

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ НАКОПЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В АКТИВНОМ МОНИТОРИНГЕ

© С.В. Мостовой, В.С. Мостовой, А.Е. Осадчук, 2008

Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина

One actual problem in the field of quantitative seismology is lack of perfect technologies to carry out remote observations over a mechanical stress field in the Earth's crust. Seismic monitoring is regarded as an efficient technology for ground seismological observations. Its productivity has been repeatedly confirmed by practice, and it is widely applied nowadays to the operative control of a condition of both natural and man-made complexes such as: geological faults, mines, dams, excavated oil and gas deposits, etc. Among various versions of seismic monitoring technologies it is possible to discriminate an active monitoring by stream weak probing sound signals, being comparable with the natural background due to energy properties. Contributory features of this type of monitoring are taken into consideration, being connected with fluctuating parameters of probing sound signals in the mode of their accumulation and subsequent processing. The simulated numerical example illustrates main aspects of proposed mathematical model. To avoid an imperfect approach to solving, for example, integrated equations of convolution, it is important to construct procedures based on some additional information specific model, which could lead to successful results and stability. These equations are a good model for a wide range of phenomena and well-known in geophysics. Such approach is offered in the form of estimation of these parameters by the chosen criterion, based on a priori free parameters of the model.

Введение. Одной из актуальных проблем в области сейсмологии является совершенствование технологий дистанционного наблюдения за состоянием полей механических напряжений в земной коре. Эффективность подобных технологий в наземных сейсмологических наблюдениях неоднократно подтверждена практикой. Прежде всего это сейсмический мониторинг, широко применяемый ныне для оперативного контроля состояния сложных природных и природно-технических комплексов (геологических разломов, шахт, плотин, эксплуатируемых месторождений нефти и газа и др.). Из разновидностей технологий сейсмического мониторинга можно выделить активный мониторинг потоком слабых зондирующих сигналов, по энергии соизмеримых с уровнем естественного фона. В статье рассмотрены особенности такого вида мониторинга, связанные с флуктуациями параметров зондирующих сигналов в режиме их накопления и последующей обработкой.

В подходе к решению некорректных задач типа интегральных уравнений свертки, которые представляют собой хорошую модель для широкого круга явлений и используются в геофизике [1], важно построить такие процедуры решения, которые бы основывались на дополнительной, уточняющей модели информации и приводили к устойчивому решению. Подобный подход, базирующийся на использовании априорных распределений свободных параметров модели [2], и предлагается в виде оценки этих параметров по выбранному критерию.

Модели зондирующих сигналов. Активный мониторинг подразумевает зондирование объекта исследования сигналами мощности и спектрального диапазона, соответствующими данному объекту, т.е. обеспечивающими отклик, который несет максимум информации о структуре объекта при минимальном воздействии на сам объект. Последнее обстоятельство приводит к специфической организации эксперимента, когда слабые, соизмеримые с естественным фоном зондирующие сигналы многократно повторяются, а отклик исследуемой системы накапливается в соответствии с кодируемыми посылками сигналов. Форма зондирующих сигналов выбирается максимально приближенной к основным частотам в спектре исследуемого объекта или полностью охватывающей этот спектр. В зависимости от целей эксперимента выбираются сигналы от широкополосного с равномерным спектром (сигналы типа δ -функции, очень короткие: типа взрыва, удара) до узкополосного (посылки сигналов определенной частоты с прямоугольной огибающей):

$$S(t, T_1, T_2, \tau) = A\chi(t, T_1, T_2, \tau) \sin\left(\frac{k\pi}{T}(t - \tau)\right). \quad (1)$$

Здесь A – амплитуда сигнала; $\chi(t, T_1, T_2, t)$ – характеристическая функция интервала существования посылки сигнала:

$$\chi(t, T_1, T_2, \tau) = \begin{cases} 1, & t \in [\tau, \tau + T_1], \\ 0, & t \in [\tau + T_1, \tau + T_1 + T_2] \end{cases}, \quad (2)$$

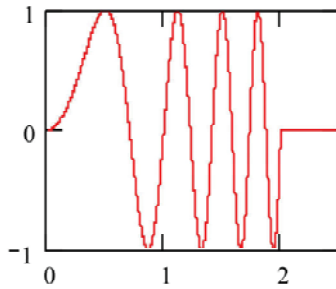


Рис. 1. Свип-сигнал при значениях параметров $k = p = 2$

где периодическая функция имеет период $T = T_1 + T_2$; k – параметр, определяющий частоту заполнения интервала $[\tau, \tau + T_1]$ исследования объектов в узкой полосе частот.

Такой тип зондирующих сигналов удобен для исследования состояния объектов в конкретной узкой полосе частот и представляет частный случай еще одного типа сигналов, широко используемых в режиме мониторинга объектов, – сигналы с регулируемой полосой частот, или свип-сигналы. Общий вид сигналов данного типа можно найти, например, в [3].

Мы используем частный случай таких сигналов:

$$S(t, T_1, T_2, \tau) = A\chi(t, T_1, T_2, \tau) \sin\left(\frac{k\pi}{T_1}(t - \tau)^p\right), \quad (3)$$

где p и k – параметры, регулирующие ширину спектральной полосы сигнала.

На рис. 1 представлен сигнал при значениях параметров $k = p = 2$, на рис. 2 – модуль спектра этого сигнала. При $p = 1$ $H(t)$ вида (3) переходит в узкополосный сигнал вида (1).

Рассмотрим два последних типа сигналов как зондирующих в режиме активного мониторинга. Результат мониторинга во многом зависит от стабильности параметров зондирующих сигналов, поскольку в эксперименте, если сигналы генерируются с флуктуациями параметров, используется множество по сути разных сигналов. На рис. 3 показан результат накопления сигнала типа (1) при равномерно распределенных флуктуациях па-

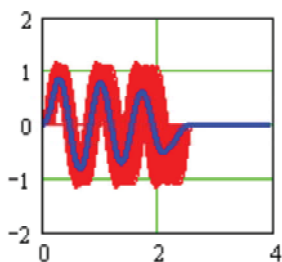


Рис. 3. На фоне множества из 100 флуктуирующих сигналов (тонкие красные линии), показан накопленный (полужирная синяя линия) сигнал

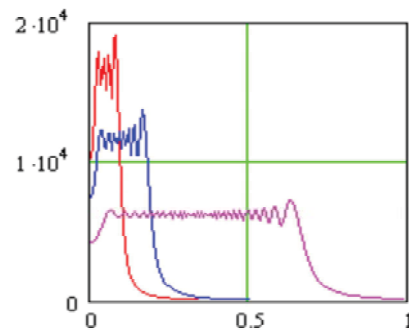


Рис. 2. Модуль спектра свип-сигнала. При $p = 1$ и $k = 1$, $k = 2$, $k = 7$ соответственно

раметров на фоне множества из 100 флуктуирующих сигналов (тонкие линии) и накопленный (полужирная линия) сигнал, на рис. 4 – спектры накопленного сигнала и сигнала при отсутствии флуктуаций. Видны существенные изменения, происходящие в процедуре накопления, которые связаны со значительным уменьшением энергии сигнала, и «сползание» спектра накопленного сигнала в область низких частот (нижняя кривая).

Модель процесса активного мониторинга. Зондирующий сигнал $S(t, \lambda)$, развивающийся во времени и зависящий от множества флуктуирующих параметров λ , является входным сигналом в тестируемую систему с передаточной функцией $H(t)$ и на выходе системы дает отклик в виде свертки $y(t, \lambda)$:

$$y_k(t, \lambda_k) = S(t, \lambda_k) \cdot H(t) + n_k(t), \quad (4)$$

где t – аддитивная, всегда присутствующая помеха; k – номер в серии из K экспериментов. Энергия сигнала выбирается такой, что отклик системы $y(t, \lambda)$ соизмерим с энергией аддитивной помехи.

Цель мониторинга – оценка передаточной функции $H(t)$ системы как ее постоянной характеристики. Априори считаются известными форма сигнала $S(t, \lambda)$ и распределение флуктуаций $P(\lambda)$ случайного вектора параметров; математическое ожидание случайного процесса $n(t)$ в каждой точке t равно 0. Процедура накопления описана в работах [2, 4, 5]:

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_k(t, \lambda_k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (S(t, \lambda_k) H(t)). \quad (5)$$

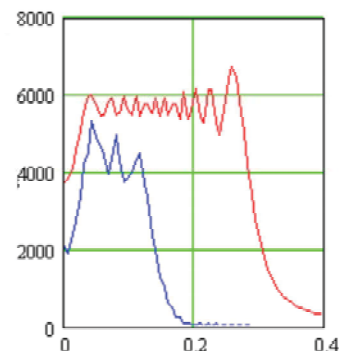


Рис. 4. Спектры накопленного сигнала и сигнала при отсутствии флуктуаций

При больших значениях K получим, что $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K n_k(t) \approx E[n(t)] = 0$, и если ввести обозначение

$$y(t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_k(t, \lambda_k),$$

то

$$F(\alpha) = \min \|y(t) - H(t, \alpha) \cdot \tilde{S}(t)\|. \quad (6)$$

Здесь оператором $\|\cdot\|$ обозначена норма в пространстве $L_2(0, T)$.

Поскольку $S(\tau, \lambda)$ и $P(\lambda)$ известны, то, введя обозначение

$$\tilde{S}(t) = \int_{R_\lambda} S(\tau, \lambda) P(\lambda) d\lambda, \quad (7)$$

сведем задачу к решению относительно $H(t)$ уравнения

$$y(t) = \int_{R_t} \tilde{S}(\tau) H(t - \tau) d\tau. \quad (8)$$

Решать уравнение (8) будем с помощью прямого и обратного фурье-преобразований. Эта задача некорректна, поэтому используем регуляризирующий параметр ε , устраняющий процедуру деления на 0 при решении задачи в спектральной области [6]:

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{\tilde{Y}(\omega)}{\tilde{S}(\omega) + \varepsilon}. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{H}(\omega)$ — преобразование Фурье передаточной функции $H(t)$; $\tilde{S}(\omega)$ — преобразование Фурье функции; а $\tilde{Y}(\omega)$ — преобразование Фурье усредненного отклика среды $y(t)$.

Обратное преобразование $\tilde{H}(\omega)$ даст $H(t)$, т.е. решение интегрального уравнения (8) с учетом оптимально выбранного регуляризирующего параметра ε .

Это решение представлено на рис. 5, где в качестве примера функция $H(t)$ ищется в виде

$$H(t) = \sum_{q=1}^Q A_q \delta(t - \tau_q). \quad (10)$$

Решение полностью совпадает с априори заданной для этого примера функцией $H(t)$.

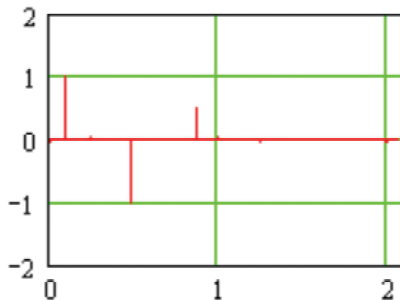


Рис. 5. Решение интегрального уравнения (10) с учетом оптимально выбранного регуляризирующего параметра ε

Аналогом $\delta(t)$ с учетом интервала квантования Δt при расчетах было выбрано приближение к обобщенной функции $\delta(t)$ в виде

$$\delta(t) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(t - \tau_q)^2}{\sigma^2}\right\},$$

где

$$\sigma \leq \frac{1}{3} \Delta t. \quad (11)$$

Усредненные данные как отклик системы, модель которой выбирается определенной структуры $H(t, \alpha)$, и полностью определяется лишь вектором свободных параметров α :

$$y(t) = \int_{R_t} \tilde{S}(\tau) H(t - \tau, \alpha) d\tau. \quad (12)$$

Предполагаем среду такой, что она откликается на зондирующий сигнал потоком из априори неизвестного количества Q сигналов различной амплитуды A_q с моментами вступления τ_q , т.е. выбираем такую модель среды, что ее передаточная функция $H(t, \alpha)$ имеет вид

$$H(t, \alpha) = \sum_{q=1}^Q A_q \delta(t - \tau_q),$$

где

$$\alpha_{2q} = \tau_q; \quad \alpha_{2q-1} = A_q; \quad \alpha = \{\alpha_k\}, \quad k = \overline{1, 2Q}. \quad (13)$$

Отметим, что параметры $\{A_q\}$ входят в модель линейно, а $\{\tau_q\}$ — нелинейно. Величина Q , как и значения свободного вектора параметров α , подлежат определению.

Некорректность задачи определения $H(t, \alpha)$ из уравнения (6) требует привлечения дополнительной информации, например, в виде априорного распределения свободных параметров модели среды $P(\alpha)$.

Предлагается решить уравнения (4) вариационным методом [7], когда в качестве альтернативного решения выбирается вектор параметров, определяющих $H(t, \alpha)$, который минимизирует функционал $F(\alpha)$ на множестве допустимых значений вектора свободных параметров α модели среды $H(t, \alpha)$:

$$F(\alpha) = \min_{\alpha} \|y(t) - H(t, \alpha) \cdot \tilde{S}(t)\|. \quad (14)$$

В уравнении (14) минимизируется расстояние в выбранной метрике, между результатом эксперимента $y(t)$ и нашими модельными представлениями:

$$M(t, \alpha) = H(t, \alpha) \cdot \tilde{S}(t). \quad (15)$$

Теперь наши гипотезы относительно представления передаточной функции (13) связаны не с соответствующим спектральным представлением

ем диапазона сигнала и отклика среды, а лишь с согласием наших модельных представлений с наблюдаемыми данными по критерию (14).

Мы можем проверять любые гипотезы о различных моделях $M(t, \alpha)$ на их согласие с наблюдаемыми данными, например типа (13), и критерием согласия наблюдаемых данных $y(t)$ с нашей гипотезой будет величина критерия, т.е. функционала $F(\alpha^*)$, где $F(\alpha^*)$ – точка в пространстве свободных параметров модели $M(t, \alpha)$, минимизирующая критерий (14). В частности, модель $M(t, \alpha)$ может иметь и вид (4). Если эта величина превосходит выбранный нами априори уровень, то гипотеза отвергается. Если же критерий (14) имеет уровень, с нашей точки зрения достаточно малый, то гипотеза принимается. Если принять гипотезу (13), то критерий (14) приобретает вид

$$M(t, \alpha) = \sum_{q=1}^Q A_q \tilde{S}(t - \tau_q), \quad (16)$$

где неизвестны не только векторы $\mathbf{A} = \{A_q\}$ и $\tau = \{\tau_q\}$, но и их размерность Q .

Процедура поиска глобального минимума (14) сводится к решению системы нелинейных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_q} [F(\alpha)] = 0; \quad q = \overline{1, 2Q}. \quad (17)$$

Реализация априорных знаний о векторе параметров, определяющих модель, заключается в выборе точки в пространстве параметров, в окрестности которой отыскивается локальный минимум функционала (14). Решение задачи поиска глобального минимума (14) будем осуществлять по алгоритму [8] в окрестности точки, выбранной методом Монте-Карло [9, 10] по априорному ее распределению. Это значит, что по априорному распределению случайного вектора параметров α методом Монте-Карло симулируется псевдослучайная точка α , в окрестности которой отыскивается локальный минимум критерия (14). И так эта процедура повторяется N раз, с ростом N вероятность пропуска глобального минимума критерия падает [9]. Используя априорное распределение случайного вектора параметров α значений свободных параметров модели, вычисляем псевдослучайное значение вектора параметров, затем методом скорейшего спуска находим ближайший локальный минимум критерия (14). Далее на множестве локальных минимумов отыскиваем глобальный.

На рис. 6 представлен фрагмент симулированной методом Монте-Карло модели (3) – отклик среды с передаточной функцией вида (13), где свободные параметры модели – это псевдослучайные числа, а результат эксперимента имеет вид

$$y(t) = \int_{R_t} \tilde{S}(\tau) \sum_{q=1}^Q A_q \delta(t - \tau_q) d\tau, \quad (18)$$

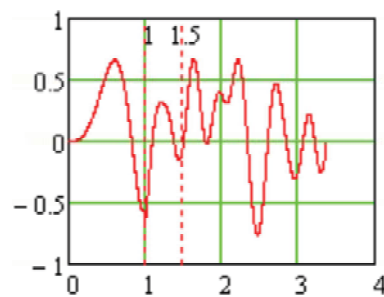


Рис. 6. значение критерия (14) как функцию линейно входящих в модель параметров A_1 и τ_1 в окрестности оптимального значения параметров модели при фиксированных оптимальных значениях остальных параметров

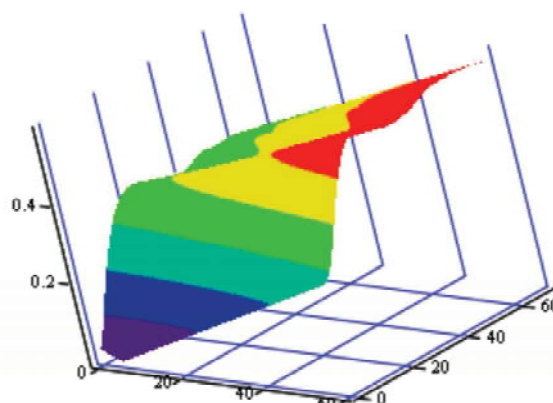


Рис. 7. Поверхность критерия $F(\alpha)$ (ось y – момент вступления τ_1 , ось x – амплитуда A_1)

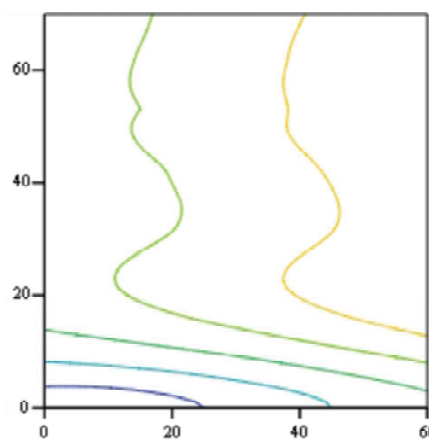


Рис. 8. Топография критерия $F(\alpha)$ (ось y – момент вступления τ_1 , ось x – амплитуда A_1)

где $\tilde{S}(\tau)$ – математическое ожидание свип-сигнала с равномерно распределенными параметрами. Псевдослучайные параметры в (18):

$$Q = 3; A_1 = 1; A_2 = 0,5; A_3 = 1; \tau_1 = 0; \tau_2 = 1; \tau_3 = 1,5. \quad (19)$$

Оптимальная оценка (14) для этого примера совпадает с (19).

На рис. 7 мы видим значение критерия (14) (ось z) как функцию линейно входящих в модель параметров A_1 и τ_1 в окрестности оптимального значения параметров модели при зафиксирован-

ных оптимальных значениях в (14) остальных параметрах; на рис. 8 показана топография поверхности этого критерия (ось y – момент вступления τ_1 ; ось x – амплитуда A_1). Оптимальная оценка параметров, т.е. глобальный минимум критерия, достигается в точке (5,0) (см. рис. 3). Эта точка соответствует точке (1,0) с учетом масштаба и сдвига по оси абсцисс A_1 (амплитуда), по оси ординат – τ_1 .

Выводы. Учет априорного распределения флуктуирующих параметров зондирующего сигнала дает возможность получить удовлетворительную оценку такой сложной для вычислений передаточной функции, как (8). По сути регуляризация заключается не только в ведении параметра ε в уравнение (7), но и, прежде всего, в привлечении информации об априорном распределении флуктуирующих параметров зондирующего сигнала $P(\lambda)$ и приведении сигнала к виду (5). Это обусловило коррекцию спектрального состава сигнала $\tilde{S}(t)$ и его согласование со спектральным составом наблюдаемых данных $y(t)$. Поэтому оценка $H(t)$ получена в рамках спектрального диапазона исходных данных (9). Вариационный подход к решению обратной задачи при накоплении сейсмических сигналов в активном мониторинге достаточно эффективен при условии априорного знания о распределениях свободных параметров модели передаточной функции системы.

1. *Dahlman O., Israelson H.* Monitoring Underground Nuclear Explosions. – Amsterdam; Oxford; New York, 1977. – 440 p.
2. *Мостовой С.В., Старостенко В.И.* Интерпретация геофизических данных при нечеткой информации // Изв. АН СССР. Физика Земли. –1987. – № 5. – С. 31–40.
3. <http://mathworld.wolfram.com/SweepSignal.html>
4. *Gay A.E., Mostovoi S.V., Mostovoi V.S., Osadchuk A.E.* Model and Experimental Studies of the Identification of Oil/Gas Deposits, Using Dynamic Parameters of Active Seismic Monitoring // Geophys. J. – 2001. – 20. – P. 895–909.
5. *Мостовой В.С.* Оптимальные оценки параметров микросейсмического фона // Доп. НАН України (в печати).
6. *Гохберг И., Фельдман И.* Уравнения в свертках и проекционные методы их решения. – М.: Наука, 1971. – 352 с.
7. *Мостовой В.С.* Об оптимальном обнаружении сигналов на фоне микросейсмического шума // Доп. НАН України (в печати).
8. <http://mathworld.wolfram.com/Levenberg-MarquardtMethod.html>
9. *Ермаков С.М.* Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука, 1975. – 471 с.
10. *David J.C. MacKay.* Information Theory, Inference and Learning Algorithm. – Cambridge Univ. Press, 2004. – 628 p.

Поступила в редакцию 15.01.2008 г.