

## МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ АНИЗОТРОПИЙНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ МНОГОМАССОВЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Б.И.Кузнецов<sup>1</sup>, докт.техн.наук, Т.Б.Никитина<sup>2</sup>, докт.техн.наук, М.О.Татарченко<sup>2</sup>, В.В.Хоменко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт технических проблем магнетизма НАН Украины,

ул. Индустриальная, 19, Харьков, 61106, Украина,

e-mail: bikuznetsov@mail.ru

<sup>2</sup>Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,

ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина.

*Сформулирована задача многокритериального синтеза анизотропийных регуляторов многомассовых электромеханических систем и показана возможность ее решения на основе концепции функционально множественной принадлежности к вектору состояния, что позволяет удовлетворить разнообразным требованиям, которые предъявляются к работе многомассовых электромеханических систем в различных режимах. Обоснован и разработан метод выбора матриц, с помощью которых формируется вектор цели стохастического робастного управления путем решения задачи нелинейного программирования. Минимизация анизотропийной нормы стохастической системы позволяет получить минимальную чувствительность синтезированной системы к изменению параметров моделей объектов управления и внешних воздействий. Результаты экспериментальных исследований двухмассовой электромеханической системы показали, что применение синтезированных анизотропийных регуляторов по сравнению с типовыми регуляторами позволило сократить время первого согласования в пять раз, повысить плавность движения на низких скоростях в 1,7 раза, уменьшить дисперсию ошибки обработки случайного задающего воздействия в четыре раза. Библ. 5.*

**Ключевые слова:** многокритериальный синтез, анизотропийный регулятор, многомассовая электромеханическая система.

**Введение.** Центральной проблемой современной теории и практики автоматического управления является создание систем, способных обеспечивать высокую точность управления при интенсивных задающих и возмущающих воздействиях широкого спектра частот. Повышение точности работы электромеханических систем управления сдерживается наличием упругих элементов в механических передачах от исполнительного двигателя к рабочему органу, что приводит к необходимости рассматривать модель системы «двигатель – рабочий механизм» в виде двух-, трех- и многомассовой электромеханической системы.

К таким системам управления обычно предъявляются весьма разнообразные и часто противоречивые требования при работе в различных режимах и при различных внешних воздействиях: ступенчатых, линейно-изменяющихся, гармонических, случайных и т.д. [1,2]. Кроме того, в различных режимах работы изменяются и сами показатели качества: при обработке больших рассогласований необходимо минимизировать время переходных процессов, а при обработке малых – минимизировать ошибку системы, которая, в значительной степени, определяется случайными внешними воздействиями и помехами измерения [1].

Интенсивно развивающаяся теория стохастического робастного управления [3–5] позволяет создавать системы управления, обладающие рядом преимуществ. Они имеют существенно меньшую чувствительность к изменению параметров объекта управления и внешних воздействий по сравнению с оптимальными системами несмотря на то, что динамические характеристики стохастических робастных систем могут незначительно отличаться от соответствующих характеристик оптимальных систем. Трудность синтеза стохастических робастных систем заключается, прежде всего, в формулировании их критерия качества таким образом, чтобы синтезированная система удовлетворяла предъявляемым техническим требованиям [1].

**Целью данной работы** является разработка метода многокритериального синтеза анизотропийных регуляторов многомассовых электромеханических систем, который бы позволил синтезировать системы, удовлетворяющие разнообразным требованиям в различных режимах работы и обладающие робастностью к структурным и параметрическим возмущениям объекта управления и внешних воздействий.

**Метод решения.** Рассмотрим исходную дискретную систему, имеющую  $n$ -мерный вектор состояния  $x$ ,  $m$ -мерный вектор входа  $\omega$  и  $p$ -мерный вектор цели  $z$ , заданную в пространстве состояний матрицами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , так что

$$x_{k+1} = Ax_k + B\omega_k, z_k = Cx_k + D\omega_k, \quad (1)$$

Средняя анизотропия этой системы равна

$$\bar{A}(G) = -\frac{1}{2} \ln \det \left( \frac{m \Sigma}{\text{Trace}(LPL^T + \Sigma)} \right), \quad (2)$$

где матрица  $P$  есть грамиан управляемости  $G$ , удовлетворяющий уравнению Ляпунова, а матрицы  $L$  и  $\Sigma$  соответствуют решению  $R$  уравнения Риккати [2]. Решение задачи синтеза анизотропийных регуляторов во временной области в виде матриц  $A, B, C, D$  реализации, с помощью которых минимизируется средняя анизотропия системы (2), сводится к решению трех алгебраических уравнений Риккати, уравнения Ляпунова и уравнения специального вида для вычисления уровня анизотропии входного сигнала [4].

Исходная система, замкнутая синтезированным анизотропийным регулятором, обладает определенными динамическими характеристиками, которые определяются вектором цели. Возможность решения задачи многокритериального синтеза анизотропийных регуляторов многомассовых электромеханических систем путем соответствующего выбора вектора цели покажем на основе концепции функционально множественной принадлежности вектора состояния, что позволяет удовлетворить разнообразным требованиям, предъявляемым к работе многомассовых электромеханических систем в различных режимах.

Введем вектор искоемых параметров  $\chi = \{C, D\}$ . Компонентами его являются элементы матриц  $C$  и  $D$  исходной системы (1), с помощью которых формируется вектор цели  $z$  стохастического робастного управления (2). Зададим начальное значение вектора  $\chi$ , синтезируем анизотропийный регулятор и определим прямые показатели качества замкнутой системы в различных режимах. Пронормируем эти частные критерии  $y_i$  так, чтобы они находились в диапазоне  $0 \leq y_i \leq 1$ . Приближение нормированного значения  $i$ -го частного критерия к единице соответствует напряженной ситуации, а приближение к нулю – спокойной ситуации.

При многокритериальном синтезе обычно исходная точка по некоторым критериям является недопустимой. В частности, это касается заданных значений времени первого согласования, перерегулирования, точности отработки и компенсации случайных внешних воздействий и многих других показателей качества системы. Однако ряд критериев таких, как величины управляющих воздействий и переменных состояния, являются допустимыми. Поэтому в нелинейной схеме компромиссов [1] используется комбинация метода штрафных функций с внутренней точкой для локальных критериев и ограничений, являющихся допустимыми, и метода с внешней точкой для локальных критериев и ограничений, являющихся недопустимыми, так что целевая функция примет следующий вид:

$$f(\chi, r, \lambda) = \sum_{i=1}^J \alpha_i [1 - y_i(\chi)]^{-1} + s(r)L(z) + p(\lambda)T(\chi), \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты, характеризующие важность частных критериев  $y_i$ ,  $s(r)$  и  $p(\lambda)$  – весовые функции, учитывающие влияние функции штрафа  $L(\chi, r) = r^2 \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(\chi)}$  для метода внутренней точки и функции

штрафа  $T(\chi) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2r} \{\min[0, g_i(\chi(r))]\}^2$  – для метода внешней точки. Для получения оптимального решения и выполнения ограничений необходимо, чтобы  $r \rightarrow 0$ , а  $\lambda \rightarrow \infty$ . Для решения такой задачи нелинейного программирования с ограничениями (3) использован метод последовательного квадратичного программирования (Sequential quadratic programming – SQP method).

Результаты экспериментальных исследований двухмассовой электромеханической системы показали, что применение синтезированных анизотропийных регуляторов по сравнению с типовыми регуляторами позволило сократить время первого согласования в пять раз, повысить плавность движения на низких скоростях в 1,7 раза, уменьшить дисперсию ошибки отработки случайного задающего воздействия в четыре раза. Экспериментально установлено, что синтезированная система имеет меньшую чувствительность к изменению параметров объекта управления по сравнению с системой с типовыми регуляторами.

**Выводы.** Разработан метод многокритериального синтеза анизотропийных регуляторов многомассовых электромеханических систем, позволяющий удовлетворить разнообразным требованиям, которые предъявляются к работе многомассовых электромеханических систем в различных режимах. Возможность такого подхода показана на основе концепции функционально множественной принадлежности вектора состояния. Обоснован и разработан метод выбора матриц, с помощью которых формируется вектор цели стохастического робастного управления путем решения задачи нелинейного программирования. Экспериментальные исследования двухмассовой электромеханической системы подтвердили эффективность применения синтезированных анизотропийных регуляторов.

1. Воронин А.Н. Многокритериальный синтез динамических систем. – К.: Наукова думка, 1992. – 160 с.
2. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения. – М.: Наука, 1982. – 382 с.
3. Diamond P., Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V. Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems // Int. J. Control. – 2001. – Vol. 74. – Pp. 28 – 42.

4. Vladimirov I.G., Kurdjukov A.R., Semyonov A.V. State-space solution to anisotropy-based stochastic  $H_\infty$  – optimization problem // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432.

5. Semyonov A.V., Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P. Stochastic approach to  $H_\infty$  – optimization // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp 2249 – 2250.

УДК 621.3.01

## БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ СИНТЕЗ АНІЗОТРОПІЙНИХ РЕГУЛЯТОРІВ БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Б.І.Кузнецов<sup>1</sup>, докт.техн.наук, Т.Б.Нікітіна<sup>2</sup>, докт.техн.наук, М.О.Татарченко<sup>2</sup>, В.В.Хоменко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут технічних проблем магнетизму НАН України,  
вул. Індустріальна, 19, Харків, 61106, Україна,  
e-mail: [bikuznetsov@mail.ru](mailto:bikuznetsov@mail.ru)

<sup>2</sup>Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,  
вул. Фрунзе, 21, Харків, 61002, Україна.

*Сформульовано задачу багатокритеріального синтезу анізотропійних регуляторів багатомасових електромеханічних систем та показано можливість її рішення на основі концепції функціонально множинної належності вектора стану, що дозволяє задовольнити різноманітним вимогам, які пред'являються до роботи багатомасових електромеханічних систем в різних режимах. Обґрунтовано і розроблено метод вибору матриць, за допомогою яких формується вектор мети стохастичного робастного управління шляхом вирішення задачі нелінійного програмування. Мінімізація анізотропійної норми стохастичної системи дозволяє отримати мінімальну чутливість синтезованої системи до зміни параметрів моделей об'єктів керування і зовнішніх впливів. Результати експериментальних досліджень двомасової електромеханічної системи показали, що застосування синтезованих анізотропійних регуляторів порівняно з типовими регуляторами дозволило скоротити час першого узгодження в п'ять разів, підвищити плавність руху на низьких швидкостях у 1,7 рази, зменшити дисперсію помилки відпрацювання випадкового задаючого впливу в чотири рази. Бібл. 5.*

**Ключові слова:** багатокритеріальний синтез, анізотропійний регулятор, багатомасова електромеханічна система.

## MULTICRITERION ANISOTROPIC REGULATORS SYNTHESIS BY MULTIMASS ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

B.I.Kuznetsov<sup>1</sup>, T.B.Nikitina<sup>2</sup>, M.O.Tatarchenko<sup>2</sup>, V.V.Khomenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Technical Problems of Magnetism National Academy of Sciences of Ukraine,  
19, Industrialna st., Kharkiv, 61106, Ukraine,  
e-mail: [bikuznetsov@mail.ru](mailto:bikuznetsov@mail.ru)

<sup>2</sup>National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
vul. Frunze, 21, Kharkiv, 61002, Ukraine.

*The problem of multicriterion anisotropic regulators synthesis by multimass electromechanical systems and the possibility of its solution based on the concept of multi-functional accessory of the state vector that can satisfy various requirements that apply to the work of multimass electromechanical systems in different modes. Proved and developed a method of selecting the matrices with which formed the target vector stochastic robust control by solving a nonlinear programming problem. Minimizing the anisotropic norm of a stochastic system provides a minimum sensitivity of the synthesized system to modify the plant models and external influences. The results of experimental studies of two-mass electromechanical system showed that the use of synthesized anisotropic regulators compared with standard controls has reduced the time of the first agreement by five times, to increase the smoothness of motion at low speeds by 1.7 times, to reduce the variance of the random errors mining master control four times. References 5.*

**Key words:** multicriterion synthesis, anisotropic regulator, multimass elektromenhanic system.

1. Voronin A.N. Multicriteria synthesis of dynamic systems. – Kyiv: Naukova dumka, 1992. – 160 p. (Rus)
2. Shtoer P. Multicriteria optimization: theory, calculation, applications. – Moskva: Nauka, 1982. – 382 p. (Rus)
3. Diamond P., Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V. Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems // Int. J. Control. – 2001. – Vol. 74. – Pp. 28 – 42.
4. Vladimirov I.G., Kurdjukov A.R., Semyonov A.V. State-space solution to anisotropy-based stochastic  $H_\infty$  – optimization problem // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432.
5. Semyonov A.V., Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P. Stochastic approach to  $H_\infty$  – optimization // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp. 2249 – 2250.

Надійшла 30.01.2014