций. При существующем разнообразии подходов возникает проблема критериев выбора оптимального метода для конкретных расчетов. В число критериев адекватности и прикладной пригодности декомпозиционных методов в демографии В. Канудас Ромо, в частности, включает:

1. Возможность изучения в процессе декомпозиции изменений любых параметров: временного, полового, возрастного, этнического, образовательного и т.п.

2. Отсутствие эффектов взаимодействия при разделении общего показателя на отдельные независимые параметры.

3. Наличие демографического смысла в компонентах, получаемых в процессе декомпозиции.

4. Простота и ясность математического доказательства.
5. Возможность дальнейшей декомпозиции по возрастным и категориальным характеристикам (например, метод общей декомпозиции продолжительности жизни должен быть пригоден для декомпозиции по причинам смерти).
6. Связь с другими декомпозиционными методами. Как в любой другой, в декомпозиционной теории новые методы строятся на уже существующих теоретических предпосылках. Поэтому новый подход не только должен быть неразрывно связан с предшествующим аналитическим опытом, но и обеспечивать приложение в новой технике ранее разработанных методов.
7. Декомпозиция должна подробно показывать все взаимосвязи изучаемых изменений во времени, в разных населенных пунктах, между полами, этническими группами и т.п.
8. Метод должен быть гибким и допускать изолированное изменение аналитического типа отдельных переменных — линейного, экспоненциального, логистического и т.п., поскольку часто возникает необходимость ввода в декомпозиционный процесс одной или нескольких функций разного типа при неизменности остальных переменных.

Спецификой декомпозиции величины и прироста продолжительности жизни является не только сложность разложения этого комплексного многофункционального показателя на отдельные составляющие с выделением их взаимосвязи в возрастном и временном аспектах, но и представление полученных результатов в понятной, демографически объяснимой форме. Немаловажно и соответствие этих результатов фактическим величинам продолжительности жизни и их различиям, полученным из традиционных таблиц смертности. Опустив подробное описание математического доказательства каждого из обсуждаемых методов, с которым читатель может ознакомиться, обратившись к первоисточнику, автор предлагает оценить достоинства и недостатки разных методов декомпозиции величины и прироста средней ожидаемой продолжительности жизни при рождении с точки зрения простоты расчетов, точности и прикладной пригодности результатов.

**Результаты исследования.** Первый опыт декомпозиции продолжительности жизни относится к 1949 г. и принадлежит индийскому исследователю К. Чандрасекарану, или Чандра Секару [5]. Этот автор предложил метод декомпозиции разницы продолжительности жизни при рождении между отдельными периодами или группами населения, сравнивая функции соответствующих таблиц смертности. При этом он разработал математическую процедуру выделения главного, общего влияния и влияния взаимодействия изменения смертности в отдельной возрастной группе на величину изменения продолжительности жизни при рождении, используя формулы:

- 1) для расчета главного влияния:

$$\Delta_{main} e_x^0 = \frac{(e_x^2 - e_x^1) \left( \frac{l_x^2}{l_0^2} + \frac{l_x^1}{l_0^1} \right)}{2} - \frac{(e_{x+n}^2 - e_{x+n}^1) \left( \frac{l_x^1 l_{x+n}^2}{l_0^1 l_x^2} + \frac{l_x^2 l_{x+n}^1}{l_0^2 l_x^1} \right)}{2} \quad (1)$$

2) для расчета влияния взаимодействия:

$$\Delta_{\text{int}} e_x^0 = \frac{(e_{x+n}^2 - e_{x+n}^1) \left( \frac{l_{x+n}^2}{l_x^2} + \frac{l_{x+n}^1}{l_x^1} \right)}{2} - \frac{(e_{x+n}^2 - e_{x+n}^1) \left( \frac{l_x^1 l_{x+n}^2}{l_0^1 l_x^2} + \frac{l_x^2 l_{x+n}^1}{l_0^2 l_x^1} \right)}{2} \quad (2)$$

3) для расчета общего влияния:

$$\Delta_g e_x^0 = \frac{(e_x^2 - e_x^1) \left( \frac{l_x^2}{l_0^2} + \frac{l_x^1}{l_0^1} \right)}{2} - \frac{(e_{x+n}^2 - e_{x+n}^1) \left( \frac{l_{x+n}^2}{l_0^2} + \frac{l_{x+n}^1}{l_0^1} \right)}{2} \quad (3)$$

Числовой пример расчета представлен в табл.1. Таким образом, К.Чандрасекаран первым осуществил декомпозицию изменения продолжительности жизни, получив величины общего влияния смертности в разных возрастах, сумма которых равна фактическому изменению продолжительности жизни. Ему же принадлежит приоритет в разработке метода разложения общего влияния смертности на отдельные составляющие. Практически, метод К. Чандрасекарана является совершенным в данном математическом классе методик, поскольку, ангажируя только два показателя таблицы смертности, дает в результате три величины, функционально связанные между собой, наполненные демографическим смыслом и соответствующие фактическим показателям таблиц смертности. Позже, в 1986 г., сам автор [6], а в 2003 г. П.К. Мурти [7] осуществили ревизию данного метода и его адаптацию к декомпозиционной методике А. Лопеса и Д. Ружички [8].

В 1968 г. украинский демограф Ю.А. Корчак-Чепурковский в статье “Влияние смертности в разных возрастах на увеличение средней продолжительности жизни” [9] предложил свою версию декомпозиции продолжительности жизни при рождении – расчета влияния на этот показатель смертности в отдельных группах возрастов (детских, рабочих, старческих). Хотя сам автор не привел универсальных формул для расчета влияния смертности в любом возрасте  $x$  на изменение продолжительности жизни при рождении, однако, исходя из алгоритма расчетов, детально описанного Ю.А. Корчаком-Чепурковским, их можно представить следующим образом:

1) формулы расчета прямого влияния смертности в возрасте  $x$  лет:

а) в возрасте 0 лет:

$$\Delta_d e_0^0 = (L_0^2 - L_0^1) : 100000 \quad (4);$$

б) в возрасте 1 год и старше:

$$\Delta_d e_x^0 = (L_x^2 - L_x^1 \frac{l_x^2}{l_x^1}) : 100000 \quad (5);$$

2) формулы расчета косвенного влияния смертности

а) в возрасте 0 лет:

$$\Delta_i e_0^0 = (T_{0+1}^2 \frac{l_{0+1}^2}{l_{0+1}^1} - T_{0+1}^1) : 100000 \quad (6);$$

б) в возрасте 1 год и старше:

$$\Delta_i e_x^0 = \left[ T_{x+1}^2 \left( \frac{l_{x+1}^2}{l_{x+1}^1} - \frac{l_x^2}{l_x^1} \right) \right] : 100000 \quad (7)$$

Величина общего вклада смертности в конкретном возрасте на изменение продолжительности жизни при рождении рассчитывается как сумма величин прямого и косвенного влияния. Числовой пример расчета представлен в табл.2.

Достоинством данного метода является совпадение суммы прямого и косвенного влияния с общим вкладом смертности в отдельных возрастных группах и с фактическим изменением продолжительности жизни при рождении. В то же время серьезным недостатком данного подхода является невозможность выделения детальной повозрастной динамики таких вкладов, из-за чего полученные результаты трудно интерпретировать в возрастном аспекте.

К сожалению, методы К. Чандрасекарана и Ю.А. Корчака-Чепурковского не приобрели должной популярности, и в обзоре современных методик декомпозиции продолжительности жизни В.Школьников и др. [10] констатируют, что начальные положения метода декомпозиции, или как его еще называют, метода компонент в анализе продолжительности жизни [11] были независимо сформулированы в 1980-х гг. тремя исследователями – Е.М.Андреевым [12] (Россия), Э.Арриага [13] (США) и Р. Пресса [14] (Франция).

Наиболее широкое распространение получил метод Э. Арриага благодаря простоте предложенного математического доказательства и легкости интерпретации полученных результатов. Упрощенный вариант именно этого метода положен в основу декомпозиции продолжительности жизни, используемой экспертами ООН в сравнительном анализе смертности разных демосоциальных групп и населения разных регионов [15, 16, 17].

По Э. Арриага, влияние изменения смертности в разных возрастах на разницу продолжительности жизни при рождении рассчитывается как прямое, косвенное и комбинированное по генерализованной формуле:

$$e^0(0, t+h) - e^0(0, t) = [\Delta_D(0, x_1) + \Delta_I(0, x_1)] + \dots + [\Delta_D(x_n, \omega) + \Delta_I(x_n, \omega)] \quad (8),$$

где компонента прямого влияния смертности в возрасте от  $x_a$  до  $x_{a+n}$   $\Delta_D(x_a, x_{a+n})$  определяется как:

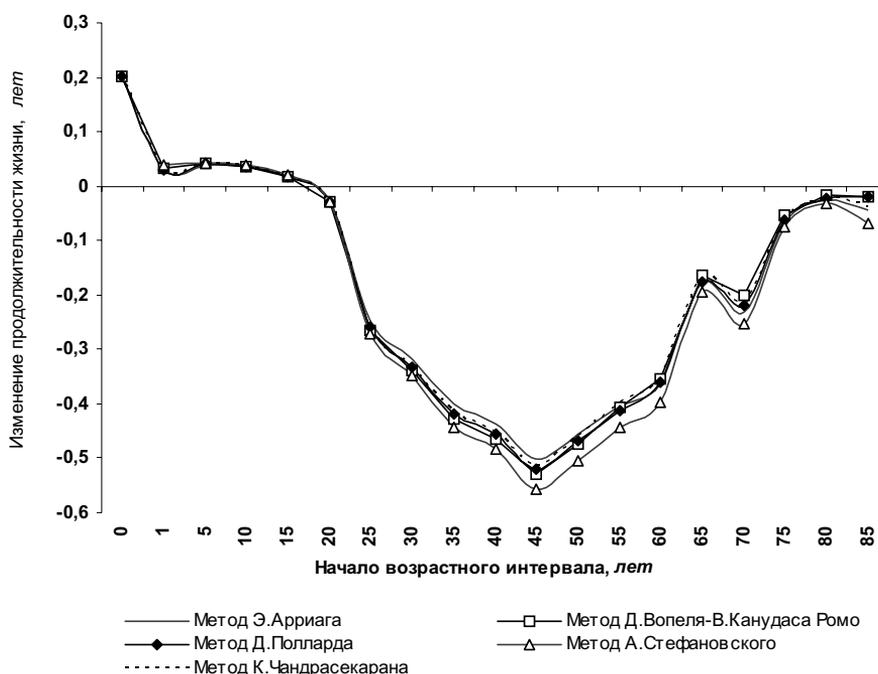
$$\Delta_D(x_a, x_{a+n}) = \frac{l(x_a, t)}{l(0, t)} \left( \frac{L(x_a, x_{a+n}, t+h)}{l(x_a, t+h)} - \frac{L(x_a, x_{a+n}, t)}{l(x_a, t)} \right) \quad (9),$$

а компонента косвенного влияния, или взаимодействия  $\Delta_I(x_a, x_{a+n})$ , определяется как:

$$\Delta_I(x_a, x_{a+n}) = \frac{T(x_{a+n}, t+h)}{l(0, t)} \left( \frac{l(x_a, t)}{l(x_a, t+h)} - \frac{l(x_{a+n}, t)}{l(x_{a+n}, t+h)} \right) \quad (10).$$

Числовой пример расчета приведен в табл.3. Данный метод дает точное совпадение общего результата, получаемого из суммы величин прямого и косвенного вклада смертности в каждой возрастной группе, с фактической разницей продолжительности жизни и, следовательно, может быть принят в качестве стандарта для оценки точности подобных расчетов с применением других методик<sup>1</sup> (рис.1).

В отличие от представленных выше методов декомпозиции, использующих закономерности взаимодействия дискретных переменных таблиц смертности, в другом семействе методов для этой цели используется анализ непрерывных функций дожития [18] и силы смертности [19]. Привлечение процедур дифференцирования и интегрирования сокращает потери информации, неизбежные при обработке нелинейных функций линейными методами, однако здесь возникает проблема точности расчетов, поскольку несхожесть предлагаемых разными авторами алгоритмов существенно влияет на конечный результат, а сам этот результат зачастую не точно совпадает с фактической разницей продолжительности жизни, полученной при сравнении соответствующих таблиц смертности.



**Рис. 1.** Вклад изменений смертности в отдельных возрастах в величину изменения продолжительности жизни при рождении для мужчин в Украине за 1990–2003 гг., рассчитанный разными методами

<sup>1</sup> Так поступил, в частности, Д.Поллард, когда предложил свой метод декомпозиции продолжительности жизни (см. Pollard J.H., 1988; P. 267–271).

Наглядным в математическом смысле, а потому широко применяемым методом декомпозиции прироста продолжительности жизни с использованием процедуры дифференцирования и интегрирования явился метод, предложенный Д. Поллардом [20]. Этот исследователь выразил экспоненциальную функцию продолжительности жизни через силу смертности, применив уравнение вида  $e_0^0 = \int_0^a \mu(x,t)dx$ , и выделил величину

изменения продолжительности жизни при рождении  $\Delta_g e_0^0$  как интеграл изменений силы смертности в каждом отдельном возрасте  $x$  при помощи выражения:

$$\Delta_g e_0^0 = e_0^2 - e_0^1 = \int_0^{\infty} (\mu_x^1 - \mu_x^2) {}_x p_0^1 e_x^2 dx \quad (11),$$

где  $\mu_x$  — сила смертности в возрасте  $x$  (взята со знаком минус логарифмическая производная чисел доживающих до возраста  $x$   $l(x)$  таблицы смертности [21]),  ${}_x p_0$  — вероятность дожития новорожденного до возраста  $x$  (пропорция доживающих до возраста  $x$  из исходного числа условного поколения таблицы смертности  $l(0)$ ;  ${}_x p_0 = \frac{l(x)}{l(0)}$ ), а  $e_x$

— средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте  $x$ . Числовой пример расчета приведен в табл.4.

Несмотря на то, что полученные результаты несколько отклоняются от избранного стандарта (см. рис.1, табл.4), метод Полларда нашел свое применение в демографическом анализе благодаря своей математической ясности и компактности. Именно это свойство способствовало широкому использованию данного метода в декомпозиции изменений продолжительности жизни по причинам смерти: в 1986 г., сам автор [22], а в 2002 г. Д. Вунч с соавторами [23] на основе этого метода создали алгоритмы расчета влияния на разницу продолжительности жизни по возрасту изменений смертности от отдельных причин смерти. Несомненным достоинством данного и описанных далее методов, которое выгодно отличает их от предыдущего класса декомпозиционных методик, является также независимость получаемых результатов от выбора базового и сравниваемого населений.

Интересный и плодотворный подход к анализу изменений смертности и продолжительности жизни во времени предложили Д.Вопель и В.Канудас Ромо [24]. В 1992 г. Д. Вопель разработал методику разложения изменений продолжительности жизни на компоненты прямого и структурного влияния на эти изменения по возрастной смертности, применив процедуру дифференцирования функции продолжительности жизни относительно возраста и времени [25]. С точки зрения этого автора, разложение изменений во времени любой демографической переменной может быть выражено как сумма двух компонент: среднего изменения данной переменной и ее ковариации с интенсивностью взвешивающей функции. В 2003 г. Д.Вопель и В.Канудас Ромо продемонстрировали взаимосвязь прогресса по возрастной смертности и изменения продолжительности жизни, разложив величину последнего на компоненты собственно влияния улучшений смертности и гетерогенности такого влияния в разных возрастах [26]. Приняв взятую с противоположным знаком величину относительной производной силы смертности в возрасте  $x$  от

носительно времени  $t$   $\mu'(x,t)$ , где  $\left( \mu'(x,t) = \frac{\Delta\mu(t)}{\mu(t)} \right)$ , за уровень улучшения смертности

$\rho(x, t)$ , при  $(\rho(x, t) = -\mu'(x, t))$  и умножив этот показатель на функцию плотности вероятностей  $f(x, t)$ , представляющую собой произведение силы смертности в возрасте  $x$   $\mu(x, t)$  и вероятности дожития до возраста  $x+n$   $p_x$ , при  $(f(x, t) = p_x \mu_x)$  с учетом изменения возраста  $dx$  в конце периода  $t$ , авторы предложили рассматривать полученный результат как показатель прогресса смертности в возрасте  $x$  за период  $t$   $\Delta\rho(x, t)$ :

$$\Delta\rho(x, t) = \rho(x, t)f(x, t)dx \quad (12).$$

В качестве взвешивающей функции было избрано число лет жизни, утрачиваемое в результате смертности в возрасте  $x$  в течение периода  $t$   $\Delta e^0(x, t)$ . Повозрастное изменение интенсивности этой функции рассчитывается по формуле:

$$\Delta e^0(x, t) = e^0(x, t)f(x, t)dx \quad (13),$$

в которой  $e^0(x, t)$  – средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте  $x$  на конец периода  $t$ . Показатель ковариации  $C_f(\rho(x, t), e^0(x, t))$  между уровнем прогресса смертности  $\rho(x, t)$  и величиной средней ожидаемой продолжительности жизни в возрасте  $x$   $e^0(x, t)$ , в данном случае интерпретируемый как влияние гетерогенности смертности на продолжительность жизни в разных возрастах, рассчитывается по формуле:

$$C_f(\rho(x, t), e^0(x, t)) = (\rho(x, t) - \Delta\rho(x, t))(e^0(x, t) - \Delta e^0(x, t))f(x, t)dx \quad (14).$$

Сумма величин уровня прогресса смертности в возрасте  $x$  за период  $t$   $\Delta\rho(x, t)$ , взвешенного по числу лет жизни, утрачиваемому в результате смертности в возрасте  $x$  в течение периода  $t$ , и возрастной гетерогенности влияния этого прогресса на величину продолжительности жизни  $C_f(\rho(x, t), e^0(x, t))$  представляет собой общий вклад изменений смертности в возрасте  $x$  за период  $t$  в величину изменения продолжительности жизни при рождении  $\Delta_g e_x^0$ :

$$\Delta_g e_x^0 = \Delta\rho(x, t)\Delta e^0(x, t) + C_f(\rho(x, t), e^0(x, t)) \quad (15).$$

Числовой пример расчета представлен в табл.5. Наряду с относительной точностью получаемых результатов (см. рис. 1, табл.5) достоинствами метода являются прозрачность доказательной логики, и, что особенно важно, ясность демографического смысла и прикладная значимость результирующих показателей.

Оригинальную методику компонентного анализа продолжительности жизни разработал украинский демограф А.И. Стефановский [27]. Дифференцируя функцию продолжительности жизни по двум аргументам – коэффициенту смертности в возрасте  $x$   $m_x$  и средней продолжительности жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$  для умерших в этом возрастном интервале  $k_x$ , он предложил декомпозицию величины продолжительности жизни путем нахождения отдельных компонент ее полного дифференциала.

По А.И. Стефановскому, вклад изменения смертности в возрасте  $x$  в прирост продолжительности жизни при рождении  $\Delta_g e_x^0$  является суммой разложений полного дифференциала продолжительности жизни относительно коэффициента смертности в возрасте  $x$   $\Delta_{gm} e_x^0$  и средней продолжительности жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$  для умерших в этом возрастном интервале  $\Delta_{gk} e_x^0$ , и может быть представлен формулой:

$$\Delta_g e_x^0 = \Delta_{gm} e_x^0 + \Delta_{gk} e_x^0 \quad (16),$$

где, в свою очередь,  $\Delta_{gm}e_x^0$  является суммой прямого  $\Delta_{dm}e_x^0$  и косвенного  $\Delta_{im}e_x^0$  вкладов прироста коэффициента смертности в возрасте  $x$   $\Delta m_x$  в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении, а  $\Delta_{dk}e_x^0$  — сумма прямого  $\Delta_{dk}e_x^0$  и косвенного  $\Delta_{ik}e_x^0$  вкладов в данный дифференциал прироста средней продолжительности жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$  для умерших в этом возрастном интервале  $\Delta k_x$ .

Разложение полного дифференциала продолжительности жизни по  $m_x$  при постоянном  $k_x$  осуществляется по формулам\*:

1) для расчета прямого вклада прироста коэффициента смертности в возрасте  $x$   $\Delta m_x$  в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении  $\Delta_{dm}e_x^0$ :

а) в возрасте от 0 до  $\omega$  - 1 лет:

$$\Delta_{dm}e_{x(x<\omega)}^0 = \frac{1}{l_0} \frac{L_x^1(k_x^1 - n_x^1)}{[1 + m_x^1(n_x^1 - k_x^1)]} \Delta m_x \quad (17);$$

б) в возрасте  $\omega$  лет:

$$\Delta_{dm}e_{\omega}^0 = \frac{1}{l_0} \frac{L_{\omega}^1(-1)}{m_{\omega}^1} \Delta m_{\omega} \quad (18);$$

2) для расчета косвенного вклада прироста коэффициента смертности в возрасте  $x$   $\Delta m_x$  в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении  $\Delta_{im}e_x^0$ :

а) в возрасте 0 лет:

$$\Delta_{im}e_0^0 = \frac{1}{l_0} \frac{(-n_0)}{(1 - k_0^1 m_0^1)[1 + m_0^1(n_0 - k_0^1)]} T_{0+1}^1 \Delta m_0 \quad (19);$$

б) в возрасте 1 год и старше:

$$\Delta_{im}e_x^0 = \frac{1}{l_0} \frac{(-n_{x+1})}{(1 - k_{x+1}^1 m_{x+1}^1)[1 + m_{x+1}^1(n_{x+1} - k_{x+1}^1)]} T_{x+1}^1 \Delta m_x \quad (20),$$

где кроме функций таблиц смертности  $l_x$ ,  $L_x$  и  $T_x$  присутствуют  $m_x$  — коэффициент смертности в возрасте  $x$ ;  $k_x$  — среднее число лет жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$ , прожитое теми, кто умер в этом возрастном интервале;  $n_x$  — величина возрастного шага таблицы смертности или максимально возможное количество лет, проживаемое в возрасте от  $x$  до  $x+n$  лет при отсутствии смертности (для полных таблиц смертности  $n=1$ , для кратких  $n=5$ ).

Разложение полного дифференциала продолжительности жизни по  $k_x$  при постоянном  $m_x$  осуществляется по формулам:

1) для расчета прямого вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$   $\Delta k_x$  в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении

$\Delta_{dk}e_x^0$ :

$$\Delta_{dk}e_x^0 = \frac{1}{l_0} \frac{L_{x,x}^1 m_x}{[1 + m_x^1(n_x^1 - k_x^1)]} \Delta k_x \quad (21);$$

\* Формулы приводятся в адаптированном виде.

2) для расчета косвенного вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$   $\Delta k_x$  в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении  $\Delta_{ik} e_x^0$ :

$$\Delta_{ik} e_x^0 = \frac{1}{l_0} \frac{-(m_{x+1}^1)^2 n_{x+1}}{(1 - k_{x+1}^1 m_{x+1}^1)[1 + m_{x+1}^1 (n_{x+1} - k_{x+1}^1)]} T_{x+1}^1 \Delta k_x \quad (22),$$

Числовой пример расчета представлен в табл.6. Данный метод уступает методам Полларда и Вепеля-Канудаса Ромо как в лаконичности и математической прозрачности расчетов, так и в соответствии их результатов фактическим данным, получаемым из таблиц смертности. Кроме того, в отличие от других рассмотренных здесь методов, использующих только традиционные функции таблиц смертности, данная методика ангажирует показатели, не присутствующие в подобных таблицах в готовом виде (коэффициент смертности) или присутствующие в специально рассчитываемых таблицах (среднее число лет жизни в возрасте от  $x$  до  $x+n$ , прожитое теми, кто умер в этом возрастном интервале\*\*), что дополнительно усложняет процедуру расчетов. Наконец, практическое приложение данного метода затрудняется неясностью демографического смысла получаемых в результате индикаторов. Однако, поскольку А.И. Стефановский предлагает развернутые приложения своей методики как в декомпозиции изменений продолжительности жизни по причинам смерти, так и в построении демографического прогноза, это стимулирует заинтересованного читателя к более внимательному изучению данного подхода.

**Выводы.** Подытоживая сказанное, следует констатировать, что современная декомпозиционная методология предлагает широкий спектр подходов к решению проблемы демостатистического изучения динамики продолжительности жизни, который, впрочем, не ограничивается несколькими рассмотренными в статье методиками (здесь остались не рассмотренными такие разделы декомпозиции, как многофакторная и регрессионная декомпозиция, метод очищения и т.п.). Поскольку средняя продолжительность предстоящей жизни в демостатистическом плане является показателем, величина которого полностью зависит от избранного алгоритма расчета, т.е. в значительной степени условным, проблема критериев точности расчетов всегда оставляет место для теоретической и методологической дискуссии. В прикладном же аспекте на первый план выступает, прежде всего, функциональная пригодность того или иного метода для использования в конкретной ситуации. Так, ряд проанализированных в статье методик ввиду своей функциональной простоты может быть взят на вооружение демографами-практиками, решающими текущие проблемы статистики населения.

Некоторые более сложные методы будут интересны исследователю, ищущему изощренных подходов к высокоточному анализу демографических процессов. Для молодых ученых-демографов полезно знакомство с декомпозиционной методологией в целом, к чему призвана представленная в статье подробная библиография по рассматриваемой проблеме. В то же время, как показал опыт данного исследования, многие аспекты методов декомпозиции демографических показателей, в т.ч. и продолжительности жизни, остаются не разработанными, что открывает широкую перспективу для дальнейшего научного поиска в этой области.

*(Таблицы прилагаются)*

---

\*\* В таблицах смертности, рассчитываемых, в частности, в системе электронных таблиц PASEX, данный показатель для возрастных групп 5 лет и старше принят за 2,5 года.



Продолжение табл.1

Номер строки	Возраст на начало возрастного периода		Исходные показатели таблиц смертности					Промежуточные расчеты величины косвенного влияния смертности в возрасте x										Величина смертности в возрасте x (Гр.18-Гр.23) × 0,5
	x	l <sub>x</sub> <sup>1990</sup>	Числа доживающих до возраста x		Средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте x			Гр.3-стр.2/100000	Гр.3-стр.1 × Гр.2-стр.2	Гр.2 × 100000	Гр.14-Гр.15/Гр.16	Гр.5-стр.2 × Гр.17	Гр.2-стр.2/100000	Гр.2-стр.1 × Гр.3-стр.2	Гр.3 × 100000	Гр.19-Гр.20/Гр.21	Гр.4-стр.2 × Гр.22	
			l <sub>x</sub> <sup>2003</sup>	e <sub>x</sub> <sup>1990</sup>	e <sub>x</sub> <sup>2003</sup>	4	5											
1	0	100000	100000	65.60	62.22	0.989	9856295798	100000000000	0.003	0.200	0.986	9888639865	100000000000	-0.003	-0.212	0.20615		
2	1	98563	98886	65.55	61.92	0.985	9705439565	9856295798	0.000	0.027	0.981	9709934592	9888639865	0.000	-0.028	0.02731		
3	5	98147	98515	61.82	58.14	0.983	9641031868	9814736604	0.001	0.038	0.979	9647956763	9851504856	-0.001	-0.040	0.03882		
4	10	97864	98301	56.99	53.27	0.981	9594304555	9786354480	0.001	0.033	0.976	9601059670	9830072015	-0.001	-0.036	0.03461		
5	15	97602	98107	52.14	48.37	0.976	9518260811	9760156935	0.000	0.017	0.970	9521976797	9810660026	0.000	-0.018	0.01729		
6	20	97020	97560	47.44	43.62	0.964	935890928	9701957651	-0.001	-0.025	0.959	9352667949	9755966897	0.001	0.028	-0.02666		
7	25	95931	96400	42.95	39.12	0.945	9129608107	9593094182	-0.007	-0.233	0.947	9065498113	9639980182	0.007	0.256	-0.24439		
8	30	94706	94500	38.47	34.85	0.919	8796440189	9470567298	-0.010	-0.292	0.931	8706463523	9450025134	0.010	0.325	-0.30844		
9	35	93084	91932	34.10	30.76	0.885	8359378795	9308377559	-0.013	-0.361	0.909	8234143124	9193180565	0.014	0.407	-0.38403		
10	40	90930	88459	29.85	26.87	0.838	7768162744	9093021436	-0.017	-0.384	0.878	7617863212	8845948794	0.017	0.439	-0.41130		
11	45	87816	83777	25.82	23.23	0.776	7000899458	8781604919	-0.021	-0.426	0.836	6812688320	8377702907	0.022	0.494	-0.46025		
12	50	83566	77579	22.00	19.88	0.697	6006244892	8356385971	-0.022	-0.370	0.774	5822833781	7757908017	0.024	0.439	-0.40426		
13	55	77421	69680	18.55	16.86	0.607	4869705633	7742093459	-0.022	-0.307	0.699	4699449066	6967957729	0.024	0.373	-0.34040		
14	60	69887	60700	15.28	13.98	0.497	3628048920	6988712938	-0.022	-0.259	0.598	3470886198	6069997850	0.026	0.322	-0.29075		
15	65	59770	49664	12.44	11.53	0.384	2371718673	5977018460	-0.013	-0.116	0.478	2296312796	4966416891	0.015	0.151	-0.13338		
16	70	47755	38419	9.95	9.17	0.264	1355990446	4775512659	-0.019	-0.038	0.352	1262559093	3841903470	0.024	0.181	-0.15922		
17	75	35243	26438	7.59	7.20	0.157	574598290	352469823	-0.007	-0.036	0.217	551566563	2643818964	0.009	0.050	-0.04283		
18	80	21734	15651	5.76	5.43	0.073	163853475	2173364734	-0.003	-0.011	0.105	157667562	1565052028	0.004	0.017	-0.01385		
19	85	10470	7255	4.26	3.83	0.000	0	1046952253	0.000	0.000	0.000	0	725490570	0.000	0.000	0.00000		
<b>Всего</b>																<b>-2.8956</b>		

Продолжение табл. 1

Номер строки	Возраст на начало возрастного периода x	Исходные показатели таблицы смертности			Средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте x		Промежуточные расчеты величины общего влияния смертности в возрасте x						Величина общего влияния смертности в возрасте x	
		$l_{1990}^x$	$l_{2003}^x$	$l_x^{2003}$	$e_x^{1990}$	$e_x^{2003}$	$l_{1.5} \cdot l_{1.4}$	$(l_{2.1} + l_{2.3}) / 100000$	$l_{2.5} \times l_{1.2}$	$l_{1.5} \cdot c_{1.2}$	$l_{1.4} \cdot c_{1.2}$	$(l_{2.2} \cdot c_{1.2} + l_{1.3} \cdot c_{1.2}) / 100000$	$l_{1.2} \times l_{1.2}$	$l_{1.2} \times l_{1.2}$
	1	2	3	4	5	25	26	27	28	29	30	31		
1	0	100000	100000	65.60	62.22	-3.38	2.000	-6.760	-3.636	1.974	-7.179	0.20901		
2	1	98563	98886	65.55	61.92	-3.64	1.974	-7.179	-3.679	1.967	-7.235	0.02834		
3	5	98147	98515	61.82	58.14	-3.68	1.967	-7.235	-3.730	1.962	-7.316	0.04059		
4	10	97864	98301	56.99	53.27	-3.73	1.962	-7.316	-3.776	1.957	-7.389	0.03634		
5	15	97602	98107	52.14	48.37	-3.78	1.957	-7.389	-3.816	1.946	-7.426	0.01824		
6	20	97020	97560	47.44	43.62	-3.82	1.946	-7.426	-3.831	1.923	-7.369	-0.02830		
7	25	95931	96400	42.95	39.12	-3.83	1.923	-7.369	-3.619	1.892	-6.847	-0.26112		
8	30	94706	94500	38.47	34.85	-3.62	1.892	-6.847	-3.342	1.850	-6.182	-0.33219		
9	35	93084	91932	34.10	30.76	-3.34	1.850	-6.182	-2.981	1.794	-5.347	-0.41763		
10	40	90930	88459	29.85	26.87	-2.98	1.794	-5.347	-2.589	1.716	-4.442	-0.45260		
11	45	87816	83777	25.82	23.23	-2.59	1.716	-4.442	-2.118	1.611	-3.414	-0.51402		
12	50	83566	77579	22.00	19.88	-2.12	1.611	-3.414	-1.696	1.471	-2.494	-0.45982		
13	55	77421	69680	18.55	16.86	-1.70	1.471	-2.494	-1.302	1.306	-1.700	-0.39684		
14	60	69887	60700	15.28	13.98	-1.30	1.306	-1.700	-0.915	1.094	-1.001	-0.34967		
15	65	59770	49664	12.44	11.53	-0.91	1.094	-1.001	-0.774	0.862	-0.667	-0.16713		
16	70	47755	38419	9.95	9.17	-0.77	0.862	-0.667	-0.394	0.617	-0.243	-0.21199		
17	75	35243	26438	7.59	7.20	-0.39	0.617	-0.243	-0.321	0.374	-0.120	-0.06154		
18	80	21734	15651	5.76	5.43	-0.32	0.374	-0.120	-0.427	0.177	-0.076	-0.02210		
19	85	10470	7255	4.26	3.83	-0.43	0.177	-0.076	0.000	0.000	0.000	-0.03782		
											<b>Всего</b>	<b>-3.38025</b>		



Таблиця 3. Числовой пример декомпозиции изменения продолжительности жизни мужчин в Украине за период с 1990 по 2003 гг. по методу Э.Ариага

Номер строки	Возраст на начало периода	Исходные показатели таблиц смертности						Промежуточные расчеты:						Результаты			
		Числа доживающих до возраста x		Числа живущих в возрасте x		Число человек-лет преставлений		величины прямого влияния смертности в возрасте x			величины косвенного влияния смертности в возрасте x			Величина прямого влияния в возрасте x	Величина косвенного влияния в возрасте x	Величина общего влияния в возрасте x	Величина прямого влияния в возрасте x
x	$I_{1990}^x$	$I_{2003}^x$	$L_{1990}^x$	$L_{2003}^x$	$L_x$	$T_x^{2003}$	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1	0	100000	100000	98683	98969	6221753	1	0.990	0.987	0.003	61.228	1.000	0.003271	0.00286	0.200266	0.203126	
2	1	98563	98886	393344	394738	6122783	0.98563	3.992	3.991	0.001	57.280	0.997	0.000461	0.001029	0.02643	0.027459	
3	5	98147	98515	490027	492039	5728045	0.981474	4.995	4.993	0.002	52.360	0.996	0.000715	0.001757	0.037442	0.039199	
4	10	97864	98301	488663	491018	5236006	0.978635	4.995	4.993	0.002	47.450	0.996	0.0007	0.001718	0.033236	0.034954	
5	15	97602	98107	486553	489166	4744987	0.976016	4.986	4.983	0.001	42.558	0.995	0.000388	0.000947	0.016523	0.01747	
6	20	97020	97560	482376	484899	4255822	0.970196	4.970	4.972	-0.002	37.709	0.994	-0.00067	-0.00162	-0.02535	-0.02697	
7	25	95931	96400	476592	477250	3770923	0.959309	4.951	4.968	-0.017	32.937	0.995	-0.00704	-0.01663	-0.23179	-0.24842	
8	30	94706	94500	469474	466080	3293673	0.947057	4.932	4.957	-0.025	28.276	1.002	-0.01036	-0.0238	-0.29285	-0.31666	
9	35	93084	91932	460035	450978	2827593	0.930838	4.906	4.942	-0.037	23.766	1.013	-0.01154	-0.03406	-0.366	-0.40005	
10	40	90930	88459	446866	430591	2376614	0.909302	4.868	4.914	-0.047	19.460	1.028	-0.02028	-0.04248	-0.39467	-0.43715	
11	45	87816	83777	428455	403390	1946023	0.87816	4.815	4.879	-0.064	15.426	1.048	-0.02896	-0.05616	-0.44672	-0.50289	
12	50	83566	77579	402467	368147	1542633	0.835659	4.745	4.816	-0.071	11.745	1.077	-0.03393	-0.0591	-0.3985	-0.4576	
13	55	77421	69680	368270	325949	1174486	0.774209	4.678	4.757	-0.079	8.485	1.111	-0.04025	-0.06109	-0.34157	-0.40266	
14	60	69887	60700	324143	275910	848537	0.698871	4.545	4.638	-0.093	5.726	1.151	-0.05213	-0.06473	-0.29853	-0.36326	
15	65	59770	49664	268813	220208	572627	0.597702	4.434	4.497	-0.064	3.524	1.203	-0.03952	-0.03796	-0.13928	-0.17723	
16	70	47755	38419	207495	162143	352419	0.477551	4.220	4.345	-0.125	1.903	1.243	-0.09002	-0.0595	-0.17128	-0.23077	
17	75	35243	26438	142441	105222	190276	0.352427	3.980	4.042	-0.062	0.851	1.333	-0.05566	-0.02178	-0.04734	-0.06912	
18	80	21734	15651	80508	57264	85054	0.217336	3.659	3.704	-0.045	0.278	1.389	-0.05441	-0.00987	-0.01512	-0.02499	
19	85	10470	7255	44573	27791	27791	0.104695	3.831	4.257	-0.427	0.000	1.443	0	-0.04468	0	-0.04468	
													<b>Всего</b>	<b>-0.52514</b>	<b>-2.85511</b>	<b>-3.38025</b>	



Таблиця 4. Числовой пример декомпозиции изменения продолжительности жизни мужчин в Украине за период с 1990 по 2003 гг. по методу Д. Полларда

Номер строки	Возраст на середину возрастного интервала	Длина возрастного интервала, $\Delta x$	Исходные показатели таблиц смертности			Вероятность для новорожденного дожить до возраста $x$	Промежуточные расчеты			Результат
			Числа доживающих до возраста $x$	Средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте $x$	Сила смертности в возрасте $x$		Сила смертности в возрасте $x$	Прирост силы смертности в возрасте $x$ за период $t$		
	$\bar{x}$	$\Delta x$	$l_x^{1990}$	$l_x^{2003}$	$e_x^{2003}$	${}_xP_0^{1990}$ Гр-3/1000000	$\mu_x^{1990}$ (Гр-3,стр.1-Гр-3,стр.2)/ (Гр-3,стр.1×Гр-2)	$\mu_x^{2003}$ (Гр-4,стр.1-Гр-4,стр.2)/ (Гр-4,стр.1×Гр-2)	$\Delta\mu_x$ Гр-7-Гр-8	Гр-9×Гр-6× Гр-5×Гр-2
			3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,5	2,5	100000	100000	65,60	1	0,005748	0,004454	0,001294	0,201237
2	3	4,5	98563	98886	65,55	0,988864	0,000937	0,000835	0,000102	0,028145
3	7,5	5	98147	98515	61,82	0,98515	0,000578	0,000435	0,000143	0,040871
4	12,5	5	97864	98301	56,99	0,983007	0,000535	0,000395	0,000140	0,036603
5	17,5	5	97602	98107	52,14	0,981066	0,001193	0,001115	0,000078	0,018319
6	22,5	5	97020	97560	47,44	0,975597	0,002244	0,002378	-0,000134	-0,02827
7	27,5	5	95931	96400	42,95	0,963998	0,002554	0,003941	-0,001387	-0,26015
8	32,5	5	94706	94500	38,47	0,945003	0,003425	0,005436	-0,002011	-0,33185
9	37,5	5	93084	91932	34,10	0,919318	0,004627	0,007534	-0,002927	-0,419
10	42,5	5	90930	88459	29,85	0,884595	0,006850	0,010587	-0,003737	-0,45649
11	47,5	5	87816	83777	25,82	0,83777	0,009680	0,014796	-0,005117	-0,52185
12	52,5	5	83566	77579	22,00	0,775791	0,014707	0,020365	-0,005658	-0,47011
13	57,5	5	77421	69680	18,55	0,696796	0,019462	0,025774	-0,006312	-0,41185
14	62,5	5	69887	60700	15,28	0,607	0,028952	0,036362	-0,007410	-0,36195
15	67,5	5	59770	49664	12,44	0,496642	0,040204	0,045285	-0,005081	-0,17506
16	72,5	5	47755	38419	9,95	0,38419	0,052402	0,062369	-0,009967	-0,2183
17	77,5	5	35243	26438	7,59	0,264382	0,076663	0,081607	-0,004944	-0,0627
18	82,5	5	21734	15651	5,76	0,156505	0,103656	0,107289	-0,003633	-0,02145
19	87,5	5	10470	7255	4,26	0,072549	0,147988 <sup>1</sup>	0,158012	-0,010025	-0,0201
									<b>Всего</b>	<b>-3,43395</b>

<sup>1</sup> Здесь и далее сила смертности в возрасте  $\omega$  рассчитана по формуле  $\mu_{\omega} = -\frac{1}{2}(\log p_{\omega-1} + \log p_{\omega})$  (см. J.H. Pollard, Mathematical models for the growth of human populations. – Melbourne: Cambridge University Press, 1973. – P.16).

Таблиця 5. Числовий пример декомпозиции изменения продолжительности жизни мужчин в Украине за период с 1990 по 2003 гг. по методу Д.Вонгеля-В.Канудаса Ромо

Номер строки	Возраст на среднем уровне интервала	Длина возрастного интервала	Исходные показатели, таблицы смертности						Промежуточные расчеты						Результат
			Числа проживающих до возраста x		Средняя ожидаемая продолжительность жизни в возрасте x	Вероятность дожить до следующего возраста x+n	Сила смертности в возрасте x		Относительная прозаговая сила смертности в возрасте x за период	Функция плотности вероятности	Уровень прогресса смертности в возрасте x за период	Количество лет предстоящей жизни, утраченных из-за изменений смертности в возрасте x	Влияние гетерогенности изменений смертности в разных возрастах		
			$l_x^{1990}$	$l_x^{2003}$			$e_x^{2003}$	$b_x^{2003}$						$\mu_x^{1990}$	
x	$\Delta x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.5	2.5	100000	100000	62.22	0.987	0.9575	0.00445	(Гр.4-стр.1-Гр.4-стр.2)/ (Гр.4-стр.1×Гр.2)	(Гр.8-Гр.7)/ Гр.7	Гр.8×Гр.6	(Гр.9)×Гр.11	Гр.5×Гр.10×Гр.2	(Гр.9)×Гр.11×Гр.12	Гр.13+Гр.11×Гр.12
2	3	4.5	98563	98886	61.92	0.997	0.00094	0.00083	-0.123	0.00083	0.00046	0.003194	0.684	0.194373	0.196558
3	7.5	5	98147	98515	58.15	0.998	0.00058	0.00044	-0.329	0.00043	0.000715	0.126	0.028249	0.041377	0.028356
4	12.5	5	97864	98301	53.27	0.996	0.00054	0.00039	-0.356	0.00039	0.0007	0.105	0.037116	0.037116	0.03719
5	17.5	5	97602	98107	48.37	0.991	0.00119	0.00111	-0.070	0.00111	0.000385	0.267	0.018402	0.018402	0.018504
6	22.5	5	97020	97560	43.62	0.984	0.00224	0.00238	0.056	0.00234	-0.00066	0.510	-0.02802	-0.02802	-0.02835
7	27.5	5	95931	96400	39.12	0.977	0.00255	0.00394	0.352	0.00385	-0.00677	0.753	-0.25476	-0.25476	-0.25985
8	32.5	5	94706	94500	34.86	0.968	0.00343	0.00544	0.370	0.00526	-0.00973	0.917	-0.32147	-0.32147	-0.33038
9	37.5	5	93084	91932	30.76	0.955	0.00463	0.00755	0.387	0.00721	-0.01397	1.109	-0.39936	-0.39936	-0.41486
10	42.5	5	90930	88459	26.87	0.937	0.00685	0.01059	0.353	0.00992	-0.01751	1.332	-0.42484	-0.42484	-0.44816
11	47.5	5	87816	83777	23.23	0.913	0.00968	0.01480	0.346	0.01350	-0.02335	1.568	-0.47158	-0.47158	-0.5082
12	52.5	5	83566	77579	19.88	0.885	0.01471	0.02037	0.278	0.01803	-0.02505	1.793	-0.41232	-0.41232	-0.45723
13	57.5	5	77421	69680	16.85	0.846	0.01946	0.02577	0.245	0.02182	-0.02672	1.839	-0.35739	-0.35739	-0.40651
14	62.5	5	69887	60700	13.98	0.798	0.02895	0.03636	0.204	0.02902	-0.02957	2.028	-0.30206	-0.30206	-0.36203
15	67.5	5	59770	49664	11.53	0.736	0.04020	0.04528	0.112	0.03334	-0.0187	1.922	-0.14972	-0.14972	-0.18567
16	72.5	5	47755	38419	9.17	0.649	0.05240	0.06237	0.160	0.04047	-0.03234	1.856	-0.1887	-0.1887	-0.24873
17	77.5	5	32443	26438	7.20	0.544	0.07666	0.08161	0.061	0.04441	-0.01345	1.598	-0.05858	-0.05858	-0.08007
18	82.5	5	21734	15651	5.43	0.327	0.10366	0.10729	0.034	0.03506	-0.00593	0.952	-0.02193	-0.02193	-0.02758
19	87.5	5	10470	7255	3.83	0.260	0.14798	0.15801	0.063	0.04109	-0.01304	0.787	-0.03153	-0.03153	-0.0418
															<b>Всего</b>
															<b>-3.47736</b>



Продолжение табл.6

Номер строки	Промежуточные расчеты величины косвенного вклада прироста коэффициента смертности в возрасте x Дм, в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении										Величина косвенного вклада прироста коэффициента смертности в возрасте x Дм, в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении		
	для возраста 0 лет					для возраста 1 год и старше					Гр.23/Гр.26	Гр.22+Гр.27	
	Гр.8, стр.2х (-Гр.2,стр.1)	1-(Гр.3х(Гр.5))	1+Гр.3х(Гр.10)	Гр.18/(Гр.19х(Гр.20))	(Гр.21х(Гр.9))/10000	Гр.8,стр.3х(-Гр.2,стр.3)х(Гр.9,стр.2)	1-(Гр.3,стр.3х(Гр.5,стр.3))	Гр.3,стр.3х(Гр.10,стр.3)	Гр.24х(Гр.25х(Гр.26х100000))	Гр.23/Гр.26			
1	-6461093.728	0.998415 <sub>2</sub>	1.002641	-6454301	0.213331 <sub>8</sub>						26	27	28
2						3895.703	0.99855201	1.001448	99999.79	0.0389571			0.213332
3						4004.884	0.99853107	1.001212	99974.09	0.0400592			0.038957
4						3581.81	0.99665076	1.002632	99927.35	0.0358441			0.040059
5						1796.481	0.99408714	1.005371	99942.66	0.0179751			0.035844
6						-2784.427	0.99334137	1.006196	99949.6	0.0179751			0.017975
7						-25620.6	0.99094865	1.008222	99909.64	-0.256438			-0.027858
8						-32619.94	0.98759456	1.011001	99845.91	-0.326703			-0.256438
9						-40914.62	0.98160209	1.016447	99774.61	-0.41007			-0.326703
10						-44222.7	0.97371251	1.023312	99641.13	-0.44382			-0.41007
11						-50012.75	0.96015014	1.036491	99518.69	-0.502546			-0.44382
12						-44336.59	0.9466065	1.048893	99288.88	-0.446743			-0.502546
13						-3785.248	0.91916264	1.075219	98830.14	-0.383005			-0.446743
14						-32681.55	0.88647046	1.109954	98394.13	-0.332149			-0.383005
15						-15155.57	0.84803785	1.14955	97486.2	-0.155464			-0.332149
16						-18190.53	0.76479751	1.238996	94758.11	-0.191968			-0.155464
17						-4823.556	0.65721256	1.356779	89169.2	-0.054094			-0.191968
18						-1504.118	0.41278558	1.587214	65517.92	-0.022957			-0.054094
19						0		1	100000	0			-0.022957
								1	100000	0			0

Продолжение табл.6

Номер строки	dk	Промежуточные расчеты		Величина прямого вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от x до x+n Дкx в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении	Величина прямого вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от x до x+n Дкx в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении
		Гр.6-Гр.5 29	Гр.7×Гр.3×Гр.29 30		
1	0.006		8.622252096	101333.89	8.51E-05
2	0.000		0	100264.14	0
3	0.000		0	100144.8	0
4	0.120		31.43705432	100121.16	0.000314
5	0.070		40.73949857	100263.15	0.000406
6	0.120		130.6361634	100537.12	0.001299
7	0.060		73.51613004	100619.59	0.000731
8	0.010		16.21897396	100822.22	0.000161
9	-0.020		-43.07122449	101100.11	-0.00043
10	-0.020		-62.28330344	101644.66	-0.00061
11	-0.040		-170.0075792	102331.16	-0.00166
12	-0.040		-245.7970047	103649.09	-0.00237
13	-0.040		-301.3522086	104889.29	-0.00287
14	-0.050		-505.8472391	107521.93	-0.0047
15	-0.020		-240.3011601	110995.38	-0.00216
16	-0.030		-375.3728509	114955.01	-0.00327
17	-0.050		-675.4525445	123899.61	-0.00545
18	-0.040		-450.5649921	135677.88	-0.00332
19	-0.510		-5339.456493	232945.34	-0.02292

Продолжение табл.6

Номер строки	Промежуточные расчеты величины косвенного вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от х до х+1 Дкх в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении					Величина косвенного вклада прироста средней продолжительности жизни в возрасте от х до х+1 Дкх в полный дифференциал продолжительности жизни при рождении	Общий вклад изменения смертности в возрасте х в прирост продолжительности жизни при рождении
	(Гр.3,стр.2)÷2	Гр.8,стр.2×Гр.2,стр.2×(-Гр.33)×Гр.29,стр.1	Гр.3,стр.2×Гр.5,стр.2	1+Гр.3,стр.2×Гр.10,стр.2	Гр.35×Гр.36×100000		
	33	34	35	36	37	38	39
1	1.12E-06	-0.1731037	0.998415	1.0026414	100105.24	-1.73E-06	0.21636
2	3.35E-07	0	0.998552	1.001448	99999.79	0	0.04022
3	2.87E-07	0	0.998531	1.0012116	99974.089	0	0.04182
4	1.43E-06	-4.3688185	0.996651	1.0026315	99927.349	-4.37E-05	0.03767
5	5.09E-06	-8.2045526	0.994087	1.0053712	99942.66	-8.21E-05	0.01913
6	6.61E-06	-16.339258	0.993341	1.0061959	99949.598	-0.000163	-0.02827
7	1.19E-05	-13.045749	0.990949	1.0082222	99909.645	-0.000131	-0.27189
8	2.19E-05	-3.4779121	0.987595	1.0110011	99845.914	-3.48E-05	-0.34936
9	4.86E-05	13.180868	0.981602	1.0164466	99774.612	0.000132	-0.44260
10	9.84E-05	22.309492	0.973713	1.0233116	99641.126	0.000224	-0.48468
11	2.33E-04	85.726654	0.96015	1.0364909	99518.685	0.000861	-0.55687
12	4.19E-04	120.2136	0.946607	1.0488929	99288.884	0.001211	-0.50523
13	9.74E-04	208.07259	0.919163	1.0752193	98830.143	0.002105	-0.44326
14	2.00E-03	371.50417	0.886647	1.1099538	98394.126	0.003776	-0.39692
15	3.64E-03	172.73414	0.848038	1.1495501	97486.196	0.001772	-0.19387
16	8.99E-03	360.93634	0.764798	1.2389961	94758.111	0.003809	-0.25230
17	1.96E-02	612.1363	0.657213	1.3567788	89169.204	0.006865	-0.07503
18	5.52E-02	4.92E+02	0.412786	1.5872144	65517.923	0.007507	-0.02898
19	0	0	0	0	0	0	-0.07277
						<b>Всего</b>	<b>-3.74683</b>

**Источники:**

1. *Caselli G, Vallin J, Wunch G, Daniel C, Keilman N, Leliuvre E, Vaupel JW, Yashin AI, and Wilmoth JR.* (2001). Діймографічне аналіз та синтез. Їditions de l'Institut National d'Їtudes Діймографічних, Paris.
2. *Canudas Romo V.* Decomposition Methods in Demography. – Netherlands: Rozenberg Publishers, 2003.
3. *Kitagawa E.M.* (1955). Components of a difference between two rates. – American Statistical Association Journal, 50(272). – P.1168–1194.
4. *Arthur W.B. and Vaupel J.W.* Some general relationships in population dynamics // Population index. – #21(1) – P.214–226.
5. *Chandra Sekar.* (1949). The effect of the change in mortality conditions in an age group on the expectation of life at birth. Human Biology, Vol.21 (1): 35–46.
6. *Chandrasekaran, C* (1986). Assessing the effect of mortality changes in an age group on the expectation of life at birth. Janasamkhya, Vol.4 (1): 1–9.
7. *Murthy, P.K.* (2003). A comparison of six methods for decomposition of changes in expectation of life at birth and differentials in life expectancy at birth. Paper presented at the Population Association of America 2003 Annual Meeting Program, Minneapolis, Minnesota, May 1-3, 2003. Hilton Minneapolis and Towers.
8. *Lopez, A.D. and L.T.Ruzicka.* (1977). The differential mortality of the sexes in Australia. In: N.D. Mc Glashan (ed.) Studies in Australian Mortality. Tasmania: University of Tasmania, Environmental Studies, Occasional Paper, No.4.
9. *Корчак-Ченурковський Ю.А.* Влияние смертности в разных возрастах на увеличение продолжительности жизни // Изучение воспроизводства населения. – М.: Наука, 1969. – С.134–155.
10. *Shkolnikov V.M., T.Valkonen, A.Begun and E.M. Andreev.* (2001). Measuring inter-group inequalities in length of life. Genus LVII (n.3-4): 33–62.
11. *Андреев Е.М.* Метод компонент в анализе продолжительности жизни // Вестник статистики. – 1982. – №9. – С.42–47; Стефановський А. Компонентний аналіз середньої тривалості життя населення. – К.: Інститут економіки НАН України, 2001. – 128 с.
12. *Андреев Е.М.* Метод компонент в анализе продолжительности жизни // Вестник статистики. – 1982. – №9. – С.42–47.
13. *Arriaga, E.E.* (1984). Measuring and Explaining the Change in Life Expectancies. Demography. 21:83–96.
14. *Pressat R.* (1985): Contribution des Ecarts de Mortalite par Age a la Difference des Vies Moyennes. – Population 4–5. – P. 765–770.
15. *United Nations* (1982). Levels and Trends of Mortality Since 1950, Study 74. New York: United Nations, Department of International Economic and Social Affairs.
16. *United Nations* (1985). World Population trends, population development interrelations and population policies, 1983, Monitoring report, Vol. I, Population trends, St/ESA/Ser.A/93, New York: United Nations, Department of International Economic and Social Affairs, P.193.
17. *United Nations Secretariat* (1988). Sex differentials in life expectancy and mortality in developed countries, An analysis by age groups and causes of death from recent and historical data. Population Bulletin of the United Nations, No.25-1988, St/ESA/Ser.N/25. New York: United Nations, Department of International Economic and Social Affairs – P.65–107.
18. *Keyfitz N.* (1977). Introduction to the mathematics of population. – Addison-Wesley Reading, Massachusetts; Keyfitz N. (1989), Decomposition and the reassembly of the age-time distribution. In: Research Paper Series No.49, Nihon University, Population Research Institute, Tokyo.
19. *Goldman N. and Graham L.* (1986). A new look at entropy and the life tale. – Demography, 31(1). – P. 33–63; Mitra S. (1978). A short note about the Taeuber paradox – Demography, 15(4). – P. 621–623; Pollard J.H. (1982). The expectation of life and its relationship to mortality. – Journal of the Institute of Actuaries, 109. – P. 225–240.

20. Pollard J.H. (1982). The expectation of life and its relationship to mortality. – Journal of the Institute of Actuaries, 109. – P. 225–240; Pollard J.H. (1982) Methodological issues in the measurement of inequality of death. In: WHO/ESCAP “Mortality in South and East Asia: A Review of Changing Trends and Patterns”, Manila, 1980. – Geneva: World Health Organization. – P.531–558; Pollard J.H. (1988). On the decomposition of changes in expectation of life and differentials in life expectancy. – Demography, 25(2). – P.265–276.
21. Боярский А.Я. (ред.) Курс демографии. Учебное пособие для студентов экономических специальностей вузов (2-е изд.) – М.: Статистика, 1974. – С.73.
22. Pollard J.H. (1986a). Cause of death and expectation of life: Some international comparisons. In: Paper presented at the IUSSP Seminar on Comparative Studies of Mortality and Morbidity: Old and New Approaches to Measurement and Analysis, Sienna, July; Pollard J.H. (1986b). Mortality changes and their economic consequences, with particular reference to cause of death. In: Paper presented at the conference on Demographic change and Economic Development, Hagfn, September.
23. Wunch G., Mouchart M., and Duchkne J. (2002). The life table. Modeling survival and death. – Dordrecht, The Netherlands: Kluwer. Academic Publisher.
24. Vaupel, James W. (1992). Analysis of Population Changes and Differences: Methods for Demographers, Statisticians, Biologists, Epidemiologists, and Reliability Engineers. – Paper (107 P.) presented at the PAA Annual Meeting held in Denver, Colorado, April. 30 – May 2 1992; Vaupel, James W. and Vladimir Canudas Romo. (2000). How Mortality Improvement Increases Population Growth. In: Dockner E.J., Hartl R.F., Luptacik M., Sorger G. *Optimization, Dynamics and Economic Analysis: Essays in Honor of Gustav Feichtinger*. Vienna: Springer: 350–57. Available at <http://www.demogr.mpg.de/Papers/Working/wp-1999-015.pdf>; Vaupel, James W. and Vladimir Canudas Romo. (2002). Decomposing demographic change into direct vs. compositional components. – Demographic Research, 7(1). – [www.demographic-research.org](http://www.demographic-research.org).
25. Vaupel, James W. (1992). Analysis of Population Changes and Differences: Methods for Demographers, Statisticians, Biologists, Epidemiologists, and Reliability Engineers. – Paper (107 P.) presented at the PAA Annual Meeting held in Denver, Colorado, April 30 – May 2, 1992.
26. Vaupel J.W. and Canudas Romo V. (2003). Decomposing change in life expectancy: a bouquet of formulas in honor of Nathan Keyfitz’s 90<sup>th</sup> birthday. – Demography, 40(2). – P. 201–216.
27. Стефановський А. Компонентний аналіз середньої тривалості життя населення. – К.: Інститут економіки НАН України, 2001. – 128 с.

---

**Аннотация.** Статья посвящена проблеме применения метода декомпозиции в изучении структурных закономерностей формирования продолжительности жизни. Проанализированы существующие классы методик декомпозиции продолжительности жизни и дано их сравнение с точки зрения точности, сравнимости и прикладной пригодности. Аналитический аппарат каждой методики тестируется на числовом примере, что дает возможность оценить практические преимущества и недостатки ее применения. Такой подход в сочетании с детальной библиографией по рассматриваемому вопросу позволяет заинтересованному исследователю не только применять проанализированные методики, но и творчески развивать существующий методический аппарат декомпозиции продолжительности жизни.

**Abstract.** The article is devoted to a problem of application of the decompositional method in studying of structural peculiarities of life expectancy. Existing classes of techniques of decomposition of life expectancy are analysed and their comparison is carried out from the viewpoint of accuracy, comparability and applied suitability. The analytical device of each technique is tested on a numerical example which enables to estimate practical advantages and lacks of its application. Such approach in a combination with detailed bibliography allows the interested researcher not only to apply the analysed techniques, but also to develop creatively the existing methodical device of the decomposition of life expectancy.