УДК 517.9, 519.816

ПОСТРОЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ВЕСОВ АЛЬТЕРНАТИВ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

Н.И. НЕДАШКОВСКАЯ

Предложен метод вычисления доверительных интервалов для весов альтернатив решений на основе парных сравнений альтернатив, выполненных экспертом. В основу метода положено утверждение, что экспертные оценки парных сравнений только в некоторой степени отражают реальные отношения весов альтернатив и содержат неопределенность, независимо от уровня их согласованности. Предполагается, что эта неопределенность обусловлена используемой шкалой Саати и такими личными качествами эксперта, как пессимизм и оптимизм при выполнении парных сравнений. Метод использует аппарат теории доверия (свидетельств) и результаты моделирования на случайным образом заполненных матрицах парных сравнений. Полученные доверительные интервалы более достоверно отображают реальные веса альтернатив по сравнению с точечными весами, вычисленными известным методом анализа иерархий. Используя моделирование, выполнено сравнение полученных результатов с результатами по известным методам нахождения весов на основе теории нечетких множеств.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается задача вычисления весов альтернатив решений на базе экспертных оценок парных сравнений альтернатив в шкале Саати. В [1] разработан метод оценивания неопределенности этих оценок, в предположении, что неопределенность обусловлена используемой шкалой Саати и такими личными качествами эксперта, как пессимизм и оптимизм при выполнении парных сравнений. В основу метода положено утверждение, что экспертные оценки парных сравнений только в некоторой степени отражают реальные отношения весов альтернатив и содержат неопределенность, независимо от уровня их согласованности. Используя аппарат теории доверия (свидетельств) и результаты компьютерного моделирования, предложен общий показатель неопределенности экспертных оценок парных сравнений в задаче вычисления весов альтернатив решений, обусловленной указанными выше факторами.

Для вычисления весов альтернатив решений используется метод главного собственного вектора [2–3], модели оптимизации [4–6], а также модификации методов с использованием теории нечетких множеств [7–14] и др. [15].

Цель работы — разработка метода построения доверительных интервалов для весов альтернатив решений на основе экспертных оценок парных сравнений альтернатив в шкале Саати. Эти интервалы более достоверно отображают реальные веса альтернатив по сравнению с точечными весами, полученными известным методом анализа иерархий [2–3]. Также ставится задача сравнения полученных результатов с результатами по известным методам [11–13] вычисления весов альтернатив на основе теории нечетких множеств.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дано: $A=\{a_i \mid i=1,...,n\}$ — множество альтернатив решений, C — характеристика, по которой сравниваются эти альтернативы, в дальнейшем — критерий решений.

Необходимо определить $w=\{w_i=[\underline{w_i},\overline{w_i}] \mid i=1,...,n\}$ — доверительные интервалы для весовых коэффициентов (весов) альтернатив.

Используем для вычисления весов альтернатив *метод парных сравнений* экспертного оценивания, в соответствии с которым по оценкам эксперта, выполненным в шкале отношений Саати, строится *матрица парных сравнений* (МПС) $D_{n\times n}=\{d_{ij} \mid i,j=1,...,n\}$, $d_{ij}>0$, $d_{ji}=1/d_{ij}$. Элементы d_{ij} показывают отношения неизвестных значений весов альтернатив по критерию решений: $d_{ij}=\dfrac{v_i}{v_j}\varepsilon_{ij}$, где $\varepsilon_{ij}>0$ — возмущение. МПС D называется *полностью согласованной* (в дальнейшем, для сокращения, *согласованной*), если $d_{ij}=d_{ik}d_{kj}$ для $\forall i,\ j,k=1,...,n$.

Критерий допустимой несогласованности. Несогласованность МПС допустима, когда показатели несогласованности CR, GCI, HCR, CI^{tr} не превышают установленные для них пороговые значения. МПС полностью согласована, тогда и только тогда, когда эти показатели равны нулю.

Полная согласованность экспертных оценок парных сравнений не может быть признаком их истинности, т.е. если оценки полностью согласованы, то они не обязательно отображают истинные веса альтернатив. Реальным весам эксперты могут сопоставить разные полностью согласованные оценки парных сравнений [1].

В данной работе ставится задача вычисления доверительных интервалов для весов альтернатив решений, которые позволят учесть неопределенность, которая присутствует в МПС и обусловлена используемой шкалой, а также такими личными качествами эксперта, как пессимизм и оптимизм при выполнении парных сравнений альтернатив.

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ВЕСОВ АЛЬТЕРНАТИВ РЕШЕНИЙ

Суть метода

В основу предлагаемого метода вычисления весов альтернатив на основе заданной экспертом в шкале Саати МПС $D_{n\times n}=\{d_{ij} \mid i,j=1,...,n\}$ положено утверждение, что эта МПС только в некоторой степени отражает реальные отношения весов альтернатив и содержит несколько видов неопределенности, независимо от уровня ее согласованности [1]:

- неопределенность, вносимую шкалой Саати, в которой эксперт выполняет оценивание (далее — неопределенность шкалы);

- неопределенность, обусловленную личными качествами эксперта, такими как пессимизм/оптимизм.

Неопределенность указанных видов в дальнейшем, для сокращения изложения, будем называть неопределенностью экспертных оценок.

Реалистом назовем эксперта, который дает наиболее близкие к отношениям реальных весов оценки в шкале Саати. Пессимист/оптимист — это эксперт, оценки которого смещены на одно деление шкалы влево/вправо (занижены/завышены), соответственно, по сравнению с оценками эксперта-реалиста.

Рассмотрим $D_{n\times n}=\{d_{ij}\mid i,j=1,...,n\}$ — вычисленную на основании экспертных оценок МПС альтернатив решений и следующие гипотезы:

- одноэлементные множества $\{a_1\},\{a_2\},\ldots,\{a_n\}$, включают отдельные альтернативы решений;
- множество $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}=\Theta$ всех альтернатив.

Базовые доверия $m_i=m(\{a_i\})$ к альтернативам соответствуют весам альтернатив. Базовое доверие $m(\Theta)$ к множеству Θ, содержащему все альтернативы, как доверие к гипотезе, что все альтернативы неразличимы экспертом или имеют одинаковую важность для эксперта, предлагается использовать для выражения неопределенности экспертных оценок в задаче вычисления весов. *Базовое доверие к альтернативе* a_i определим следующим образом:

$$m_i=\frac{v_i}{\sum_{j=1}^{n}v_j+X},\ i=1,...,n, \tag{1}$$

где $v_i>0$ — ненормированный вес альтернативы a_i, вычисленный на основе МПС одним из известных методов: главного собственного вектора или др.; $X>0$ — ненормированный показатель уровня неопределенности экспертных оценок.

Значение базового доверия ко всему множеству альтернатив — нормированный показатель уровня неопределенности экспертных оценок равен

$$m_\Theta=\frac{X}{\sum_{j=1}^{n}v_j+X}. \tag{2}$$

Выполняется равенство: $\sum_i m_i+m_\Theta=1$.

Показатель X равен

$$X=X_1=k_1\sum_{j=1}^{n}v_j(1+k_2 ПС), \tag{3}$$

где $k_1\in(0,1)$, $k_2>0$ — параметры, $ПС\geq 0$ — показатель несогласованности экспертных оценок. Тогда значение базового доверия к альтернативе a_i равно

$$m_i = \frac{v_i}{(1+k_1(1+k_2 ПС))\sum_{j=1}^{n} v_j}, \qquad (4)$$

а нормированный показатель уровня неопределенности экспертных оценок —

$$m_\Theta = \frac{k_1(1+k_2 ПС)}{1+k_1(1+k_2 ПС)},\ i=1,\ldots,n. \qquad (5)$$

Доверие Bel к одноэлементному множеству совпадает со значением базового доверия к нему, поэтому доверие к гипотезе $\{a_i\}$ равно $Bel(\{a_i\}) = m_i$. Правдоподобие для гипотезы $\{a_i\}$: $Pls(\{a_i\}) = m_i + m_\Theta$. Таким образом, *доверительный интервал для альтернативы* a_i:

$$[Bel_i, Pls_i] = [m_i,\ m_i + m_\Theta]. \qquad (6)$$

Утверждение 1. Нормированное значение локального веса альтернативы a_i в традиционном методе анализа иерархий содержится в доверительном интервале (6) [1].

Утверждение 2. Пусть $v^{\text{реал}} \in R_+^n$ — вектор ненормированных весов n альтернатив, $D = \{d_{ij} = \frac{v_i^{\text{реал}}}{v_j^{\text{реал}}} \mid i,j=1,\ldots,n\}$ — МПС, $w^{\text{реал}} = v^{\text{реал}} / \sum_k v_k^{\text{реал}}$, $I = \{[Bel_i, Pls_i] \mid i=1,\ldots,n\}$ — доверительные интервалы (6) для весов альтернатив, вычисленные на основании МПС D. Тогда $w_i^{\text{реал}} \in [Bel_i, Pls_i]$ для всех $i=1,\ldots,n$ [1].

Доверительные интервалы (6) вычисляются в зависимости от параметров $k_1 \in (0,1)$ и $k_2 > 0$. Перейдем к определению параметра k_1, который моделирует неопределенность, вносимую шкалой Саати, а также неопределенность вследствие личных качеств эксперта, таких как пессимизм и оптимизм.

Определение параметра k_1

Параметр $k_1(n)$ определим на основании оценки $\hat{p}_1 = \hat{p}_1^{0.90}(n)$ величины $p_1(l) = \| w(l) - w^{\text{реал}}(l) \|_\infty$ чебышевской нормы отклонения реальных весов $w^{реал}(l)$ от вычисленных по МПС $D^*(l)$ весов $w(l)$ по результатам компьютерного моделирования:

$$k_1 = k_{11} \cdot \hat{p}_1, \qquad (7)$$

где $w(l) = v(l) / \sum_k v_k(l)$, вектор $v(l)$ вычислен методом главного собственного вектора; $\hat{p}_1^{0,90}(n) = \hat{p}_1^{\text{ср}}(n) + 1{,}3\sigma(p_1(n))$ — значение чебышевской нормы, такое, что для 90% моделируемых МПС $D^*(l)$ выполняется неравенство $p_1(l) \le \hat{p}_1^{0,90}(n)$; l — номер эксперимента, $l = 1,...,10^5$; коэффициент $k_{11}(n) > 0$.

Значения в табл. 1 свидетельствуют о том, что величины отклонений реальных весов от вычисленных на основании МПС уменьшаются с ростом количества сравниваемых альтернатив n.

Таблица 1. Оценки $\hat{p}_1 = \hat{p}_1^{0,90}(n)$ значений параметра p_1 при вычислении доверительных интервалов для весов альтернатив [1]

а) эксперт-реалист							
n	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{p}_1$	0,054	0,046	0,039	0,033	0,025	0,021	0,017
б) эксперт-пессимист /оптимист							
n	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{p}_1^{\text{pessim}}$	0,126	0,105	0,088	0,073	0,064	0,056	0,050
$\hat{p}_1^{\text{optim}}$	0,106	0,095	0,084	0,072	0,064	0,056	0,050

Подберем значения коэффициента $k_{11} = k_{11}(n)$ в (7) так, чтобы в 90% экспериментов все координаты реального вектора весов содержались в своих доверительных интервалах:

$$\vec{I} = \left([Bel_1, Pls_1] \quad [Bel_2, Pls_2] \quad \dots \quad [Bel_n, Pls_n]\right)^T. \tag{8}$$

Введем величину N — количество элементов вектора нормированных реальных весов $w^{\text{реал}}$, $w_i^{\text{реал}} = v_i^{\text{реал}} / \sum\limits_k v_k^{\text{реал}}$, которые попадают в соответствующие доверительные интервалы (8), $w_i^{\text{реал}} \in [Bel_i, Pls_i]$, $i = 1,2,...,n$. Очевидно, что $N \in \{0,1,2,...,n\}$.

Рассмотрим ход компьютерного моделирования для определения коэффициента k_{11}, когда оценки предоставлены экспертом-реалистом. Зафиксируем n — количество альтернатив решений, $n = 3,4,5,....,9$. Случайным образом генерируем вектор ненормированных реальных весов $v^{\text{реал}} \in R_+^n$ [16], нормируем $w_i^{\text{реал}} = v_i^{\text{реал}} / \sum_k v_k^{\text{реал}}$, $i = 1,...,n$. Вычисляем несмещенную МПС D^*, соответствующую оценкам эксперта-реалиста [1], далее вектор $\vec{I}$ (8), (6), используя оценки параметра p_1 из табл. 1(а) и значение параметра k_2 равное единице. Вычисляем величину N. Для каждого из $n = 3,4,5,....,9$ проведем $M = 10^5$ экспериментов.

Аналогично выполняется моделирование оценок эксперта-пессимиста и оптимиста.

Эмпирически подобранные значения коэффициента k_{11}, такие, что в $m = 89{,}500\%$ — $m = 90{,}499\%$ (при округлении в $m = 90\%$) экспериментов все координаты реального вектора весов содержатся в своих доверительных интервалах, приведены в табл. 2 и на рис. 1.

Таблица 2. Значения коэффициента k_{11} и соответствующие им средние значения $\hat{m}_\Theta$ показателя неопределенности m_Θ

а) эксперт-реалист							
n	3	4	5	6	7	8	9
$k_{11}^{0,89500}$ для $m = 89{,}500\%$	2,325	2,800	3,313	3,830	4,730	5,375	5,975
$k_{11}^{0,90499}$ для $m = 90{,}499\%$	2,370	2,845	3,370	3,893	4,810	5,470	6,083
$\hat{m}_\Theta$ для $k_{11}^{0,89500}$	0,113	0,115	0,115	0,112	0,106	0,100	0,094
$\hat{m}_\Theta$ для $k_{11}^{0,90499}$	0,115	0,117	0,117	0,114	0,108	0,102	0,096
б) эксперт-пессимист							
n	3	4	5	6	7	8	9
$k_{11}^{0,89500}$ для $m = 89{,}500\%$	3,570	4,391	5,15	5,98	6,78	7,60	8,210
$k_{11}^{0,90499}$ для $m = 90{,}499\%$	3,68	4,491	5,25	6,08	6,89	7,71	8,328
$\hat{m}_\Theta$ для $k_{11}^{0,89500}$	0,319	0,324	0,319	0,313	0,309	0,307	0,301
$\hat{m}_\Theta$ для $k_{11}^{0,90499}$	0,326	0,329	0,324	0,317	0,313	0,310	0,304

Значения $\hat{m}_\Theta$ в табл. 2 показывают, что уровень неопределенности экспертных оценок в рассматриваемой задаче вычисления весов уменьшается с ростом количества альтернатив n. Как следствие, с ростом n уменьшается ширина вычисляемых доверительных интервалов (6).

Пример 1. Пусть известны реальные веса $w^{\text{реал}} = (0{,}45; 0{,}25; 0{,}10; 0{,}20)$ четырех альтернатив относительно некоторой общей для них характеристики. Не сообщая этих значений, эксперта-реалиста попросили попарно сравнить эти альтернативы в шкале Саати. По результатам экспертного оценивания вычислим доверительные интервалы (6) и сравним полученные результаты с реальными весами.

Для нахождения доверительных интервалов (6) вначале вычисляется МПС $D^{\text{реал}}$ в вещественнозначной шкале, которая соответствует весам $w^{\text{реал}}$, и на ее основании — несмещенная МПС D^*, соответствующая оценкам эксперта-реалиста в шкале Саати:

$$D^{\text{реал}} = \left(\frac{w_i^{\text{реал}}}{w_j^{\text{реал}}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 1{,}8 & 4{,}5 & 2{,}25 \\ & 1 & 2{,}5 & 1{,}25 \\ & & 1 & 0{,}5 \\ & & & 1 \end{pmatrix}, \quad D^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

На основании табл. 1(а) и 2(а) определяются параметры задачи, они равны $\hat{p}_1 = 0{,}046$ и $k_{11} = 2{,}845$. Отношение согласованности МПС D^* равно $CR^{\text{porog}} = 0{,}006$ и значительно меньше порогового значения $CR^{\text{porog}} = 0{,}08$, следовательно, несогласованность МПС D^* достаточно мала.

Таблица 3. Значения доверий $Bel_i(D^*)$ и правдоподобий $Pls_i(D^*)$ для весов альтернатив a_i, $i = 1,...,4$ на основе МПС D^*

Альтернативы	a_1	a_2	a_3	a_4
$Bel_i(D^*)$	0,401	0,211	0,081	0,190
$Pls_i(D^*)$	0,517	0,327	0,198	0,307

Как показывают значения в табл. 3, доверительные интервалы $[Bel_i(D^*), Pls_i(D^*)]$ содержат реальные веса альтернатив. Значение показателя неопределенности экспертных оценок в этой задаче равно $m_\Theta = 0{,}116$.

СРАВНЕНИЕ С МЕТОДОМ НЕЧЕТКОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДНЕЙ

Проведем сравнение результатов по предложенному методу с результатами, полученными методом нечеткой геометрической средней парных сравнений [12–14], в котором элементы d_{ij} МПС интерпретируются как нечеткие множества с заданной функцией принадлежности. В соответствии с методом нечеткой геометрической средней веса v_i (ненормированные) и w_i (нормированные) вычисляются по формулам:

$$v_i = \sqrt[n]{\prod_j d_{ij}}\ ,\ w_i = \sqrt[n]{\prod_j d_{ij}} \Big/ \sum_k \sqrt[n]{\prod_j d_{kj}}\ ,\ i = 1,...,n\ , \qquad (10)$$

где используются расширенные бинарные арифметические операции.

Для сравнения результатов выполним компьютерное моделирование оценок экспертов реалиста, пессимиста и оптимиста, которое состоит из следующих этапов:

1) фиксируется $n \in \{3, 4, 5, ..., 9\}$ и проводится $M = 10^5$ экспериментов: случайным образом задается входной вектор ненормированных реальных весов $v^{\text{реал}} \in R_+^n$ [16] и на его основе строятся МПС, соответствующие оценкам указанных выше экспертов;

2) проводится фаззификация МПС с использованием нечеткой шкалы Саати;

3) на основе фаззифицированной МПС вычисляется нечеткий вектор весов по методу нечеткой геометрической средней;

4) выполняется анализ полученных результатов.

Детальнее рассмотрим каждый из этапов. Первый этап аналогичен описанному выше ходу моделирования для определения коэффициента k_{11}.

В результате при моделировании оценок эксперта-реалиста вычисляется несмещенная МПС $D^* = \{d_{ij}^* \mid i, j = 1,...,n\}$, где d_{ij}^* — округленное к ближайшему делению шкалы Саати значение отношения реальных весов $v_i^{\text{реал}} / v_j^{\text{реал}}$. Аналогично находятся МПС, соответствующие оценкам эксперта-пессимиста/ оптимиста.

На втором этапе проводится фаззификация МПС D^* с использованием треугольных функций принадлежности $[l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}]$ (в дальнейшем — нечеткая шкала Саати), которые наиболее часто используются на практике [12–14]. В результате определяются матрицы L, M и U следующим образом:

- $l_{ij} = d_{ij} - 1$, $m_{ij} = d_{ij}$, $u_{ij} = d_{ij} + 1$ для $d_{ij} > 1$ и $d_{ij} < 9$; (11)
- $l_{ij} = 1, m_{ij} = 1, u_{ij} = 2$ для $d_{ij} = 1$, $i \neq j$;
- $l_{ij} = 8, m_{ij} = 9, u_{ij} = 9$ д ля $d_{ij} = 9$;
- $l_{ii} = m_{ii} = u_{ii} = 1$;
- $l_{ij} = 1/u_{ji}$, $m_{ij} = 1/m_{ji}$, $u_{ij} = 1/l_{ji}$ для $d_{ij} < 1$.

Отметим, что матрицы L, M и U не являются МПС, так как для них не выполняются свойства обратной симметричности.

Например, фаззификация МПС D^* (9) приводит к следующим матрицам L, M и U:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1/3 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 1/3 \\ 1/3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 1/2 & 1 & 3 & 1 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ U = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

На третьем этапе вычисляются вектора весов v и w методом нечеткой геометрической средней по формулам (10). Эти вектора весов представлены треугольными нечеткими множествами:

$$w = ([w_i^l, w_i^m, w_i^u] \,|\, i = 1,...,n) \,. \tag{12}$$

Пример 2. Веса альтернатив (12) по методу нечеткой геометрической средней для МПС D^* (9) из примера 1 приведены в табл. 4. Реальные веса этих альтернатив, для сравнения, равны $w^{\text{реал}} = (0{,}45;\ 0{,}25;\ 0{,}10;\ 0{,}20)$.

Таблица 4. Нормированные нечеткие веса w_i альтернатив a_i по методу нечеткой геометрической средней

Альтернатива	a_1	a_2	a_3	a_4
w_i	[0,225; 0,455; 0,827]	[0,121; 0,238; 0,432]	[0,055; 0,092; 0,181]	[0,121; 0,215; 0,478]

Оценки параметра k_1 (7) в предложенном методе определяются на основании значений чебышевской нормы. Поэтому, для сопоставления результатов, полученных методом нечеткой геометрической средней и по предложенному методу, в каждом из экспериментов вычисляется следующая величина:

$$b = \max_{i=1,\dots,n} (w_i^u - w_i^l),$$

максимальная по координатам ширина вектора весов (12), которая характеризует неопределенность результатов по методу нечеткой геометрической средней.

Сравнивая значения $\hat{b}$ (табл. 5) и $\hat{m}_\Theta$ (табл. 2), приходим к выводу, что для всех n средняя ширина результирующего вектора весов в методе нечеткой геометрической средней превышает соответствующую ширину доверительного интервала, полученного предложенным методом, для оценок эксперта-пессимиста/оптимиста и значительно превышает ширину доверительного интервала для оценок эксперта-реалиста. Таким образом, компьютерное моделирование показывает, что *применение метода нечеткой геометрической средней и треугольных функций принадлежности (11), для фаззификации оценок как эксперта-реалиста, так и эксперта пессимиста/оптимиста, приводит к неоправданно широким результирующим интервалам для весов по сравнению с предложенным в работе методом*.

Таблица 5. Выборочные средние значения $\hat{b}$ и стандартные отклонения $\sigma(b)$ для величины b, получены в результате компьютерного моделирования оценок эксперта-реалиста

n	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{b}$	0,600	0,546	0,483	0,429	0,384	0,347	0,316
$\sigma(b)$	0,097	0,065	0,046	0,031	0,022	0,017	0,015

Во всех экспериментах результирующие нечеткие веса (12) содержали нормированные реальные веса.

ВЫВОДЫ

В работе рассмотрена задача вычисления весов альтернатив решений на основе экспертных оценок парных сравнений альтернатив. Используя аппарат теории доверия (свидетельств), и предполагая, что неопределенность экспертных оценок обусловлена используемой шкалой Саати и личными качествами эксперта, вычисляются доверительные интервалы для весов альтернатив. Результаты моделирования показывают, что эти интервалы более достоверно отображают реальные веса по сравнению с точечными весами, получаемыми известным методом анализа иерархий, а также нечеткими весами по методу нечеткой геометрической средней.

В дальнейшем будет рассмотрена задача поддержки принятия решений на основе экспертных оценок парных сравнений, когда альтернативы сравниваются по множеству критериев решений. Логическим продолжением данной работы будет исследование разных правил комбинирования построенных в работе доверительных интервалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Недашковская Н.И.* Метод оценивания неопределенности экспертных оценок парных сравнений при вычислении весов альтернатив решений // Проблемы управления и информатики. — 2015. — № 5. — С. 130–142.
2. *Саати Т.Л.* Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Изд. 2-е. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 360 с.
3. *Saaty T.L.* Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary // European Journal of Operational Research. — 2003. — **145**, № 1. — P. 85–91.
4. *Chandran B., Golden B., Wasil E.* Linear programming models for estimating weights in the analytic hierarchy process // Computers & Operations Research. — 2005. — **32**. — P. 2235 – 2254.
5. *Павлов А.А., Лищук Е.И., Кут В.И.* Математические модели оптимизации для обоснования и нахождения весов объектов в методе парных сравнений // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 2. — С. 13–21.
6. *Wang Y.M., Parkan C., Luo Y.* A linear programming method for generating the most favorable weights from a pairwise comparison matrix // Computers & Operations Research. — 2008. — **35**. — P. 3918–3930.
7. *Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I.* Method for Processing Fuzzy Expert Information in Prediction Problems. Part I // Journal of Automation and Information Sciences. — 2007. — **39**, Issue 4. — P. 22–36.
8. *Pankratova N.B.*, *Nedashkovskaya N.I.* Spectral coefficient of consistency of fuzzy expert information and estimation of its sensitivity to fuzzy scales when solving foresight problems // International Journal «Information Technologies and Knowledge». — **6**, № 4. — 2012. — P. 316–329.
9. *Панкратова Н.Д., Недашковская Н.И.* Гибридный метод многокритериального оценивания альтернатив принятия решений // Кибернетика и системный анализ. — 2014. — **50**, № 5 — С. 58–70.
10. *Wang Y.-M.*, *Elhag T.M.S.* A goal programming method for obtaining interval weights from an interval comparison matrix // European Journal of operational research. — 2007. — 177 (1). — P. 458–471.
11. *Sugihara K., Ishii H., Tanaka H.* Interval priorities in AHP by interval regression analysis // European Journal of operational research. — 2004. — **158**. — P. 745–754.
12. *Debasish Majumder, Joy Debnath, Animesh Biswas*. Risk analysis in construction sites using fuzzy reasoning and fuzzy analytic hierarchy process // Proc. Technology. — 2013. — **10**. — P. 604–614.
13. *Venkata Rao R*. Decision Making in the Manufacturing Environment. Using Graph Theory and Fuzzy Multiple Attribute Decision Making. — Springer-Verlag. — 2007. — http://www.springer.com/gp/book/9781447143741.
14. *Kahraman C*. Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making. Theory and Applications with Recent Developments. — Springer Science+Business Media, 2008. — P. 591.
15. *Циганок В.В*. Метод обчислення ваг альтернатив на основі результатів парних порівнянь, проведених групою експертів // Реєстрація, зберігання і обробка даних, 2008. — **10**, № 2. — С. 121–127.
16. *Недашковская Н.И.* Сравнительный анализ методов парного экспертного оценивания альтернатив решений // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2014. — № 4. — С. 35–44.

Поступила 20.01.2015