Таким образом, выражения (18), совместно с (23) и (25), дают полное решение системы дифференциальных уравнений (1) как краевой задачи математической физики.

1. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. - М.: Гостехиздат, 1965. - 559 с.

2. *Гонткевич В.С.* Собственные колебания пластинок и оболочек. - Киев: Наук. думка, 1964. - 228 с.

3. *Иваненко Д.Д., Соколов А.А.* Классическая теория поля. - М.: Гостехиздат, 1949. - 432 с.

Национ. техн. ун-т Украины, Киев Получено 13.12.99

УДК 531.36, 532.529

©2000. **О.Ф. Бойчук, А.В. Кузьма**

ДИНАМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ ГАЗОВОГО СКОПЛЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ВИБРАЦИИ

На основании полученных уравнений колебаний сферического газового скопления в вибрирующем цилиндрическом сосуде с идеальной несжимаемой жидкостью в осесимметричном случае определяются условия существования уровней динамического равновесия.В отличии от подхода цилиндрической газовой полости [2,6] в уравнениях движения учтены дополнительные силы, связанных с удовлетворением условий на боковой границе и свободной поверхности жидкости. В линейном приближении показана устойчивость уровней, близких к резонансным положениям системы столб жидкости — сферический объем газа и проведено сравнение с экспериментальными данным.

1. Введение и постановка задачи. Явление роста газовых скоплений в замкнутых объемах жидкости при интенсивной вибрации, в частности в топливопроводах, были обнаруженны и первоначально исследовались в связи с развитием реактивной техники [7,14–16]. Дальнейшие экспериментальные исследования [2,6,12,14] выявили существование уровней динамического равновесия для пузырьков газа в жидкости, колеблющейся и с меньшими значениями виброускорений. Миграция пузырей к этим уровням приводит к образованию локальных газовых скоплений или пробок и к изменению динамических, в частности, резонансных характеристик всей системы. В. Н. Челомей в работе [14] сравнил парадоксальное удержание газовых пузырей или тяжелых твердых частиц в вибрирующих объемах жидкости с известными результатами вибрационной стабилизации статически неустойчивых положений маятника или динамического повышения устойчивости упругих систем. Теоритические исследования колебаний жидкостей с включениями начались с изучения сил, возникающих при осцилляциях или пульсациях сферических тел в периодических потоках. Н.Е. Жуковский [4] показал, что при совпадении частот колебаний идеальной несжимаемой жидкости с частотами колебаний сферических включений на последние действует ненулевая средняя за период колебаний сила, направление которой зависит от разности фаз. Условия, при которых вибрационные силы могут уравновесить гидростатические силы и удерживать газовые пузыри в колеблющейся жидкости, определялись экспериментально и теоретически в [1,6,11,12] и др.

Большинство указанных исследований проведены в предположении о малости частиц или пузырьков по сравнению с характерными размерами системы — расстояниями до внешних границ, соседних включений, длиной волны и т.д. При таком подходе учет локализационных эффектов, которые и приводят к образованию пузырьковых скоплений, затруднен, так как силы, зависящие от положений пузырей относительно границ, в уравнениях движения не учитываются. Модель цилиндрической подушки для газового скопления [1,2,6], позволяющая учесть ограниченность несжимаемой жидкости, применима в предельном случае, когда размер скопления достигает диаметра цилиндрического сосуда или трубы. Кроме того, подход газовой подушки не позволяет аналитически получить гидродинамические члены в уравнениях колебаний, возникающие при учете кинематических условий на границах жидкости.

В настоящей работе исследуются уравнения движения, построенные для следующей модели колебательной системы "скопление — жидкость": адиабатически пульсирующий однородный сферический пузырь в вертикально вибрирующем столбе идеальной несжимаемой жидкости, ограниченной твердыми стенками цилиндрического сосуда и плоской свободной поверхностью. Целью работы является определение условий удержания газовой полости в колеблющемся ограниченном объеме жидкости с учетом дополнительных, по сравнению с моделью [1,2,6], сил, связанных с учетом гидродинамического воздействия границ, а также соотношение полученных результатов с экспериментальными данными. Отметим, что используемый подход позволяет при рассмотрении более общих случаев движения учесть воздействие системы жидкость – скопление на несущее тело при решениях задач динамики тел с цилиндрическими полостями, заполненными идеальной несжимаемой жидкостью с немалыми газовыми включениями, подобно [15].

Движения жидкости и газового тела в круговой цилиндрической полости радиуса R_0 будем определять относительно связанной с сосудом цилиндрической системы координат $ORZ\varphi$, полюс которой поместим в центр сечения $Z = 0$ цилиндра, совпадающего с уровнем свободной поверхности, а ось Oz направим по оси симметрии столба вглубь жидкости. Перемещения подвижной координатной системы задаются в инерциальной системе $O_iR_iZ_i\varphi_i$. В начальный момент времени системы совпадают. Затем положение связаннной с контейнером системы будет определяться вектором $\mathbf{r_0} = \mathbf{OO_i}$.

Введем подобно [9] сферические системы $O_1\rho_1\theta_1\varphi_1$, $O_2\rho_2\theta_2\varphi_2$.

Полюс первой из них свяжем с центром пузыря, а полюс второй расположим симметрично поверхности раздела $Z = 0$, так чтобы выполнялись соотношения

$$\rho_2 = \left(\rho_1^2 + l^2 + 2\rho_1 l\cos\theta_1\right)^{1/2}, \qquad \rho_1\sin\theta_1 = \rho_2\sin\theta_2, \qquad l = O_1O_2 = 2h.$$

Уравнения движения для системы "жидкость – газовый объем" получим в форме уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q_k}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k, \qquad k = 1,2,3,4\,; \tag{1}$$

$$L = T - \Pi = \frac{1}{2}[M\dot{\mathbf{r}}_0^2 + m_g(\dot{\mathbf{r}}_0 + \dot{\mathbf{r}}_1)^2] +$$

$$+\varrho_l \sum_k \int_S \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n_k} dS_k - \frac{V_{g0}P_{g0}}{\gamma - 1}[1 + 3(1-\gamma)q_1] - m_g g q_4 - Mg(Z_0 + \frac{H}{2})\,. \tag{2}$$

Обобщенные силы Q_k включают инерциальные, а также диссипативные члены, получаемые при подходе маловязкой жидкости [3]. В формулах (1), (2) L — функция

Лагранжа, обобщенная координата $q_1 = a - a_0$ соответствует изменению радиуса газового объема относительно среднего значения a_0 при малых адиабатических пульсациях. Координаты q_2 , q_3 , q_4 определяют перемещения центра O_1 пузыря и соответствуют компонентам вектора $\mathbf{r_1} = \mathbf{OO_1}$. В осесимметричном случае $q_2 = q_3 = 0$, $q_4 = h$ — глубина центра скопления.

В выражении (2) интегрирование проводится по внутренним и внешним границам жидкостного объема, нормали к которым направлены внутрь жидкости, P_g, v_g, $m_g = \varrho_g v_g$ – соответственно давление газа, его объем и масса в скоплении. Нулевые индексы отвечают средним значениям величин , γ — показатель адиабаты газа, ϱ_l, ϱ_g — плотности жидкости и газа, g – ускорение свободного падения , M и H — масса и высота столба жидкости.

Потенциал Φ скорости относительного движения жидкости удовлетворяет следующей краевой задаче

$$\nabla^2\Phi = 0, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\rho_1}|_{\rho_1=a} = \dot{a} + \dot{h}\cos\theta_1, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial R}|_{R=R_0} = 0, \quad \Phi|_{Z=0} = 0. \tag{3}$$

Согласно [9,11] потенциальную функцию Φ будем строить в виде

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} A_n a^{n+1}[P_n(\cos\theta_1)\rho_1^{-n-1} + (-1)^{n+1}P_n(\cos\theta_2)\rho_2^{-n-1}]+$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty} B(\xi)I_0(\xi R)\sin(\xi Z)d\xi, \tag{4}$$

где $P_n(x)$ и $I_0(x)$ - соответственно полиномы Лежандра и модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Неизвестные функции определяются после приведения (4) к системе координат $O_1\rho_1\theta_1\varphi_1$ и удовлетворения условий на поверхности сферического газового объема. В результате, приравняв выражения при полиномах Лежандра одинаковых порядков, приходим к системе алгебраических уравнений относительно A_n

$$A_n - \sum_{m=0}^{\infty} A_m \frac{a^{m+n+1}n}{(n+1)!m!}\left[\frac{2(-1)^n}{R_0^{m+n+1}}\tilde{Q}_{mn} + \frac{(m+n)!}{l^{m+n+1}}\right] = -a(\dot{a}\delta_{0,n} + \frac{\dot{h}}{2}\delta_{1,n}), \tag{5}$$

$$\tilde{Q}_{mn}(l) = Re\int_0^{\infty} \frac{K_1(\xi)}{I_1(\xi)}(-1)^m[1 - e^{il\xi}](i\xi)^{m+n}d\xi\,, \tag{6}$$

где $m, n = 0, 1, 2, ...$, $I_1(x)$ — модифицированная функция Бесселя, $K_1(x)$ — функция Макдональда. Пользуясь оценками [8–10] для интегралов и рядов, входящих в коэффициенты системы (5), нетрудно показать, что система бесконечных линейных по A_n алгебраических уравнений имеет определитель нормального типа [5] и решается методом редукции с любой степенью точности. Для идеальной сжимаемой жидкости исследования задачи для потенциала приведено в [9]. Там же оценен порядок уменьшения A_n относительно a с ростом n как в случае сжимаемой, так и несжимаемой жидкостей. Вопросы сходимости и построения интегралов (6) рассмотрены в [8,9,17]. Задачу (1)–(6)

дополним выражениями давления жидкости через значения потенциала [4] в подвижной системе координат

$$p = -\varrho_l[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 - \nabla\Phi \cdot \dot{\mathbf{r_0}} - \mathbf{r_1} \cdot \mathbf{g}] + f(t). \qquad (7)$$

При определении значений функции $f(t)$ в уравнении пульсации газового объема воспользуемся условиями для давления на свободной поверхности жидкости и на поверхности пузыря [3,6].

$$p|_{Z=0} = P_a, \quad P_{g0}\left(\frac{V_g(a)}{V_{g0}}\right)^\gamma = \frac{1}{4\pi {a_0}^2}\int\limits_S p|_{\rho_1=a} dS - \frac{2\sigma}{a}; \qquad (8)$$

где P_a — давление над поверхностью жидкости, σ - коэффициент поверхностного натяжения. Задача (1)–(8) в случае осесимметричных движений газового скопления в сосуде может решаться в замкнутом виде с любой степенью точности. При этом при заданных колебаниях сосуда может быть определено поведение всей системы "жидкость — скопление" в рамках рассматриваемой модели.

При исследовании уравнений движения линейные размерные величины отнесем к радиусу сосуда R_0. К безразмерным величинам для давления, сил, ускорения свободного падения и времени перейдем по формулам

$$\bar{p} = \frac{p}{\varrho_l R_0^2 {\omega_0}^2}, \quad \bar{F} = \frac{F}{\varrho_l R_0^4 {\omega_0}^2}, \quad \bar{g} = \frac{g}{\omega_0^2 R_0}, \quad \bar{t} = t\omega_0,$$

где $\omega_0 = 2\pi$ Гц — единичная круговая частота колебаний. В дальнейшем все величины будем записывать в безразмерном виде, черточки над ними опускаем.

2. Система уравнений колебаний газовой полости. После определения коэффициентов A_n при решении системы (5), (6), усеченной до порядка N, $m, n < N$, уравнения (1) могут быть представлены в явном виде с соответствующей точностью. Для $N = 4$ система уравнений, определяющих поступательные перемещения центра скопления и пульсации его радиуса, будет иметь вид

$$\ddot{h}[m_g + \frac{m_l}{2}\psi_1] = (m_g - m_l)(\ddot{Z}_0 + \frac{g}{\omega^2}) - 6\pi a\nu\frac{\dot{h}}{\omega} + F_1(l, \dot{a}, \dot{h}) + F_2(l, \dot{a}^2) + F_3(l, \dot{h}^2), \qquad (9)$$

$$\ddot{a}\psi_2 + \frac{3\dot{a}^2}{2a}\psi_3 + \frac{3\dot{a}\dot{h}}{2a}\psi_4 + \frac{\dot{h}^2}{4a}\psi_5 + \frac{4\nu\dot{a}}{\omega\varrho_l a^2} - \frac{P_g(a_0/a)^{3\gamma} - \varrho_l h(g + \ddot{Z}_0) - 2\sigma/a}{\varrho_l a\omega^2} = 0 \qquad (10)$$

$$\psi_i = \psi_i(a, h, R_0), \ \psi_1 = [1 + a^3\tilde{Q}_{11}/\pi - 2(a/l)^3]/(1 - a^3\tilde{Q}_{11}/(2\pi) + (a/l)^3) + O({a_0}^8),$$

$$\psi_2 = 1 + a\tilde{Q}_{00}/\pi - a/l + [a^2\tilde{Q}_{01}/\pi - (a/l)^2)]^2 + O({a_0}^8). \qquad (11)$$

Здесь диссипативные члены с динамическим коэффициентом вязкости ν введены аналогично работам [3,13] на основании подхода маловязкой жидкости. При этом для колеблющихся скоплений применение этого подхода более обоснованно,чем для малых пузырей, так как инерциальные силы в этом случае будут превосходить диссипативные силы в большей мере, причем для низших значений частот.

Для коэффициентов и сил справедливы предельные переходы в случае пренебрежения влиянием внешних границ жидкости (для бесконечного их удаления) $F_2, F_3 \to 0$, $\psi_i \to 1$ при $h, R_0 \to \infty$, $i = 1 - 5$.

Гидродинамические силы F_k определяются подобно силам в [8-10]. С точностью до членов порядка $O({a_0}^8)$ они имеют вид

$$F_1 = m_l \frac{3\dot{a}\dot{h}}{a}\psi_1,\ F_2 = m_l \frac{3\dot{a}^2}{2aD}[(a/l)^2 + a^2\tilde{Q}_{01}/(2\pi)],$$

$$F_3 = m_l \frac{9\dot{h}^2}{2aD^2}(a/l)^4[1 - 2(a/l)^4\tilde{Q}_{12}/(\pi)], \quad D = 1 - \frac{a^3}{2\pi}\tilde{Q}_{11} + (\frac{a}{l})^3. \tag{12}$$

Уравнения (9), (10) представляют систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что устойчивые пульсации скопления наблюдаются при значениях амплитуд колебаний порядка нескольких процентов от его радиуса и значениях виброускорений, близких к g. При амплитудах, достигающих $0,1a_0$, скопление обычно распадается. В дальнейшем для случая малых амплитуд определим условия, при которых газовое скопление может удерживаться в колеблющемся столбе жидкости. Исследование системы (9)–(10) проведем на основании методов возмущения и осреднения и обычных упрощающих предположений, подобных применяемым в [1,3,6,7,11] при исследованиях колебаний более простых систем — малых пузырьков или больших цилиндрических газовых подушек .

3. Уровни динамического равновесия. Рассмотрим пульсационные колебания объема газового скопления, которое удерживается возле уровня динамического равновесия $h = h_0$.

Для случая малых амплитуд колебаний разложим основные переменные по степеням малого параметра $\varepsilon = \omega_0/\omega << 1$, ω_0 – единичная, а ω – характерная частоты.

$$Z_0 = \varphi_0 + \varepsilon\zeta_1(t) + ..., a = a_0(1 + \varepsilon a_1 + ...), h = h_0 + \varepsilon h_1 + ..., F_k = \varepsilon^2 F_{k1} + \varepsilon^3 F_{k2} + ... \tag{13}$$

Подставив выражения (13) в систему (9),(10) получим в первом приближении

$$\ddot{h}_1 = \frac{2}{1 + 2\bar{\varrho}\psi_{1,0}}[(\ddot{\zeta}_1 + \varepsilon A)g + \varepsilon(\sum_k F_{k1} - \frac{9\nu\dot{h}_1}{2{a_0}^2\omega\varrho_l})] + O({a_0}^8, \varepsilon^2) \tag{14}$$

$$\ddot{a}_1 + \Omega^2 a_1 = [\ddot{\zeta}_1 - \varepsilon 4\nu\dot{a}_1/(a_0^2\omega\varrho_l)]/\psi_{2,0} + O({a_0}^8, \varepsilon^2), \tag{15}$$

$$\Omega = \Omega_0/{\psi_{2,0}}^{1/2}, \tag{16}$$

$$\Omega_0 = \sqrt{3\gamma(P_a + \varrho_l g h + 2\sigma/a_0)/(a_0\omega^2\varrho_l)}. \tag{17}$$

Здесь Ω_0 – собственная частота колебаний сферического пузыря [3,6] в жидкости без учета влияний внешних границ, $\psi_i = \psi_i(a_0, h_0, R_0)$, $l_0 = 2h_0$, $\bar{\varrho} = \varrho_g/\varrho_l$.

С помощью метода возмущения уравнение пульсаций объема скопления (15) удается разделить в первом приближении с уравнением поступательных перемещений (14). В случае гармонических колебаний сосуда $\zeta_1 = \zeta_{10}\sin t$ решение уравнения (15) будет следующим

$$a_1 = a_{10}\sin(t+\alpha),$$

$$a_{10} = \frac{\zeta_{10}h_0\omega^2}{\psi_{2,0}[(\Omega^2-\omega^2)^2{a_0}^4-(4\nu\omega)^2]^{1/2}}, \qquad tg\alpha = \frac{4\nu\omega}{{a_0}^2(\Omega^2-\omega^2)}. \tag{18}$$

Для дальнейшего исследования применим метод осреднения. Приведем уравнение (14) системы первого приближения к стандартному виду, введя замену, разделяющую "быстрые" и "медленные" поступательные перемещения центра газового скопления [11].

$$h_1 = \xi - \varepsilon\frac{2(1-\bar{\varrho})}{\psi_{2,0}+2\bar{\varrho}}\zeta_1, \quad \dot{h}_1 = \varepsilon[\eta - \frac{2(1-\bar{\varrho})}{\psi_{2,0}+2\bar{\varrho}}\dot{\zeta}_1] \tag{19}$$

После подстановки (18), (19) в (14) и применения процедуры осреднения по явно входящему времени, получаем систему уравнений относительно ξ, η.

$$\dot{\xi} = \varepsilon\eta, \quad \dot{\eta} = \varepsilon\frac{2}{\psi_{2,0}} + 2\bar{\varrho}[-\frac{9\nu\eta}{2{a_0}^2\varrho_l\omega} + (1-\bar{\varrho})g + \sum_k\langle F_{k1}\rangle]. \tag{20}$$

Здесь осредненные за период колебаний значения F_{k1} находятся по формуле

$$\langle F_{k1}\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T F_{k1}dt.$$

Уровень $h = h_0$ будет положением динамического равновесия по первому приближению, если выполняется условие

$$2(1-\bar{\varrho})g = 3\psi_{1,0}a_{10}\zeta_{10}\cos\alpha + \frac{3{a_{10}}^2}{2D(a_0)}[(a_0/l_0)^2 + (a_0)^2Q_{01}(l_0)/(2\pi)] +$$
$$+\frac{9(1-\bar{\varrho}){\zeta_1}^2}{(\psi_{2,0}+2\bar{\varrho})D^2(a_0)}(a_0/l_0)^4[1-2{l_0}^4Q_{12}(l_0)/\pi]. \tag{21}$$

В [6] найдены уровни равновесия для другой модели газового скопления – цилиндрической подушки – в колеблющихся сосудах с жидкостью. С учетом соответствия обозначений формула для уровней имеет вид

$$x_0 = h_0 = P_a/[(\varepsilon\zeta_1\varrho_l\omega^2h_c/\gamma)(1+\frac{(\varepsilon\zeta_1\omega)^2}{2gh_c}) - g\varrho_lh_c], \qquad h_c = V_g/(\pi {R_0}^2). \tag{22}$$

В отличие от (22), условия (21) представляют собой алгебраическое уравнение, не разрешаемое относительно h_0 в аналитической форме. Это связанно с тем, что при выводе (21) учтено наличие торцевой и боковых границ, что приводит к появлению членов, нелинейных по h_0. Устойчивость уровней (21) при сообщении переменным в (14)–(15) малых отклонений $\xi = \xi_0 + \delta\xi$, $\eta = \eta_0 + \delta\eta$, будет иметь место при выполнении условия

$$\frac{\partial(\sum_k F_{k1})}{\partial\xi}|_{\xi=\xi_0} > 0. \tag{23}$$

Несложно показать, что в случае (23) корни характеристического уравнения, соответствующего системе, полученной в первом приближении для возмущений, будут иметь отрицательные действительные части. Решение уравнения (20) и исследования выполнения условия (23) проводилось численно при следующих значения параметров: $A = 0,5 - 5g$ – значения виброускорений; $f = \omega/(2\pi) = 150 - 250$ Гц – частоты колебаний; в качестве жидкости принималась вода, а газа – воздух при нормальных условиях; $R_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ м. Построенные по формуле (21) зависимости $h(f)$ для $a_0 = 1,127 \cdot 10^{-2}$, ($V_g = 6 \cdot 10^{-6}$м^3), $A = 5g$ изображены на рис. 1 кривыми 1,2, а экспериментальные данные [12] – кривою 3. Анализ условия (23) показал, что кривой 1 соответствует уровень неустойчивого положения, ниже и выше которого результирующие осредненные силы направлены в противоположные стороны (от равновесного уровня). Кривая 2 показывает устойчивый уровень динамического равновесия. Отметим, что в этом случае частота вибрационного воздействия ω меньше собственной частоты Ω, построенной по формуле (16) – линия 4. Наличие только дорезонансных уровней неустойчивого равновесия характерно для малых пузырей при частотах нижнего диапазона [6,11,12], при этом находящиеся выше h_0 пузырьки всплывают, ниже – удерживаются у дна. Для газового скопления величины a/R_0 уже не пренебрежимы и собственная частота Ω системы существенно зависит от положения в столбе жидкости. Если среднее положение центра скопления находится ниже резонансного уровня h_r, то колебания будут осуществлятся возле устойчивого положения динамического равновесия (кривая 2). Отметим, что используемая в работе модель дает значения h_0, которые лучше согласуются с данными [6], чем полученные для цилиндрического скопления (20) уровни равновесия – кривая 5. В последнем случае уровень определяется без учета дополнительных сил и фактически совпадает с резонансным положением, определяемым для модели подушки в [1,6,12].

Изменение результирующей силы при $f = 155, 160, 165$ Гц для $A = 0,5g$ при тех же параметрах показано на рис. 2 – кривые 1,2,3 соответственно. В случае, когда кривые переходят через нулевое значение сверху вниз (от плюса к минусу) имеет место положение устойчивого динамического равновесия. При переходе в противоположном направлении – неустойчивое равновесие. Кривая 4 показывает (для оценки порядка разных F_{k1}) значения $F_{11} + F_{31}$ при $h \to \infty$ в третьем случае ($f = 165$ Гц). В рассмотренном диапазоне виброускорений и глубин влияние F_{21} преобладает над вкладами других компонент в результирующую гидродинамическую силу.

Можно сделать вывод, что модель сферического газового скопления имеет преимущества перед моделью цилиндрической подушки при определении уровней равновесия газовых пузырей для размеров скопления, не перекрывающего сечение столба жидкости. При этом результаты для небольших амплитуд виброускорений имеют не только качественное, но и удовлетворительное количественное соответствие с экспериментальными данными.

1. *Авдуевский В.С., Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Э., Устенко И.Г.* Движение газового включения в капилляре при воздействии вибрации//Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1998. – Вып. 3. – С. 85 – 92.

2. *Апштейн Э.З., Григорян С.С., Якимов Ю.Л.* Об устойчивости роя пузырьков воздуха в колеблющейся жидкости// Там же. – 1969. – Вып. 3. – С. 100 – 104.

3. *Воинов О.В., Головин А.М.* Уравнения Лагранжа для системы пузырей изменяющихся радиусов в жидкости малой вязкости// Там же. – 1970. – Вып. 3. – С. 117–121.

4. *Жуковский Н.Е.* Обобщение задачи Бьеркнеса о гидродинамических силах, действующих на пульсирующие или осциллирующие тела внутри жидкой массы // Собр. соч. – М.; Л.: ГИТТЛ, 1949. – Том 2. Гидромеханика. – С. 670-688.

5. *Канторович Л.В., Крылов В.И.* Приближенные методы высшего анализа. – М.; Л.: Физматгиз, 1962. – 790 с.
6. Колебательные явления в многофазных средах и их использование в технологии /Под ред. Ганиева Р. Ф. – Киев: Техника, 1980 – 142 с.
7. *Колесников К.С., Самойлов Е.А.* Динамика топливных систем ЖРД – М.: Машиностроение, 1975. – 172 с.
8. *Кубенко В.Д., Кузьма А.В.* Взаимодействие двух пульсирующих сфер в цилиндрической полости с несжимаемой жидкостью // Прикл. механика. – 1990. – **26**, вып. 5. – С. 81 – 89.
9. *Кубенко В.Д., Кузьма А.В.* Влияние границ сжимаемой жидкости на осесимметричные колебания сферического тела в сосуде // Акуст. вестник. – 1999. – **2**, вып. 3. – С. 49 – 59.
10. *Кубенко В.Д., Кузьма А.В.* Влияние ограниченности столба несжимаемой жидкости при исследовании осесимметричных колебаний твердого сферического тела в полости// Прикл. механика. –1999. – **35**, вып. 12. – С. 51 – 59.
11. *Кубенко В.Д., Кузьма В.М., Пучка Г.Н.* Динамика сферических тел в жидкости при вибрации. – Киев: Наук.думка, 1989. – 156 с.
12. *Кубенко В.Д., Лакиза В.Д., Павловский В.С., Пелых Н.А.* Динамика упруго газожидкостных систем при вибрационных воздействиях. – Киев: Наук. Думка, 1989. - 256 с.
13. *Микишев Т.Н., Столбецов В.И.* О колебаниях тела в ограниченном объёме вязкой жидкости// Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1983. – Вып.1. – С. 22–30.
14. *Челомей В.Н.* Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями // Докл. АН СССР. – 1983. – **270**, вып.1. – С. 62 – 67.
15. *Черноусько Ф.Л.* О движении твердого тела с полостью, содержащей идеальную жидкость и пузырь воздуха // Прикл. математика и механика. – 1968. – **28**, вып. 4 – С. 736 – 744.
16. *Bleich H. H.* Effect of vibration on motion of small bubbles in liquid // Jet Propulsion.– 1956. – **26**, 11.– P. 956 – 978.
17. *Ling C. B.* On evaluation of moments of K_ν/I_ν //Mathem. comput. – 1972. – **26**, 4.– P. 529-537.

Национ. техн. университет Украины, Киев Получено 13.12.99

УДК 531/534 (09)

©2000. **П.В. Харламов**

ГАЛИЛЕЙ – ОСНОВАТЕЛЬ МЕХАНИКИ

С современных позиций охарактеризована роль Галилея как создателя механики – науки о движении. В первую очередь выделена его заслуга в создании современной методологии исследования явлений окружающего мира. Подчеркнута центральная роль эксперимента, значение критического анализа вводимых гипотез и полученных результатов. Все открытия Галилея (вид лунной поверхности, фазы Венеры, спутники Юпитера и Сатурна и др.) были для его времени революционными, подрывали догматы господствующей церкви. Отмечено дипломатическое искусство Галилея, благодаря которому он, сыграв на некоторых несовершенствах диктата Рима, смог издать свои "Диалоги" и – что не все до сих пор осознали – героизм его поведения во время так называемого "отречения", абсолютно необходимого с учетом недавнего сожжения на костре инквизиции Джордано Бруно. Это "отречение" предоставило ему возможность, вопреки категорическому запрету суда инквизиции, продолжить научную работу и дать человечеству его знаменитые "Беседы", послужившие фундаментом современной механики.

Об оценках роли Галилея в формировании оснований механики. По-видимому, почти в каждой науке основные положения, появление которых полагают важнейшим этапом в становлении этой науки, связывают с каким-то конкретным именем. И когда говорят о механике, то при этом в первую очередь вспоминают о Ньютоне. Утверждают, например, что в основе механики лежат законы Ньютона [30, с.54], и потому именно его считают основателем механики [8, с.12], и более того – создателем ее системы [17, ч.II, с.9]. Полагают, что именно он установил и сформулировал основные