Радиофизика и радиоастрономия, 2004, т. 9, №2, с. 152-159

УДК 535.36; 538.3; 621.371

Эффекты многократного рассеяния в радарной диагностике протяженных случайных сред

В. Г. Безродный

Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4
E-mail: bezrodny@rian.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 17 декабря 2003 г.

Выполнены расчеты, позволяющие оценить влияние эффектов многократного рассеяния на результаты радарной диагностики удаленных районов протяженных случайных сред (верхняя ионосфера, магнитосфера, ближний космос). Установлено, что указанные эффекты приводят к расширению диаграммы и уменьшению эффективного поперечника рассеяния случайной среды по сравнению с соответствующими значениями, рассчитанными в приближении однократного рассеяния. Показано, что пренебрежение такими эффектами ведет к занижению экспериментальных оценок степени анизотропии и интенсивности плазменных флуктуаций, определяемых из решения обратной задачи.

Виконано розрахунки, що дозволяють оцінити вплив ефектів багаторазового розсіяння на результати радарної діагностики віддалених районів протяжних випадкових середовищ (верхня іоносфера, магнітосфера, близький космос). Встановлено, що зазначені ефекти призводять до розширення діаграми розсіяння та зменшення ефективного перетину розсіяння випадкового середовища у порівнянні до відповідних величин, розрахованих у наближенні одноразового розсіяння. Показано, що нехтування такими ефектами призводить до заниження експериментальних оцінок ступеню анізотропії та інтенсивності плазмових флуктуацій, що визначаються з розв'язку зворотної задачі.

1. Введение

Радарная диагностика является одним из наиболее эффективных современных методов дистанционного зондирования удаленных ионизированных областей околоземного пространства, таких как ионосфера, магнитосфера, ближний космос. Метод базируется на эффекте рассеяния радиоволн плазменными неоднородностями на большие углы. Существующая теория объясняет подобный тип рассеяния брэгговским эффектом, т. е. резонансным рассеянием волновых полей мелкомасштабными неоднородностями показателя преломления. Рассеянное поле описывается при этом хорошо известной в литературе формулой Букера-Гордона [1-4], следующей из первого, борновского, приближения метода малых возмущений. Известным условием применимости борновского приближения является малость пути, проходимого волной в случайной среде, по сравнению с характерным масштабом затухания ее когерентной составляющей. Как следует, однако, из достаточно простых оценок, указанное ограничение является слишком строгим и не выполняется для многих практически важных приложений, прежде всего, для наблюдений рассеяния радиоволн от достаточно удаленных областей околоземной плазмы.

Для расширения области применимости указанной теории необходимо учесть эффекты многократного рассеяния. До сих пор единственным описанным в литературе способом усовершенствования формулы Букера-Гордона являлась замена в ней под знаком интеграла невозмущенного поля средним, когерентным, полем (см. [2], а также обзор [5] и приведенную в нем библиографию). Несостоятельность такой модернизации заключается, на наш взгляд, в следующем. В силу своей резонансной природы, брэгговское рассеяние на большие углы обусловлено неоднородностями с характерными пространственными масштабами, близкими к длине волны, и поэтому должно происходить некогерентным образом от точки к точке в пределах рассеивающего объема. На этом основании достаточно естественным будет полагать, что мощность рассеянного сигнала должна зависеть не столько от уровня когерентной компоненты в падающем поле, сколько от распределения суммарной (когерентной и некогерентной) интенсивности этого поля внутри объема.

В настоящей работе предлагается новый подход к решению интегрального уравнения для интенсивности рассеяния.

2. Постановка задачи и вывод основных соотношений

Для простоты ограничимся рассмотрением скалярной задачи. Распространение волнового поля U в этом случае описывается уравнением Гельмгольца:

$$\Delta U + k^2 \varepsilon U = 0.$$

Без существенного ограничения общности диэлектрическую проницаемость среды представим в виде $\varepsilon = 1 + \varepsilon'$, где ε' – случайная добавка, $\langle \varepsilon' \rangle = 0$, $\langle ... \rangle$ – знак статистического усреднения. Возможные отличия средних свойств среды от свойств вакуума легко учитываются при этом в значении волнового числа k, отличном от ω/c. Решение будем искать в виде $U = U_0 + U_s$, где U_0 – поле нулевого приближения, соответствующее $\varepsilon' = 0$; U_s – рассеянное поле, в общем случае $\langle U_s \rangle \neq 0$.

С использованием формулы Грина перейдем от дифференциального уравнения для U к интегральному уравнению для U_s:

$$U_s(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{4\pi} \int_V d\mathbf{r}' \varepsilon'(\mathbf{r}') \nu(\mathbf{r}') \frac{e^{ik(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|+|\mathbf{r}'-\mathbf{r}_0|)}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \qquad (1)$$

Здесь V – объем, занятый рассеивателями; $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{r}$ – координаты передатчика и приемника; $\nu(\mathbf{r}')$ – комплексная амплитуда поля, введенная соотношением

$$U(\mathbf{r}') = \nu(\mathbf{r}') e^{ik|\mathbf{r}'-\mathbf{r}_0|}.$$

Домножая выражение (1) на комплексно сопряженное и выполняя затем статистическое усреднение, приходим к интегральному уравнению для интенсивности рассеянного поля:

$$\left\langle |U_s(\mathbf{r})|^2 \right\rangle = \frac{k^4}{16\pi^2} \iint d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') M(\mathbf{r}') M(\mathbf{r}'') \times$$
$$\times \frac{\exp\{ik(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| + |\mathbf{r}'-\mathbf{r}_0| - |\mathbf{r}-\mathbf{r}''| - |\mathbf{r}''-\mathbf{r}_0|)\}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'||\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}, \qquad (2)$$

где

$$\Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \equiv \left\langle [\varepsilon'(\mathbf{r}')\nu(\mathbf{r}')][\varepsilon'(\mathbf{r}'')\nu(\mathbf{r}'')]^* \right\rangle \qquad (3)$$

имеет смысл функции когерентности случайной величины $[\varepsilon'(\mathbf{r}')\nu(\mathbf{r}')]$,

$$M(\mathbf{r}') = \begin{cases} 1, & \mathbf{r}' \in V; \\ 0, & \mathbf{r}' \notin V. \end{cases}$$

Перейдем далее в (2) к суммарной и разностной координатам, $\mathbf{R} = \dfrac{\mathbf{r}' + \mathbf{r}''}{2}$, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}''$, после чего разложим показатель экспоненты по степеням $\boldsymbol{\rho}/|\mathbf{r} - \mathbf{R}|$, $\boldsymbol{\rho}/|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|$ с отбрасыванием кубических членов. В результате приходим к выражению

$$\left\langle |U_s(\mathbf{r})|^2 \right\rangle = \frac{k^4}{16\pi^2} \times$$

$$\times \iint d\boldsymbol{\rho} d\mathbf{R} \frac{M(\mathbf{R}) \Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2, \mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2)}{(\mathbf{r} - \mathbf{R})^2} e^{-i\mathbf{K}(\mathbf{R})\boldsymbol{\rho}}. \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{K}(\mathbf{R}) = k\left[\mathbf{n}_s(\mathbf{R}) - \mathbf{n}_i(\mathbf{R})\right]$ – вектор рассеяния; $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{n}_s$ – единичные векторы, задающие направления падающей и рассеянной волн соответственно:

$$\mathbf{n}_i = (\mathbf{R} - \mathbf{r}_0)/|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|, \qquad \mathbf{n}_s = (\mathbf{r} - \mathbf{R})/|\mathbf{r} - \mathbf{R}|.$$

При замене в (4) реальных пределов интегрирования по $\boldsymbol{\rho}$ бесконечными предполагалось, что характерный пространственный масштаб изменений функции $\Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ значительно меньше размеров рассеивающей области V. Нетрудно видеть, что после выполнения в (3) замены каждой из комплексных амплитуд $\nu(\mathbf{r}')$, $\nu(\mathbf{r}'')$ на $1/|\mathbf{R} - \mathbf{r}_0|$ интегральное уравнение (4) переходит в хорошо известное выражение, следующее из формулы Букера-Гордона и соответствующее условиям однократного рассеяния.

Для решения (4) воспользуемся приближением, состоящем в замене комплексной амплитуды $\nu(\mathbf{r}')$ истинного случайного поля амплитудой $\nu^{(i)}(\mathbf{r}')$ падающей волны, учитывающей все эффекты многократного рассеяния на пути от источника до текущей точки рассеяния $\mathbf{r}'$ в малоугловом приближении параболического уравнения. Расчет статистических моментов случайных волновых полей в этом приближении удобно выполнять с использованием функционального метода, детально разработанного и описанного применительно к подобным задачам в монографиях [2, 3, 6]. Исходя из этого метода, для расцепления в (3) статистических моментов функций $\varepsilon'(\mathbf{r}')$, $\varepsilon'(\mathbf{r}'')$ и соответствующих им функционалов $\nu^{(i)}(\mathbf{r}')$, $\nu^{(i)}(\mathbf{r}'')$ воспользуемся формулой Фурутцу-Новикова:

$$\langle \varepsilon'(\mathbf{r}') Z(\mathbf{r}') \rangle = \int d\boldsymbol{\xi}' \Psi_{\varepsilon}(\boldsymbol{\xi}' - \mathbf{r}') \left\langle \frac{\delta Z(\mathbf{r}')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \right\rangle. \tag{5}$$

Здесь Ψ_{ε} – корреляционная функция флуктуаций ε'; Z – некий их линейный функционал; $\left\langle \dfrac{\delta Z(\mathbf{r}')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \right\rangle$ – функциональная (вариационная) производная $Z(\mathbf{r}')$ в точке $\boldsymbol{\xi}'$,

$$\left\langle \frac{\delta Z(\mathbf{r}')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \right\rangle \equiv \lim_{\substack{|\Delta\xi| \to 0 \\ \max|\delta\varepsilon'| \to 0}} \frac{Z(\mathbf{r}')\big|_{\varepsilon' + \delta\varepsilon'} - Z(\mathbf{r}')\big|_{\varepsilon'}}{\int\limits_{|\Delta\xi|} d\boldsymbol{\xi} \delta\varepsilon'(\boldsymbol{\xi})},$$

$|\Delta\xi|$ и $\delta\varepsilon'$ – бесконечно малые окрестность точки $\boldsymbol{\xi}'$ и вариации ε' в этой точке соответственно.

Применим к выражению (3) для функции когерентности $\Gamma_{\varepsilon\nu}$ формулу (5), положив в последней $Z(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \equiv \varepsilon'(\mathbf{r}'')\left[\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right]$. Вычисление входящего в правую часть (5) среднего значения вариационной производной, $\left\langle \dfrac{\delta Z(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \right\rangle$, по известным правилам дифференцирования произведений нескольких функционалов [2, 3, 6] приводит к соотношению

$$\left\langle \frac{\delta Z(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \right\rangle = \left\langle \frac{\delta \varepsilon'(\mathbf{r}'')}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \left[\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right] \right\rangle +$$

$$+ \left\langle \varepsilon'(\mathbf{r}'') \frac{\delta}{\delta \varepsilon'(\boldsymbol{\xi}')} \left[\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right] \right\rangle.$$

Вторичное применение формулы Фурутцу-Новикова, на этот раз с ядром

$Z(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')\equiv\dfrac{\delta}{\delta\varepsilon'(\xi')}\left[\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right]$, ко второму слагаемому полученного соотношения, а также равенства $\dfrac{\delta\varepsilon'(\mathbf{r}'')}{\delta\varepsilon'(\xi')}=\delta(\xi'-\mathbf{r}'')$ – к первому, позволяет представить выражение для $\Gamma_{\varepsilon\nu}$ в виде

$$\Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')=\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')+\Delta\Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}',\mathbf{r}''),\qquad(6)$$

где

$$\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')=\Psi_{\varepsilon}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')\Gamma_{\nu}(\mathbf{r}',\mathbf{r}''),$$

$$\Delta\Gamma_{\varepsilon\nu}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')=\int d\xi'\Psi_{\varepsilon}(\mathbf{r}'-\xi')\int d\xi''\Psi_{\varepsilon}(\mathbf{r}''-\xi'')\times$$
$$\times\left\langle\frac{\delta^2}{\delta\varepsilon'(\xi')\delta\varepsilon'(\xi'')}\left[\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right]\right\rangle,$$

$\Gamma_{\nu}(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')\equiv\left\langle\nu^{(i)}(\mathbf{r}')\nu^{(i)*}(\mathbf{r}'')\right\rangle$ – функция когерентности падающей волны. Входящее в (6) слагаемое $\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}$ описывает процесс рассеяния в отсутствие взаимной корреляции между ε', $\nu^{(i)}$ и поэтому включает в себя рассеяние не только на неоднородностях, сосредоточенных в объеме V, но также и на всем пути от источника до этого объема. Слагаемое $\Delta\Gamma_{\varepsilon\nu}$ имеет смысл поправки, возникающей при учете корреляции указанных величин внутри V.

Для определения характерных значений соотношения $\left|\Delta\Gamma_{\varepsilon\nu}/\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}\right|$ воспользуемся формулой

$$\frac{\delta\nu^{(i)}(x,\mathbf{r}_{\perp})}{\delta\varepsilon'(\xi_x,\xi_{\perp})}=\frac{ik}{2}\nu^{(i)}(x,\mathbf{r}_{\perp})\delta(\xi_{\perp}-\mathbf{r}_{\perp}),$$

являющейся точным следствием параболического уравнения для поля $\nu^{(i)}$ (здесь x, $\mathbf{r}_{\perp}$ – координаты соответственно вдоль и поперек направления распространения $\nu^{(i)}$). Нетрудно видеть, что ее применение в окрестности максимума функции $\Gamma_{\varepsilon\nu}$, т. е. при $\mathbf{r}'\approx\mathbf{r}''$, приводит к оценке:

$$\left|\Delta\Gamma_{\varepsilon\nu}/\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}\right|\sim\frac{k^2\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\rho_{\parallel}\Psi_{\varepsilon}(\rho_{\parallel},0)\right]^2}{4\Psi_{\varepsilon}(0,0)}=$$
$$=\frac{1}{k^2l_{\parallel}d}\ll\frac{1}{k^2l_{\parallel}^2}\ll1.\qquad(7)$$

Здесь d – длина экстинкции (характерный масштаб убывания интенсивности когерентного поля в направлении его распространения), $l_{\parallel}$ – продольный размер неоднородностей среды, введенные соотношениями [2, 3]:

$$d^{-1}\equiv k^2A(0)/4,\qquad l_{\parallel}\equiv A(0)/\Psi_{\varepsilon}(0,0),$$
$$A(\boldsymbol{\rho}_{\perp})\equiv\int d\rho_{\parallel}\Psi_{\varepsilon}(\rho_{\parallel},\boldsymbol{\rho}_{\perp}),$$

$\rho_{\parallel}$ и $\boldsymbol{\rho}_{\perp}$ – составляющие разноса $\boldsymbol{\rho}$ соответственно вдоль и поперек направления распространения.

Основываясь на оценке (7), заменим в формуле (4) функцию $\Gamma_{\varepsilon\nu}$ на $\Gamma_{\varepsilon\nu}^{(0)}$, после чего полученное выражение может быть приведено к форме

$$\left\langle\left|U_s(\mathbf{r})\right|^2\right\rangle=\int d\mathbf{R}\frac{M(\mathbf{R})\sigma(\mathbf{K})}{(\mathbf{r}-\mathbf{R})^2(\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)^2},\qquad(8)$$

где $\sigma(\mathbf{K})$ имеет смысл удельного поперечника рассеяния среды, введенного соотношением

$$\sigma(\mathbf{K})\equiv\frac{\pi k^4}{2}\Phi_{\varepsilon\nu}(\mathbf{K}).$$

Нетрудно видеть, что выражение (8) отличается от формулы для интенсивности однократно рассеянной волны заменой пространственного спектра $\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{K})$ неоднородностей среды сверткой

$$\Phi_{\varepsilon\nu}(\mathbf{K}) \equiv (\mathbf{R}-\mathbf{r}_0)^2 \int d\boldsymbol{\kappa}_\perp \Phi_\varepsilon(K_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp) \times$$
$$\times \tilde{\Gamma}_{\nu\perp}(\mathbf{K}_\perp - \boldsymbol{\kappa}_\perp).$$

Здесь $K_\parallel(\mathbf{R})$ и $\mathbf{K}_\perp(\mathbf{R})$ – проекции вектора рассеяния $\mathbf{K}$ соответственно на продольное и поперечное к вектору $\mathbf{n}_i$ направления; $|\mathbf{K}| = 2k\sin(\vartheta/2)$, ϑ – угол рассеяния (угол между векторами $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{n}_s$); $\tilde{\Gamma}_{\nu\perp}$ – преобразование Фурье от поперечной функции когерентности $\Gamma_{\nu\perp}$ поля параболического приближения,

$$\tilde{\Gamma}_{\nu\perp}(\boldsymbol{\kappa}_\perp) = (2\pi)^{-2} \int d\boldsymbol{\rho}_\perp \Gamma_{\nu\perp}(\boldsymbol{\rho}_\perp) e^{-i\boldsymbol{\kappa}_\perp \boldsymbol{\rho}_\perp}.$$

Функция $\Gamma_{\nu\perp}$ хорошо изучена в литературе (см., например, [2, 3, 5]). В частном случае сферической волны, наиболее интересном для задачи дистанционного зондирования, она имеет вид

$$\Gamma_{\nu\perp}(\boldsymbol{\rho}_\perp) = \frac{1}{x^2} e^{-H(x;\boldsymbol{\rho}_\perp)},$$

$$H(x;\boldsymbol{\rho}_\perp) = \frac{k^2}{4} \int_0^x dx' \left[A(0) - A\left(\boldsymbol{\rho}_\perp \frac{x'}{x} \right) \right], \qquad (9)$$

$x \equiv |\mathbf{R}-\mathbf{r}_0|$, ось x' ориентирована вдоль вектора $\mathbf{n}_i$. При $|\boldsymbol{\rho}_\perp| \to \infty$ соотношение (9) дает $H \approx x/d$. Отсюда следует, что в случае слабых флуктуаций, $x/d \ll 1$, при всех значениях аргумента $\boldsymbol{\rho}_\perp$ выполняется приближенное равенство

$$\Gamma_{\nu\perp}(\boldsymbol{\rho}_\perp)\big|_{x/d \ll 1} \approx \frac{1}{x^2},$$

т. е. характерный пространственный масштаб функции когерентности $l_{\nu\perp}\big|_{x/d\ll1} \to \infty$. В случае сильных флуктуаций, $x/d \gg 1$, функция $\Gamma_{\nu\perp}$ отлична от нуля лишь в узкой окрестности точки $\boldsymbol{\rho}_\perp = 0$, т. е. справедлива аппроксимация

$$\Gamma_{\nu\perp}(\boldsymbol{\rho}_\perp)\big|_{x/d\gg1} \approx \frac{1}{x^2} e^{-\frac{\rho_\perp^2}{2l_{\nu\perp}^2}}, \qquad (10)$$

$$l_{\nu\perp}^{-2} \equiv -\frac{x/d}{3A(0)} \frac{d^2 A(0)}{d\rho_\perp^2} \sim \frac{x/d}{l_\perp^2}, \qquad (11)$$

из которой следует, что

$$l_{\nu\perp}\big|_{x/d\gg1} \sim l_\perp \big/ \sqrt{x/d} \ll l_\perp.$$

Видно, что аппроксимация (10) может быть использована и в предельном случае $x/d \ll 1$, т. к. согласно (11) дает необходимое значение масштаба когерентности, $l_{\nu\perp}\big|_{x/d\ll1} \to \infty$. На этом основании при произвольном значении x/d будем использовать представления:

$$\tilde{\Gamma}_{\nu\perp}(\boldsymbol{\kappa}_\perp) = \frac{l_{\nu\perp}^2}{2\pi x^2} e^{-\kappa_\perp^2 l_{\nu\perp}^2/2},$$

$$\Phi_{\varepsilon\nu}(K_\parallel, \mathbf{K}_\perp) = \frac{l_{\nu\perp}^2}{2\pi} \int d\boldsymbol{\kappa}_\perp \Phi_\varepsilon(K_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp) e^{-(\mathbf{K}_\perp - \boldsymbol{\kappa}_\perp)^2 l_{\nu\perp}^2/2}. \qquad (12)$$

Степень влияния эффектов накопления флуктуаций в падающем поле на процесс рассеяния на большие углы будем характеризовать далее соотношением удельного поперечника рассеяния $\sigma(\mathbf{K})$ при исследуемом значении параметра x/d к поперечнику $\sigma_0(\mathbf{K})$, соответствующему условиям борновского рассеяния, $x/d \ll 1$:

$$q(\mathbf{K}) \equiv \sigma(\mathbf{K})/\sigma_0(\mathbf{K}) = \Phi_{\varepsilon\nu}(\mathbf{K})/\Phi_\varepsilon(\mathbf{K}).$$

3. Анализ полученных формул и физические выводы

Выполним предельные переходы к случаям слабых и сильных флуктуаций (малых и больших значений параметра x/d соответственно). При $x/d \ll 1$, в силу соотношения $l_{\nu\perp}\big|_{x/d\ll 1} \to \infty$, имеют место приближенные равенства:

$$\frac{l_{\nu\perp}^2}{2\pi} e^{-(\mathbf{K}_\perp-\boldsymbol{\kappa}_\perp)^2 l_{\nu\perp}^2/2} \approx \delta(\mathbf{K}_\perp - \boldsymbol{\kappa}_\perp),$$

$$\Phi_{\varepsilon\nu}(\mathrm{K}_\parallel, \mathbf{K}_\perp)\big|_{x/d\ll 1} \approx \Phi_\varepsilon(\mathrm{K}_\parallel, \mathbf{K}_\perp),$$

из которых следует, что $q(\mathbf{K})\big|_{x/d\ll 1} \approx 1.$

При $x/d \gg 1$ выполнено неравенство $l_\perp / l_{\nu\perp} \gg 1$, согласно которому самой быстрой подынтегральной функцией в (12) становится $\Phi_\varepsilon(\mathrm{K}_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp)$. В результате выражения для $\Phi_{\varepsilon\nu}$ и q преобразуются к виду:

$$\Phi_{\varepsilon\nu}(\mathrm{K}_\parallel, \mathbf{K}_\perp)\big|_{x/d\gg 1} \approx$$
$$\approx \frac{l_{\nu\perp}^2}{2\pi} e^{-\mathrm{K}_\perp^2 l_{\nu\perp}^2/2} \int d\boldsymbol{\kappa}_\perp \Phi_\varepsilon(\mathrm{K}_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp), \qquad (13)$$

$$q(\mathbf{K})\big|_{x/d\gg 1} \approx \frac{l_{\nu\perp}^2}{2\pi} e^{-\mathrm{K}_\perp^2 l_{\nu\perp}^2/2} \frac{\int d\boldsymbol{\kappa}_\perp \Phi_\varepsilon(\mathrm{K}_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp)}{\Phi_\varepsilon(\mathbf{K})}.$$

Видно, что в этом предельном случае результат сильно зависит от явного вида пространственного спектра неоднородностей $\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})$ и плавности его убывания. Для трех моделей $\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})$ гауссовой, экспоненциальной и степенной,

$$\Phi_\varepsilon^{(1)}(\kappa_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp) =$$
$$= \frac{l_\parallel l_\perp^2}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left\{-\kappa_\parallel^2 l_\parallel^2/2 - \kappa_\perp^2 l_\perp^2/2\right\},$$

$$\Phi_\varepsilon^{(2)}(\kappa_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp) = \frac{l_\parallel l_\perp^2}{8\pi} \exp\left\{-\sqrt{\kappa_\parallel^2 l_\parallel^2 + \kappa_\perp^2 l_\perp^2}\right\},$$

$$\Phi_\varepsilon^{(3)}(\kappa_\parallel, \boldsymbol{\kappa}_\perp) = C\left(1 + \kappa_\parallel^2 l_\parallel^2 + \kappa_\perp^2 l_\perp^2\right)^{-p/2}, \quad p > 4, \qquad (14)$$

найдены расчетные значения $q(\mathbf{K})$, соответствующие случаю обратного рассеяния $(\mathrm{K}_\parallel = 2k,\ \mathbf{K}_\perp = 0)$:

$$q^{(1)}(2k, 0) \approx \frac{l_{\nu\perp}^2}{l_\perp^2} \sim \frac{1}{x/d}, \qquad (15)$$

$$q^{(2)}(2k, 0) \approx 2kl_\parallel \frac{l_{\nu\perp}^2}{l_\perp^2} \sim \frac{2kl_\parallel}{x/d}, \qquad (16)$$

$$q^{(3)}(2k, 0) \approx \frac{(2kl_\parallel)^2}{p-2} \frac{l_{\nu\perp}^2}{l_\perp^2} \sim \frac{(2kl_\parallel)^2}{x/d}. \qquad (17)$$

Как следует из (15) – (17), при рассеянии от достаточно протяженных случайных сред эффекты накопления флуктуаций приводят к линейному по параметру $(x/d)^{-1} \ll 1$ убыванию удельных поперечников рассеяния по сравнению с их "борновскими" значениями. Результаты аналогичных расчетов на основе модели, учитывающей те же эффекты путем замены в формуле Букера-Гордона невозмущенного поля средним (см., например [2]), приводят к заниженным, экспоненциально малым значениям:

$$q^{(4)}(2k, 0) = e^{-2x/d}.$$

Более строгий анализ, проведенный при получении (15) – (17), показал, что условие $x/d \gg 1$ является в общем случае необходимым, но не достаточным для применения формулы (13). Достаточным является условие

$$q \ll 1, \tag{18}$$

которое для сравнительно плавных спектров $\Phi_\varepsilon(\mathbf{\kappa})$ приводит к значительно более жестким ограничениям, чем $x/d \gg 1$.

На основании формул (15) – (17) могут быть сделаны следующие выводы:

1. Эффекты многократного рассеяния всегда приводят к уменьшению удельного поперечника обратного рассеяния.

2. Чем круче спектр $\Phi_\varepsilon(\mathbf{\kappa})$ тем с меньших дистанций начинается такое уменьшение.

3. Уменьшение поперечника рассеяния происходит не за счет ослабления с расстоянием когерентной компоненты зондирующего сигнала, а за счет расширения его пространственного спектра $\tilde{\Gamma}_{\nu\perp}(\mathbf{\kappa}_\perp)$.

Заметим, что требование $q^{(3)} \ll 1$ в случае изотропных неоднородностей противоречит одному из фундаментальных условий применимости параболического приближения, $kl_{\nu\perp} \gg 1$, и при любых конечных значениях дистанции x выполняется только при крайне высокой степени анизотропии случайной среды. Действительно, основываясь на (17), ограничение (18) может быть преобразовано к системе неравенств

$$\left(\frac{l_\parallel}{l_\perp}\right)^2 \ll \frac{1}{(2kl_{\nu\perp})^2} \sim \frac{x/d}{(2kl_\perp)^2} \ll 1. \tag{19}$$

Очевидно, что такая система реализуется только при экстремально малых значениях отношения $l_\parallel/l_\perp$ и падении зондирующей волны строго вдоль меньшего размера $l_\parallel$.

4. Многократное рассеяние в околоземной плазме

Условия рассеяния, соответствующие требованиям (19), имеют непосредственное отношение к радарным исследованиям верхней ионосферы, магнитосферы и ближнего космоса в связи со следующими обстоятельствами:

– Начиная с высот F-слоя и выше околоземная плазма сильно замагничена, и неоднородности вытянуты вдоль силовых линий геомагнитного поля. В результате этого обратное рассеяние наблюдается лишь в узком конусе углов вблизи нормали к силовой линии (ракурсное рассеяние).

– В соответствии с экспериментальными данными (см., например, [4]) пространственный спектр гиротропных ионосферных неоднородностей в плоскости, нормальной к силовой линии, описывается степенным законом. В направлении же силовой линии убывание спектра происходит по гауссову закону. Такая структура спектра, определенная на основании данных радарного зондирования, очень напоминает структуру спектра $\Phi_{\varepsilon\nu}$, определенного соотношениями (13), (14).

Заметим, наконец, что неравенствам (19) может быть дана простая физическая интерпретация. Нетрудно видеть, что $l_\parallel/l_\perp \sim \alpha_\varepsilon$ имеет смысл характерной ширины диаграммы рассеяния на анизотропных неоднородностях, $(kl_{\nu\perp})^{-1} \sim \alpha_\nu$ – угловой ширины функции когерентности зондирующего сигнала. В итоге неравенства (19) могут быть представлены в форме

$$\alpha_\varepsilon \ll \alpha_\nu \ll 1. \tag{20}$$

Формула (20) может быть использована для объяснения отмечаемого в литературе (см., например, [7]) противоречия между относительно невысокой степенью вытянутости ионосферных неоднородностей, оцениваемой в эксперименте по регистрациям углов $\alpha \sim \max\{\alpha_\varepsilon, \alpha_\nu\}$, и почти бесконечной степенью вытянутости, предсказываемой теорией.

Очевидно также, что реализация условия $q \ll 1$ при больших x/d должна приводить к получению в эксперименте заниженных оценок для интенсивности ионосферных флуктуаций.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке УНТЦ (Проект №827-с). Автор выражает свою глубокую признательность И. М. Фуксу за знакомство с предварительными материалами статьи и высказанные конструктивные критические замечания.

Литература

1. H. G. Booker and W. E. Gordon. Proc. IRE. 1950, **38**, pp. 401-412.
2. А. Исимару. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Москва, Мир, 1981, **2**, 317 с.
3. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику. Москва, Наука, 1984, ч. 2, 463с.
4. Б. Н. Гершман, Л. М Ерухимов, Ю. Я. Яшин. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. Москва, Наука, 1984, 392 с.
5. Yu. A. Kravtsov. Rep. Prog. Phys. 1992, pp. 39-112.
6. В. И. Татарский. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Москва, Наука, 1967, 548 с.
7. Б. Н. Гершман. Динамика ионосферной плазмы. Москва, Наука, 1974, 256 с.

Multiple Scattering Effects in Radar Diagnostics of Extended Random Media

V. G. Bezrodny

Multiple scattering effects in the problem of radar diagnostics of distant regions of extended random media (upper ionosphere, magnetosphere, near space) are estimated. It is determined that the referred effects lead to widening the scatter diagram and decrease of the backscatter cross-section in comparison with the appropriate values calculated in the single scattering approximation. It is shown that neglecting the effect of multiple scattering leads to underestimating the experimental values of the anisotropy factor and intensity of the plasma fluctuations derived from solving the radar diagnostics inverse problem.