Радиофизика и радиоастрономия, 2001, т. 6, №1, стр. 131-141

УДК 621.382.06.28

Нестационарная теория магнетронов на пространственной гармонике с холодным катодом

Д. М. Ваврив, С. В. Сосницкий

Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4
E-mail: vavriv@rian.kharkov.ua
sergey@ira.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 23 апреля 2001 г.

Предложена нестационарная теория магнетронов на пространственной гармонике с холодным катодом. Ключевым моментом при выводе математической модели магнетрона является применение эквивалентной схемы колебательной системы магнетрона в виде замкнутой цепочки связанных нелинейных осцилляторов. Представление колебательной системы магнетрона в виде эквивалентной схемы описывает все моды типа TE_{n1} с учетом образования дублетов, а также позволяет изучать нестационарные процессы.

Запропоновано нестаціонарну теорію магнетронів на просторовій гармоніці з холодним катодом. Ключовим моментом при виводі математичної моделі магнетрона було використання еквівалентної схеми коливальної системи магнетрона у вигляді замкненого ланцюжка зв'язаних нелінійних осциляторів. Уявлення коливальної системи магнерона у вигляді еквівалентної схеми описує усі моди типу TE_{n1} з урахуванням утворення дублетів, а також дозволяє вивчати нестаціонарні процеси.

1. Введение

Теория классических магнетронов строится обычно на ряде предположений об электронно-волновом взаимодействии и свойствах электромагнитного поля, возбуждаемого в резонаторной системе магнетрона. Основными являются следующие предположения: 1) распределение плотности электронов по угловой координате периодично; 2) взаимодействие электронов осуществляется только с одной из пространственных гармоник периодической структуры анодного блока; 3) пространственное распределение возбуждаемого электромагнитного поля можно аппроксимировать распределением поля одного из собственных колебаний холодного резонатора. Такая теория позволяет, по крайней мере, качественно описать физику классических магнетронов [1] и проанализировать их стационарные и динамические характеристики [2]. Имеется целый ряд работ, где были сделаны попытки отказаться от некоторых из этих предположений (см., напр. [3, 4]), однако в результате, по существу, было получено только уточнение классической теории. Теория магнетронов на пространственной гармонике с холодным катодом [5] гораздо сложнее, поскольку ни одно из вышеуказанных предположений не может быть принято даже на стадии качественного описания работы таких магнетронов. Оказалось [6], что в этом типе магнетронов пространственный заряд не является строго периодичным и в нем могут существовать образования, движущиеся несинхронно с рабочей гармоникой. Существенное влияние на движение электронов оказывают как первая

© Д. М. Ваврив, С. В. Сосницкий, 2001

обратная пространственная гармоника (синхронная), так и нулевая.

Невозможность полного описания динамики магнетронов на пространственной гармонике с холодным катодом в рамках одномодового приближения следует уже из того, что все виды собственных колебаний симметричных анодных систем магнетронов (кроме π-вида) являются двукратно вырожденными. Взаимодействие потока электронов с двукратно вырожденным видом колебаний может быть описано как возбуждение одной моды, представляющей собой бегущую волну. Однако, в реальных магнетронах из-за наличия в анодной системе неоднородностей, основной из которых является вывод энергии, вырождение снимается, что приводит к образованию пары мод с близкими значениями собственной частоты и существенно различающимися величинами добротности (дублетов). Следовательно, для корректного рассмотрения не π-видных магнетронов требуется учет взаимодействия электронов как минимум с двумя модами. В действительности, как будет показано ниже, для описания процесса возбуждения и установления колебаний в магнетроне необходимо учитывать взаимодействия практически всех мод. Поэтому применение модового разложения для представления поля в пространстве взаимодействия ведет к чрезмерному усложнению теории и соответствующих численных экспериментов. В данной работе предлагается альтернативный подход: описание колебательной системы как цепочки замкнутых в кольцо нелинейных осцилляторов с сосредоточенными параметрами. Электромагнитное поле, действующее на электроны, рассчитывается как сумма полей, наведенных сегментами анодного блока. При этом не делается никаких предположений о пространственной структуре поля, которое формируется в результате самосогласованного взаимодействия электронов с полями отдельных сегментов.

Такой подход использован для построения нестационарной теории магнетрона и изучения процесса установления колебаний на примере 8-мм магнетрона.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе описаны методика расчета поля в колебательной системе магнетрона и некоторые общие свойства собственных колебаний. В третьем разделе приводится самосогласованная система уравнений, которая позволяет моделировать как стационарные, так и нестационарные процессы. В четвертом обсуждаются закономерности возбуждения и установления колебаний в магнетронах на примере анализа магнетрона 8-мм диапазона длин волн.

2. Моделирование поля анодной системы магнетрона

В настоящей работе колебательная система магнетрона моделируется цепочкой связанных осцилляторов. Как известно, в простейшем случае [7] такая система может быть представлена в виде эквивалентной схемы с сосредоточенными параметрами (рис. 1). Схема состоит из колебательных контуров, моделирующих отдельные резонаторы анодного блока, и емкостей между ламелями анодного блока и катодом. Если предположить, что потери отсутствуют и система симметричная, то собственная частота n-го вида колебаний этой цепи определяется формулой [7]:

(1)

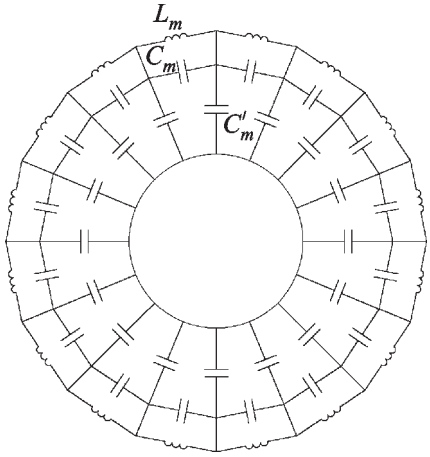

Рис. 1. *Эквивалентная цепь колебательной системы магнетрона*

которая позволяет приближенно рассчитать собственные частоты низших видов колебаний системы магнетрона. Здесь M – число резонаторов, C' – емкость между сегментом анодного блока и катодом,
L и C – индуктивность и емкость анодных резонаторов. Как следует из (1), все виды колебаний за исключением $n = 0$ и $n = M/2$ являются двукратно вырожденными.

В более общей модели колебательной системы магнетрона анодные резонаторы представлены схемой, приведенной на рис. 2, где G_m – эквивалентная проводимость анодного резонатора, а C_m, C'_m, L_m обозначают те же элементы, что и на рис. 1. При этом проводимость одного из резонаторов существенно больше, чем у остальных, что моделирует вывод энергии. В последнем случае цепочка замкнутых резонаторов становится неоднородной, и это приводит к снятию вырождения видов колебаний. Для нахождения собственных частот такой цепочки запишем уравнения Кирхгофа в комплексной форме:

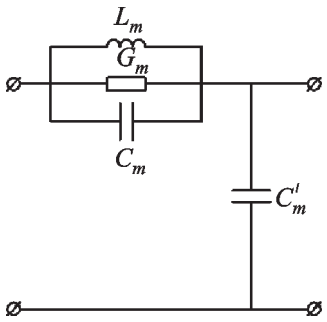

Рис. 2. *Участок эквивалентной схемы, учитывающей потери*

$$-\omega^2\mathbf{CU} + j\omega\mathbf{GU} + \mathbf{L}^{-1}\mathbf{U} = 0. \qquad (2)$$

Здесь ω – частота; $\mathbf{U}$ – вектор комплексных амплитуд узловых напряжений, размерность которого равна M – числу резонаторов анодного блока; j – мнимая единица; $\mathbf{C}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{L}^{-1}$ – матрицы с размерами $M \times M$, описывающие емкости, проводимости и обратные индуктивности соответственно. Легко показать, что эти матрицы задаются следующим образом:

Здесь G_a – эквивалентная проводимость анодного резонатора с выводом энергии, а G_b – эквивалентная проводимость ненагруженных резонаторов.

Решение системы уравнений (2) существует только при выполнении условия

(3)

Поскольку в системе есть потери, собственные частоты в общем случае являются комплексными. В таблице представлены рассчитанные в соответствии с (2) и (3) резонансные частоты, добротности и контурные КПД для магнетрона, работающего на длине волны 8 мм. Индексами “а” и “б” отмечены составляющие дублета соответствующего вида колебаний, возникающие за счет наличия вывода энергии. Параметры элементов эквивалентной схемы были подобраны таким образом, чтобы обеспечить близость резонансных частот и добротностей к экспериментальным значениям (в эксперименте, как правило, можно измерить частоту лишь одной из составляющих дублета). Здесь и далее в качестве конкретного примера магнетрона рассматривается реальный магнетрон 8-мм диапазона длин волн, производимый в РИ НАН Украины, который имеет следующие геометрические параметры: число резонаторов – 16, радиус анода – 2.25 мм, радиус катода – 1.3 мм, осевая длина – 6 мм, ширина анодных резонаторов – 0.486 мм, глубина анодных резонаторов – 1.385 мм.

Таблица. *Собственные частоты, добротности и контурные КПД мод типа TE_{n1} колебательной системы магнетрона*

Вид колебания	Частота, ГГц	Добротность	Контурный КПД, %
1а	22.565	815.7	0
1б	22.569	139.77	85
2а	32.531	565.81	0
2б	32.553	98.46	84.71
3а	36.348	506.39	0
3б	36.4	91.65	83.98
4а	38.016	484.17	0
4б	38.109	94.47	82.51
5а	38.839	473.91	0
5б	38.986	136.49	72.92
6а	39.268	468.74	0
6б	39.05	29.33	96.19
7а	39.479	466.23	0
7б	39.373	290.44	38.85
8	39.525	441.14	5.41

Следует отметить некоторые общие закономерности поведения дублетов. Во-первых, с увеличением номера вида колебаний степень частотного расщепления дублетов увеличивается и при больших n происходит перекрытие полос пропускания этих видов. Во-вторых, каждая из дублетных пар состоит из высокодобротной и низкодобротной мод. Как видно из таблицы, составляющие дублетов с большой добротностью имеют нулевой контурный КПД. Таким образом, различие меж-

ду составляющими дублета определяется разной степенью их связи с выводом энергии. Для 3-го и 4-го видов (наиболее часто используемых в качестве рабочих в рассматриваемом магнетроне) различие резонансных частот составляющих дублета не превышает полосы пропускания нагруженной моды, и, следовательно, обе составляющие дублета могут возбуждаться одновременно, что в общем случае тоже следует учитывать при моделировании магнетронов.

Рассмотренную выше эквивалентную схему анодной системы магнетрона можно обобщить с целью ее использования для численного моделирования работы магнетрона методом частиц. Поскольку коэффициент замедления анодных систем большинства магнетронов велик, ВЧ составляющая напряженности электрического поля в пространстве взаимодействия может быть представлена в виде градиента скалярного потенциала. Предположим, что угловая составляющая ВЧ поля в раскрыве любого резонатора не зависит от угловой координаты (это предположение вполне допустимо, поскольку у магнетронов миллиметрового диапазона длин волн углы раскрыва резонаторов малы). Тогда потенциал ВЧ поля можно представить в виде линейной комбинации потенциалов, наведенных отдельными анодными сегментами:

(4)

Здесь r, φ – полярные координаты; M – число резонаторов; m – номера сегментов анодного блока; $\Phi_0(r,\varphi)$ – безразмерная функция, описывающая распределение потенциала, наведенного одним сегментом анодного блока, симметричным относительно $\varphi = 0$, и удовлетворяющая уравнению Лапласа со следующими граничными условиями:

– на поверхности катода $\Phi_0 = 0$,

– на рассматриваемом сегменте анода $\Phi_0 = 1$,

– в соседних с ним раскрывах резонаторов Φ_0 линейно изменяется от 1 до 0,

– в раскрывах остальных резонаторов и на остальных сегментах $\Phi_0 = 0$.

В Приложении показано, что выражение для Φ_0 можно записать следующим образом:

(5)

Здесь r_c, r_a – радиусы катода и анода соответственно, θ – половина угла раскрыва резонатора. Вид этой функции в координатах приведен на рис. 3.

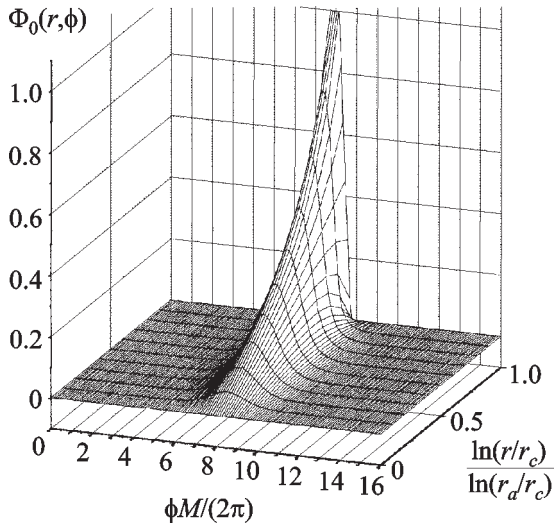

Рис. 3. *Потенциал Φ_0, созданный одним анодным сегментом*

Коэффициенты разложения u_m в (4) являются потенциалами сегментов и, соответственно, напряжениями в узлах эквивалентной схемы. Таким образом, ВЧ электрическое поле в пространстве взаимодействия имеет следующий вид:

(6)

где – функция, описывающая распределение напряженности поля, создаваемого одним анодным сегментом.

Для моделирования возбуждения ВЧ поля описанную выше эквивалентную схему следует дополнить источниками тока i_m, как показано на рис. 4. Ток i_m наведен потоком электронов на соответствующем сегменте анодного блока. Поскольку функция Φ_0 безразмерна и равна единице на поверхности сегмента анодного блока, наведенный ток вычисляется по формуле:

(7)

где $\vec{j}$ – плотность тока в пространстве взаимодействия, V – объем пространства взаимодействия. При использовании метода крупных частиц [8] пространственный заряд представлен совокупностью так называемых макрочастиц. Каждая макрочастица представляет собой совокупность электронов, движущихся по близким друг к другу траекториям. В терминах макрочастиц выражение для наведенного тока приобретает вид:

(8)

где q_0 – заряд макрочастицы; r_k, φ_k, $\vec{v}_k$ – координаты и скорость k-й макрочастицы; K_p – число макрочастиц в пространстве взаимодействия.

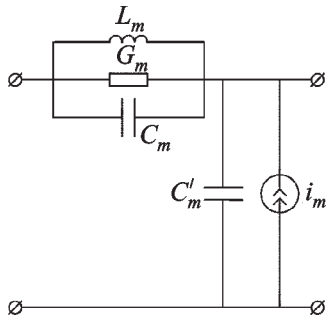

Рис. 4. *Участок эквивалентной схемы, учитывающей влияние электронов на ВЧ поле*

Вследствие того, что отношение радиусов анода и катода относительно невелико, поле, создаваемое одним сегментом, сосредоточено в небольшом диапазоне по угловой координате (см. рис. 3). Поэтому, как правило, достаточно учитывать взаимодействие электронов только с полями, создаваемыми ближайшими тремя сегментами анода. За счет этого удается существенно сократить время счета при моделировании магнетрона.

Эволюция узловых напряжений эквивалентной схемы с учетом наведенных токов описывается уравнением:

(9)

Здесь **u** – вектор узловых напряжений а **i** – вектор наведенных токов i_m, которые в общем случае являются нелинейными функциями узловых напряжений. Таким образом, колебательная система магнетрона моделируется системой M связанных нелинейных осцилляторов. Связь токов с узловыми напряжениями устанавливается путем решения уравнений движения, уравнения Пуассона, а также уравнений, описывающих генерацию вторичных электронов. Эти уравнения рассматриваются в следующем разделе.

3. Математическая модель магнетрона

Уравнения двухмерного движения электронов в цилиндрической системе координат r, φ записываются следующим образом:

(10)

где e_0, m_0 – элементарный заряд и масса электрона; U_a, B – анодное напряжение и индукция магнитного поля; r_a, r_c – радиусы анода и катода; Ф – потенциал поля пространственного заряда. Уравнения движения для каждой макрочастицы решаются до выполнения условий $r = r_a$ или $r = r_c$ (достижение частицей анода или катода соответственно). При попадании частиц на катод моделируется вторичная электронная эмиссия путем создания новых частиц с начальными скоростями, зависящими от параметров бомбардирующих электронов (см. [6, 9]). Термоэлектронная эмиссия моделируется путем создания новых частиц с нулевыми скоростями при $r = r_c$.

Потенциал поля пространственного заряда находится из уравнения Пуассона:

(11)

Здесь ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; а ρ – плотность пространственного заряда:

(12)

где L – осевая длина пространства взаимодействия, δ – функция Дирака.

Уравнения (10)-(12) совместно с (6), (8)-(9) представляют собой самосогласованную математическую модель магнетрона. При этом выходная мощность прибора рассчитывается как мощность, выделяющаяся на проводимости нагруженного резонатора. Видовой состав возбуждаемых колебаний определяется вычислением спектра одного из узловых напряжений. В стационарном режиме по соотношению между выходной мощностью и мощностью, рассеиваемой на проводимостях всех резонаторов, можно найти отношение между амплитудами составляющих генерируемого дублета.

Тестирование описанной модели было проведено путем расчета стационарных и переходных характеристик 8-мм магнетрона с приведенными выше параметрами. Ранее было проведено численное моделирование этого же магнетрона в рамках одномодового приближения [6, 10]. На рис. 5 представлены результаты натурного и численных экспериментов для двух моделей. При моделировании в рамках одномодового приближения для того, чтобы результаты моделирования совпали с данными измерений, потребовалось задать добротность $Q = 130$ и контурный КПД равный 50 %. В численном эксперименте, представляющем анодную систему в виде эквивалентной схемы, добротности были заданы в соответствии с данными таблицы. Эти данные с большей точностью совпадают с измеренными значениями.

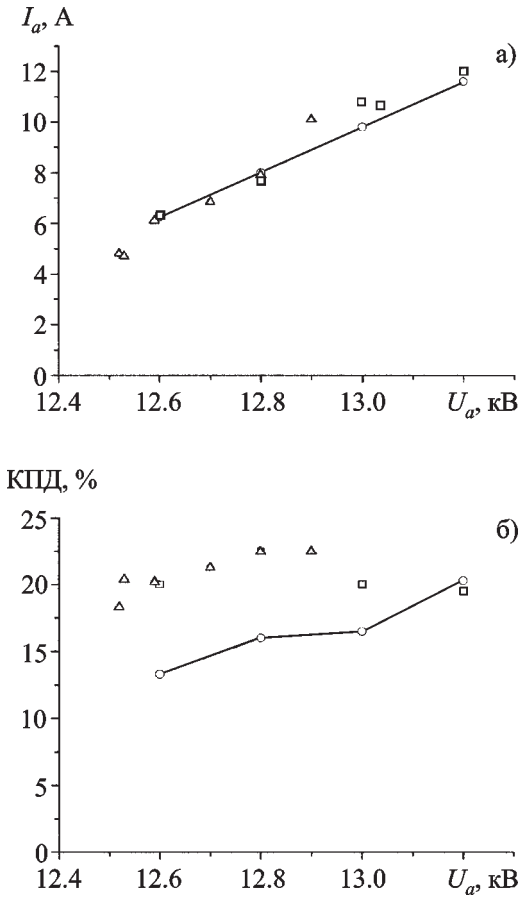

Рис. 5. *Сопоставление результатов математического моделирования с результатами натурного эксперимента:*
—○— – экспериментальные данные;
□ – одномодовое приближение;
Δ – приближение эквивалентной схемы

Как видно из рис. 5, результаты численного моделирования мало отличаются друг от друга и близки к результатам натурного эксперимента. Таким образом, эквивалентная схема достаточно корректно описывает свойства анодной системы, причем подбор параметров элементов эквивалентной цепи производится до серии численных экспериментов, в то время как при использовании одномодового приближения требовалось несколько пробных запусков для подбора добротности.

При моделировании в рамках описываемой модели отношение выходной мощности к полной мощности, отдаваемой электронами ВЧ полю, равно примерно 50 %, что меньше, чем контурный КПД нагруженной составляющей дублета. Это говорит о том, что происходит генерация обеих составляющих дублета.

Одним из преимуществ использования предлагаемой модели является возможность моделирования процессов возбуждения и установления колебаний в магнетроне. Закономерности этих процессов в магнетронах на пространственной гармонике с холодным катодом обсуждаются в следующем разделе.

4. Нестационарные процессы в магнетроне

Как и стационарный режим генерации, нестационарные процессы изучались на примере 8-мм магнетрона. Предполагалось, что анодное напряжение изменялось по линейному закону от нуля до рабочего значения в течение 15 нс. На рис. 6 приведен пример временной эволюции выходной мощности. Рис. 7 представляет собой динамический спектр колебаний в магнетроне в координатах частота-время, где цветом отображается интенсивность возбуждаемых колебаний в соответствии с приведенной цветовой шкалой. На рис. 8, а-в показаны спектры возбуждаемых колебаний в различные характерные моменты времени эволюции колебаний в магнетроне. Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать вывод, что начальный этап возбуждения колебаний является принципиально многомодовым. Видно,

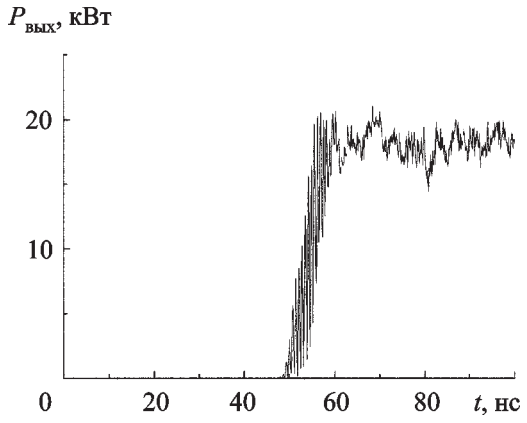

Рис. 6. *Временная эволюция выходной мощности магнетрона*

что до выхода прибора в стационарный режим (линия F на рис. 7) в системе в разные моменты времени доминируют колебания с различными частотами. Некоторые из них являются собственными колебаниями анодной системы, другие – колебаниями пространственного заряда. До того как анодное напряжение достигает стационарного значения, доминируют колебания пространственного заряда (линии B, C и группа линий A), которые являются результатом образования сгустков пространственного заряда при формировании электронного облака за счет термоэлектронной и слабой вторичной электронной эмиссии. На этом этапе анодная система не оказывает существенного влияния на динамику электронного облака и протекающие процессы аналогичны тем, которые происходят в магнетронном диоде. После выхода анодного напряжения на стационарное значение происходит кратковременное возбуждение высокочастотных видов колебаний (линия D, а также рис. 8, а), которое не приводит к увеличению вторичной эмиссии до уровня, необходимого для достижения пространственным зарядом рабочей величины. Примерно после 33-й наносекунды начинается одновременная генерация 3-го (линия F) и 4-го (линия E) видов колебаний (рис. 8, б), сопровождающаяся увеличением коэффициента вторичной эмиссии и ростом величины

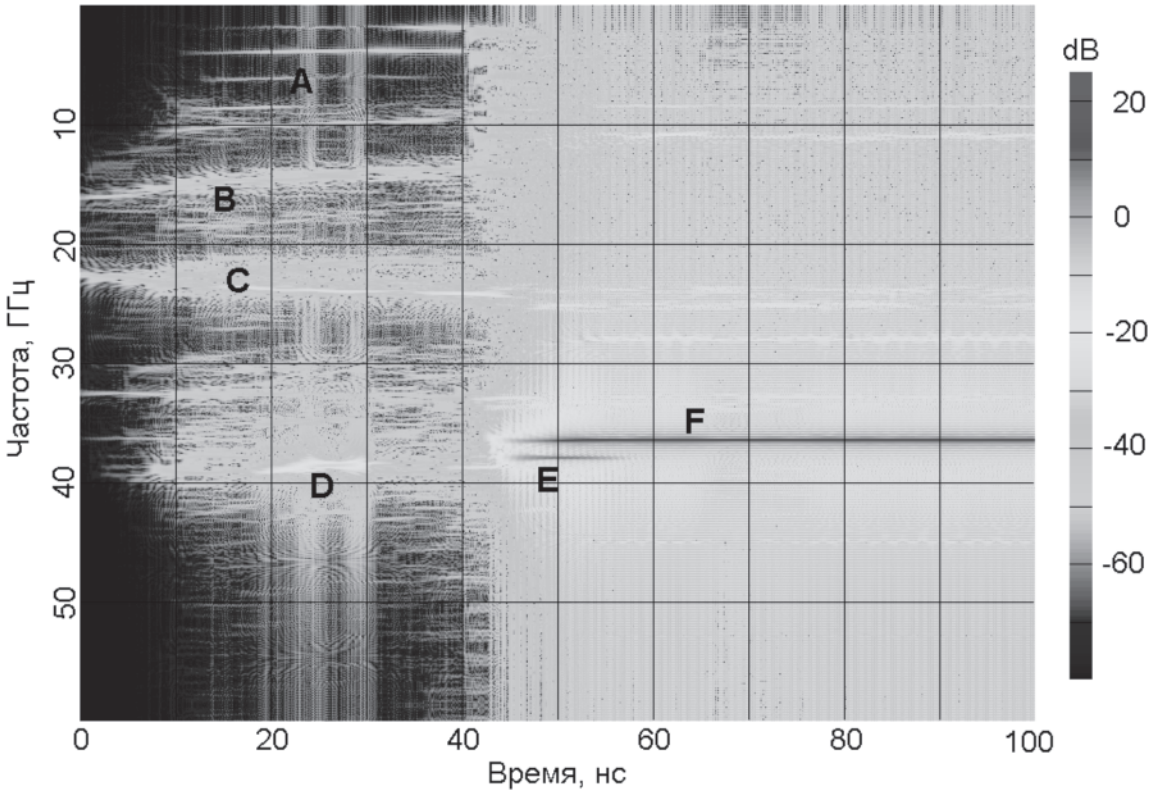

Рис. 7. *Динамический спектр колебаний в магнетроне*

пространственного заряда. В конечном итоге, в результате конкуренции этих двух видов происходит подавление 4-го и установление стационарной генерации на 3-м виде колебаний (рис. 8, в). При этом уровни мощности на других видах колебаний оказываются как минимум на 40 дБ ниже. Характерные времена возбуждения и существования отдельных видов колебаний могут меняться в довольно широких пределах при вариациях параметров магнетрона.

Таким образом, процесс запуска рассматриваемого типа магнетронов сопровождается возбуждением и конкуренцией нескольких мод анодной системы и корректное моделирование этого процесса в рамках одномодового приближения невозможно.

5. Выводы

В настоящей работе предложена нестационарная теория магнетронов, которая может применяться, например, для моделирования магнетронов на пространственной гармонике с холодным катодом. Ключевым моментом при создании математической модели магнетрона являлось применение эквивалентной схемы колебательной системы магнетрона в виде замкнутой цепочки связанных нелинейных осцилляторов. Представление колебательной системы магнетрона в виде эквивалентной схемы имеет следующие преимущества при численном моделировании работы прибора: учитывается наличие дублетных мод; одновременно рассматриваются все моды колебательной системы типа TE_{n1}; не делается

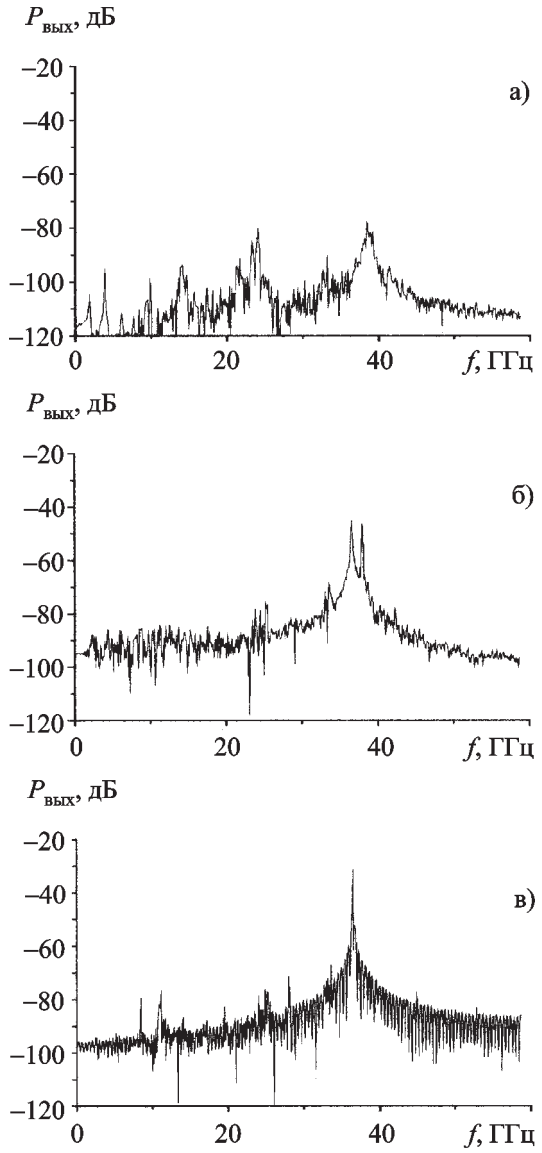

Рис. 8. *Спектры колебаний в магнетроне, соответствующие периодам: (а) – 30÷40 нс, (б) – 45÷55 нс, (в) – 80÷100 нс*

предположение о медленно меняющейся амплитуде поля – вместо амплитуд и фаз рассматриваются мгновенные значения; учитывается локальное взаимодействие электронных сгустков с отдельными резонаторами. Следует напомнить, что в одномодовом приближении предполагается, что амплитуда ВЧ поля во всех резонаторах меняется синхронно. Достоинства предложенной теории позволяют моделировать более точно не только стационарные режимы колебаний, но и процессы возбуждения и установления колебаний, которые в общем случае не удается описать в рамках одномодового приближения.

Работа была частично поддержана ЕС в рамках контракта IC15CT980509.

Приложение

Функция распределения потенциала

Для нахождения функции Φ_0, описывающей пространственное распределение потенциала, создаваемого одним анодным сегментом, необходимо решить уравнение Лапласа,

с граничными условиями, описанными во втором разделе. Введем переменную $y = \ln(r/r_c)$. В терминах этой переменной уравнение Лапласа приобретает вид:

Пусть центр анодного сегмента совпадает с $\varphi = 0$. Тогда граничные условия определяются следующим образом:

– на катоде $(y = 0)$ $\Phi_0 = 0$;

– на аноде $(y = y_a \equiv \ln(r_a/r_c))$

$\Phi_0 = 1$, при $\theta - \pi/M \le \varphi < \pi/M - \theta$;

при $\pi/M - \theta \le \varphi < \pi/M + \theta$;

при $-\pi/M - \theta \le \varphi < \theta - \pi/M$;

при остальных φ.

Поскольку функция Φ_0 периодична и заведомо четная (так как граничные условия симметричны относительно $\varphi = 0$), выражение для нее можно искать в виде разложения по косинусам, а именно:

Граничные условия на катоде при этом автоматически удовлетворены. Коэффициенты разложения Φ_k определяются исходя из граничных условий при $y = y_a$, что приводит к выражению

Подставляя значения коэффициентов Φ_k в разложение и возвращаясь к переменной r, получим выражение (5).

Литература

1. А. А. Слуцкий, С. Я. Брауде, И. Д. Трутень. Радиотехника. 1946, **1**, №9, с. 12-17.
2. S. P. Yu, G. P. Kooyers and O. Buneman. J. of Appl. Phys. 1965, **36**, No. 8, pp. 2550-2559.
3. В. Б. Байбурин, А. А. Терентьев, С. Б. Пластун. Радиотехника и электроника. 1996, **41**, №2, с. 236-240.
4. A. Palevsky, G. Bekefi, Drobot. J. of Appl. Phys. 1981, **52**, No. 8.
5. И. М. Вигдорчик, В. Д. Науменко, В. П. Тимофеев. Доклады Украинской Академии Наук. 1975, А, №7, с. 633.
6. K. Schünemann, S. V. Sosnytskiy, and D. M. Vavriv. Radio Phys. and Radio Astron. 2000, **5**, No. 2, pp. 171-180.
7. G. B. Collins. Microwave Magnetrons. McGraw-Hill Book Company, inc., 1948.
8. R. W. Hockney, J. W. Eastwood. Computer Simulation Using Particles. McGraw-Hill Book Company, inc., 1981.
9. J. Rodney, M. Vaughan. IEEE Trans. on Electron Devices. 1989, **36**, No. 9, pp. 1963-1967.
10. K. Schünemann, S. V. Sosnytskiy, and D. M. Vavriv. IEEE Trans. on Electron Devices. 2001, **48**, No. 5, pp. 993-998.

Non-Stationary Theory of Space-Harmonic Magnetrons with Cold Cathode

D. M. Vavriv, S. V. Sosnytskiy

The non-stationary theory for modeling the space-harmonic magnetrons with cold secondary-emission cathode is proposed. The principal idea of the magnetron mathematical model derivation is usage of the equivalent circuit of the magnetron cavity being a closed chain of coupled nonlinear resonators. The representation of the magnetron cavity by the equivalent circuit describes all the modes of the type with account of the doublet appearance, and allows, too, to examine the non-stationary processes.