

## Отождествление наблюдений радиоизлучающих объектов

Ю. А. Сиротин

*Харьковский военный университет,  
Украина, 61043, г. Харьков, пл. Свободы, 6  
E-mail: Yuri\_Sirotin@ukr.net*

*Статья поступила в редакцию 6 марта 2003 г., после переработки 6 ноября 2003 г.*

С помощью метода производящего функционала строится статистическая модель потока случайных разношкальных наблюдений радиоизлучающих объектов для системы нескольких обнаружителей – измерителей. Задача отождествления разношкальных наблюдений решается как задача выдвижения и проверки статистических гипотез обнаружения – разрешения – измерения одновременно для всех полученных наблюдений.

За допомогою методу твірною функціонала будується статистична модель потоку випадкових різношкальних спостережень радіовипромінюючих об'єктів для системи кількох виявників – вимірювачів. Задача ототожнення різношкальних спостережень вирішується як задача висування та перевірки статистичних гіпотез виявлення – розділення – вимірювання одночасно для всіх одержаних спостережень.

### Список принятых сокращений

ВП – выносной пункт,	СК – система координат,
ДН – диаграмма направленности,	СКО – среднеквадратическая ошибка,
ИБ – измерительная база,	СО – совместное отождествление,
ОИ – обнаружитель – измеритель,	СОИ – система отождествления измерений,
ОО – однообъектное отождествление,	УРД – угломерно-разностно-дальномерный,
ПП – приемный пункт,	ЦП – центральный пункт.
РИО – радиоизлучающий объект,	
РХС – разность хода сигнала,	

### Введение

Отождествление радиоисточников является одной из важнейших задач современной радиоастрофизики и пассивной радиолокации [1-4]. Так, оптическое отождествление проводится с целью определения точных координат родительского объекта радиоисточника [1, 2]. Отождествление радиоизлучающих объектов (РИО) с данными других радиокаталогов позволяет определить континуальный спектр объекта и его радиоструктуру [2].

Используя полноту каталогов, можно проводить исследование статистических свойств объектов в разных диапазонах длин волн с помощью кросс-идентификации этих каталогов [3]. Отождествление РИО является обязательным этапом обработки первичных измерений как в многобазовых корреляционных, так и в угломерных и угломерно-разностно-дальномерных (УРД) многопозиционных системах пассивной локации [4].

Число вновь открываемых радиоисточников постоянно растет, и ручная обработка их

наблюдений становится все более затруднительной. Необходимость автоматизации работы со списками и каталогами объектов требует разработки соответствующих алгоритмов отождествления с последующей их компьютерной реализацией [5] в автоматизированной системе отождествления измерений (СОИ). Для систем пассивной локации с разнесенными пунктами приема задача отождествления является завершающим этапом наблюдения РИО при объединении первичных измерений и является заключительной стадией задачи разрешения – обнаружения – измерения в такой системе [4].

При одинаковых условиях эксперимента результаты повторных наблюдений РИО (даже если они получены на одной измерительной шкале) могут не совпадать как из-за ошибок измерений обнаруженных РИО, так и из-за ошибок обнаружения. (В разных экспериментах, списках и каталогах вероятен различный состав обнаруженных и ложных объектов).

Радионаблюдения могут вестись инструментами с различной разрешающей способностью, и РИО такими обнаружителями – измерителями (ОИ) будут по-разному разрешаться (возможно перепутывание объектов). Наблюдения могут проводиться в различных спектральных областях, а радиоизмерительные устройства могут быть разнесенными в пространстве, и, в силу этого, измерения будут иметь различную точность, а измерительные шкалы будут разными. Измерительная шкала ОИ может быть одномерной (например, измерение только азимута или только разности хода сигнала до двух разнесенных в пространстве приемников, т. е.  $N = 1$ ) или многомерной ( $N > 1$ ) и даже избыточной ( $N > 3$ ). При этом измерения полного трехмерного вектора пространственного положения РИО не проводятся, а наблюдаются его первичные (косвенные) радиокоординаты. Как правило, функциональные преобразования между такими шкалами косвенных измерений отсутствуют. Так, результаты измерения азимута радиоизлучающих объектов, полученные из разных мест физического пространства, принадлежат различным измерительным шкалам. Выразить один азимут через другой (если расстояние до

объекта конечно) без знания расстояния до объекта нельзя. Таким образом, при неполном векторе измерений пересчитать измерения с одной шкалы на другую просто невозможно.

Известные [2-4, 6-8] алгоритмы отождествления используют различные эвристические приемы и критерии (например, стробирование, выбор опорного пункта, попарное сравнение, поточечное отождествление и т. д.). Они не носят универсального характера и могут использоваться только как предварительный этап отождествления для отсева заведомо ложных (маловероятных) гипотез отождествления.

Используемые меры правдоподобия в алгоритмах [4, 7, 8] строятся не на пространстве наблюдений (где ошибки измерений можно считать гауссовыми и инвариантными относительно измерительной шкалы ОИ), а требуют пересчета измерений в пространство состояний (где, в силу нелинейности преобразования, ошибки имеют сложный негауссов характер [8]). В таких алгоритмах возможное неразрешение не учитывается, а задача оптимального отождествления одновременно всех наблюдений на основе статистической модели при условии пропусков и ложных обнаружений не решается. В публикуемых работах отмечается, что задачу отождествления следует решать с учетом перечисленных особенностей: ошибок, как первого, так и второго рода; возможного неразрешения. Однако вероятностной модели (статистической структуры), которая одновременно описывала бы эти ситуации, не предлагается.

Целью настоящей работы является разработка статистической (вероятностной) модели, учитывающей возможные неразрешения, пропуски, наличие ложных обнаружений и ошибки наблюдений для задачи совместного отождествления одновременно всех разношкальных измерений, полученных несколькими ОИ.

## 1. Постановка задачи

На автоматизированную СОИ от  $M$  обнаружителей – измерителей поступают  $M$  разнородных, статистически не связанных между собой списков  $\{\tilde{x}^{(1)}, \tilde{x}^{(2)}, \dots, \tilde{x}^{(M)}\}$  – результатов на-

блудений неизвестного числа РИО в контролируемой зоне  $\Omega$ . (При наблюдении бесконечно удаленных объектов контролируемая зона  $\Omega$  является частью единичной сферы – участком неба). Каждый  $m$ -й список  $\tilde{x}^{(m)} = (n_m; \{\tilde{x}_1^{(m)}, \dots, \tilde{x}_{n_m}^{(m)}\})$  содержит случайное число  $n_m$  статистически независимых векторов первичных измерений  $\tilde{x}^{(m)} = (x_1, x_2, \dots, x_{N_m}) \in X_m$  (случайных точек), полученных в  $N_m$ -мерной измерительной шкале  $X_m$   $m$ -го ОИ. В силу независимости принятия решений каждым ОИ, его различной разрешающей способности, ошибок первого и второго рода число наблюдений  $n_m$  в каждом списке  $\tilde{x}^{(m)}$  различно и произвольно. При этом нумерации любой пары  $(k, m)$  списков  $\tilde{x}^{(k)}$  и  $\tilde{x}^{(m)}$  не связаны между собой.

Для каждого из списков наблюдений  $\tilde{x}^{(m)}$  зафиксируем нумерацию и обозначим  $Z^{(m)} = \{1, 2, \dots, n_m\}$  множество соответствующих номеров (имен наблюдений – отметок). Тогда множество всех отметок  $\tilde{Z} = \{Z^{(k)}\}_{k=1 \dots M}$  однозначно соответствует полученным наблюдениям  $\tilde{x} = \{\tilde{x}^{(k)}\}_{k=1 \dots M}$ , т. е.  $\tilde{Z} = \tilde{Z}(\tilde{x}) = \{Z^{(k)}(\tilde{x}^{(k)})\}_{k=1 \dots M}$ .

Среди полученных  $k$ -м ОИ отметок  $Z^{(k)} = \{1, 2, \dots, n_k\}$  могут быть как истинные (сигнальные)  $Z_c^{(k)}$ , порожденные РИО, так и ложные (шумовые) отметки  $Z_w^{(k)}$ . Среди сигнальных отметок  $Z_c^{(k)}$  могут быть как отметки  $Z_o^{(k)}$ , порожденные этим ОИ разрешаемыми (одиночными) РИО, так и отметки  $Z_g^{(k)}$ , порожденные неразрешаемыми (групповыми) РИО (при этом  $Z_c^{(k)} = Z_o^{(k)} \cup Z_g^{(k)}$ ).

Таким образом, для каждого множества отметок  $Z^{(k)}$  справедливо разбиение  $Z^{(k)} = Z_o^{(k)} \cup Z_g^{(k)} \cup Z_w^{(k)}$ . Априори такое разбиение неизвестно, и поэтому гипотетически может быть произвольным. При этом для различных ОИ такое разбиение может быть различным, являясь подгипотезой (частичной гипотезой) одной из гипотез совместного отождествления  $H$ . Каждая такая гипотеза совместного отождествления  $H$  должна классифицировать множество всех отметок  $\tilde{Z}$  и одновременно идентифицировать РИО (при неизвестном их числе) с гипотетически сигнальными отметками.

В отличие от задач математической статистики в задаче отождествления априори пространство гипотез  $\Delta = \Delta(\tilde{Z})$  (множество всех гипотез совместного отождествления) неизвестно и должно формироваться а posteriori по множеству обнаруженных отметок  $\tilde{Z}$ . К моменту решения задачи отождествления такое пространство должно быть четко определено и зафиксировано, так как решение при разных пространствах будет различным [9]. Это пространство  $\Delta = \Delta(\tilde{Z})$  должно учитывать все особенности результатов решения задачи обнаружения – разрешения на каждом ОИ (возможные неразрешения, пропуски, наличие ложных отметок). Только учитывая все особенности полученной информации от ОИ, можно обеспечить адекватность, полноту и, в конечном счете, построить алгоритм оптимальной обработки отождествляемых наблюдений. Для разработки автоматизированной СОИ (компьютерной реализации обработки) такое пространство должно иметь формализованное описание.

Автоматизированная СОИ должна по полученным спискам  $\tilde{x} = \{\tilde{x}^{(k)}\}_{k=1 \dots M}$  наблюдений установить наиболее правдоподобное соответствие между случайными точками, порожденными каждым РИО, – принять оптимальную гипотезу отождествления  $\hat{H}$ . Для принятой гипотезы отождествления (которая включает оценку  $\hat{S}$  неизвестного числа РИО) СОИ должна вычислить (оценить) пространственные координаты РИО, т. е. сформировать список оценок  $\hat{\Theta} = (\hat{S}; \{\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_S\})$  радиус-векторов гипотетических РИО.

Вероятностный характер решаемых ОИ задач и априорная неопределенность (задаваемая пространством гипотез  $\Delta = \Delta(\tilde{Z})$ ) требует соответствующего математического описания результатов наблюдений неизвестного числа РИО в виде статистической модели  $\mathcal{P} = \{P(\tilde{x} | H) : H \in \Delta(\tilde{Z})\}$  – семейства вероятностных мер, которая позволяет построить оптимальную (для построенной модели) обработку отождествляемых наблюдений.

Задача заключается в явном и формализованном описании всех совместных гипотез

отождествления  $\Delta = \Delta(\vec{Z})$  для произвольно-го множества отметок  $\vec{Z} = \vec{Z}(\vec{x})$ , построении соответствующего семейства вероятностных мер  $\mathcal{S}$  и решающего правила принятия оптимальной гипотезы отождествления  $\hat{H}$  для разношкальных измерений, полученных от разных ОИ.

## 2. Формализация возможного неразрешения для одного ОИ

Каждый ОИ принимает решение о числе РИО и оценивает их ненаблюдаемые параметры, измеряет координаты по своей измерительной шкале  $X$  (в своей системе координат) независимо от остальных ОИ. Для каждого ОИ известна  $N$ -мерная функциональная зависимость  $v = v(\vec{r}) = (v_1(\vec{r}), v_2(\vec{r}), \dots, v_N(\vec{r}))$  между точками  $\vec{r}$  контролируемой пространственной зоны  $\Omega$  и  $N$ -мерной измерительной шкалой его радиокоординат  $X$ . Такая зависимость  $v = v(\vec{r})$  в общем случае нелинейная и определяется выбором пространственной системы координат (СК). При этом обратного преобразования для зависимости  $v = v(\vec{r})$  может и не существовать.

Например, два разнесенных приемных пункта (ПП) образуют ОИ (измерительную базу), которая позволяет измерять разность хода сигнала РИО до этих двух пунктов. Если начало СК поместить в один из ПП и обозначить радиус-вектор другого ПП  $\vec{d}$ , то выражение  $\tau(\vec{r}) = |\vec{r}| - |\vec{r} - \vec{d}|$  определяет функциональную зависимость  $v = \tau(\vec{r})$  между радиус-вектором  $\vec{r} \in \Omega$  и одномерной шкалой  $X_\tau$  разности хода сигнала (РХС). Обратного преобразования не существует. Точка измерительной шкалы РХС  $\tau' \in X_\tau$  в физическом пространстве  $\Omega$  определяет гиперболоид  $\{\vec{r} \in \Omega : \tau(\vec{r}) = \tau'\}$ .

Конечная разрешающая способность ОИ определяет ячейки разрешения  $\Lambda$  в его измерительной шкале  $X$ . Прообраз  $v^{-1}(\Lambda) = \{\vec{r} \in \Omega : v(\vec{r}) \in \Lambda\}$  ячейки  $\Lambda \subset X$  задает пространственную ячейку разрешения этого ОИ.

Пусть  $(S) = (o_1, o_2, \dots, o_S)$  – множество РИО в контролируемой зоне  $\Omega$ , а  $\Theta = (S; \{\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_S\})$  – список их истинных радиус-векторов  $\vec{r}_k = \vec{r}(o_k)$  (или ортов  $|\vec{r}_k| = 1$

для бесконечно удаленных объектов) относительно выбранной СК. Множество объектов  $b = \{o_k \in (S) : v(\vec{r}_k) \in \Lambda\}$ , которые попали в такую пространственную ячейку разрешения  $v^{-1}(\Lambda)$ , не могут быть видимы этим ОИ как одиночные и образуют групповой РИО для этого ОИ с групповым ненаблюдаемым радиус-вектором  $\vec{\lambda}_b = \vec{\lambda}(\Theta_b) \in \Omega$ . Вектор  $\vec{\lambda}_b$  задается множеством радиус-векторов  $\Theta_b = \{\vec{r}_k \in \Theta : o_k \in b\}$  объектов, которые входят в эту группу  $b$ , однако зависимость  $\vec{\lambda}_b = \vec{\lambda}(\Theta_b)$ , вообще говоря, неизвестна.

Для фиксированного ОИ каждый РИО попадает не более чем в одну пространственную ячейку разрешения. Тем самым на множестве  $(S) = \{o_j\}_{j=1}^S$  эти ячейки определяют разбиение  $\pi = \{b_k\}_{k=1}^K$ . В таком разбиении часть из этих групповых объектов  $b \in \pi$  может быть одиночными РИО ( $|b| = 1$ ), т. е. объектами, разрешаемыми данным ОИ.

Таким образом, возможное неразрешение ОИ с конечной разрешающей способностью можно описать разбиением  $\pi = \pi(S)$  множества  $(S) = \{o_j\}_{j=1}^S$ , имея в виду, что  $(S) = \bigcup_{k=1}^K b_k = \bigcup_{k=1}^K \{o \in (S) : o \in b_k\}$ , а  $b_j \cap b_i = \emptyset$ , если  $i \neq j$ .

Поскольку положение РИО в пространстве не известно и может быть произвольным, то на множестве  $(S)$  гипотетически возможна любая ситуация: от полного разрешения до полного неразрешения – частичное разрешение. При этом ОИ с конечной разрешающей способностью будет “видеть” (наблюдать – обнаруживать и измерять) уже не одиночные РИО  $(S) = \{o_j\}_{j=1, \dots, S}$ , а групповые РИО  $\pi = \{b_k\}_{k=1}^K$  с пространственными координатами  $\{\vec{\lambda}_{b_1}, \vec{\lambda}_{b_2}, \dots, \vec{\lambda}_{b_K}\}$ . Ясно, что  $\Theta = \bigcup_{b \in \pi} \Theta_b = \bigcup_{b \in \pi} \{\vec{r}_k \in \Theta : o_k \in b\}$  и  $|S| = \sum_{k=1}^K |b_k|$ .

## 3. Основные допущения

Для получения статистического описания результатов наблюдения РИО одним из ОИ воспользуемся аппаратом [10] теории случайных потоков, который в достаточной степени соот-

ветствует реальной действительности [11] (одно из возможных реальных применений см. в [12]).

Пусть имеет место ситуация частичного разрешения  $\pi(S) = \{b_k\}_{k=1}^K$  РИО, которая наблюдается рассматриваемым ОИ в виде списка  $\tilde{x} = (n; \{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\})$  случайного числа  $n$  статистически независимых векторов первичных измерений (случайных точек), полученных в  $N$ -мерной измерительной шкале  $X$  этого ОИ  $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in X$ . Этот список можно рассматривать как мгновенную реализацию потока случайных точек.

В качестве ограничения примем, что каждый радиоизлучающий объект  $b_j \in \pi$  (одиночный  $|b_j| = 1$  или групповой  $|b_j| > 1$ ), статистически независимо от остальных объектов  $b_k \in \pi$ ,  $k \neq j$  порождает не более одной случайной точки  $\tilde{x} \in X$ .

Связь между наблюдаемым вектором измерений  $\tilde{x} \in \tilde{X}$ , порожденным объектом  $b \in \pi$ , и его ненаблюдаемыми координатами  $\tilde{\lambda}_b = \tilde{\lambda}(\Theta_b)$  определена условной плотностью распределения ошибок измерений  $f_u(\tilde{x} | \tilde{\lambda}_b)$  и не зависит от остальных объектов. Не уменьшая общности, будем полагать ошибки измерения аддитивными, т. е.  $f_u(\tilde{x} | \tilde{\lambda}_b) = f_u(\tilde{x} - v(\tilde{\lambda}_b))$ , где  $v(\tilde{\lambda}_b)$  определяет истинное положение  $N$ -мерного вектора радиokoординат РИО с ненаблюдаемыми пространственными координатами  $\tilde{\lambda}_b = \tilde{\lambda}(\Theta_b)$  (если  $|b_j| = 1$ , то  $\Theta_b = \{\bar{r}\}$  и  $\tilde{\lambda}_b = \bar{r}$ ) на измерительной шкале  $X$ . Точность измерения  $N$ -мерного вектора радиokoординат определяется диагональной ковариационной матрицей ошибок. Будем полагать, что вероятность обнаружения объекта  $b \in \pi$  зависит только от отношения сигнал/фон и не зависит от пространственных координат объекта. Введем величину  $D(b)$  – вероятность появления точечного сигнала (сигнальной отметки) от объекта  $b \in \pi$ .

В силу сделанных предположений множество сигнальных точек от частично разрешаемых объектов  $\pi(S) = \{b_k\}_{k=1}^K$  определяет реализацию потока Бернулли [10] с  $K$  условными парциальными мерами вероятностей:

$$f_1(\tilde{x} | \Theta_b) = D(b) f_u(\tilde{x} | \tilde{\lambda}(\Theta_b)) \quad (b \in \pi). \quad (1)$$

Даже при полном отсутствии объектов в контролируемой зоне  $\Omega$  на измерительной шкале могут появиться случайные точки, порожденные флуктуационными шумами и различного рода помехами (ложные точки). Примем, что наблюдаемые случайные ложные точки образуют пуассоновский поток [10], который полностью задается своей интенсивностью  $\mu(\tilde{x})$ .

Будем полагать, что потоки сигнальных и ложных точек независимы [12]. Тогда суммарный наблюдаемый поток является суперпозицией независимых потоков:  $K$  парциальных бернуллиевских потоков с условными распределениями вероятностей (1) и пуассоновского потока интенсивностью  $\mu(\tilde{x})$ . Таким образом, введенные предположения определяют модель разрешения – обнаружения – измерения наблюдений для одного ОИ в условиях ложных отметок.

#### 4. Производящий функционал потока для одного ОИ

В дальнейшем будем считать, что истинное положение объектов  $\Theta = (S; \{\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_S\})$  в физическом пространстве не изменяется, а характеристики потоков точек не зависят от времени, т. е. потоки стационарны. Статистическое описание появления мгновенных реализаций  $\tilde{x} = (n; \{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\})$  такого потока на измерительной шкале  $X$  при условии частичного разрешения  $\pi(S) = \{b_k\}_{k=1}^K$  полностью определяется условными распределениями вероятностей:

$$\omega_n(\tilde{x} | \pi, \Theta) = \omega_n(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n | \pi, \Theta), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Функции  $\omega_n(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n | \pi, \Theta)$  симметричны относительно перестановок аргументов и связаны с условными вероятностями  $P_n(X | \pi, \Theta)$  появления  $n$  случайных точек на измерительной шкале  $X$  равенствами [10]:

$$\frac{1}{n!} \int \dots \int_X \omega_n(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n | \pi, \Theta) d\tilde{x}_1 \dots d\tilde{x}_n = P_n(X | \pi, \Theta), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

При этом условные вероятности (3) удовлетворяют условиям нормировки

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(X | \pi, \Theta) = 1.$$

Для того чтобы получить условные распределения (2) через введенные условные парциальные вероятности (1), воспользуемся описанием случайного потока с помощью производящего функционала [10, 11]. Связь между условными вероятностями (2) и условным производящим функционалом (УПФ)  $L_X[u | \pi, \Theta]$  задается выражением:

$$L[u | \pi, \Theta] \equiv L_X[u | \pi, \Theta] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_X \dots \int_X \omega_n(\bar{x} | \pi, \Theta) \prod_{k=1}^n u(\bar{x}_k) d\bar{x}, \quad (4)$$

где  $u(\bar{x})$  – произвольная функция аргумента  $\bar{x} \in X$ , а  $d\bar{x} = d\bar{x}_1 \dots d\bar{x}_n$ .

Условные распределения вероятностей  $\omega_n(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n | \pi, \Theta)$  можно получить из УПФ (4) функциональным дифференцированием:

$$\omega_n(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n | \pi, \Theta) = \left. \frac{\delta^n L[u | \pi, \Theta]}{\delta u(\bar{x}_1) \dots \delta u(\bar{x}_n)} \right|_{u=0}. \quad (5)$$

Парциальный УПФ потока Бернулли сигнальных отметок, порожденного одним групповым объектом  $b$ , равен

$$L_c[u | \Theta_b] = 1 - D(b) + \int_X f_1(\bar{x} | \Theta_b) u(\bar{x}) d\bar{x}.$$

Производящий функционал потока ложных отметок имеет следующий вид:

$$L_w[u] = \exp \left\{ \int_X \mu(\bar{x}) [u(\bar{x}) - 1] d\bar{x} \right\}.$$

Производящий функционал суперпозиции независимых потоков равен произведению

производящих функционалов компонент такого потока. Поэтому для УПФ суммарного потока сигнальных и ложных точек будем иметь:

$$L_{c+w}[u | \pi, \Theta] = \exp \left\{ - \int_X \mu(\bar{x}) [u(\bar{x}) - 1] d\bar{x} \right\} \times \prod_{b \in \pi} \left\{ 1 - D(b) + \int_X f_1(\bar{x} | \Theta_b) u(\bar{x}) d\bar{x} \right\}. \quad (6)$$

Согласно (5) из (6) для условного распределения вероятностей получим:

$$\omega_n(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n | \pi, \Theta) = \sum_{p=0}^{\min(n, K)} \sum_{(j_1, \dots, j_p) \in (k_1, \dots, k_p)} \prod_{m=1}^p f_1(\bar{x}_{j_m} | \bar{\lambda}(b_{k_m})) \times \prod_{m=p+1}^n [1 - D(b_{k_m})] \exp \left\{ - \int_X \mu(\bar{x}) d\bar{x} \right\} \prod_{m=p+1}^n \mu(\bar{x}_{j_m}). \quad (7)$$

Для упрощения записи здесь и в дальнейшем используется обозначение:  $\bar{\lambda}(b_k) \equiv \bar{\lambda}_{b_k} = \bar{\lambda}(\Theta_{b_k})$ . В (7) внутреннее суммирование ведется по наборам индексов  $(k_1, \dots, k_p)$ , которые соответствуют  $p$ -перестановкам (без повторений) из  $K$ -множества частично разрешаемых объектов  $\pi(S) = \{b_k\}_{k=1}^K$ , и по наборам индексов  $(j_1, \dots, j_p)$ , которые соответствуют  $p$ -перестановкам (без повторений) из  $n$ -множества номеров полученных случайных точек  $Z = \{1, \dots, n\}$ .

В выражении (7) каждое из слагаемых

$$\prod_{m=1}^p f_1(\bar{x}_{j_m} | \bar{\lambda}(b_{k_m})) \prod_{m=p+1}^n [1 - D(b_{k_m})] \times \exp \left\{ - \int_X \mu(\bar{x}) d\bar{x} \right\} \prod_{m=p+1}^n \mu(\bar{x}_{j_m}) \quad (8)$$

является условной вероятностью того, что из  $n$  полученных случайных точек  $p$  точек с индексами  $j_1, \dots, j_p$  порождены парциальными составляющими бернуллиевской компоненты

потока с индексами  $k_1, \dots, k_p$ . При этом точка с индексом  $j_m$  порождена РИО  $b_{k_m}$  с индексом  $k_m$ ;  $K-p$  РИО с индексами  $k_{p+1}, \dots, k_K$  пропущены;  $n-p$  случайных точек с индексами  $j_{p+1}, \dots, j_n$  порождены пуассоновской компонентой потока и являются ложными.

### 5. Анализ структуры функции правдоподобия для одного ОИ

Проведем анализ выражения (8). Пусть  $Z_c = \{j_1, \dots, j_p\} \subset Z$  – множество сигнальных отметок, которые гипотетически порождены  $p$  РИО, а  $Z_{ш} = Z \setminus Z_c = \{j_{p+1}, \dots, j_n\}$  – множество гипотетически ложных отметок в выражении (8). Как и раньше,  $Z = \{1, \dots, n\}$  – множество всех обнаруженных отметок, которое соответствует полученному множеству случайных точек  $\tilde{x} = (n; \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n\})$ .

Обозначим  $\zeta_d = \{b_{k_1}, \dots, b_{k_p}\}$  ( $\zeta_p = \{b_{k_{p+1}}, \dots, b_{k_K}\}$ ) подмножество гипотетически обнаруженных (пропущенных) частично разрешаемых объектов с индексами  $\{k_1, \dots, k_p\}$  ( $\{k_{p+1}, \dots, k_K\}$ ). Тогда  $\zeta_d \cup \zeta_p = \pi$  и  $\gamma: \zeta_d \rightarrow Z_c$  – взаимнооднозначное соответствие, которое для каждого объекта  $b_{k_m} \in \zeta_d$  с индексом  $k_m$  указывает единственную отметку  $j_m \in Z_c$ , гипотетически порожденную объектом  $b_{k_m}$ .

Набор введенных выше согласованных событий  $S, \pi = \pi(S), \zeta_d = \zeta_d(\pi), Z_c, \gamma: \zeta_d \rightarrow Z_c$  обозначим  $H_\gamma = \langle S, \pi, \zeta_d, Z_c, \gamma \rangle$ . Тогда для условной вероятности (8) имеем:

$$P(\tilde{x} | H_\gamma, \Theta) = \exp \left\{ - \int_X \mu(\tilde{x}) d\tilde{x} \right\} \prod_{b \in \zeta_d} D(b) f_u(\tilde{x}_{\gamma(b)} | \bar{\lambda}(\Theta_b)) \times \prod_{b \in \zeta_p} [1 - D(b)] \prod_{z \in Z \setminus Z_c} \mu(\tilde{x}_z). \quad (9)$$

Набор  $H_\gamma = \langle S, \pi, \zeta_d, Z_c, \gamma \rangle$  задает одно из возможных предположений, которое обусловило появление множества случайных точек  $\tilde{x} = (n; \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n\})$ , т. е. описывает гипотезу отождествления для одного ОИ. Каждая такая гипотеза содержит гипотезу о неизвестном числе  $S$  РИО, об их частичном разрешении  $\pi = \pi(S)$ , об обнаружении  $\zeta_d = \{b_{k_1}, \dots, b_{k_p}\}$  и

пропусках  $\zeta_p = \{b_{k_{p+1}}, \dots, b_{k_K}\}$  частично разрешаемых РИО, об идентификации  $\gamma: \zeta_d \rightarrow Z_c$  обнаруженных объектов  $\zeta_d = \{b_{k_1}, \dots, b_{k_p}\}$  с гипотетическим множеством сигнальных отметок  $Z_c$ .

На рис. 1 показан пример одной из возможных гипотез отождествления  $H_\gamma = \langle S, \pi, \zeta_d, Z_c, \gamma \rangle$  для множества из пяти обнаруженных отметок  $Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Отметки  $Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  гипотезой отождествления  $H_\gamma$  классифицированы следующим образом:  $Z_c = \{1, 3, 5\}$ ,  $Z_{ш} = \{2, 4\}$ ,  $Z_o = \{1, 5\}$ ,  $Z_g = \{3\}$ . Гипотетически число РИО  $S = 6$ . Гипотетически (согласно гипотезе  $H_\gamma$ ) ОИ должен видеть РИО как четыре частично разрешаемых объекта  $\pi = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ : два из них,  $b_1 = \{o_1, o_2\}$ , – групповые и два,  $b_2 = \{o_3\}$  и  $b_4 = \{o_6\}$ , – одиночные. Согласно гипотезе  $H_\gamma$  подгипотеза об обнаружении задается разбиением  $\zeta_d \cup \zeta_p = \pi$ , где  $\zeta_d = \{b_1, b_2, b_4\}$  и  $\zeta_p = \{b_3\}$  – гипотетически обнаруженные и пропущенные объекты соответственно. Неразрешаемые объекты  $b_1 = \{o_1, o_2\}$  гипотезой  $H_\gamma$  идентифицированы с отметкой  $\{3\} \in Z_g$ , объект  $b_2 = \{o_3\}$  – с отметкой  $\{5\} \in Z_o$ , объект  $b_4 = \{o_6\}$  – с отметкой  $\{1\} \in Z_o$ .

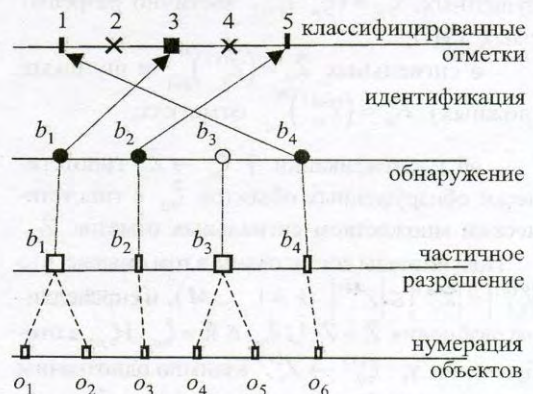


Рис. 1. Графическое представление гипотезы отождествления для одного ОИ

### 6. Структура совместных гипотез задачи отождествления

В общем случае  $M$  ОИ имеют различную и, вообще говоря, несогласованную разрешающую способность, которая, кроме того, зависит от контролируемой пространственной зоны наблюдения  $\Omega$ . Каждый ОИ видит РИО (обнаруживает и разрешает их) со своей разрешающей способностью. Объекты, разрешаемые одним ОИ, могут не разрешаться другим ОИ и наоборот. Поэтому гипотеза о частичном разрешении для всей системы  $M$  измерителей будет определяться упорядоченным набором из  $M$  несогласованных разбиений  $\bar{\pi} = (\pi^{(k)})_{k=1}^M$  множества  $(S)$ . Ясно, что  $\bar{\pi} = (\pi^{(k)})_{k=1}^M = (\{b\}_{b \in \pi^{(k)}})_{k=1}^M$ .

В силу независимости принятия решений каждым ОИ гипотеза совместного отождествления для системы ОИ определяется вектором  $\bar{H}_\gamma = (H_\gamma^{(m)})_{m=1}^M$  из  $M$  гипотез  $H_\gamma^{(m)} = \langle S, \pi^{(m)}, \zeta_d^{(m)}, Z_c^{(m)}, \gamma^{(m)} \rangle$  для одного ОИ. Таковую гипотезу можно представить пятеркой согласованных гипотез  $\bar{H}_\gamma = \langle S, \bar{\pi}, \bar{\zeta}_d, \bar{Z}_c, \bar{\gamma} \rangle$ .

Описание совместной гипотезы  $\bar{H}_\gamma = \langle S, \bar{\pi}, \bar{\zeta}_d, \bar{Z}_c, \bar{\gamma} \rangle$  включает в себя описание следующих подгипотез:

- о неизвестном числе  $S$  РИО;
- об частичном разрешении РИО  $\bar{\pi} = \{\pi^{(k)}\}_{k=1}^M$ ;
- об обнаруженных,  $\bar{\zeta}_d = \{\zeta_d^{(k)}\}_{k=1}^M$ , и пропущенных,  $\bar{\zeta}_p = \{\zeta_p^{(k)}\}_{k=1}^M$ , частично разрешаемых РИО;
- о сигнальных  $\bar{Z}_c = (Z_c^{(k)})_{k=1}^M$  и шумовых (ложных)  $\bar{Z}_w = (Z_w^{(k)})_{k=1}^M$  отметках;
- об идентификации  $\bar{\gamma}: \bar{\zeta}_d \rightarrow \bar{Z}_c$  гипотетически обнаруженных объектов  $\bar{\zeta}_d$  с гипотетическим множеством сигнальных отметок  $\bar{Z}_c$ .

Подгипотезы согласованы в том смысле, что  $|\zeta_d^{(k)}| = |Z_c^{(k)}| \leq |Z^{(k)}|$  ( $k = 1, \dots, M$ ), и справедливы разбиения  $\bar{Z} = \bar{Z}_c \cup \bar{Z}_w$  и  $\bar{\pi} = \bar{\zeta}_d \cup \bar{\zeta}_p$ , а отображения  $\gamma_k: \zeta_d^{(k)} \rightarrow Z_c^{(k)}$  взаимно однозначны ( $k = 1, \dots, M$ ). Каждая гипотеза типа  $\bar{H}_\gamma$  однозначно классифицирует множество сигнальных отметок в виде разбиения  $\bar{Z}_c = \bar{Z}_o \cup \bar{Z}_g$  на множество  $\bar{Z}_o = (Z_o^{(1)}, Z_o^{(2)}, \dots, Z_o^{(M)})$ , отметок

порожденных одиночными РИО (одиночные отметки) и множество отметок  $\bar{Z}_g = (Z_g^{(1)}, Z_g^{(2)}, \dots, Z_g^{(M)})$ , порожденных групповыми РИО (групповые отметки).

Построенная пятерка  $\bar{H}_\gamma = \langle S, \bar{\pi}, \bar{\zeta}_d, \bar{Z}_c, \bar{\gamma} \rangle$  согласованных гипотез определяет одну из возможных гипотез совместного отождествления и учитывает возможные неразрешения ( $\bar{\pi}$ ), пропуски ( $\bar{\zeta}_p = \bar{\pi} \setminus \bar{\zeta}_d$ ) и ложные отметки ( $\bar{Z}_w = \bar{Z} \setminus \bar{\gamma}(\bar{\zeta}_d)$ ). Множество всех таких гипотез типа  $\bar{H}_\gamma$  составляет пространство  $\Delta = \Delta(\bar{Z})$  совместных гипотез задачи отождествления наблюдений  $M$  независимых ОИ.

### 7. Статистическое описание наблюдаемого потока для нескольких ОИ

Так как потоки отметок на различных шкалах  $\{X_i\}$  независимы, то условная вероятность  $P(\tilde{x} | \bar{H}_\gamma, \Theta)$  совместной реализации  $\tilde{x} = \{\tilde{x}^{(1)}, \tilde{x}^{(2)}, \dots, \tilde{x}^{(M)}\}$  суммарного потока при совместной гипотезе  $\bar{H}_\gamma = (H_\gamma^{(m)})$  равна произведению условных вероятностей для каждой выборки  $\tilde{x}^{(m)} = (n_m; \{\tilde{x}_1^{(m)}, \dots, \tilde{x}_{n_m}^{(m)}\})$ ,

$$P(\tilde{x} | \bar{H}_\gamma, \Theta) = \prod_{m=1}^M P_m(\tilde{x}^{(m)} | H_\gamma^{(m)}, \Theta), \quad (10)$$

где каждый из сомножителей справа в выражении (10) равен условной вероятности (9), составленной применительно к  $m$ -му ОИ:

$$P_m(\tilde{x}^{(m)} | H^{(m)}, \Theta) = \exp \left\{ - \int_{X_m} \mu_m(\tilde{x}^{(m)}) d\tilde{x}^{(m)} \right\} \times \\ \times \prod_{b \in \zeta_d^{(m)}} D^{(m)}(b) f_u(\tilde{x}_{\gamma^{(m)}(b)}^{(m)} | \bar{\lambda}(b)) \times \\ \times \prod_{b \in \zeta_p^{(m)}} [1 - D^{(m)}(b)] \prod_{z \in Z^{(m)} \setminus Z_c^{(m)}} \mu(\tilde{x}_z^{(m)}). \quad (11)$$

Из (10) и (11) видно, что совместное распределение вероятностей реализации  $\tilde{x} = (\tilde{x}^{(j)})_{j=1 \dots M}$  имеет следующую структуру:



$$P(\tilde{x} | \tilde{H}_\gamma, \Theta) = f_c(\tilde{x}_c | \tilde{H}_\gamma, \Theta) w(\tilde{H}_\gamma). \quad (12)$$

Здесь

$$f_c(\tilde{x}_c | \tilde{H}_\gamma, \Theta) = \prod_{m=1}^M \prod_{b \in \zeta_d^{(m)}} f_u(\tilde{x}_{\gamma^{(m)}(b)}^{(m)} | \tilde{\lambda}(\Theta_b)) - \quad (13)$$

функция правдоподобия ошибок множества  $\tilde{x}_c = \{\tilde{x}_{k_m}^{(m)} : k_m \in Z_c^{(m)}, m = 1, \dots, M\}$  векторов измерений, которые соответствуют гипотетически сигнальным отметкам  $\tilde{Z}_c$ ;

$$w(\tilde{H}_\gamma) = \exp \left\{ - \sum_{m=1}^M \int_{\tilde{x}_m} \mu_m(\tilde{x}^{(m)}) d\tilde{x}^{(m)} \right\} \times \prod_{m=1}^M \left( \prod_{b^{(m)} \in \zeta_d^{(m)}} D^{(m)}(b^{(m)}) \prod_{b^{(m)} \in \zeta_p^{(m)}} [1 - D^{(m)}(b^{(m)})] \right) \times \prod_{z \in Z^{(m)} \setminus Z_c^{(m)}} \mu(\tilde{x}_z^{(m)}) \quad (14)$$

вероятность гипотезы отождествления, обусловленная вероятностями  $\{D^{(m)}(b^{(m)})\}$  появления (обнаружения) сигнальных отметок бернуллиевской компоненты потока и обнаружением ложных отметок пуассоновских потоков с интенсивностями  $\{\mu_m(\tilde{x}^{(m)})\}$ .

### 8. Достаточная статистика совместного оценивания координат РИО

Проведем анализ структуры функции правдоподобия ошибок измерений (13) для гипотезы  $\tilde{H}_\gamma = \langle S, \tilde{\pi}, \tilde{\zeta}_d, \tilde{Z}_c, \tilde{\gamma} \rangle$ . Пусть  $\tilde{Z}_o = \tilde{Z}_o(\tilde{H}_\gamma)$  – множество, однозначно определяемое этой гипотезой одиночных отметок. Введем обозначение  $G_j = G_j(\tilde{H}_\gamma)$  для множества отметок, которые соответствуют  $j$ -му гипотетически обнаруженному объекту для тех ОИ, где он виден как одиночный согласно гипотезе  $\tilde{H}_\gamma$ . Множество отметок  $G_j$  ( $G_j \subset \tilde{Z}_o$ )

содержит не более одной отметки для каждого  $m$ -го ОИ и определяет гипотезу об обнаружении – разрешении  $j$ -го гипотетического РИО (однообъектную гипотезу). Ясно, что  $G_j \cap G_k = \emptyset$ , если  $j \neq k$  и  $\tilde{Z}_o = \bigcup_{j=1, \dots, S} G_j$ .

Отметим, что однообъектная гипотеза, содержащая  $m$  отметок ( $m \leq M$ ), имеет следующий состав:  $G = (m; \{z_{k_1}^{(j_1)}, z_{k_2}^{(j_2)}, \dots, z_{k_m}^{(j_m)}\})$ , а  $J_G = (m; \{j_1, j_2, \dots, j_m\})$  – список номеров независимых ОИ, отметки от которых входят в гипотезу  $G$ , а  $z_k^{(j)} \in \tilde{Z}_o^{(j)}$ . Кроме того, справедливо соотношение  $\tilde{Z} \setminus (\cup G_j) = \tilde{Z}_g \cup \tilde{Z}_{ш}$ .

Будем полагать, что РИО обнаружен и разрешается системой  $M$  ОИ (системой  $M$  списков), если РИО обнаружен и разрешается хотя бы одним ОИ. Тогда набор  $H_o = \{G_j\}$  ( $j = 1, \dots, S$ ) однообъектных гипотез полностью задает гипотезу об обнаружении – разрешении  $S$  гипотетических РИО для гипотезы  $\tilde{H}_\gamma$ .

Функцию правдоподобия ошибок измерений (13) можно представить следующим образом:

$$f_c(\tilde{x}_c | \tilde{H}_\gamma, \Theta) = f_o(\tilde{x}_o | \tilde{H}_o, \Theta) f_g(\tilde{x}_g | \tilde{H}_\gamma, \Theta). \quad (15)$$

Здесь  $f_o(\tilde{x}_o | \tilde{H}_o, \Theta) = \prod_{k=1}^S f(\tilde{x}_{G_k} | \tilde{r}_{G_k})$  – плотность распределения ошибок множества векторов измерений  $\tilde{x}_o = \{\tilde{x}_{k_m}^{(m)} : k_m \in Z_o^{(m)}, m = 1, \dots, M\}$ , которые соответствуют одиночным отметкам  $\tilde{Z}_o$ ;

$f(\tilde{x}_G | \tilde{r}_G) = \exp \left\{ - \frac{1}{2} (C_G + t(\tilde{x}_G | \tilde{r}_G)) \right\}$  – плотность распределения ошибок множества векторов измерений  $\tilde{x}_G = (m; \{\tilde{x}_{k_1}^{(j_1)}, \tilde{x}_{k_2}^{(j_2)}, \dots, \tilde{x}_{k_m}^{(j_m)}\})$ ,

которые соответствуют гипотезе  $G = (m; \{z_{k_p}^{(j_p)}\}_{p=1}^m)$ ;

$C_G$  – нормирующий коэффициент, собственный для каждой из гипотез  $G$  и не зависящий от измерений  $\tilde{x}_G$ ;  $t(\tilde{x}_G | \tilde{r}_G) \geq 0$  – мера согласованности измерений  $\tilde{x}_G$ , которые соответствуют гипотезе  $G \in H_o$ ;

$$f_g(\tilde{x}_g | \bar{H}_g, \Theta) = \prod_{n=1}^M \prod_{b \in Z_g^{(m)}} f_b(\tilde{x}_{g^{(m)}}^{(b)} | \bar{\lambda}(\Theta_b)) \quad (16)$$

плотность распределения ошибок измерений, которые соответствуют групповым отметкам  $\tilde{Z}_g$ .

Отметим, что при условии измерения интенсивностей излучения РИО групповые координаты  $\tilde{\lambda}_b = \bar{\lambda}(\Theta_b)$  неразрешаемых объектов, входящие в выражение (16), можно вычислить как "центр тяжести"  $\bar{r}(o) \in \Theta_b$  с весами, пропорциональными интенсивностям излучений для объектов  $o \in b$  этой группы. (Так как для любой гипотезы типа  $\bar{H}_g$  каждый РИО должен быть обнаружен и разрешаться хотя бы одним ОИ, то найдется хотя бы один список, по которому каждый объект  $o \in (S)$  разрешается гипотезой типа  $\bar{H}_g$ ).

Для плотности распределения  $f_o(\tilde{x}_o | \bar{H}_o, \Theta)$  ошибок множества разрешаемых измерений  $\tilde{x}_o$  справедливо представление

$$f_o(\tilde{x}_o | \bar{H}_o, \Theta) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \sum_{G \in H_o} C_G + \sum_{G \in H_o} t(\tilde{x}_G | \bar{r}_G) \right) \right\} \quad (17)$$

Статистика  $t(\tilde{x}_G | \bar{r}_G)$  является достаточной для оценки пространственных координат  $\tilde{r}_G$  гипотетической цели, определяемой гипотезой  $G$ . Если полагать, что все векторы наблюдения  $\tilde{x}$  из  $M$  списков  $\tilde{x} = (\tilde{x}^{(j)})_{j=1 \dots M}$  подчинены нормальному закону, то статистика  $t(\tilde{x}_G | \bar{r}) = t(\tilde{x}_G | \bar{r}_G)$  для любой гипотезы типа  $G$  задается квадратичной формой:

$$t(\tilde{x}_G | \hat{r}) = \sum_{k_m \in G} (\tilde{x}_{k_m}^{(m)} - v^{(m)}(\hat{r})) B^{(m)} (\tilde{x}_{k_m}^{(m)} - v^{(m)}(\hat{r})), \quad (18)$$

где  $v^{(m)} = v^{(m)}(\bar{r})$  – функциональная зависимость между точками  $\bar{r} \in \Omega$  и  $N_m$ -мерной измерительной шкалой  $X_m$  радиокоординат  $m$ -го ОИ;  $B^{(m)}$  – диагональная матрица (раз-

мера  $N_m$ ) точностей некоррелированных измерений компонент векторов  $m$ -го ОИ. В этом случае статистика  $t(\tilde{x}_G | \bar{r})$  подчинена распределению "хи-квадрат" с соответствующим числом степеней свободы и возможен обоснованный выбор порога для отсева заведомо ложных гипотез типа  $G_k$  [13].

### 9. Обсуждение результатов

Выражения (9) и (10), (12) – (14) и (17) могут быть использованы для решения следующих задач, связанных с задачей отождествления наблюдений РИО.

1. Пусть априори фиксировано число РИО и известен список их координат  $\Theta = (S; \{\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_S\})$ . Например, список координат взят из каталога дискретных источников радиоизлучения, полученных в другом спектральном диапазоне, или получен с помощью другого инструмента и достаточно полон. Обозначим  $\Xi^{(S)}$  множество допустимых разбиений множества  $(S) = (o_1, o_2, \dots, o_S)$ . Так, в  $\Xi^{(S)}$  могут входить разбиения  $\pi$ , в которых каждой групповой объект содержит не более двух, трех и т. д. РИО. Тогда выражение (10) можно использовать для проверки гипотезы о частичном разрешении полученных наблюдений  $\tilde{x} = (n; \{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\})$ . Выбор допустимых разбиений задается экспериментатором, зависит от конкретной задачи и определяет настройку параметров модели.

В условиях априорной неопределенности, обусловленной незнанием априорного распределения, матрицы потерь и ошибок классификации, наиболее правдоподобную гипотезу частичного разрешения  $\hat{\pi}$  можно получить методом максимального правдоподобия (МП) [13]

$$\hat{\pi} = \operatorname{argmax}_{\pi \in \Xi^{(S)}} \omega_n(\tilde{x} | \pi, \Theta).$$

2. Условная вероятность (9) является достаточной статистикой для задачи отождествления (идентификации) измерений одного ОИ. Выражение (9) следует использовать для

разработки автоматизированного решения задачи совместного отождествления полученных наблюдений  $\tilde{x} = (n; \{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\})$  со списком координат близко расположенных РИО из родительского каталога. Метод МП дает наиболее правдоподобную гипотезу отождествления

$$\hat{H}_\gamma = \arg \max_{H_\gamma \in \Delta^{(S)}} P(\tilde{x} | H_\gamma, \hat{\Theta}),$$

где  $\Delta^{(S)} = \bigcup_{\pi \in \Xi^{(S)}} \Delta_\pi^{(S)}$  – множество гипотез типа  $H_\gamma$ , совместимых с допустимыми разбиениями  $\pi \in \Xi^{(S)}$  множества  $(S)$ .

3. Наиболее сложной является задача совместного кросс-отождествления наблюдений подвыборки  $\tilde{\tilde{x}} = \{\tilde{x}^{(1)}, \tilde{x}^{(2)}, \dots, \tilde{x}^{(M)}\}$  из  $M$  радиокаталогов, которая соответствует исследуемому участку неба  $\Omega$  (зоне наблюдения в системе пассивной радиолокации). Для ее решения в общем случае необходимо использовать распределение вероятностей (12). Пусть для используемых радиокаталогов по исследуемому участку неба отсутствует родительский каталог, к которому можно “привязать” РИО. При этом никакой из списков наблюдений  $\tilde{x}^{(k)} \in \tilde{\tilde{x}}$  не является родительским (в каждом из списков возможны пропуски, ложные РИО, а главное, ошибки измерения первичных координат для всех списков соизмеримы). Кроме того, наблюдения получены в различных шкалах и отсутствует возможность пересчета измерений из одной шкалы в другую. Однако в этом случае для каждого правильно отождествленного РИО по всем  $M$  спискам точность оценки координат увеличится в  $\sqrt{M}$  раз.

Пусть  $[S_{\min}, S_{\max}]$  интервальная оценка числа РИО, полученная для подвыборки  $\tilde{\tilde{x}} = \{\tilde{x}^{(1)}, \tilde{x}^{(2)}, \dots, \tilde{x}^{(M)}\}$ . Тогда  $\Delta(\tilde{Z}) = \bigcup_{S \in [S_{\min}, S_{\max}]} \Delta^{(S)}$  – множество всех допустимых гипотез отождествления типа  $\tilde{H}_\gamma$ , которые можно выдвинуть относительно подвыборки. Оптимальная гипотеза совместного отождествления находится согласно правилу МП [14]:

$$\hat{\tilde{H}}_\gamma = \arg \max_{\tilde{H}_\gamma \in \Delta(\tilde{Z})} P(\tilde{\tilde{x}} | \tilde{H}_\gamma, \hat{\Theta}_\gamma). \quad (19)$$

Вычислительная схема МП предписывает выдвижение гипотезы  $\tilde{H}_\gamma \in \Delta(\tilde{Z})$ , нахождение оценки  $\hat{\Theta}_\gamma = (\hat{S}; \{\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_S\})$  пространственных координат РИО для выдвинутой гипотезы  $\tilde{H}_\gamma$  и сравнение соответствующих величин.

Как показано в разделе 7 настоящей статьи, каждой гипотезе типа  $\tilde{H}_\gamma$  соответствует единственная гипотеза об обнаружении – решении типа  $H_0 = \{G_k |_{k=1}^S\}$ . Из представления (17) следует, что оценку  $\hat{r}_G$  координат для каждой однообъектной гипотезы  $G \in H_0$  можно получить независимо. При этом произвольная однообъектная гипотеза  $G$  может входить в разные гипотезы типа  $H_0$ . Поэтому можно вычислить оценки  $\hat{r}_G$  пространственных координат (используя любой эффективный алгоритм) и величины статистик  $\hat{t}_G = t(\tilde{\tilde{x}}_G | \hat{r}_G)$  для возможных однообъектных гипотез типа  $G$  заранее, – до выдвижения совместных гипотез типа  $H_0$ . Если координаты РИО для гипотезы типа  $G$  оценивать согласно правилу МП  $\hat{r}_G = \arg \min t(\tilde{\tilde{x}}_G | \hat{r})$ , то можно одновременно найти значение статистики  $\hat{t}_G = t(\tilde{\tilde{x}}_G | \hat{r}_G) = \min t(\tilde{\tilde{x}}_G | \hat{r})$ . Сравнение статистики  $\hat{t}_G$  с заранее выбранным порогом позволяет отсеять заведомо ложные гипотезы типа  $G$ .

Результаты таких заранее проведенных вычислений следует представить тремя списками:  $\hat{G} = (n_G; \{G\})$  – возможные однообъектные гипотезы (гипотетические РИО),  $\hat{R} = (n_G; \{\hat{r}_G\})$  – оценки пространственных координат и значения статистик  $\hat{T} = (n_G; \{\hat{t}_G\})$ . Все три списка имеют одинаковую длину  $n_G$ , согласованы единой нумерацией и могут быть упорядочены значениями статистики  $\hat{t}_G = t(\tilde{\tilde{x}}_G | \hat{r}_G)$ .

Список  $\hat{G} = (n_G; \{G\})$  можно интерпретировать как список РИО из “гипотетического родительского” каталога, соответствующего исследуемому участку неба. Такой “родительский” список содержит не только истинные, но и ложные (фантомные) РИО. За счет комбинаторной природы число таких ложных РИО, конечно, больше, чем в отождествляемых списках  $\tilde{\tilde{x}} = \{\tilde{x}^{(1)}, \tilde{x}^{(2)}, \dots, \tilde{x}^{(M)}\}$  наблюдений. Однако список полон, более того, – даже переполнен. (Так как априори неизвестно, какими ОИ

обнаружен РИО, то наряду с гипотезой  $G' \in (n_G; \{G\})$  список может содержать однообъектные гипотезы  $G'' \subset G'$  с меньшим числом отметок, поэтому часть РИО в списке может повторяться).

Ценность такого списка для последующей обработки заключается в том, что полученный согласованный с ним список  $\hat{R} = (n_G; \{\hat{r}_G\})$  содержит оценки пространственных координат истинных РИО, точность которых – максимально возможная для используемой СОИ. Такой список универсален: с помощью функционального преобразования  $v = v(\vec{r})$  координаты РИО списка  $\hat{R} = (n_G; \{\hat{r}_G\})$  можно однозначно спроецировать на измерительную шкалу  $X$  любого ОИ. Значение статистики  $\hat{t}_G \in \hat{T}$  является мерой согласованности первичных измерений  $\tilde{x}_G$  для гипотетического РИО, определяемого соответствующей однообъектной гипотезой  $G$ . (Чем меньше значение статистики  $\hat{t}_G \in \hat{T}$ , тем более вероятно, что гипотеза  $G$  определяет истинный РИО.) Следует отметить, что составление таких списков можно рассматривать только как предварительный этап отождествления. Окончательное решение может быть получено только выдвижением гипотез типа  $\tilde{H}_\gamma$  (или типа  $H_0$ ) с использованием (12) или (17).

4. В случае, если неизвестны точные значения вероятностей обнаружения  $\{D^{(m)}(b)\}$  и интенсивностей  $\{\mu_m(\bar{x}^{(m)})\}$  потока ложных отметок, для решения задачи отождествления можно воспользоваться достаточной статистикой (13) или (15). При этом, если справедливо соотношение качественного характера  $\min\{D^{(m)}(b_i^{(m)})\} \geq D > 1 - D \gg \max\{\mu_m(\bar{x}^{(m)})\}$ , то, используя (14), можно заранее оценить априорную вероятность (правдоподобие) гипотез отождествления [15]. Полученный порядок можно использовать при большом числе РИО для построения алгоритмов отождествления в виде направленного поиска оптимальной гипотезы по априорному дереву поиска [16].

## 10. Вариант использования полученных результатов

В качестве примера рассмотрим решение задачи отождествления в УРД системе пассивной локации, состоящей из четырех разнесен-

ных пунктов приема (ПП) радиоисточников “шумовых” излучений [17]. В такой системе один из ПП – центральный пункт (ЦП) приема – имеет узконаправленную антенну (карандашного типа), позволяющую измерять азимут ( $\beta$ ) и угол места ( $\epsilon$ ) РИО. Три остальных пункта – выносные пункты (ВП) – имеют широконаправленную антенну. Каждый ВП с ЦП образуют измерительную базу (ИБ), позволяющую независимо измерять РХС по каждому радиоисточнику относительно этих пунктов. Алгоритмы корреляционной обработки на каждой ИБ дают возможность статистически независимо обнаруживать РИО и измерять три их первичные координаты: двумерный пеленг ( $\beta, \epsilon$ ) относительно ЦП и РХС –  $\tau$ -координату. Тем самым, каждая ИБ является независимым ОИ с трехмерной ( $N = 3$ ) измерительной шкалой  $X = \langle \tau, \beta, \epsilon \rangle$ . В “связке” трех координат  $\{\tau, \beta, \epsilon\}$   $\tau$ -координата приоритетна: корреляционная обработка построена так, что радиоизлучающие объекты разрешаются ИБ, если они разрешаются по разности хода. За счет пространственного разнесения трех ВП соответствующие ИБ имеют несогласованную разрешающую способность.

В каждый момент контролируемая пространственная зона  $\Omega$  определяется текущим положением центрального луча ДН антенны ЦП и диапазоном возможных дальностей до РИО. Три списка ( $M = 3$ ) результатов первичных измерений  $\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\}$  неизвестного числа РИО должны отождествляться в реальном масштабе времени.

В сферической системе координат  $\langle O, \{\rho, \beta, \epsilon\} \rangle$  (полюс  $O$  совмещен с ЦП) положение каждого  $m$ -го ВП ( $m = 1, 2, 3$ ) задается координатами радиус-вектора  $\vec{d}_m = \{d_m, \beta_m, \epsilon_m\}$ , где  $d_m$  – расстояние между  $m$ -м ВП и ЦП (длина базы). Функциональная зависимость  $v^{(m)}(\vec{r}) = \{v_1^{(m)}(\vec{r}), v_2^{(m)}(\vec{r}), v_3^{(m)}(\vec{r})\}$  между радиус-векторами  $\vec{r} = \{\rho, \beta, \epsilon\} \in \Omega$  и точками измерительной шкалы  $X_m$  определяется выражениями:

$$v_1^{(m)}(\vec{r}) \equiv \tau^{(m)}(\rho, \beta, \epsilon) = \rho - \sqrt{\rho^2 + d_m^2 - 2\rho d_m \cos \tilde{\theta}_m}, \quad (20)$$

$$v_2^{(m)}(\rho, \beta, \epsilon) = \beta, \quad v_3^{(m)}(\rho, \beta, \epsilon) = \epsilon,$$

где  $\cos \tilde{\theta}_m = \cos \varepsilon \cos(\beta - \tilde{\beta}_m) + \sin \varepsilon \sin \tilde{\varepsilon}_m$ ,  $\tilde{\theta}_m$  – угол между радиус-вектором  $\vec{r} = \{\rho, \beta, \varepsilon\} \in \Omega$  и радиус-вектором  $\vec{d}_m = \{\tilde{d}_m, \tilde{\beta}_m, \tilde{\varepsilon}_m\}$   $m$ -ой базы ( $m = 1, 2, 3$ ).

Поскольку на каждой базе измеряются три координаты РИО, используя (20), можно вычислить (оценить) дальность до РИО по измерениям одной базы. Однако вдоль линии базы ( $\cos \theta = 1$ ) преобразование координат (20) вырождается. При этом среднеквадратичная ошибка (СКО) такой оценки дальности существенно зависит от пространственного положения РИО (и при  $\rho \rightarrow \infty$  и  $\tilde{\theta}_m \rightarrow 0$  растет как  $(\rho / (\tilde{d}_m \sin \tilde{\theta}_m))^2$ ). Распределение ошибок такой оценки дальности носит существенно негауссов характер. При этом зависимость от пространственного положения РИО своя для каждой ИБ. Весовое усреднение таких разноточных пространственно зависимых оценок вызывает определенные трудности по обоснованному выбору весовых коэффициентов [17]. Поэтому выполнение предварительного преобразования наблюдений в пространство состояний (например, как в [4] и [7]) для решения задачи отождествления нерационально.

В то же время ошибки первичных измерений определяются используемыми инструментами (величиной корреляционного накопления и шириной полосы пропускания приемного тракта), и их можно считать гауссовыми. При этом СКО  $\sigma_\tau, \sigma_\beta, \sigma_\varepsilon$  инвариантны относительно шкалы первичных измерений  $X$ . Знаковые корреляторы позволяют стабилизировать вероятность ложного обнаружения  $F$  в любой ячейке  $\Lambda_\tau$  разрешения  $\tau$ -шкалы и тем самым полагать интенсивность  $\mu(\vec{x}) = F/\Lambda$  пуассоновского потока ложных отметок постоянной на каждой из трех измерительных шкал:  $X_1, X_2, X_3$ . Для рассматриваемых УРД систем можно полагать, что вероятность правильного обнаружения определяется минимальным отношением сигнал/фон и должна быть не меньше  $D$ , при этом обеспечиваются неравенства  $D > 1 - D \gg F$ . Таким образом, для функции правдоподобия (12) параметры обнаружения и измерения можно считать известными. Априорная неопределенность задачи совмест-

ного отождествления учитывается выдвиганием совместных гипотез отождествления типа  $\vec{H}_\gamma$  (или  $H_o$ ), которые одновременно классифицируют все обнаруженные отметки списков. Задачу совместного отождествления наблюдений  $\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\}$  следует решать, используя функцию правдоподобия (12) (или (13)), не пересчитывая наблюдения в пространство состояний.

В случае трех измерений на каждой базе достаточная статистика (18) для оценки  $\hat{\vec{r}}_G = (\hat{\rho}_G, \hat{\beta}_G, \hat{\varepsilon}_G)$  пространственных координат гипотетического РИО имеет следующий вид:

$$t(\tilde{\vec{x}}_G | \rho, \beta, \varepsilon) = \sum_{k_m \in G} \left\{ \left( \hat{\tau}_{k_m}^{(m)} - \tau^{(m)}(\vec{r}) \right)^2 \sigma_\tau^{-2} + \left( \hat{\beta}_{k_m}^{(m)} - \beta \right)^2 \sigma_\beta^{-2} + \left( \hat{\varepsilon}_{k_m}^{(m)} - \varepsilon \right)^2 \sigma_\varepsilon^{-2} \right\}. \quad (21)$$

При выполнении условия  $\sigma_\tau/d \ll \sigma_\beta$  ( $d$  – длина базы) измерения РХС и азимута существенно разноточны. Потенциальная ошибка оценки азимута для каждого РИО (по измерениям двух и трех баз) определяется только точностью измерений РХС и длиной базы [17]. Для рассматриваемых УРД систем ( $\sigma_\tau = 1 \div 1.5$  м,  $\sigma_\beta = 12 \div 18'$  и  $b = 4 \div 6$  км) условия  $\sigma_\tau/d \ll \sigma_\beta$  выполняются и оценка азимута РИО только по измерениям двух  $\tau$ -координат [18] обеспечивает потенциально достижимую точность азимута ( $1 \div 2'$ ), которая на порядок выше точности первичных измерений азимута  $\sigma_\beta = 12 \div 18'$ . При этом СКО азимута такой оценки не зависит от дальности, а ошибка оценки дальности  $\sigma_\rho$  в зависимости от дальности растет как  $(\rho/d)^2$  и не зависит от азимута.

Особенности совместного отождествления наблюдений покажем на примере решения задачи обнаружения – разрешения двух РИО, находящихся в центральном луче антенны ЦП. Пусть наблюдаемые РИО относительно ЦП находятся на одинаковой дальности  $\rho_1 = \rho_2$  и видны под одинаковым углом места  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , т. е. в физическом пространстве могут разрешаться только по азимуту ( $\beta_1 \neq \beta_2$ ). В измерительных шкалах ИБ такие РИО могут раз-

решаться как по РХС  $\tau_1^{(m)} \neq \tau_2^{(m)}$ , ( $m = 1, 2, 3$ ), так и по азимуту.

Пусть РИО разрешаются по РХС первыми двумя базами и не разрешаются по третьей базе  $|\tau_1^{(3)} - \tau_2^{(3)}| < \Delta_\tau$ . При этом неразрешение по третьей базе происходит за счет того, что измерительная шкала  $X_3$  по разности хода не превосходит интервала разрешения  $\Delta_\tau$  (это имеет место, если  $|\cos\theta_3| \approx 1$ ). Тогда третья база для задачи отождествления не информативна и ее измерения можно не учитывать. Две оставшиеся базы одинаково информативны. Ни первая, ни вторая ИБ не может быть приоритетной, или, иначе говоря, никакой из списков  $\tilde{x}_1$  и  $\tilde{x}_2$  нельзя считать “родительским” (задача 3., п. 9).

Рис. 2 иллюстрирует рассматриваемую ситуацию. Плоскость рисунка соответствует поверхности  $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ , на которой находятся РИО. Пунктирные и сплошные линии – это части гипербол, которые соответствуют точным значениям РХС: пунктирные – первой ИБ, сплошные – второй базе. Жирными точками показано положение двух истинных РИО. Положение первого и второго РИО соответствует пересечению гипербол  $\tau_1^{(1)}$ ,  $\tau_1^{(2)}$  и  $\tau_2^{(1)}$ ,  $\tau_2^{(2)}$ . Кружками отмечены

ложные (фантомные) РИО, соответствующие пересечениям гипербол от разных РИО. На шкале измерения азимута показаны точные значения азимута РИО.

Положим, что РИО обнаружены на всех ИБ и ложных отметок нет (все отметки сигнальные), и особенности решения задачи отождествления обусловлены только ошибками измерений. Таким образом,  $n_1 = n_2 = 2$ , а для списков результатов наблюдений имеем:  $\tilde{x}_1 = \{\hat{x}_1^{(1)}, \hat{x}_2^{(1)}\}$ ,  $\tilde{x}_2 = \{\hat{x}_1^{(2)}, \hat{x}_2^{(2)}\}$  и  $Z^{(1)} = Z^{(2)} = \{1, 2\}$ . Если все отметки сигнальные, то возможны четыре однообъектные гипотезы типа  $G$ , а именно:  $G_1 = (1, 1)$ ,  $G_2 = (2, 2)$ ,  $G_3 = (2, 1)$  и  $G_4 = (1, 2)$ . Каждой из гипотез  $G = (k_1, k_2)$  соответствует шесть первичных измерений  $\hat{x}_{k_1}^{(1)} = (\hat{\tau}_{k_1}^{(1)}, \hat{\beta}_{k_1}^{(1)}, \hat{\varepsilon}_{k_1}^{(1)})$  и  $\hat{x}_{k_2}^{(2)} = (\hat{\tau}_{k_2}^{(2)}, \hat{\beta}_{k_2}^{(2)}, \hat{\varepsilon}_{k_2}^{(2)})$ .

На рис. 3 изображены части гипербол (для рассматриваемых расстояний их можно считать прямыми), которые соответствуют измеренным РХС. Двойными черточками на гиперболох первой базы отмечены “связанные” с измерениями  $\hat{\tau}_1^{(1)}$  и  $\hat{\tau}_2^{(1)}$  измерения азимута  $\hat{\beta}_{G_3}^{(1)}$  и  $\hat{\beta}_{G_4}^{(1)}$ . Крестиками на гиперболох второй базы отмечены “связанные” с измерени-

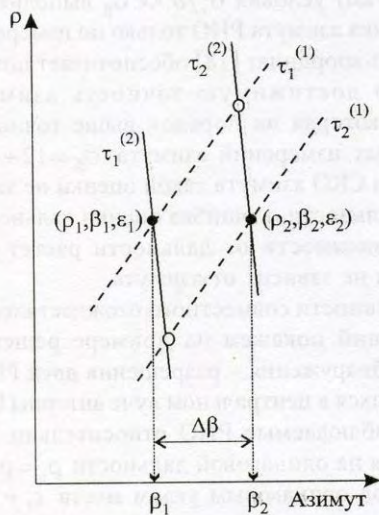


Рис. 2. Истинные и фантомные РИО задачи отождествления разношкальных измерений

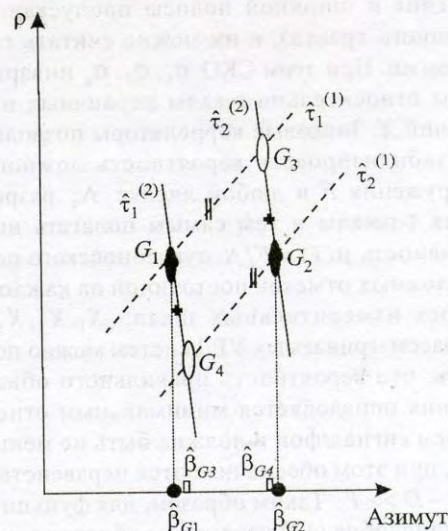


Рис. 3. Использование избыточных разноточных измерений для решения задачи отождествления

ями  $\hat{\tau}_1^{(1)}$  и  $\hat{\tau}_2^{(1)}$  измерения азимута  $\hat{\beta}_1^{(1)}$  и  $\hat{\beta}_2^{(1)}$ . Жирными (пустыми) эллипсами показана оценка положения двух истинных (ложных) РИО, полученная по высокоточным измерениям РХС. Истинным и ложным РИО соответствуют две истинные гипотезы  $G_1 = (1, 1)$ ,  $G_2 = (2, 2)$  и две ложные гипотезы  $G_3 = (2, 1)$ ,  $G_4 = (1, 2)$  соответственно. На шкале измерения азимута жирными точками и пустыми прямоугольниками отмечены оценки азимута истинных  $\hat{\beta}_{G_1}$ ,  $\hat{\beta}_{G_2}$  и ложных  $\hat{\beta}_{G_3}$ ,  $\hat{\beta}_{G_4}$  РИО, полученные по измерениям двух высокоточных  $\tau$ -координат.

Относительно полученных измерений  $\tilde{x}_1 = \{\hat{x}_1^{(1)}, \hat{x}_2^{(1)}\}$  автоматическая СОИ должна выдвигать гипотезы. Приведенного рис.3. автоматизированная СОИ не видит, она может только вычислить вероятность выдвинутой гипотезы. Используя (15), СОИ может заранее оценить вероятность выдвигаемых гипотез. Так, из условия  $D > 1 - D \gg F$  следует, что наиболее вероятна гипотеза о том, что все отметки сигнальные ( $Z_c^{(1)} = Z^{(1)}$  и  $Z_c^{(2)} = Z^{(2)}$ ). Это определяет интервальную оценку  $[S_{\min}, S_{\max}]$  числа РИО:  $S_{\min} = \min_m n_m$ , а  $S_{\max} = \max_m n_m$ , и дает оценку числа РИО  $\hat{S} = \min_m n_m = \max_m n_m = 2$ . Тем самым, совместных гипотез об обнаружении – разрешении типа  $H_o = \{G_j, G_i\}$ , для которых выполняется условие  $G_j \cup G_i = \emptyset$ , может быть две: истинная  $H'_o = \{G_1, G_2\}$  и ложная  $H''_o = \{G_3, G_4\}$ . Для принятия решения по этим двум гипотезам следует применить функцию правдоподобия (17).

Так как для гипотез  $H'_o$  и  $H''_o$  функция правдоподобия  $f_o(\tilde{x}_o | H_o, \Theta)$  имеет одинаковые нормирующие коэффициенты, то для различения этих гипотез можно использовать достаточную статистику:

$$\hat{i}(H_o) = \sum_{G_k \in H_o} t(\tilde{x}_{G_k} | \hat{r}_{G_k}),$$

где  $t(\tilde{x}_{G_k} | \hat{r}_{G_k})$  – значение статистики (21), в которую подставлена оценка  $\hat{r}_{G_k}$ .

Тогда выбор гипотезы осуществляется в соответствии с решающим правилом:

гипотезе  $H'_o$  отдается предпочтение против гипотезы  $H''_o$ , если

$$\hat{i}(H'_o) < \hat{i}(H''_o). \quad (23)$$

В общем случае, когда  $D < 1$  и  $F > 0$ , для числа обнаруженных отметок возможно неравенство  $n_1 \neq n_2 \neq 2$ . Однако при  $D > 1 - D \gg F$  (например,  $D \geq 0.9$ ,  $F \leq 10^{-3}$ ) рассматриваемая на рис. 3 ситуация отсутствия пропусков и ложных отметок наиболее вероятна.

Результаты решения задачи обнаружения – разрешения – отождествления двух РИО при условии наличия пропусков и ложных отметок, полученные статистическим моделированием, представлены на рис. 4.

Имитационное моделирование отождествления наблюдений двух РИО проводилось для симметричной трехбазовой системы  $\tilde{\beta}_m = 2\pi/3(m-1)$  (длина каждой базы  $d = 5$  км) при вероятности их обнаружения  $D = 0.95$  на каждой базе. Вероятность ложной тревоги  $F = 10^{-4}$ . СКО первичных измерений:  $\sigma_\tau = 1$  м,  $\sigma_\beta = 12'$  и  $\sigma_\epsilon = 60'$ . Исходные данные следующие:  $\beta_1 = 60^\circ$ ,  $\beta_2 = \beta_1 + \Delta\beta$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 5^\circ$ ,  $\rho_1/d = \rho_2/d = 30$ .

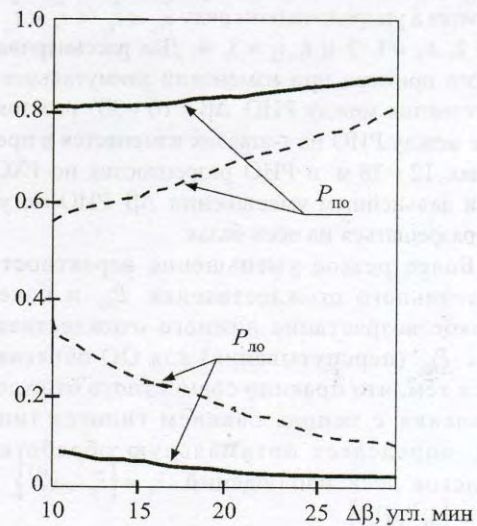


Рис. 4. Результаты имитационного моделирования

Сплошные линии соответствуют процедуре совместного отождествления (СО). Пунктирные линии – процедуре однообъектного отождествления (ОО) (поточечного отождествления [4, 16]). Согласно правилу ОО мера правдоподобия (например, Likelihood Ratio [2, 3]) для каждой однообъектной гипотезы (о принадлежности измерений одному РИО) сравнивается с заранее выбранным порогом. Однообъектные гипотезы с мерой правдоподобия меньше порога (или больше, как в [2, 3]) оставляются. Если число таких “прошедших порог” гипотез больше оценки  $\hat{S}$  числа РИО, то полученные гипотезы упорядочиваются по значению меры правдоподобия и оставляются первые  $\hat{S}$  гипотез с наименьшими мерами. В рассматриваемом примере однообъектными гипотезами являются гипотезы типа  $G$ , в качестве меры правдоподобия взята статистика  $\hat{t} = t(\tilde{x}_G | \hat{r}_G)$ .

Приведенные на рис. 4 характеристики правильного  $P_{по}$  и ложного  $P_{ло}$  отождествления для алгоритма СО обеспечиваются при потенциально достижимых точностях оценки координат для рассматриваемой УРД системы. С уменьшением азимутального расстояния между РИО качество отождествления ухудшается: возрастает вероятность перепутывания значений статистик  $t(\tilde{x}_{G_k} | \hat{r}_{G_k})$  истинных  $G_1, G_2$  и ложных  $G_3, G_4$  гипотез в упорядоченном ряду  $\hat{t}_{k_1} < \hat{t}_{k_2} < \hat{t}_{i_1} < \hat{t}_{i_2}$ , где  $k_1, k_2 = 1, 2$  и  $i_1, i_2 = 3, 4$ . Для рассматриваемого примера при изменении азимутального расстояния между РИО  $\Delta\beta = 10 \div 30'$  расстояние между РИО на  $\tau$ -шкалах изменяется в пределах  $12 \div 38$  м и РИО разрешаются по РХС. При дальнейшем уменьшении  $\Delta\beta$  РИО могут не разрешаться на всех базах.

Более резкое уменьшение вероятности правильного отождествления  $P_{по}$  и более резкое возрастание ложного отождествления  $P_{ло}$  (перепутывания) для ОО объясняется тем, что правило совместного отождествления с использованием гипотез типа  $H_0$  определяет оптимальную обработку списков всех наблюдений  $\tilde{x}_1 = \{\hat{x}_1^{(1)}, \hat{x}_2^{(1)}\}$  и  $\tilde{x}_2 = \{\hat{x}_1^{(2)}, \hat{x}_2^{(2)}\}$ .

Правило ОО, полученное в [4] из эвристических соображений, составляется из частичных решений, в каждом из которых ис-

пользуется только часть наблюдений, обусловленных гипотезой типа  $G$ , и, по сути, соответствует предварительному этапу отождествления (задача 3, п. 9). Анализ результатов моделирования показывает, что гипотезы типа  $G$ , которые содержат ложную отметку хотя бы из одного списка  $\tilde{x}_1$  или  $\tilde{x}_2$ , отсеиваются уже на этапе ОО при сравнении с порогом.

Выигрыш совместного отождествления по сравнению с ОО наблюдается именно в ситуациях, представленных на рис. 3, когда пропусков и ложных отметок нет. Для таких ситуаций правило ОО сводится к упорядочению списка  $\{G_1, G_2, G_3, G_4\}$  сформированных гипотез по значению меры согласованности  $\hat{t}_k = t(\tilde{x}_{G_k} | \hat{r}_{G_k})$  и отбору первых двух. Допустимая область для правила ОО определяется неравенствами:

$$\hat{t}_1 < \hat{t}_3, \quad \hat{t}_1 < \hat{t}_4, \quad \hat{t}_2 < \hat{t}_3, \quad \hat{t}_2 < \hat{t}_4. \quad (22)$$

Допустимая область принятия истинной гипотезы  $H'_0$  для правила СО задается одним неравенством,  $\hat{t}_1 + \hat{t}_2 < \hat{t}_3 + \hat{t}_4$ , и превышает допустимую область правила ОО. С уменьшением азимутального расстояния между РИО возрастает вероятность невыполнения хотя бы одного из неравенств (22). Так, если неравенство  $\hat{t}_2 < \hat{t}_3$  не выполняется и имеют место неравенства  $\hat{t}_1 < \hat{t}_3 < \hat{t}_2 < \hat{t}_4$ , то согласно правилу ОО правильно принимается решение только по одной, стоящей на первом месте, истинной гипотезе, что соответствует 50 % правильного отождествления. Однако из неравенств  $\hat{t}_1 < \hat{t}_3 < \hat{t}_2 < \hat{t}_4$  всегда следует неравенство  $\hat{t}_1 + \hat{t}_2 < \hat{t}_3 + \hat{t}_4$ , что означает  $\hat{t}(H'_0) < \hat{t}(H''_0)$ , и для такой ситуации правило СО дает 100 %-е правильное отождествление.

В заключение отметим, что приведенный пример демонстрирует особенности решения задачи отождествления для разношкальных и разноточных наблюдений, когда более точные, но разношкальные измерения  $\tau$ -координат, принадлежащие гипотетическому РИО (согласно гипотезе типа  $G$ ), используются для совместной оценки его пространственных ко-



ординат, а избыточные измерения азимута используются для совместного отождествления. Приведенный пример не только демонстрирует общие возможности предлагаемого подхода к решению задачи отождествления, но и показывает, что разработка автоматизированной СОИ для различных радионаблюдений должна учитывать конкретные особенности используемых измерительных инструментов. Учет конкретных особенностей, который сводится к настройке параметров модели, может оказаться достаточно сложной задачей и требует привлечения опыта исследователей, работающих с соответствующими списками и каталогами наблюдений.

## 11. Заключение

1. В работе предложено формализованное описание гипотез о частичном разрешении измерений первичных координат для одного и нескольких ОИ, позволяющее при построении решающих правил отождествления учесть возможное неразрешение наблюдаемых РИО и обеспечить их компьютерную реализацию для автоматизированной обработки списков и каталогов.

2. Для описания результатов наблюдений каждым ОИ предложена модель разрешения – обнаружения – измерения в виде случайных точек. Предположение, что радиоизлучающий объект (одиночный или групповой) может породить не более одной отметки, позволило представить список наблюдений РИО мгновенной реализацией суперпозиции парциальных потоков Бернулли сигнальных отметок и пуассоновского потока ложных отметок.

3. Использование аппарата теории случайных точек и применение метода производящего функционала позволило получить семейство вероятностных мер (7) для статистической задачи проверки гипотезы о возможном частичном разрешении для одного обнаружителя – измерителя.

4. Проведенный анализ структуры вероятностной меры (7) позволил показать неустранимость проблемы отождествления статистически неразличимых случайных точек, в яв-

ном виде описать структуру гипотезы совместного отождествления для одного ОИ и получить функцию правдоподобия (9) для автоматизированного решения задачи идентификации обрабатываемых наблюдений со списком координат известного каталога РИО.

5. В работе дано формализованное описание гипотез совместного отождествления для подвыборки из  $M$  каталогов при условии наличия пропусков, ложных отметок и возможного неразрешения РИО, позволяющее одновременно классифицировать наблюдения из всех  $M$  подвыборок и идентифицировать их с возможными РИО.

6. Получена статистическая модель (10) задачи кросс-отождествления наблюдений одновременно нескольких разношкальных и разноточных радиокаталогов при условии различного неразрешения в таких каталогах.

7. Проведенный анализ статистической модели (10) позволил получить достаточную статистику (18) для совместной оценки координат РИО по измерениям из нескольких каталогов.

8. Рассмотрена вычислительная схема нахождения оптимальной гипотезы отождествления (19) задачи кросс-отождествления нескольких разношкальных списков с возможными пропусками, ложными отметками при отсутствии родительского каталога. Показано, как построить “гипотетический родительский” каталог по исследуемому участку неба для обрабатываемых списков с максимальной возможной точностью оценок пространственных координат.

9. Рассмотрен вариант решения задачи совместного отождествления автоматизированной СОИ для трех разношкальных ОИ с существенно разноточными первичными измерениями и несогласованной разрешающей способностью. Проведенное статистическое сравнение (методом имитационного моделирования) для типовой ситуации двух близко расположенных РИО показало преимущество предложенной процедуры совместного отождествления в сравнении с эвристической процедурой однообъектного отождествления.

## Литература

1. О. В. Верходанов, Х. Андернах, Н. В. Верходанова. Труды радиоастрономической конференции "Проблемы современной радиоастрономии", Т. 1, Санкт-Петербург, ИПА РАН, 1997, с. 338-339.
2. О. В. Верходанов. *Астрономический Журнал*. 1994, **71**, №3, с. 352-359.
3. А. И. Копылов, В. М. Госс, Ю. Н. Парийский и др. *Астрономический Журнал*. 1995, **72**, №5, с. 613-629.
4. В. С. Черняк. Многопозиционная радиолокация. Москва. Сов. Радио, 1993, 415 с.
5. О. В. Верходанов. В сб. "Буковские лекции по астрофизике 1997 г.". Материалы IV школы победителей Астрономических олимпиад. Под ред. О. В. Верходанова. Нижний Архыз, САО РАН, 1998, с. 55-63.
6. N. N. Bursov. *Bull. SAO*, 1996, **40**, p. 128.
7. В. С. Абрамов, Е. Н. Житков, А. А. Кривонов. *Радиотехника*. 1997, №5, с. 97-99.
8. А. Г. Охрименко. *Радиоэлектроника*. 2002, №6, с. 12-19.
9. Н. Н. Ченцов. Статистические решающие правила и оптимальные выводы. Москва, Наука, 1972, 520 с.
10. И. А. Большаков, В. С. Ракошиц. Прикладная теория случайных потоков. Москва, Сов. радио, 1978, 248 с.
11. И. А. Большаков. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. Москва, Сов. радио, 1969, 464 с.
12. П. А. Бакут, Ю. В. Жулина, Н. А. Иванчук. Обнаружение движущихся объектов. Под ред. П. А. Бакута. Москва, Сов. радио, 1980, 288 с.
13. Г. П. Климов. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва. Изд-во Московского университета, 1983, 328 с.
14. Ю. А. Сиротин. Системи обробки інформації. Харків, НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002, вип. 1(17), с. 198-203.
15. Ю. А. Сиротин. *Радиоэлектроника и информатика*. 2003, №2, с. 26-30.
16. Ю. А. Сиротин. Збірник наукових праць. Харків, ХВУ, 2002, вип. 3(42), с. 100-103.
17. П. Ю. Седышев, Ю. А. Сиротин, В. М. Терешко. Вопросы специальной радиоэлектроники. Общие вопросы радиоэлектроники. Москва-Таганрог, ТНИИС, 2001, вып. 2, с. 200-204.
18. Ю. А. Сиротин. Системи обробки інформації. Харків, НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2002, вип. 2(18), с. 47-50.

### Identification of Observation of Radiating Objects

Yu. A. Sirotnin

Statistical model of the random multiscale observation of radio sources is built using the generating functional technique for the system of several radars. The problem of identification of multiscale observation is solved as a problem of stating and checking the finding – resolution – measurement statistical hypotheses simultaneously for all observations.