

M. A. КОТЕНКО

Украина, г. Киев, Науч.-инж. центр  
линейно-кабельных сооруженийДата поступления в редакцию  
14.09.1998 г.

Оппонент к. т. н. Т. В. МАКАРОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ГРАДИЕНТНЫХ СВЕТОВОДОВ

*Рассматриваются методы степенных рядов, вариационный и стратификации в сравнении с результатами точного решения характеристического уравнения.*

*The power series, variations and stratification methods as compared with results of exact solution of characteristic equation have been considered.*

Для создания волоконно-оптических систем связи с улучшенными характеристиками, работающими как в линейном, так и в нелинейном (солитонные ВОЛС) режимах, необходима разработка новых типов световодов с оптимизированными характеристиками. Создание таких световодов возможно, в первую очередь, за счет применения сложных профилей показателя преломления (ППП). Так как уравнения Maxwella даже в приближении слабонаправляющего световода (скалярное волновое уравнение) в общем случае градиентного ППП не имеют аналитического решения, то используют приближенные методы расчета. Наибольшее распространение получили метод степенных рядов, вариационный метод и метод стратификации, которые могут применяться для решения точных векторных волновых и скалярного волнового уравнений.

В представленной работе численно проанализированы различные приближенные методы расчета волоконного и плоского световодов с параболическим профилем показателя преломления. (Выбран параболический ППП, т. к. для круглого световода имеется точное решение скалярного волнового уравнения, а для плоского — векторных волновых уравнений.) Точность этих методов можно оценить, сравнивая их с точным решением соответствующего характеристического уравнения световода

**Точное решение.** Параболический профиль показателя преломления (**рис. 1**) описывается выражением

$$n^2(x) = \begin{cases} n_{c0}^2[1 - 2\Delta(x/a)^2], & 0 \leq x < a; \\ n_{cl}^2; & x \geq a, \end{cases} \quad (1)$$

где  $n_{c0}$  и  $n_{cl}$  — показатели преломления сердцевины и оболочки, соответственно;

$\Delta$  — параметр высоты профиля;

$a$  — полуширина волноведущего слоя (для волоконного световода радиус сердцевины).

Векторное волновое уравнение для случая планарного световода с произвольным профилем показателя преломления запишется следующим образом [1, с. 136]:

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} + V^2(1 - B - f(X))\Psi = 0. \quad (2)$$

Для круглого световода скалярное волновое уравнение (приближение слабонаправляющего световода) имеет вид

$$\left[ \frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{R} \frac{d}{dR} - \frac{l^2}{R} + V^2(1 - B - f(R)) \right] \Psi_l(R) = 0, \quad (3)$$

где  $X$  и  $R$  — нормированные координаты для планарного и круглого световодов, соответственно;

$\Psi$  — функция поля;

$f$  — нормированная функция профиля.

Решение состоит в нахождении корней уравнения собственных значений начальной краевой задачи (характеристического уравнения), которое при фиксированном значении волнового числа  $k$  имеет конечное множество дискретных корней для продольной постоянной распространения  $\beta$ . Зависимость

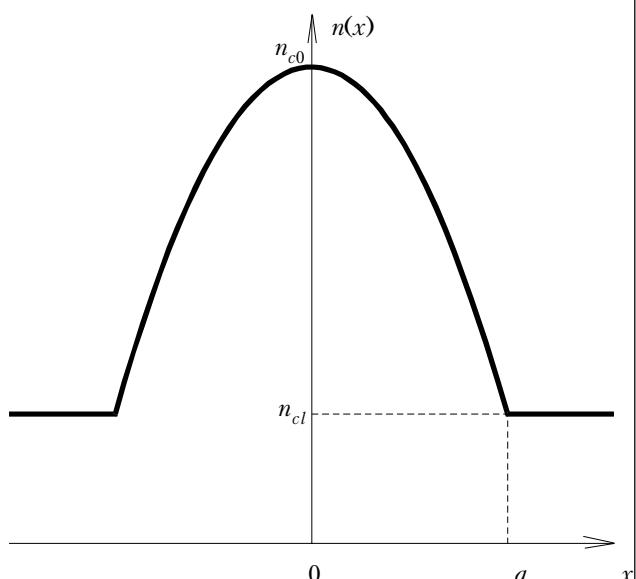


Рис. 1. Параболический профиль показателя преломления световода

## ОПТОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

<i>B</i>	0,6	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6
<i>V</i> <sub>плоск</sub>	0,12918899	0,27172550	0,39646181	0,49444805	0,56965867	0,62770805
<i>V</i> <sub>кругл</sub>	0,19694302E-8	0,10794005E-2	0,02955566	0,10526981	0,19799166	0,28619636
<i>B</i>	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,0
<i>V</i> <sub>плоск</sub>	0,67318537	0,70943444	0,73882388	0,76303176	0,78325976	0,80038108
<i>V</i> <sub>кругл</sub>	0,36312280	0,42826973	0,48305580	0,52923747	0,56841268	0,60190639

$\beta_l(k)$  для  $l$ -го по порядку корня является дисперсионной характеристикой  $l$ -й моды световода. Обычно она берется в виде зависимости  $B(V)$  безразмерного фазового параметра световода  $B \in [0, 1]$  от нормированной частоты  $V \geq 0$ .

$$B = \frac{\beta^2/k^2 - n_{cl}^2}{n_{c0}^2 - n_{cl}^2}, \quad V = ak\sqrt{n_{c0}^2 - n_{cl}^2}. \quad (4)$$

Для планарного световода характеристическое уравнение имеет вид [2]:

четные TE-моды —  
 $2M'(A; 0,5; V) - (1 - B^{1/2})M(A; 0,5; V) = 0;$  (5)

нечетные TE-моды —  
 $2M'(A+0,5; 1,5; V) - [(1 - B^{1/2}) - 1/V] \times M(A+0,5; 1,5; V) = 0,$   
где  $A = [1 - V(1 - B)]/4;$

для круглого световода [3]:

$$\frac{2VM'}{M} - (V - l) = \frac{V\sqrt{BK'}}{K}, \quad (6)$$

где  $M = M(A, b, V)$  — конфлюэнтная гипергеометрическая функция ( $A = V(1 - B)/4 + (l+1)/2$ ,  $b = l+1$ );

$K = K_l(V)$  — функция Макдональда (функция Бесселя 2-го рода  $l$ -го порядка).

Использование современных алгоритмов вычисления функций Бесселя и конфлюэнтных гипергеометрических функций позволило получить уточненные численные решения векторного и скалярного волновых уравнений для плоского и круглого световодов, соответственно, содержащие восемь значащих цифр. Расчеты проводились в вычислительной системе Maple V Release 4 и могут служить тестами (рис. 2, таблица).

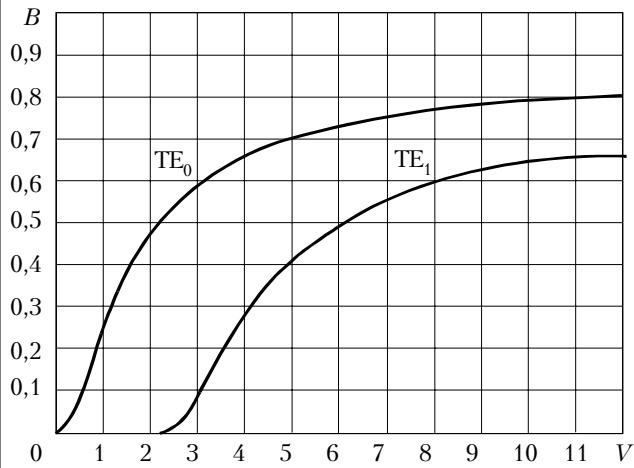


Рис. 2. Дисперсионные характеристики первых двух TE-мод световода с параболическим ППП, полученные из (5)

**Метод степенных рядов.** Проанализированы результаты расчета плоского и круглого световодов методом степенных рядов при разных значениях числа учитываемых членов ряда. Установлено, что уже при малом числе членов ряда (несколько десятков) решение приближается к точному и дальнейшее увеличение числа суммируемых членов не приводит к существенному увеличению точности. Точность зависит от значения нормированной частоты, при которой ищется решение. Минимальная ошибка составила 3%. Алгоритм расчета строился на основании решений, приведенных в [2], и реализован в Maple V.

**Вариационный метод** достаточно удобен для расчета световодов, т. к. является интегральным и сглаживает ошибку приближения. Эквивалентная вариационная задача решается методом Ритца с использованием для приближенного решения 10 базисных функций. Минимальная ошибка при этом не превысила 1%. Увеличение числа базисных функций приводит к неоправданно большому увеличению времени счета (при их числе 20 время счета увеличивается в несколько десятков раз). При реализации вариационного метода для сведения ошибки к минимуму необходимо с достаточно высокой точностью (не менее 10 значащих цифр) вычислять значения функций Бесселя первого и второго рода, обычных и модифицированных. Для расчетов использовалась программа, разработанная на предприятии.

**Метод стратификации** базируется на аппроксимации реального световода с градиентным ППП многослойной структурой с постоянным показателем преломления в слоях. Аппроксимация основана на максимальной близости величины площадей (для круглого световода — объемов), ограниченных

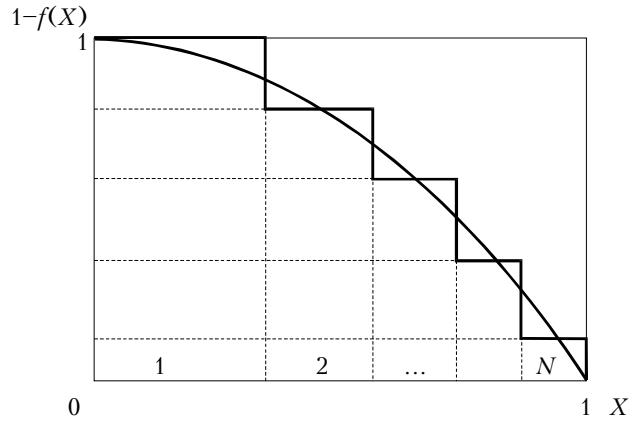


Рис. 3. Построение аппроксимирующей модели для метода стратификации

## ОПТОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

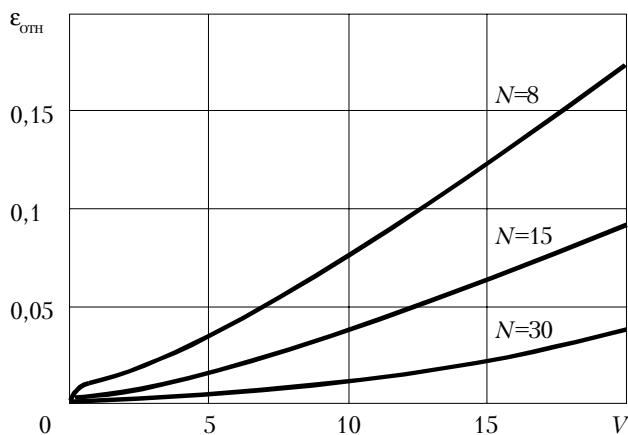


Рис. 4. Относительная ошибка для различного числа аппроксимирующих слоев

ступенчатым и реальным профилями (**рис. 3**). Удовлетворительный результат можно получить при числе слоев  $N=15$ . Относительная погрешность в таком случае для основной моды не превышает 10% в диапазоне значений нормированной частоты  $V=0\dots20$ , а в диапазоне одномодового режима — не более 0,5%. Расчет проводился при помощи программы, разработанной на предприятии.

Увеличение числа аппроксимирующих слоев приводит к существенному уменьшению ошибки. Это хорошо видно из графика, представленного на **рис. 4**.

Метод стратификации можно применять для анализа световодов с разрывными профилями (например, с  $W$ -подобным), а также многослойных волноводных структур с поглощением в слоях. Последнее позволяет рассчитывать активные устройства.

Полученные результаты показали, что из рассмотренных наиболее перспективным и универсальным является метод стратификации. Он позволяет получать точные решения для многослойных волноведущих структур и достаточно точен и удобен при анализе градиентных волноведущих структур.

Результаты работы могут быть использованы как тестовые при реализации указанных и других методов расчета плоских и круглых оптических световодов с различными градиентными профилями показателя преломления.

### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Адамс М. Введение в теорию оптических волновод. — М. : Мир, 1984.
2. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. — М. : Мир, 1980.
3. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волновод. — М. : Радио и связь, 1987.
4. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах. — М. : Сов. радио, 1972.
5. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М. : Наука, 1973.
6. Abramowitz M., Stegun I. A. Handbook of mathematical functions. — Dover, N. Y., 1972.



**планар**  
КБТЭМ-ОМО  
**ЭМ-5034**

Предназначена для производства активно-матричных дисплеев (AM-LCD) и производит экспонирование больших панелей методом сшивки из фрагментов при проекционном переносе изображений с промежуточного фототригинала.

Систему отличает:

- ◆ большое поле экспонирования (до 830×670 мм);
- ◆ возможность высокопроизводительного экспонирования панели размером по диагонали до 32" без обращения к библиотеке ПФО;
- ◆ новый метод сшивки фрагментов.

### НАУЧНО-ПРОМЫШЛЕННЫЕ ЦЕНТРЫ СНГ

## ШИРОКОФОРМАТНАЯ СИСТЕМА ЭКСПОНИРОВАНИЯ **ЭМ-5034**

Размер минимального элемента	2,4 мкм (3,0 мкм L/S)
Максимальный размер экспонируемого поля (Х и Y)	130×100/140×94 мм
Масштаб	1:1
Дисторсия	±0,25 мкм
Глубина резкости	±10 мкм
Мощность излучения (на пластине)	170 мВт/см <sup>2</sup>
Погрешность дозы	±2%
Неравномерность освещенности на поле	±1,5%
Максимальные размеры обрабатываемых пластин	830×670 мм
Возможность компенсации изменения масштаба	±30 млн <sup>-1</sup>
Производительность, панелей в час:	
размер по диагонали 12,1"	360
15,2"	220
17"	200
21"	120
32"	50

**ГНПП «КБТЭМ-ОМО»**  
Республика Беларусь, 220763, г. Минск, пр. Партизанский, 2