Физика низких температур, 2005, т. 31, № 7, с. 735–744

Сверхтекучесть и заряженные вихри в системах со спонтанной межслоевой когерентностью в пределе низкой плотности

С.И. Шевченко

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: shevchenko@ilt.kharkov.ua

К.А. Наседкин

НТУ «Харьковский политехнический институт», ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, 61002, Украина

Статья поступила в редакцию 20 декабря 2004 г.

Изучены условия образования связанного состояния между двумерными пространственно разделенными электроном и дыркой в магнитном поле, нормальном к плоскости движения носителей. Найдены энергия связи, эффективная масса и электрическая поляризуемость электрон-дырочной пары в зависимости от расстояния между проводящими слоями d. Проанализированы особенности сверхтекучести бозе-газа электрон-дырочных пар в случае низкой плотности. Установлено, что квантованные вихри в сверхтекучей фазе имеют реальный электрический заряд, величина которого зависит от плотности пар и расстояния между слоями. В случае малых d и сильных магнитных полей заряд вихря $q = \nu e$, где ν — фактор заполнения носителями нижнего уровня Ландау. Исследована устойчивость бозе-газа пар относительно перехода в кристаллическое состояние и показано, что при малых d температура кристаллизации пар T_m существенно ниже температуры сверхтекучего перехода T_c. С ростом d температура T_m растет быстрее, чем T_c и существует критическое значение d, при котором область существования сверхтекучей фазы обращается в нуль.

Вивчено умови утворення зв’язаного стану між двовимірними просторово розподіленими електроном і діркою у магнітному полі, нормальному до площини руху носіїв. Знайдено енергію зв’язку, ефективну масу та електричну поляризовність електрон-діркової пари у залежності від відстані між провідними шарами d. Проаналізовано особливості надплинності бозе-газу електрон-діркових пар у випадку низької щільності. Встановлено, що квантовані вихорі у надплинній фазі мають реальний електричний заряд, величина якого залежить від щільності пар і відстані між шарами. У випадку малих d і великих магнітних полів заряд вихоря $q = \nu e$, де ν — фактор заповнення носіями нижнього рівня Ландау. Досліджено стійкість бозе-газу пар відносно переходу в кристалічний стан та показано, що при малих d температура кристалізації пар T_m суттєво нижче температури надплинного переходу T_c. З ростом d температура T_m зростає швидше, ніж T_c і існує критичне значення d, при якому область існування надплинної фази обертається у нуль.

PACS: **73.43.–f**, 71.35.Ji, **74.90.+n**

1. Введение

В ряде недавно выполненных работ [1–3] представлены экспериментальные доказательства сверхтекучести электрон-дырочных пар в двухслойных электронных системах. Речь идет о двухслойных системах с электронной проводимостью в сильном нормальном к слоям магнитном поле в случае, кода суммарный фактор заполнения слоев $\nu_T \equiv \nu_1 + \nu_2 = 1$. В этом случае число незаполненных мест, т.е. дырок в зоне

Ландау одного слоя равняется числу электронов в этой же зоне Ландау в другом слое и, благодаря кулоновскому взаимодействию, электроны с дырками могут образовывать связанные пары. Токовые состояния таких пар сопровождаются равными и противоположно направленными электрическими токами, которые являются не диссипативными ниже температуры перехода пар в сверхтекучее состояние. Идея о возможности сверхтекучести в системах со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок была впервые высказана в [4,5]. Применительно к двухслойным электронным системам в сильном магнитном поле эти идеи развивались в работах [6–13].

Как и в других сверхтекучих системах, в системах со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок могут возникать квантованные вихри. Довольно неожиданно оказалось, что хотя электрон-дырочная система является электронейтральной, в сильном магнитном поле все вихри несут реальный электрический заряд, локализованный в центре вихря. Впервые наличие заряда у вихря отмечено в работе [9] для систем с факторами заполнения $\nu_1 = \nu_2 = 1/2$, причем предсказано, что заряд вихря должен иметь универсальную величину $q = (1/2)e$. В работе одного из авторов [14] было показано, что появление электрического заряда у вихря имеет место во всех, а не только электрон-дырочных сверхтекучих системах, помещенных в магнитное поле. Этот заряд квантуется благодаря топологическим свойствам фазы параметра порядка, но в общем случае является дробным. Однако только в электрон-дырочных сверхтекучих системах заряд вихря может иметь универсальную величину $q = \nu e$, где $\nu = \nu_e = \nu_h$ (ν_e и ν_h — факторы заполнения уровня Ландау электронами в одном слое и дырками — в другом). В остальных сверхтекучих системах из-за малой электрической поляризуемости атомов и большой их массы заряд вихря является не наблюдаемо малым.

В работе [14] исследованы свойства двухслойной структуры в сильном магнитном поле в пределе, когда толщина диэлектрического слоя d, разделяющего проводящие слои, меньше всех длин задачи (в частности, d меньше магнитной длины $l_B = (c\hbar/eB)^{1/2}$ и расстояния между носителями $n^{-1/2}$). Но значительный интерес представляет случай не малых d, поскольку системы с большими d легче реализовывать экспериментально. Имеется, однако, опасность, что при увеличении d межслоевая когерентность будет разрушаться, ввиду разной зависимости от d потенциальной и кинетической энергий пар. Изучение свойств систем со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок при увеличении расстояния между проводящими слоями составляет предмет настоящей работы. Рассмотрен предел низкой плотности, когда среднее расстояние между электрон-дырочными парами значительно превосходит размер пары. Найдена зависимость от d заряда вихря и эффективной массы электрон-дырочной пары. Исследована устойчивость системы пар относительно перехода в кристаллическое состояние.

2. Электрон-дырочная пара в скрещенных электрическом и магнитном полях

Рассмотрим двухслойную систему в сильном нормальном к слоям магнитном поле. Будем считать, что в одном слое носителями тока являются электроны, а в другом — дырки. Подчеркнем, что в отсутствие магнитного поля оба слоя могут иметь электронную проводимость. Как показано в работе [15], частично-дырочная трансформация, выполненная при наличии магнитного поля в одном из слоев, изменяет фактор заполнения трансформируемого слоя от ν к $1-\nu$ и изменяет знак носителя тока с отрицательного на положительный. Поэтому для двухслойной электронной системы, факторы - заполнения которой удовлетворяют условию $\nu_1 + \nu_2 = 1$, после частично-дырочной трансформации в одном из слоев мы приходим к электрон-дырочной системе, у которой $\nu_e = \nu_h = \nu$. Будем для общности считать, что масса дырки m_h не совпадает с массой электрона m_e. В полупроводниковых гетероструктурах, в которых в отсутствие магнитного поля один слой имеет электронную, а другой — дырочную проводимость, обычно $m_e = 0{,}067 m_0$, а $m_h = 0{,}4 m_0$, где m_0 — масса свободного электрона. В рассматриваемом нами пределе низкой плотности электроны и дырки спарены в координатном пространстве и задача о спаривании сводится к решению уравнения Шредингера для одной электрон-дырочной пары

$$\left[\frac{1}{2m_e}\left(-i\hbar\nabla_e + \frac{e}{c}\mathbf{A}_e\right)^2 + \frac{1}{2m_h}\left(-i\hbar\nabla_h - \frac{e}{c}\mathbf{A}_h\right)^2 + e\mathbf{E}\cdot(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h) - \frac{e^2}{\varepsilon_0\sqrt{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|^2 + d^2}}\right]\Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \varepsilon\Psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{r}_e$ и $\mathbf{r}_h$ — двумерные радиусы-векторы, описывающие положение электрона и дырки в соответствующем проводящем слое (считаем проводящие слои двумерными), d — расстояние между проводящими слоями, ε_0 — единая для всей системы диэлектрическая проницаемость. При написании этого уравнения мы считали, что, кроме нормального к слоям магнитного поля $\mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$, параллельно к слоям приложено одинаковое в обоих слоях электрическое поле $\mathbf{E}$. Заряд электрона принимаем равным $-e$.

Решающим обстоятельством при решении уравнения (1) является существование оператора импульса пары

$$\hat{\boldsymbol{\pi}} = (-i\hbar\nabla_e + \frac{e}{c}\mathbf{A}_e) + (-i\hbar\nabla_h - \frac{e}{c}\mathbf{A}_h) - \frac{e}{c}\mathbf{B}\times(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h), \tag{2}$$

который, как показали Горьков и Дзялошинский [16], коммутирует с гамильтонианом (1), и все компоненты которого коммутируют друг с другом. Поэтому собственные функции уравнения (1) являются одновременно собственными функциями оператора $\hat{\boldsymbol{\pi}}$, а энергия ε является функцией собственного значения $\boldsymbol{\pi}$ этого оператора.

Для решения уравнения (1) удобно, как и в [14], перейти к новому представлению. В этом представлении волновая функция $\tilde{\psi} = U\psi$, где

$$\hat{U} = \exp(i\frac{e}{c}\frac{\mathbf{A}(\mathbf{R})\cdot\mathbf{r}}{\hbar}). \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{R} = \dfrac{m_e\mathbf{r}_e + m_h\mathbf{r}_h}{m_e + m_h}$ — координата центра масс, а $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ — относительная координата. Преимущество этого представления состоит в том, что вне зависимости от калибровки векторного потенциала $\mathbf{A}$ оператор импульса пары имеет очень простой вид:

$$\hat{\boldsymbol{\pi}} = U\hat{\pi}U^{-1} = -ih\frac{\partial}{\partial\mathbf{R}}. \tag{4}$$

Учитывая, что собственная функция этого оператора есть $\exp(i\pi\cdot\mathbf{R}/\hbar)$, мы немедленно находим, что в новом представлении волновая функция пары с импульсом $\boldsymbol{\pi}$ равна

$$\tilde{\Psi}(\mathbf{R},\mathbf{r}) = \exp(i\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{R}/\hbar)\Phi_\pi(\mathbf{r}). \tag{5}$$

Уравнение для функции $\Phi_\pi(\mathbf{r})$ может быть получено подстановкой (5) в уравнение $\tilde{H}\tilde{\Psi} = E\tilde{\Psi}$, где $\tilde{H} = U\hat{H}U^{-1}$, а $\hat{H}$ — оператор в левой стороне уравнения (1). В результате придем к уравнению

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial\mathbf{r}^2} - \frac{ie\hbar}{2mc}\gamma(\mathbf{B}\times\mathbf{r})\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} + \frac{e^2}{8mc^2}B^2r^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{e}{Mc}(\mathbf{B}\times\mathbf{r})\cdot\boldsymbol{\pi} + e\mathbf{E}\cdot\mathbf{r} - \frac{e^2}{\varepsilon_0\sqrt{r^2+d^2}} + \frac{|\boldsymbol{\pi}|^2}{2M}\right]\times$$
$$\times\Phi_\pi(\mathbf{r}) = \varepsilon\Phi_\pi(\mathbf{r}). \tag{6}$$

Здесь $M = m_e + m_h$ — полная масса пары, $m = \dfrac{m_e m_h}{m_e + m_h}$ — приведенная масса, $\gamma = \dfrac{m_h - m_e}{m_h + m_e}$.

Решение уравнения (6) было найдено в [14] при выполнении неравенств

$$a_B^e >> a_B^h, \quad l_B >> d, \tag{7}$$

где $a_B^{e(h)} = \dfrac{\hbar\varepsilon_0}{e^2 m_{e(h)}}$ — боровский радиус электрона (дырки). Первое из этих неравенств позволяет учитывать кинетическую энергию дырки и потенциальную энергию взаимодействия электрона и дырки по теории возмущений. При этом, вообще говоря, не предполагается, что кинетическая энергия дырки существенно превосходит потенциальную энергию. В результате решения найдена энергия электрон-дырочной пары как функция импульса пары. Добавка к энергии, зависящая от импульса $\boldsymbol{\pi}$ и электрического поля $\mathbf{E}$, равна

$$\Delta\varepsilon = \frac{1}{2M_*}\left(\boldsymbol{\pi} + \alpha(B)\frac{[\mathbf{E}\times\mathbf{B}]}{c}\right)^2 - \frac{\alpha(B)}{2}E^2. \tag{8}$$

Здесь эффективная масса пары

$$M_* = M + M_B, \tag{9}$$

где магнитная масса

$$M_B = \frac{4}{\sqrt{2\pi}}\frac{\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 l_B} \tag{10}$$

зависит только от магнитного поля.

Величина

$$\alpha(B) = M_B\frac{c^2}{B^2} \tag{11}$$

имеет смысл электрической поляризуемости пары. Выражение, аналогичное (8), было получено в работе [17] для электрически нейтрального атома в скрещенных полях для малых магнитных полей. В этом случае уравнение (8) содержит поляризуемость атома $\alpha(0)$ в нулевом магнитном поле вместо $\alpha(B)$ и массу атома M вместо эффективной массы M_*. Полученное в [17] выражение вновь открыто спустя 20 лет в работе [18].

Дифференцируя (8) по $\boldsymbol{\pi}$, мы найдем скорость пары $\mathbf{v}$, а дифференцирование (8) по $\mathbf{E}$ дает дипольный момент пары $\mathbf{p}$ (взятый с обратным знаком).

Уравнение (6) может также быть решено при больших d. Предположим, что d существенно превосходит размер пары в плоскости проводящего слоя. (Соответствующие ограничения на параметры системы будут получены ниже.) Тогда потенциальную энергию в уравнении (6) можно разложить по степеням $(r/d)^2$. В результате потенциальная энергия запишется в виде $-\dfrac{e^2}{\varepsilon_0 d} + \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2r^2}{\varepsilon_0 d^3}$. После такой замены уравнение (6) удается решить точно. Ищем волновую функцию $\Phi_\pi(\mathbf{r})$ в виде [16,19]

$$\Phi_\pi(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r} - \eta\boldsymbol{\rho}_0)\exp(i\frac{\mathbf{r}\cdot\boldsymbol{\pi}}{2\hbar}\gamma\eta). \qquad (12)$$

Будем сначала считать, что, как и в [19], электрическое поле отсутствует. Тогда

$$\boldsymbol{\rho}_0 = c(\frac{\mathbf{B}\times\boldsymbol{\pi})}{eB^2}. \qquad (13)$$

Функция η выбирается таким образом, чтобы занулить в уравнении (6) члены, содержащие $\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{r}$ и $\boldsymbol{\pi}\times\frac{\partial}{\partial\mathbf{R}}$. В результате найдем, что

$$\eta = 4\frac{m}{M}\frac{1}{\beta^2-\gamma^2}, \qquad (14)$$

где $\beta^2 = 1 + \frac{4l_B^4}{a_B d^3}$ (мы исправили численную ошибку в β, допущенную в [19]), $a_B = \varepsilon_0\hbar^2/me^2$ — эффективный боровский радиус.

После подстановки (12) в (6) получаем

$$\varepsilon = \frac{|\boldsymbol{\pi}|^2}{2M}(1-\eta) - \frac{e^2}{\varepsilon_0 d} + \varepsilon_{n,s}. \qquad (15)$$

Здесь $\varepsilon_{n,s}$ — собственные значения уравнения

$$\left(-\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial\mathbf{r}} - i\hbar\frac{e}{c}\frac{1}{2m}\gamma(\mathbf{B}\times\mathbf{r})\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} + \frac{e^2}{8mc^2}B^2r^2\beta^2\right)\times$$

$$\times\Phi_{n,s}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{n,s}\Phi_{n,s}(\mathbf{r}). \qquad (16)$$

Из (16) следует, что волновая функция $\Phi_{n,s}(\mathbf{r})$ имеет вид

$$\Phi_{n,s}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n!\beta}{2\pi(n+|s|!)}}\exp(\frac{is\varphi}{l_B})(\sqrt{\frac{\beta}{2}}\frac{r}{l_B})^{|s|}\times$$

$$\times L_n^{|s|}(\frac{\beta r^2}{2l_B^2})\exp(\frac{\beta r^2}{4l_B^2}). \qquad (17)$$

С помощью (12) легко убедиться, что электрон-дырочная пара с отличным от нуля импульсом $\boldsymbol{\pi}$ имеет отличный от нуля дипольный момент $\mathbf{p}$.

Действительно, дипольный момент пары равен

$$\mathbf{p} = -e\langle\mathbf{r}\rangle = -e\int\Phi^*(\mathbf{r}-\eta\boldsymbol{\rho}_0)\mathbf{r}\Phi(\mathbf{r}-\eta\boldsymbol{\rho}_0)d\mathbf{r} =$$

$$= -e\int\Phi^*(\mathbf{r})(\mathbf{r}+\eta\boldsymbol{\rho}_0)\Phi(\mathbf{r})d\mathbf{r} = -e\eta\boldsymbol{\rho}_0 = -\eta c(\frac{\mathbf{B}\times\boldsymbol{\pi})}{B^2}. \qquad (18)$$

Этот результат полезно также получить другим способом. Как показали Горьков и Дзялошинский [16], между импульсом пары $\boldsymbol{\pi}$, ее скоростью $\mathbf{v}$ и дипольным моментом $\mathbf{p}$ имеется следующее соотношение:

$$\boldsymbol{\pi} = M\mathbf{v} + \frac{1}{c}\mathbf{p}\times\mathbf{B}. \qquad (19)$$

Но из (15) следует, что

$$\mathbf{v} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\boldsymbol{\pi}} = (1-\eta)\frac{\boldsymbol{\pi}}{M}. \qquad (20)$$

Подставляя это выражение для скорости в (19), найдем

$$\eta\boldsymbol{\pi} = (\mathbf{B}\times\mathbf{p})/c, \qquad (21)$$

что совпадает с (18). Отсюда мы приходим к важному заключению: для вычисления дипольного момента пары не нужно знать ее волновую функцию. Дипольный момент может быть вычислен, если известно выражение для энергии.

До сих пор мы считали, что электрическое поле $\mathbf{E}$ равно нулю. Легко обобщить полученные результаты на случай отличных от нуля электрических полей. Для этого достаточно заметить, что при наличии электрического поля члены, линейные по $\mathbf{r}$ в уравнении (6), равны

$$(\frac{e}{cM}[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{B}] + e\mathbf{E})\cdot\mathbf{r} = \frac{e}{cM}\left[(\boldsymbol{\pi} + \frac{cM}{B^2}\mathbf{B}\times\mathbf{E})\times\mathbf{B}\right]\cdot\mathbf{r}. \qquad (22)$$

Поэтому наличие электрического поля приводит к замене в уравнении (6) импульса пары $\boldsymbol{\pi}$ на эффективный импульс

$$\boldsymbol{\pi}_{\mathrm{eff}} = \boldsymbol{\pi} + \frac{cM}{B^2}\mathbf{B}\times\mathbf{E}. \qquad (23)$$

При этом энергия пары равна (ср. с (15))

$$\varepsilon = \frac{|\boldsymbol{\pi}|^2}{2M} - \eta\frac{|\boldsymbol{\pi}_{\mathrm{eff}}|^2}{2M} - \frac{e^2}{\varepsilon_0 d} + \varepsilon_{n,s}. \qquad (24)$$

Введем теперь обозначения

$$M_* \equiv \frac{M}{1-\eta} \qquad (25)$$

и

$$\alpha(B) = (M_* - M)\frac{c^2}{B^2} \qquad (26)$$

Тогда нетрудно убедиться, что первые два слагаемые в (24), т.е. часть энергии, зависящая от импульса $\boldsymbol{\pi}$ и электрического поля $\mathbf{E}$, в точности совпадают с энергией $\Delta\varepsilon$ из (8). Новое определение электрической поляризуемости (26) является более общим, чем определение (11), и оно переходит в (11) при $a_B^e \gg a_B^h$, $l_B \gg d$.

3. Сверхтекучесть пар в пределе низкой плотности

Перейдем теперь от отдельной электрон-дырочной пары к системе пар. В пределе низкой плотности пары можно считать истинными бозонами, и если бы они не взаимодействовали, то при $T = 0$ в системе произошла бы бозе-конденсация и все пары сконденсировались в состояние с минимальной энергией. В действительности между парами имеется взаимодействие, которое в силу электронейтральности пар, является короткодействующим. В этом случае при малой плотности взаимодействие приводит к слабому «истощению» бозе-конденсата. В результате для этой системы применимы известные аргументы Гросса и Питаевского (см, например, [20]), позволяющие заменить полевой оператор пары на c — числовой параметр порядка ψ. Из (8) следует, что параметр порядка должен удовлетворять нелинейному уравнению Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{1}{2M_*}\left(-i\hbar\nabla + \alpha(B)\frac{[\mathbf{E}\times\mathbf{B}]}{c}\right)^2\psi - -\frac{\alpha(B)}{2}E^2\psi + \gamma|\psi|^2\psi. \tag{27}$$

Последний член в правой стороне (27) описывает взаимодействие между парами. Его явное выражение будет приведено ниже.

Из (27) легко получить уравнение непрерывности для сверхтекучей компоненты и выражение для плотности сверхтекучего потока $\mathbf{j}_s$:

$$\mathbf{j}_s = \frac{i\hbar}{2M_*}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi) + \frac{\alpha(B)}{M_*c}\mathbf{E}\times\mathbf{B}\psi^*\psi. \tag{28}$$

Если записать параметр порядка в виде $\psi = |\psi|e^{i\varphi(r)}$, то сверхтекучая скорость $\mathbf{v}_s$ будет равна ($\mathbf{j}_s = \mathbf{v}_s\psi^*\psi$)

$$\mathbf{v}_s = \frac{1}{M_*}(\hbar\nabla\varphi + \alpha(B)\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{c}). \tag{29}$$

Из этого выражения следует, что скрещенные электрическое и магнитное поля индуцируют в электронейтральной сверхтекучей жидкости незатухающие потоки подобно тому, как поле векторного потенциала индуцирует сверхтоки в сверхпроводнике. Аналогия со сверхпроводниками будет еще более полной, если заметить, что в сверхпроводниках выполняется уравнение (поле непрерывно ускоряет электроны)

$$m\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = e\mathbf{E} = -\frac{e}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}. \tag{30}$$

Полная производная связана с частной производной, описывающей изменение $\mathbf{v}_s$ в данной точке пространства, соотношением $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}$.

В виду того, что токовые скорости $\mathbf{v}$ малы по сравнению со скоростью Ферми, можно заменить полную производную на частную. Интегрируя получающееся уравнение и полагая константу интегрирования равной нулю, найдем известный результат:

$$\mathbf{v}_s = -\frac{e}{mc}\mathbf{A}. \tag{31}$$

Подобным образом в скрещенных электрическом и магнитном полях сверхтекучая жидкость непрерывно ускоряется силой Абрагама, равной в случае среды с магнитной проницаемостью $\mu = 1$ [21],

$$\mathbf{F}_A = \frac{\alpha(B)}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}\times\mathbf{B}), \tag{32}$$

так что

$$M_*\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{\alpha(B)}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}\times\mathbf{B}). \tag{33}$$

Заменяя в (33) полную производную на частную, ввиду медленности токовых скоростей, и полагая, что со временем изменяется только электрическое поле, получим после интегрирования по времени, при условии, что константа интегрирования положена равной нулю,

$$\mathbf{v}_s = \frac{\alpha(B)}{M_*c}\mathbf{E}\times\mathbf{B}. \tag{34}$$

Выражение (34) совпадает со вторым слагаемым в (29). Подставив в (34) поляризуемость $\alpha(B)$ из (26), получим

$$\mathbf{v}_s = \left(1 - \frac{M}{M_*}\right)c\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{B^2}. \tag{35}$$

Как мы убедимся ниже, масса M_* увеличивается с ростом магнитного поля, так что соотношение M/M_* уменьшается с ростом B. При выполнении неравенств $a_B^e, a_B^h >> l_B$ отношение $M/M_* << 1$, так что при этом

$$\mathbf{v}_s = c\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{B^2}. \tag{36}$$

Но выражение, стоящее в правой стороне (36), есть скорость, с которой движется свободный заряд в скрещенных электрическом и магнитном полях. Поскольку эта скорость не зависит от величины заряда, то с ней будет двигаться как электрон, так и дырка и, значит, пара как целое. Такой результат является совершенно естественным, так как при

$a_B^e, a_B^h \gg l_B$ кулоновская энергия пары мала по сравнению с энергией пары в магнитном поле и, следовательно, пару можно в первом приближении считать свободной.

Обратимся к вопросу о дипольном моменте сверхтекучей компоненты. С помощью (19) и (29) можно без труда найти, что дипольный момент единицы площади равен

$$\mathbf{P} = \alpha(B)(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B})|\psi|^2. \tag{37}$$

Этот результат означает, что не только электрическое поле, но и сила Лоренца поляризует среду, действуя в противоположных направлениях на положительный и отрицательный заряды пары. Коэффициент, стоящий перед $|\psi|^2$, есть дипольный момент отдельной пары, а $|\psi|^2$ — число пар, приходящихся на единицу площади. Из (37) следует, что движение сверхтекучей компоненты будет сопровождаться появлением в ней дипольного момента. Неоднородное поле скоростей $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ будет приводить к неоднородному дипольному моменту, что, в свою очередь, вызовет появление в системе поляризационного электрического заряда

$$\rho_{\rm pol} = -\operatorname{div}\mathbf{P}. \tag{38}$$

Если подставить в это выражение дипольный момент $\mathbf{P}$ из (37) и учесть, что сверхтекучая скорость $\mathbf{v}_s$ дается выражением (29), то в отсутствие электрического поля получим (поле $\mathbf{B}$ считаем однородным)

$$\rho_{\rm pol} = -\frac{B}{c}\alpha(B)\operatorname{rot}_z\mathbf{v}_s|\psi|^2 = -\frac{c}{B}(M_* - M)|\psi|^2\operatorname{rot}_z\mathbf{v}_s. \tag{39}$$

Нас интересует заряд $\rho_{\rm pol}$, связанный с вихрем. Если не интересоваться структурой вихревого кора, то вихри можно рассматривать как математические линии (точки). Тогда $|\psi|^2$ можно заменить на плотность пар n и, принимая во внимание сингулярность поля скоростей $\mathbf{v}_s$ на этих линиях, получим

$$\operatorname{rot}_z\mathbf{v}_s = 2\pi\frac{\hbar}{M_*}\sum_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)n_i. \tag{40}$$

Здесь $n_i = \pm 1$ и верхний (нижний) знак соответствует вихрям, которые вращаются против (по) часовой стрелки и суммирование производится по координатам вихрей (вихревых коров). В результате

$$\rho_{\rm pol} = \pm\frac{\hbar c}{B}\left(1-\frac{M}{M_*}\right)2\pi n\sum_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)n_i. \tag{41}$$

Если заполнен только нижний уровень Ландау и фактор заполнения равен ν (напоминаем, что электронный и дырочный факторы заполнения совпадают $\nu_e = \nu_h = \nu$), то, учитывая соотношение $\nu = 2\pi l_B^2 n$, выражение (41) можно переписать в виде

$$\rho_{\rm pol} = \pm\left(1-\frac{M}{M_*}\right)\nu e\sum_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)n_i. \tag{42}$$

Заряд вихря равен коэффициенту перед δ-функцией. При малых d (точнее, при $a_B^e \gg a_B^h$, $l_B \gg d$), $M_* - M = M_B$ и для заряда вихря q находим [14]

$$q = \pm\frac{M_B}{M_*}\nu e. \tag{43}$$

При больших d в соответствии с (25) $M_* = \dfrac{M}{1-\eta}$ и заряд вихря $q = \pm\eta\nu e$.

С помощью этого выражения легко найти, как заряд вихря зависит от толщины диэлектрика d. Поскольку фактор заполнения слоев ν от d не зависит, то все будет определяться зависимостью от d коэффициента η. Но прежде, чем найти эту зависимость, отметим, что выражение (14) для δ получено в предположении, что d существенно превосходит размер пары в плоскости проводящего слоя. Из вида волновой функции пары (17) следует, что размер пары порядка $2l_B/\sqrt{\beta}$. Поэтому должно выполняться неравенство

$$d^2 \gg 4l_B^2/\beta, \tag{44}$$

т.е.

$$d^4(1 + 4l_B^4/a_B d^3) \gg 16 l_B^4. \tag{45}$$

Нетрудно убедиться, что при $d \gg a_B$ неравенство (46) выполняется как при $l_B \gg d$ (слабые магнитные поля), так и при $l_B \ll d$ (сильные поля). Мы в дальнейшем будем считать, что $d \gg a_B$. В этом случае построенная теория справедлива как при слабых, так и при сильных магнитных полях.

Возвращаясь к выражению (14) для η, получим

$$\eta = 4\frac{m}{M}\frac{1}{1 + \dfrac{4l_B^4}{a_B d^3} - (m_h - m_e)^2/(m_h + m_e)^2}. \tag{46}$$

Приведем отдельно результаты для случаев $m_h = m_e$ и $m_e \ll m_h$. В первом случае, который реализуется в двухслойной системе, состоящей из двух одинаковых электронных слоев,

$$\eta = a_B d^3/4l_B^4 \qquad \text{при } l_B \gg d \gg a_B,$$

$$\eta = 1 - \frac{4l_B^4}{a_B d^3} \qquad \text{при } l_B \ll d. \tag{47}$$

Во втором случае (гетеропереход из электронного и дырочного слоя)

$$\eta = \frac{m_e}{m_h}\frac{a_B d^3}{l_B^4} \qquad \text{при } \frac{l_B^4}{a_B d^3} >> \frac{m_e}{m_h},$$

$$\eta = 1 - \frac{m_h}{m_e}\frac{l_B^4}{a_B d^3} \qquad \text{при } \frac{l_B^4}{a_B d^3} << \frac{m_e}{m_h}. \tag{48}$$

Таким образом, в слабых магнитных полях заряд вихря растет с ростом толщины диэлектрического слоя как d^3. Например, при $m_h = m_e$ заряд вихря равен

$$q = \frac{a_B d^3}{4 l_B^4}\nu e. \tag{49}$$

В сильных полях заряд вихря перестает зависеть от d и становится равным универсальному значению $q = \nu e$.

Найденные выражения для η позволяют сразу же получить эффективную массу пары M_*. Из (25) и (48), (49) следует, что в слабых магнитных полях $M_* \cong M$. В сильных полях

$$M_* = \frac{1}{2}\frac{a_B d^3}{l_B^4} m_e \qquad \text{при } m_h = m_e. \tag{50}$$

и

$$M_* = \frac{a_B d^3}{l_B^4} m_e \qquad \text{при } m_e << m_h. \tag{51}$$

Видно, что в отличие от заряда вихря эффективная масса пары растет как d^3 не в слабых, а в сильных магнитных полях. Кроме того, масса M_* увеличивается с ростом магнитного поля пропорционально B^2. Такое утяжеление пары в сильных магнитных полях приводит к уменьшению кинетической энергии пары, что, в свою очередь, может привести к кристаллизации пар.

4. Кристаллизация пар

Проблему устойчивости пар относительно перехода в кристаллическое состояние не удается решить точно, но можно привести ряд оценок, позволяющих качественно понять ситуацию. Предположим, что кристаллизация пар произошла и исследуем вопрос о плавлении образовавшегося дипольного кристалла. Поскольку этот кристалл двумерный, то при классическом рассмотрении проблемы плавления естественно считать, что плавление происходит по механизму Костерлица–Таулесса (т.е. путем диссоциации при температуре плавления пар с антипараллельными векторами Бюргерса). Температура плавления двумерного кристалла может быть выражена через коэффициенты Ламе μ и λ дипольного кристалла:

$$T_m = \frac{a^2\mu(T_m)(\mu(T_m) + \lambda(T_m))}{4\pi(2\mu(T_m) + \lambda(T_m))}, \tag{52}$$

здесь a — постоянная решетки кристалла.

Для разреженного дипольного кристалла (т.е. при $d << a$) коэффициенты Ламе могут быть вычислены. В гармоническом приближении и при $T = 0$ [22]

$$\mu = \frac{A}{S_0}, \quad \lambda = 9\frac{A}{S_0}. \tag{53}$$

Здесь S_0 — площадь элементарной ячейки дипольного кристалла, а

$$A = \frac{3}{16}\frac{e^2 d^2}{\varepsilon_0}\text{Q}, \tag{54}$$

где

$$\text{Q} = \sum \frac{1}{r^3(n)} \sim \frac{1}{S_0}\int \frac{2\pi r dr}{r^3} \sim \frac{2\pi}{a^3}. \tag{55}$$

Из (52)–(55) следует, что температура плавления дипольного кристалла

$$T_m \approx \frac{1}{10}\frac{(ed)^2}{\varepsilon_0 a^3} \approx \frac{1}{10}\frac{(ed)^2}{\varepsilon_0} n^{3/2}. \tag{56}$$

Эту температуру следует сравнить с температурой T_c перехода бозе-газа пар в сверхтекучее состояние. Для температуры T_c имеется соотношение Костерлица–Таулесса

$$T_c = \frac{\pi}{2}\frac{\hbar^2 n_s(T_c)}{M_*}. \tag{57}$$

Здесь $n_s(T_c)$ — плотность сверхтекучей компоненты электрон-дырочного газа при температуре T_c. Плотность n_s связана с полной плотностью пар n соотношением $n_s = n - n_n$, где n_n — плотность нормальной компоненты. В отсутствие примесей и дефектов кристаллической решетки плотность нормальной компоненты определяется известным выражением Ландау, которое в рассматриваемом случае двумерного бозе-газа имеет вид

$$n_n = \int\left(-\frac{dn_p}{d\varepsilon}\right)\frac{p^2}{2M_*}\frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2}, \tag{58}$$

где n_p — функция распределения элементарных возбуждений в бозе-газе. При низких температурах плотность элементарных возбуждений мала, и элементарные возбуждения можно считать невзаимодействующими. Поэтому в состоянии термодинамического равновесия функция n_p есть распределение

Бозе–Эйнштейна (с равным нулю химическим потенциалом). Спектр элементарных возбуждений $\varepsilon(\mathbf{p})$ можно найти, рассматривая его как закон дисперсии малых колебаний конденсатной волновой функции $\psi(\mathbf{r},t)$ [23]. В результате найдем, что спектр имеет боголюбовский вид:

$$\varepsilon(p) = \left[\left(\frac{p^2}{2M_*}\right)^2 + \frac{\gamma n p^2}{M_*}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (59)$$

Такой закон дисперсии элементарных возбуждений не позволяет получить аналитическое выражение для интеграла в (59) и найти нормальную плотность n_n при произвольных значениях константы взаимодействия γ. Расчет удается выполнить в важном случае сильных магнитных полей и малых толщин диэлектрического слоя, точнее, при $a_B >> l_B >> d$. При этом константа взаимодействия равна [14]

$$\gamma = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \frac{e^2 d^2}{\varepsilon_0 l_B} \qquad (60)$$

и, как показывают последующие вычисления критической температуры T_c, выполняется неравенство $T_c >> \gamma n$. Тогда удобно в (58) после перехода от интегрирования по p к интегрированию по $\xi = p^2/2M_*$ разбить интервал интегрирования по ξ на два: от нуля до ξ_c и от ξ_c до ∞. Энергия ξ_c должна удовлетворять неравенствам

$$T >> \xi_c >> \gamma n. \qquad (61)$$

В силу неравенств (61), в первом интеграле можно заменить $n(\varepsilon)$ на T/ε, а во втором — заменить ε на ξ. Складывая полученные результаты, найдем, что

$$n_n = \frac{M_* T}{2\pi\hbar^2} \ln T/\gamma n. \qquad (62)$$

Подставив это выражение в (58), нетрудно найти температуру сверхтекучего перехода T_c. Необходимо, однако, обратить внимание на следующее обстоятельство. Оказывается, что найденная с помощью формулы (58) сверхтекучая плотность $n_s(T_c)$ существенно меньше полной плотности пар n. Это означает, что при температуре T_c элементарных возбуждений много и пренебрегать их взаимодействием нельзя, в то время как при получении выражения (63) газ возбуждений считался идеальным. Поэтому при малых d мы можем вычислить T_c только по порядку величины. Для этого следует приравнять нормальную плотность n_n из (62) полной плотности пар n. Выражая плотность n через фактор заполнения уровня Ландау ν, в случае, когда $m_h = m_e$, получаем с логарифмической точностью

$$T_c \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\nu \frac{e^2}{\varepsilon_0 l_B} (\ln \frac{l_B}{d})^{-1}. \qquad (63)$$

Сравнение выражений (56) и (63) показывает, что при уменьшении толщины диэлектрика d как температура плавления T_m, так и температура сверхтекучего перехода T_c уменьшаются. Однако $T_m \sim d^2$, а $T_c \sim (\ln l_B/d)^{-1}$, поэтому, очевидно, что $T_m << T_c$, более точно, $T_m/T_c \approx \frac{\sqrt{\nu}}{5\pi^2}\frac{d^2}{l_B^2}\ln\frac{l_B^2}{d^2} << 1$. Таким образом, при малых d кристаллизация пар должна происходить при температуре T_m, существенно более низкой, чем температура сверхтекучего перехода T_c. Стоит отметить, что T_c из (63) меньше, чем температура вырождения бозе-газа пар $T_0 \approx \frac{\hbar^2 n}{M_*} \approx \nu \frac{e^2}{\varepsilon_0 l_B}$ (отношение $T_c/T_0 \approx \left(\ln\frac{l_B}{d}\right)^{-1}$). Этим данная система отличается от $3D$ бозе-газа, и связано такое отличие с отсутствием бозе-конденсата при неравной нулю температуре в $2D$ системах.

Мы рассмотрели случай малых толщин диэлектрика d. Обратимся теперь к большим d. Большие d предполагают, что выполняется неравенство $d^2 >> \langle r^2\rangle$. При выполнении этого неравенства совместно с условием разреженности бозе-газа пар $n\langle r^2\rangle << 1$ пары можно рассматривать как двумерные непроницаемые шарики (или диски), радиус которых $r_0 = \sqrt{\langle r^2\rangle}$. Константа взаимодействия такого $2D$ бозе-газа, впервые найденная в работе [24], равна

$$\gamma = \frac{4\pi\hbar^2}{M_* \ln(1/nr_0^2)}. \qquad (64)$$

Хотя формально константу γ можно сделать малой, уменьшая плотность пар n, в реальных физических системах энергия взаимодействия пар γn остается порядка температуры их вырождения $\hbar^2 n/2M_*$. Причина не только в том, что логарифм трудно сделать достаточно большим, но и в том, что дефекты структуры и шероховатость проводящих слоев будут приводить к локализации носителей при уменьшении их плотности. Таким образом, плотность пар n должна быть больше некоторого критического значения (в эксперименте — 10^9 см$^{-2}$). Поэтому в случае больших d температура сверхтекучего перехода T_c порядка температуры вырождения пар $\hbar^2 n/2M_*$, и условие существования сверхтекучей фазы имеет вид

$$\frac{\hbar^2 n}{M_*} > \frac{1}{10}\frac{e^2 d^2}{\varepsilon} n^{3/2}. \qquad (65)$$

При заданном факторе заполнения уровня Ландау ν плотность пар $n = \nu/2\pi l_B^2$. Неравенство (65) записывается при этом в виде

$$l_B > \frac{1}{5\pi}\left(\frac{\nu}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{e^2 M_* d^2}{\varepsilon_0 \hbar^2}. \tag{66}$$

Расчет показывает, что магнитные поля, при которых существует сверхтекучая фаза, являются слабыми, так что выполняется неравенство $l_B^4 >> a_B d^3$. При таких полях эффективная масса $M_* \cong M$. В результате в случае, когда $m_h = m_e$ из (66) следует

$$l_B \approx \frac{4}{5}\left(\frac{\nu}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{d^2}{a_B}. \tag{67}$$

Приравняв друг другу обе стороны этого неравенства, найдем соотношение между магнитной длиной l_B^* в критическом магнитном поле B_*, т.е. поле, при превышении которого сверхтекучая фаза исчезает при заданной толщине d. Полученное соотношение также можно рассматривать и как уравнение для критической толщины d_*, при превышении которого сверхтекучая фаза исчезает в заданном магнитном поле B.

5. Заключение

Исследованы свойства двухслойных электрон-дырочных систем в нормальном к слоям магнитном поле. Показано, что пространственно разделенные электроны и дырки образуют связанные пары, гамильтониан которых имеет универсальный вид (8), не зависящий от расстояния между проводящими слоями. При заданной затравочной массе пары $M = m_e + m_h$ этот гамильтониан содержит только один параметр — эффективную массу пары M_*, которая является функцией магнитного поля и расстояния между проводящими слоями. Входящая в гамильтониан электрическая поляризуемость пары α выражается через затравочную массу M и эффективную массу пары M_*. Когерентное состояние системы пар в пределе низкой плотности описывается динамическим уравнением для параметра порядка типа уравнения Гросса–Питаевского. Важное отличие этого динамического уравнения от уравнения Гросса–Питаевского состоит в том, что вместо оператора импульса $(-i\hbar\nabla)$ в этом уравнении стоит оператор $\left(-i\hbar\nabla - \frac{\alpha(B)}{c}\mathbf{E}\times\mathbf{B}\right)$, где $\mathbf{E}$ — локальное электрическое поле, которое складывается из внешнего электрического поля и поля, создаваемого квантованными вихрями. Появление вихрей приводит к появлению электрического поля, поскольку, как показано в работе, каждый вихрь несет реальный электрический заряд. Наличие заряда у вихря связано с тем, что в магнитном поле сила Лоренца приводит к поляризации среды, скорость которой отлична от нуля. Полный заряд вихря пропорционален циркуляции сверхтекучей скорости вдоль контура, охватывающего вихрь. Поскольку циркуляция не зависит от формы контура и квантуется, то и заряд вихря является топологическим инвариантом и квантуется. Однако в общем случае заряд вихря не является универсальной величиной. В работе подробно исследовано, как этот заряд зависит от магнитного поля и расстояния между проводящими слоями, и показано, что заряд имеет универсальную величину только при выполнении неравенств $a_B^h, a_B^e >> l_B >> d$. Эта универсальная величина равна $q = \nu e$.

Исследована устойчивость сверхтекучей фазы электрон-дырочных пар относительно перехода в кристаллическое состояние. В качестве критерия устойчивости использована положительность разности между температурой сверхтекучего перехода T_c и температурой плавления кристалла T_m. При этом, ввиду двумерности системы, предполагалось, что разрушение сверхтекучего и кристаллического порядка обусловлено действием механизма Костерлица–Таулесса (т.е. диссоциацией вихревых пар в сверхтекучей фазе и дислокационных пар — в кристаллической фазе). Установлено, что при малых толщинах d диэлектрика, разделяющего проводящие слои, точнее при $a_B >> l_B >> d$, температура сверхтекучего перехода существенно выше температуры кристаллизации пар. Это означает, что в данном случае сверхтекучая фаза должна существовать, по крайней мере, при отличных от нуля температурах. Представляется, однако, что неучтенные в работе квантовые эффекты будут препятствовать кристаллизации пар даже при равной нулю температуре и в этом случае сверхтекучая фаза сохранится вплоть до $T = 0$.

С увеличением d ситуация изменяется. При заданной плотности пар n имеется критическое значение толщины d_*, при которой область существования сверхтекучей фазы обращается в нуль. Если выразить n через фактор заполнения уровня Ландау ν и магнитную длину l_B ($n = \nu / 2\pi l_B^2$), то критическая толщина $d_* \approx (a_B l_B)^{1/2}(2\pi/\nu)^{1/4}$. Этот результат, при получении которого предполагалось, что $l_B >> a_B$, полезно сравнить с результатом, полученным в случае, когда боровский радиус велик по сравнению с магнитной длиной. В работах [25,26] показано, что при $a_B >> l_B$ увеличение d также приводит к разрушению сверхтекучей фазы, но в этом случае критическая толщина диэлектрического слоя $d_* \approx l_B$. Таким образом, хотя количественно критические толщины различаются, качественно тенденция в обоих случаях одна и та же: увеличение d приводит к разрушению сверхтекучей фазы. Эксперимент [3] свидетельствует об исчезновении сверхтекучей фазы при d, близких, но несколько больших магнитной длины l_B.

Разрушение сверхтекучести при увеличении расстояния между проводящими слоями с физической точки зрения вполне естественно. Однако механизм такого разрушения в настоящее время не вполне ясен. Если же интересоваться возможностью получения сверхтекучей фазы, а не механизмом ее разрушения, то следует брать толщину d по возможности малой по сравнению с длиной l_B. Хотя температура сверхтекучего перехода при этом уменьшается, но лишь логарифмическим образом (см (63)). Нужно, однако, иметь в виду, что при малых d может увеличиваться амплитуда туннелирования носителей между проводящими слоями. Туннельные переходы между слоями приводят к щелевому спектру элементарных возбуждений и возможности появления в системе джозефсоновских вихрей. В результате сверхтекучесть пар будет носить солитонный характер [27].

1. I.B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5808 (2000).
2. M. Kellog, I.B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 126804 (2002).
3. M. Kellog, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 036801 (2004).
4. Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон, *ЖЭТФ* **71,** 738 (1976).
5. С.И. Шевченко, *ФНТ* **2**, 505 (1976).
6. Y. Kuramoto and C. Horie, *Solid State Commun.* **25**, 137 (1978).
7. Daijiro Yoshioka and A.H. MacDonald, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 4211 (1990).
8. X.G. Wen and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1811 (1992).
9. K. Moon, H. Mori, K. Yang, S.M. Girvin, and A.H. MacDonald, *Phys. Rev.* **B51**, 5138 (1995).
10. L. Balents and L. Radzihovsky, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1825 (2001).
11. Ady Stern, S.M. Girvin, A.H. MacDonald and Ning Ma, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1829 (2001).
12. Michael M. Fogler and Fraun Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1833 (2001).
13. A.H. MacDonald, *Physica* **B298**, 129 (2001).
14. S.I. Shevchenko, *Phys. Rev.* **B67**, 2145159 (2003).
15. E.H. Rezayi and A.H. MacDonald, *Phys. Rev.* **B42**, 3224 (1990).
16. Л.П. Горьков, Н.Е. Дзелошинский, *ЖЭТФ* **53**, 717 (1967).
17. С.И. Шевченко, *Письма в ЖЭТФ* **3**, 112 (1978).
18. V. Leonhardt and P. Piwnicki, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2426 (1999).
19. Ю.Е. Лозовик, А.М. Рувинский, *ЖЭТФ* **112**, 1791 (1997).
20. F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982), с. 361; Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978), с. 233.
22. А.М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988), с. 51.
23. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978), с. 146.
24. M. Schick, *Phys. Rev.* **A3**, 1067 (1971).
25. Kyungsun Moon, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3741 (1997).
26. Y.N. Joglekar and A.H. MacDonald, *Phys. Rev.* **B64**, 155315 (2001).
27. S.I. Shevchenko, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3242 (1994).

Superfluidity and charged vortices in the systems with spontaneous interlaminar coherence in the limit of low density

S.I. Shevchenko and K.A. Nasedkin

The conditions for formation of the bound state between two-dimensional spatially-separated electron and hole at a magnetic field normal to the plane of carriers motion are studied. Binding energy, effective mass and electric polarizability as a function of separation between conducting layers, d, are determined. The characteristic properties of Bose-gas superfluidity for electron–hole pairs in the limit of low density are analysed. It is found that the quantum vortices in the superfluid phase carrier a true electric charge the value of which depends on pair density and interlayer separation. In the limit of low d and high magnetic fields the vortex charge $q = \nu e$ where ν is the filling factor of the Landau lower level by carriers. The Bose-gas stability of pairs with respect to the transition to a crystal state is investigated. It is shown that for low d the temperature of pairs crystallization, T_m, is much lower than that of superfluid transition, T_c. With increase in d, the temperature T_m increases faster than T_c, and there is a critical value of d at which the existence region for the superfluid phase vanishes.