УДК 519.7

©2010. **И.С. Грунский, И.И. Максименко**

РАСПОЗНАВАНИЕ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ

Вводятся понятия конечной и финитной распознаваемости для классов объектов, заданных описателями произвольной природы. В терминах алгоритмов представлений даны критерии как конечной,так и финитной распознаваемости. Приведен пример финитно, но не конечно распознаваемого класса. Исследованы свойства распознаваемости классов в специальных видах систем неструктурированных объектов.

Ключевые слова: *неструктурированный объект, распознаваемость,итеративный алгоритм*

1. Введение. Одной из классических и актуальных проблем теории дискретных управляющих систем является задача идентификации (распознавания, восстановления) объекта "черный ящик"из априорно заданного класса (множества) объектов (автоматов, отмеченных графов, языков и т.д.) [1-4].

Для конечных классов автоматов теория распознающих экспериментов разработана достаточно хорошо [1-3], для бесконечных классов (автоматов, отмеченных графов) находится в первоначальном состоянии[4].

В работах [5,6] предложен подход к изучению распознающих экспериментов в классах автоматов Мили на основе представления "черного ящика"сходящимися последовательностями окрестностей в метрических пространствах. Исследовались процессы вывода заключений, условия существования и алгоритмы проведения распознающих экспериментов для потенциально бесконечных классов автоматов [5,6,8]. В [5] для произвольных метрических пространств автоматов были введены понятия "обобщенный черный ящик"и обобщенный алгоритм распознавания автоматов. Показано, что нормальной формой обобщенного алгоритма распознавания является рекурсивно перечислимая последовательность контрольных экспериментов.

В работе [7] этот подход распространен на неструктурированные объекты, представленные множествами описателей любой природы. Введены и исследованы понятия фрагмента, кофрагмента и однозначного представления неструктурированных объектов фрагментами и кофрагментами.

Цель данной работы состоит в изучении свойств распознающих экспериментов с потенциально бесконечными классами неструктурированных объектов на основе представления процесса вывода заключений по множеству описателей безотносительно к способу их получения. Такой подход позволил не только обобщить понятие алгоритма распознавания на широкий класс объектов, но и впервые выделить два вида алгоритмов распознавания.

Статья состоит из введения, четырех разделов и заключения.

В первом разделе даны основные понятия дескриптивных систем.

Во втором разделе введено понятие конечной распознаваемости, получен критерий конечной распознаваемости в терминах итеративного алгоритма построения конечных представлений.

В третьем разделе введено понятие финитной распознаваемости. Построен финитно, но не конечно распознаваемый класс. Доказан критерий финитной распознаваемости в терминах итеративного алгоритма построения финитных представлений.

Четвертый раздел посвящен изучению распознаваемости в специальных системах. Основным результатом раздела является теорема "двойственности"для обратимых систем.

2. Основные понятия и определения. Рассмотрим дескриптивную систему $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$, где $\boldsymbol{O}$- множество описателей, $\boldsymbol{A}$ - множество объектов, а $\rho \subseteq \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{O}$- некоторое отношение дескрипции [4,7]. Каждому объекту $A \in \boldsymbol{A}$ соответствует множество дескрипторов (описателей) $O_A = \rho(A)$.

Систему $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ назовем рекурсивной, если для любого $A \in \boldsymbol{A}$ множество O_A рекурсивно и множества $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{O}$ рекурсивно перечислимы.

Пусть дана функция сложности описателей $n : \boldsymbol{O} \to N^+$. Сложность для $O \subseteq \boldsymbol{O}$ и $A \in \boldsymbol{A}$ введем как $n(O) = sup\{n(o)|o \in O\}$ и $n(A) = n(O_A)$, соответственно. Для произвольного $F \subseteq \boldsymbol{A}$ полагаем, что $n(F) = sup\{n(A)|A \in F\}$.

Любое подмножество $\boldsymbol{O}$ или $\boldsymbol{A}$ назовем финитным, если его сложность конечна, и инфинитным – в противном случае.

Через $\boldsymbol{O}_f$ обозначим множество всех финитных подмножеств в $2^{\boldsymbol{O}}$. Множество $O \in \boldsymbol{O}$ назовем финитно-рекурсивным, если существует алгоритм проверки истинности соотношений $O_1 \subseteq O$ или $O_1 \subseteq \overline{O}$ для любого $O_1 \in \boldsymbol{O}_f$, где $\overline{O}$ обозначает теоретико-множественное дополнение O.

Систему $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ назовем финитно-рекурсивной, если для любого $A \in \boldsymbol{A}$ множество O_A финитно-рекурсивно и рекурсивно перечислимы множества $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{O}_f$.

На множестве $\boldsymbol{A}$ эквивалентность $A \cong B$ вводится соотношением $O_A = O_B$.

Множества фрагментов $Fr(A)$ и кофрагментов $CoFr(A)$ для любого объекта A определим как 2^{O_A} и $2^{\overline{O}_A}$, соответственно. Свойства фрагментов и кофрагментов подробнее исследованы в работе [7].

Систему $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ назовем обратимой, если для любого $A \in \boldsymbol{A}$ существует обратный ему объект A^{-1} с множеством описателей $O_{A^{-1}} = \overline{O}_A$. Очевидно, что $(A^{-1})^{-1} = A$ для любого$A \in \boldsymbol{A}$.

Через F^{-1} обозначим $\{B^{-1}|B \in F\}$.

Ранее в работе [7] рассмотрены полные системы. Напомним, что система $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ является полной, если для любого $O \subseteq \boldsymbol{O}$ справедливо соотношение $|\rho^{-1}(O)| = 1$.

Обозначим через $\boldsymbol{A}_f$ ($\boldsymbol{A}_{in}$) множество объектов с финитным (инфинитным) множеством описателей.

Пусть $\boldsymbol{A}_k$ ($\boldsymbol{A}_{ik}$) множества объектов с конечными (бесконечными) множествами описателей.

Пара $(O_1, O_2) \in Fr(A_0) \times CoFr(A_0)$ называется представлением [7] для произвольных $A_0 \in \boldsymbol{A}$ и $F \subseteq \boldsymbol{A}$, если для любого $B \in F$ из соотношения $(O_1, O_2) \in Fr(B) \times CoFr(B)$ вытекает $A \cong B$.

Представление (O_1, O_2) конечно (финитно), если множество $O_1 \cup O_2$ является конечным (финитным).

Для рекурсивной (финитно-рекурсивной) системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ конечное (финитное) представление (O_1, O_2) для произвольных $A_0 \in \boldsymbol{A}$ и $F \subseteq \boldsymbol{A}$ назовем конечно (финитно) эффективным, если существует такая частично-рекурсивная функция $\phi : Fr(A_0) \times CoFr(A_0) \to \{0, 1\}$, что значение $\phi(O_1, O_2)$ равно 1.

Нетрудно показать, что эффективность представления эквивалента существованию алгоритма его построения.

Дана некоторая рекурсивная система $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$.

Пусть класс F объектов из $\boldsymbol{A}$ задан некоторой априорной информацией I. "Черным ящиком"класса F назовем O_A для заранее неизвестного $A \in F$. В этом случае "черный ящик"ассоциирован с объектом A.

Алгоритмом конечного распознавания $T_k(F)$ объектов из класса F по аналогии с алгоритмом Барздиня [3] назовем общую для всех "черных ящиков"O_b из F общерекурсивную функцию $\Omega : O_b \times I \times \boldsymbol{O} \times \boldsymbol{O} \to \boldsymbol{O} \times \boldsymbol{O}$, порождающую возрастающую последовательность конечных множеств $\{\Omega^r(O_b, I, \emptyset, \emptyset)\}$, для которой выполнено соотношение $\Omega^n = \Omega^{n-1}$ при некотором натуральном n и Ω^n - конечное представление для A и F.

Класс F назовем конечно распознаваемым, если существует алгоритм конечного распознавания $T_k(F)$.

Понятие алгоритма конечного распознавания является прямым обобщением аналогичного понятия для автоматов Мили [5] на классы произвольных неструктурированных объектов.

Пусть даны финитно-рекурсивная система $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ и класс F объектов из $\boldsymbol{A}$, заданный априорной информацией I.

Тогда "обобщенным черным ящиком"класса F назовем некоторое O_A для $A \in F$. Будем говорить, что "обобщенный черный ящик"ассоцирован с объектом A.

Алгоритмом финитного распознавания $T_f(F)$ объектов из класса F назовем для произвольного "обобщенного черного ящика"O из F общерекурсивную функцию $\Omega : O \times I \times \boldsymbol{O}_f \times \boldsymbol{O}_f \to \boldsymbol{O}_f \times \boldsymbol{O}_f$, которая порождает возрастающую последовательность финитных множеств $\{\Omega^r(O, I, \emptyset, \emptyset)\}$, причем выполнено соотношение $\Omega^n = \Omega^{n-1}$ и Ω^n является финитным представлением относительно A и F для некоторого натурального n.

Класс F назовем финитно распознаваемым, если существует алгоритм финитного распознавания $T_f(F)$.

Финитная распознаваемость является более общим понятием, чем конечная распознаваемость. В разделе 3 настоящей работы построен пример финитно, но не конечно распознаваемого класса. Если проводить аналогии с автоматами Мили, то в основе конечной распознаваемости лежит анализ конечного множества входвыходных слов, а финитная распознаваемость основана на проверке принадлежности графу автомата множества вход-выходных слов, порождаемых циклическими графами.

Недостающие понятия введены в [7].

3. Конечная распознаваемость классов в рекурсивных системах. Прямым обобщением аналогичного результата для автоматов Мили[5] является следующий критерий конечной распознаваемости

Теорема 1. Для произвольной рекурсивной системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ и любого класса $F \subseteq \boldsymbol{A}$ равносильны следующие утверждения:

1. Класс F является конечно распознаваемым.

2. Класс F есть подкласс некоторого рекурсивно перечислимого конечно распознаваемого класса.

3. Для произвольного $A \in F$ и F существует эффективное конечное представление.

Доказательство. Покажем, что из утверждения 1 следует 2. Зададим алгоритм конечного распознавания $T_k(F)$ для конечно распознаваемого класса F.

К каждому O_{A_k} из некоторого рекурсивного перечисления класса $\boldsymbol{A}$ применим алгоритм $T_k(F)$. Возможен один из следующих вариантов:

1. алгоритм порождает бесконечно возрастающую последовательность множеств Ω_n.

2. алгоритм останавливается на n-ом шаге, порождая Ω_n, не являющееся представлением для A_k и класса F.

3. алгоритм останавливается на r-ом шаге, порождая Ω_r, которое является конечным представлением для A_k и класса F.

Рекурсивное перечисление всех таких $A_k \in \boldsymbol{A}$, для которых имеет место третий вариант, является искомым рекурсивно перечислимым конечно распознаваемым классом, включающий F.

Из утверждения 2 следует 1 с очевидностью.

Покажем, что из утверждения 1 вытекает 3.

Зафиксируем произвольный объект B из F и применим некоторый алгоритм конечного распознавания к "черному ящику"O_B. За конечное число шагов k алгоритм останавливается, порождая конечное представление Ω_k относительно B и F, являющееся искомым эффективным конечным представлением.

Осталось доказать, что из утверждения 3 следует 1.

Без потери общности будем считать класс F рекурсивно перечислимым. Тогда каждому A_r из перечисления класса F ставится в соответствие конечное эффективное представление (O_{1r}, O_{2r}). Пусть дан "черный ящик"O' некоторого объекта из F. Перечислением пар (O_{1r}, O_{2r}) находим такое натуральное число r, для которого выполнены соотношения $O_{1r} \subseteq O'$ и $O_{2r} \subseteq \overline{O}'$. Введем вспомогательные множества (Q_{1k}, Q_{2k}), где $Q_{1k} = (O_{1k} \cup O_{2k}) \cap O'$ и $Q_{2k} = (O_{1k} \cup O_{2k}) \cap \overline{O}'$. Следующая возрастающая последовательность множеств Ω_k, где $\Omega_k = (\bigcup_{l=1}^{k} Q_{1l}, \bigcup_{l=1}^{k} Q_{2l})$ для $k = \overline{1, r-1}$ и $\Omega_r = \Omega_{r-1}$, порождает искомый алгоритм конечного распознавания $T_k(F)$.

Теорема 1 доказана. □

Следствие 2. Для произвольной рекурсивной системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ справедливы следующие утверждения:

1. конечный класс является конечно распознаваемым.

2. мощность любого конечно распознаваемого класса не более чем счетна.

Доказательство. 1. Пусть дан конечный класс F. Тогда для каждого объекта $A_r \in F$ построим конечное представление относительно A_r и F, полагая $O_1 = O_1 \cup \{o_n\}$, если $o_n \in O_{A_r} - O_{A_s}$ и $O_2 = O_2 \cup \{o_n\}$ в противном случае, где $A_s \in F$. По теореме 1 класс F является конечно распознаваемым.

2. Утверждение следует из того, что всякий конечно распознаваемый класс может быть погружен в рекурсивно перечислимый класс. □

Нетрудно показать, что пересечение любого числа конечно распознаваемых множеств само конечно распознаваемо.

Для объединения справедливо

Утверждение 3. Для произвольной рекурсивной системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ и классов объектов F_1, F_2 объединения $F_1 \cup F_2$ конечно распознаваемо точно тогда, когда для всякого $A \in F_1 \cup F_2$ конечно распознаваемы одновременно классы $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$.

Доказательство. Полагаем класс $F_1 \cup F_2$ конечно распознаваемым. Тогда для всякого $A \in F_1 \cup F_2$ конечно распознаваемы также классы $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$.

Докажем обратное утверждение. Зафиксируем некоторое $A \in F_1 \cup F_2$. Предположим, что классы $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$ являются конечно распознаваемыми.

Согласно теоремы 1 существуют алгоритмы получения конечных представлений (O_{r1}, O_{r2}) относительно A и F_r, где $r \in \{1, 2\}$.

Нетрудно видеть, что пара $(O_{11} \cup O_{21}, O_{12} \cup O_{22})$ является конечным представлением относительно A и $F_1 \cup F_2$ и существует алгоритм его построения. Таким образом, класс $F_1 \cup F_2$ является конечно распознаваемым. Утверждение 3 доказано. □

4. Финитная распознаваемость классов в финитно-рекурсивных системах. Финитная распознаваемость основана на анализе некоторых финитных представлений исследуемого неструктурированного объекта. Для автоматов и отмеченных графов это циклические фрагменты, для языков - множества периодических слов.

Основным результатом данного раздела является следующий критерий финитной распознаваемости, не имеющий прямых аналогов в теории автоматов:

Теорема 4. Для любого $F \subseteq \boldsymbol{A}$ в финитно-рекурсивной системе $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ равносильны утверждения:

1. Класс F является финитно распознаваемым.

2. Класс F есть подкласс рекурсивно перечислимого финитно распознаваемого класса.

3. Для произвольного $A \in F$ и F существует эффективное финитное представление относительно A и F.

Доказательство. Покажем, что из утверждения 1 следует 2. Зафиксируем произвольный алгоритм финитного распознавания $T_f(F)$ класса F и рекурсивное перечисление τ класса $\boldsymbol{A}$.

Применим алгоритм $T_f(F)$ к "обобщенному черному ящику"O_{A_k}, где A_k выбираем из перечисления τ.

Возможен один из следующих вариантов:

1. алгоритм $T_f(F)$ порождает бесконечную последовательность Ω_n.

2. алгоритм $T_f(F)$ останавливается на n-ом шаге, порождая Ω_n, не являющееся представлением для A_k и класса F.

3. алгоритм $T_f(F)$ останавливается на r-ом шаге, порождая Ω_r, которое является финитным представлением для A_k и класса F.

Для всех A_k из класса F выполнен третий вариант. Рекурсивное перечисление всех таких $A_k \in \boldsymbol{A}$, для которых имеет место третий вариант применения $T_f(F)$, является искомым финитно распознаваемым классом, включающим F.

Нетрудно показать, что из утверждения 2 следует 1.

Докажем теперь, что из утверждения 1 вытекает 3.

Зафиксируем произвольный объект B из F и применим некоторый алгоритм финитного распознавания $T_f(F)$ к "обобщенному черному ящику"O_B.

Алгоритм $T_f(F)$ останавливается за конечное число шагов k, порождая некоторое эффективное финитное представление Ω_k относительно B и F.

Покажем, что из утверждения 3 следует 1. Без потери общности будем считать класс F рекурсивно перечислимым. Тогда каждому A_r из перечисления поставим в соответствие финитное эффективное представление (O_{1r}, O_{2r}). Тогда каждому A_r из перечисления класса F ставится в соответствие финитное эффективное представление (O_{1r}, O_{2r}). Пусть дан "обобщенный черный ящик"O' некоторого объекта из F. Перечислением пар (O_{1r}, O_{2r}) находим такое натуральное число r, для которого выполнены соотношения $O_{1r} \subseteq O'$ и $O_{2r} \subseteq \overline{O}'$. Введем вспомогательные множества (Q_{1k}, Q_{2k}), где $Q_{1k} = (O_{1k} \cup O_{2k}) \cap O'$ и $Q_{2k} = (O_{1k} \cup O_{2k}) \cap \overline{O}'$. Следующая возрастающая последовательность множеств Ω_k, где $\Omega_k = (\bigcup_{l=1}^{k} Q_{1l}, \bigcup_{l=1}^{k} Q_{2l})$ для $k = \overline{1, r-1}$ и $\Omega_r = \Omega_{r-1}$, порождает искомый алгоритм финитного распознавания $T_f(F)$. Теорема 4 доказана. $\square$

Нетрудно показать, что любой конечно распознаваемый класс одновременно является и финитно распознаваемым.

Обратное в общем случае неверно, что вытекает из

Следствия 5. В финитно-рекурсивной системе $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ выполнены утверждения:

1. Финитно распознаваемый класс является открытым.

2. Мощность любого финитно распознаваемого класса не более чем счетна.

3. Финитный класс с известной верхней оценкой сложности является финитно распознаваемым, но не всегда конечно распознаваемым классом.

Доказательство. 1. Из теоремы 4 следует, что для любого A из финитно распознаваемого класса F существует финитное представление относительно A и F. Открытость класса F вытекает из теоремы 4 [7].

2. По теореме 4 финитно распознаваемый класс может быть вложен в рекурсивно перечислимый финитно распознаваемый класс, мощность которого не более чем счетна.

3. Пусть дана верхняя оценка сложности N_0 класса F. Подкласс $\boldsymbol{A}$ объектов

со сложностью не выше N_0 рекурсивно перечислим. Поэтому, без потери общности будем считать, что класс F также рекурсивно перечислим. Зафиксируем некоторое его перечисление τ и $A_r \in F$. Для любого $A_s \in F$, не эквивалентного A_r, находим $o_{rs} \in O_{A_r} \oplus O_{A_s}$.

Объединим в множество O_1 все такие $o_{rs} \in O_{A_r}$ и в множество O_2 - остальные o_{rs}. Нетрудно показать, что сложность $O_1 \cup O_2$ не превосходит N_0. Пара (O_1, O_2) будет финитным представлением относительно A_r и F. В силу теоремы 4 класс F является финитно распознаваемым.

Построим теперь пример финитного класса с известной верхней оценкой сложности, который не является конечно распознаваемым.

Пусть M - бесконечный счетный алфавит и $\boldsymbol{A}$ - множество объектов с описателями, представленными всеми языками M^*. Под сложностью слова p будем понимать его длину. Зафиксируем произвольное положительное число N_1. Полагаем, что класс F включает те и только те объекты, сложность которых не превосходит N_1.

Покажем, что класс F не является конечно распознаваемым. Доказательство проведем от противного. Предположим, что класс F конечно распознаваем. Тогда по теореме 1 для любого $A \in F$ существует эффективное конечное представление (O_1, O_2) относительно A и F. В силу конечности множества $O_1 \cup O_2$ существует слово q сложности не выше N_1, не принадлежащее $O_1 \cup O_2$. Через C обзначим объект с описателем $O_A \cup \{q\}$. Очевидно, что сложность объекта C не превышает N_1. Следовательно, объект $C \in F$. Тогда пара (O_1, O_2) также является представлением относительно C и F. Но это неверно. Полученное противоречие доказывает существование финитно распознаваемых, но не конечно распознаваемых классов.

Следствие 5 доказано. □

Легко показать, что свойство финитной распознаваемости сохраняется относительно применения операции пересечения финитно распознаваемых классов.

Для операции объединения справедливо

Утверждение 6. Для произвольной финитно-рекурсивной системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ и классов объектов F_1, F_2 объединение $F_1 \cup F_2$ финитно распознаваемо только тогда, когда для всякого $A \in F_1 \cup F_2$ финитно распознаваемы одновременно классы $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$.

Доказательство. Из финитной распознаваемости класса $F_1 \cup F_2$ вытекает финитная распознаваемость классов $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$.

Докажем обратное. Пусть $A \in F_1 \cup F_2$. Предположим, что классы $\{A\} \cup F_1$ и $\{A\} \cup F_2$ являются финитно распознаваемыми.

Согласно теоремы 4 существуют алгоритмы построения финитных представлений (O_{r1}, O_{r2}) относительно A и F_r, где $r \in \{1, 2\}$.

Нетрудно видеть, что пара $(O_{11} \cup O_{21}, O_{12} \cup O_{22})$ является финитным представлением относительно A и $F_1 \cup F_2$ и существует алгоритм его перечисления. Тогда класс $F_1 \cup F_2$ является финитно распознаваемым. Утверждение 6 доказано. □

5. Распознаваемость классов в специальных системах объектов. Имеет место свойство "двойственности"в обратимых системах, не имеющее аналогов для автоматов Мили и отмеченных графов:

Утверждение 7. 1. В рекурсивной обратимой системе $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ класс F конечно распознаваем точно тогда, когда F^{-1} - конечно распознаваем.

2. В финитно-рекурсивной обратимой системе $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ класс F финитно распознаваем тогда и только тогда, когда F^{-1} - финитно распознаваем.

Доказательство. 1. Пусть даны рекурсивная обратимая система $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ и конечно распознаваемый класс $F\subseteq \boldsymbol{A}$. По теореме 1 для любого $A\in F$ и F существует алгоритм построения конечного представления (O_1,O_2). В работе [7] доказано, что пара (O_2,O_1) является конечным представлением для A^{-1} и F^{-1}. Тогда класс F^{-1} также является конечно распознаваемым.

2. Зафиксируем финитно-рекурсивную обратимую систему $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ и финитно распознаваемый класс $F\subseteq\boldsymbol{A}$. По теореме 4 для любого $A\in F$ и F существует алгоритм построения финитного представления (O_1,O_2). Тогда пара (O_2,O_1) является финитным представлением для A^{-1} и F^{-1}. В этом случае класс F^{-1} также является финитно распознаваемым.

Утверждение 7 доказано. □

Для полных систем выполнено

Утверждение 8. Для произвольной полной рекурсивной системы $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ справедливы утверждения:

1. Множество объектов $\boldsymbol{A}$ конечно распознаваемо точно тогда, когда множество $\boldsymbol{O}$ конечно.

2. Для бесконечного множества $\boldsymbol{O}$ классы $\boldsymbol{A}_k$, $\boldsymbol{A}_{ik}$, $\boldsymbol{A}_k{}^{-1}$, $\boldsymbol{A}_{ik}{}^{-1}$ не являются конечно распознаваемыми.

Доказательство. 1. Пусть дана полная рекурсивная система $<\boldsymbol{O},\boldsymbol{A},\rho>$ и конечное множество $\boldsymbol{O}$. Тогда $\boldsymbol{A}=2^{\boldsymbol{O}}$ конечно распознаваемо по следствию 2.

Обратное утверждение докажем от противного. Предположим, что $\boldsymbol{A}$ конечно распознаваемо, но $\boldsymbol{O}$ бесконечно. Выберем произвольно $A\in\boldsymbol{A}$ и пусть (O_1,O_2) - конечное представление для A и $\boldsymbol{A}$. Для любого $o\in\boldsymbol{O}-O_1\cup O_2$ через $B\in\boldsymbol{A}$ обозначим объект с описателем $O_A\cup\{o\}$. Тогда пара (O_1,O_2) является представлением относительно B и $\boldsymbol{A}$, что неверно. Полученное противоречие доказывает конечность множества $\boldsymbol{O}$.

2. Даны бесконечное множество $\boldsymbol{O}$ и $A\in\boldsymbol{A}_k$. Доказательство проведем от противного. Пусть класс $\boldsymbol{A}_k$ конечно распознаваем и пара (O_1,O_2) - некоторое представление относительно A и $\boldsymbol{A}_k$. Обозначим через B объект с описателем $O_A\cup\{o\}$, где $o\in\boldsymbol{O}-O_1\cup O_2$. Нетрудно видеть, что $B\in\boldsymbol{A}_k$ и пара (O_1,O_2) является конечным представлением относительно A и $\boldsymbol{A}_k$. Но это неверно, а значит и класс $\boldsymbol{A}_k$ не является конечно распознаваемым.

Предположим теперь, что класс $\boldsymbol{A}_{ik}$ конечно распознаваем. Пусть пара (O_1,O_2) - некоторое представление относительно A и $\boldsymbol{A}_{ik}$. Через C обозначим объект с описателем $O_A\cup\{o\}$, где $o\in\boldsymbol{O}-O_1\cup O_2$. Нетрудно видеть, что $B\in\boldsymbol{A}_{ik}$ и пара (O_1,O_2) является конечным представлением относительно C и $\boldsymbol{A}_{ik}$. Но это неверно. Таким образом, класс $\boldsymbol{A}_{ik}$ не является конечно распознаваемым.

Классы $\boldsymbol{A}_k{}^{-1}$ и $\boldsymbol{A}_{ik}{}^{-1}$ по утверждению 7 не являются конечно распознаваемыми. Утверждение 8 доказано. □

Утверждение 9. Для произвольной полной финитно-рекурсивной системы $< \boldsymbol{O}, \boldsymbol{A}, \rho >$ справедливо:

1. Множество объектов $\boldsymbol{A}$ финитно распознаваемо точно тогда, когда множество $\boldsymbol{O}$ финитно с известной верхней оценкой сложности.

2. Для инфинитного множества $\boldsymbol{O}$ классы $\boldsymbol{A}_f$, $\boldsymbol{A}_{if}$, $\boldsymbol{A}_f{}^{-1}$, $\boldsymbol{A}_{if}{}^{-1}$ не являются финитно распознаваемыми.

Доказательство. 1. Пусть $n(\boldsymbol{O}) \leq N_0$ для некоторого натурального числа N_0. Тогда $n(\boldsymbol{A}) \leq N_0$, где $\boldsymbol{A} = 2^{\boldsymbol{O}}$. По следствию 5 класс $\boldsymbol{A}$ является финитно распознаваемым.

Докажем обратное от противного. Предположим, что $\boldsymbol{A}$ финитно распознаваемо, но множество $\boldsymbol{O}$ инфинитно. Тогда по теореме 4 существует (O_1, O_2) финитное представление для любого $A \in \boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{A}$.

В силу инфинитности $\boldsymbol{O}$ существует такое $o \in \boldsymbol{O}$, что $n(o) > n(O_1 \cup O_2)$ Через $B \in \boldsymbol{A}_f$ обозначим объект с описателем $O_A \cup \{o\}$. Тогда пара (O_1, O_2) является финитным представлением относительно B и $\boldsymbol{A}$, что неверно. Полученное противоречие доказывает финитность множества $\boldsymbol{O}$.

2. Полагаем множество $\boldsymbol{O}$ инфинитным. Пусть $A \in \boldsymbol{A}_f$ со сложностью $n(A) \geq N_0$ при некотором натуральном N_0. Для произвольного натурального числа m выберем такое $o_m \in \boldsymbol{O}$, что $n(o_m) \geq N_0 + m$. Через A_m обозначим объект с множеством описателей $O_A \cup \{o_m\}$. Но тогда $\beta(A, A_m) \leq 1/(m + N_0)$ и объект A является предельным элементом множества $\boldsymbol{A}_f$. По следствию 5 класс $\boldsymbol{A}_f$ не является открытым, а значит и финитно распознаваемым.

Зафиксируем $A \in A_{if}$. Для натурального числа N_0 выберем такое $o_s \in O_A$, для которого выполнено соотношение $n(o_s) \geq N_0$. Через A_s обозначим объект с множеством описателей $O_A - \{o_s\}$. Нетрудно показать, что $A_s \in \boldsymbol{A}_{if}$ и $\beta(A, A_s) \leq 1/N_0$. Тогда объект A является предельным элементом множества $\boldsymbol{A}_{if}$ и класс $\boldsymbol{A}_{if}$ не является открытым, а значит и финитно распознаваемым.

Классы $\boldsymbol{A}_f{}^{-1}$ и $\boldsymbol{A}_{if}{}^{-1}$ не являются финитно распознаваемыми по теореме 4 и утверждению 7. Утверждение 9 доказано. □

6. Заключение. В настоящей статье представление распознающих экспериментов сходящимися последовательностями множеств распространено на неструктурированные объекты произвольной природы. Получены критерии как конечной, так и финитной распознаваемости. Описан финитно, но не конечно распознаваемый класс. Показано, что мощность конечных и финитно распознаваемых классов не более чем счетна. Для полных систем получены критерии конечной и финитной распознаваемости множества всех объектов в терминах мощности множества дескрипторов, а для обратимых систем доказана теорема "двойственности".

1. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Наука, 1966. – 272с.
2. *Мур Э.Ф.* Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами. // Автоматы. – М.: ИЛ, 1956. – с. 179-210.

3. *Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М.* Конечные автоматы (поведение и синтез). – М., 1970. – 400с.
4. *Грунский И.С., Козловский В.А.* Синтез и идентификация автоматов. – Киев.: Наукова думка, 2004. – 245с.
5. *Максименко И.И.* Эксперименты в финитно-определенных метрических пространствах автоматов: Автореферат канд. физ.-мат. наук; 01.01.09 /СГУ - Саратов, 2000. - 16 с.
6. *Грунский И.С., Максименко И.И.* Об экспериментах с автоматами при отсутствии верхней оценки числа состояний // Кибернетика и системный анализ. - 1999.- N 4.-C.59–71.
7. *Максименко И.И.* Финитные представления неструктурированных объектов // Труды Института прикладной математики и механики. - 2009 г. - том 19. -с. 162-167.
8. *供родай С.Ю.* Эксперименты в эффективно заданных классах автоматов: Автореферат канд. физ.-мат. наук; 01.01.09 /СГУ - Саратов, 1997. - 21 с.

I.S. Grunsky, I.I. Maksimenko

RECOGNIZABILITY OF UNSTRUCTURED OBJECTS.

Concepts final and finite recognizability for classes of descriptive objects are considered. Criteria final and finite recognizability are received. The example finite, but not final distinguished class, is gived. Properties of recognizability of classes are investigated in special kinds of systems of unstructured objects.

Keywords: *unstructured object, recognizability, iterative algorithm.*

І.С. Грунський, І.І. Максименко

РОЗПІЗНАВАННЯ НЕСТРУКТУРОВАНИХ ОБ'ЄКТІВ.

Введено поняття кінцевої та фінітної розпізнаваємості для класів об'єктів, які задані дескрипторами довільної природи. У термінах алгоритмів представлень подано критерії як кінцевої, так і фінітної розпізнаваємості. Наведено приклад фінітно, але не кінцево розпізнаваємого класу. Досліджено властивості розпізнаваємості класів у спеціальних видах систем неструктурованих об'єктів.

Ключові слова: *неструктурований об'єкт, розпізнаваємість,ітеративний алгоритм.*

Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины, Донецк
Донецкий национальный университет, Донецк
`iim@bank-prsp.dn.ua`

Получено 23.11.10