Физика низких температур, 2005, т. 31, № 6, с. 708–711

Недиссипативный ток в квантовой проволоке

Н.М. Гусейнов, С.М. Сеид-Рзаева

Институт физики НАН Азербайджана
пр. Г. Джавида, 33, г. Баку, Az-1143, Азербайджан
E-mail: S-Nisa@rambler.ru

Статья поступила в редакцию 27 октября 2004 г.

Теоретически исследован недиссипативный ток двумерного вырожденного электронного газа в планарной квантовой проволоке с ограничивающим параболическим потенциалом в магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости проволоки. С помощью решения уравнения матрицы плотности получено выражение недиссипативной электропроводности для произвольного по величине магнитного поля. Выявлено, что проводимость обладает металлическими свойствами и квантовый эффект Холла не должен возникать в проволоке с параболическим ограничивающим потенциалом. В сильном магнитном поле выражение для недиссипативной электропроводности соответствует «классическому». В слабом поле проводимость линейно пропорциональна величине магнитного поля.

Теоретично досліджено недисипативний струм двовимірного виродженого електронного газу в планарному квантовому дроті з обмежуючим параболічним потенціалом у магнітному полі, спрямованому перпендикулярно площині дроту. За допомогою рішення рівняння матриці щільності отримано вираз недисипативної електропровідності для довільного по величині магнітного поля. Виявлено, що провідність має металеві властивості і квантовий ефект Холу не повинен виникати в дроті з параболічним обмежуючим потенціалом. У сильному магнітному полі вираз для недисипативної електропровідності відповідає «класичному». У слабкому полі провідність лінійно пропорційна величині магнітного поля.

PACS: 73.21.Hb, 73.23.Ab, 73.43.Cd, 73.63.Nm

1. Введение

К настоящему времени существует большое число теоретических работ, посвященных изучению эффекта Холла в квантовой проволоке (КП) (см., например, [1–10]). Исследованы КП разной геометрии и с различными типами ограничивающих потенциалов. В работах [9,10] данная задача рассмотрена для электронных состояний в присутствии неоднородного магнитного поля. Как правило, в качестве модели ограничивающего потенциала используется либо квантовая яма [4,7], либо параболический потенциал [2,3,5,6]. Энергетический спектр электрона в КП при наличии поперечного магнитного поля для таких моделей ограничивающего потенциала, как потенциальная яма с бесконечно высоким барьером и барьером конечной высоты, а также для потенциальной параболической ямы изучен в работах [11,12]. В [9,10] рассмотрен случай параболического потенциала при наличии неоднородного магнитного поля.

Магнитный момент и другие термодинамические величины КП в поперечном магнитном поле для ограничивающего параболического потенциала изучены в работах [5,13]. Популярность модели параболического потенциала связана с тем, что она приводит к точно решаемой задаче. Кроме того, параболический потенциал может вполне соответствовать реальным КП.

В работе [14] отмечалось, что существует технология создания КП с широким ограничивающим параболическим потенциалом. Созданы проволоки с шириной параболической ямы более 1000 Å. Особенность модели параболического потенциала в отличие от модели квантовой ямы состоит в том, что влияние границ КП испытывают все электроны вне зависимости их удаленности от границ. Это не так для модели квантовой ямы с бесконечными стенками при сильных магнитных полях, когда магнитная длина много меньше ширины ямы. В этом случае влияние границ испытывают лишь электроны, находящиеся в узком слое порядка ℓ у границ проволоки. Таким образом, холловский ток в достаточно широкой планарной проволоке практически не будет отличаться от тока в неограниченной двумерной пленке.

Целью настоящей работы является исследование недиссипативного тока вырожденных двумерных электронов, ограниченных параболическим потенциалом в планарной проволоке, при наличии магнитного поля, перпендикулярного плоскости проволоки.

Несмотря на столь простую постановку задачи, авторам неизвестны имеющиеся в литературе решения, за исключением работы [15], в которой с помощью формул Кубо получено выражение для недиссипативной электропроводности для системы, состоящей из независимых параболических проволок. Недиссипативный ток в КП при наличии поперечного магнитного поля исследован в настоящей работе с помощью решения уравнения для матрицы плотности [17–20].

2. Недиссипативный ток

Рассмотрим двумерный вырожденный электронный газ в планарной КП. Ось y выберем вдоль длины проволоки. В направлении оси x движение электрона ограничено параболическим потенциалом $m\omega_0^2x^2/2$ с частотой ω_0 (m — эффективная масса электрона). Магнитное поле H направлено вдоль оси z, перпендикулярно плоскости проволоки. Во внешнем магнитном поле электрический ток вызывает перераспределение заряда вблизи краев проволоки, создавая холловское поле $\mathcal{E}_x$. Если ширина проволоки существенно превосходит де-бройлевскую длину волны, то концентрация электронов внутри проволоки (в электрическом поле) практически не меняется [21] (хотя существуют работы [1,6,7,22], где учитывается перераспределение заряда вдали от краев проволоки). Мы будем предполагать, что поля $\mathcal{E}_x$ и $\mathcal{E}_y$ однородны. Включение электрических полей будем рассматривать как возмущение.

В отсутствие электрических полей спектр электрона и его волновая функция хорошо известны:

$$E_\alpha = \hbar\omega\left[n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2\left(\frac{x_0}{\bar{\ell}}\right)^2\right], \qquad (1)$$

где $\alpha = (n,x_0)$ набор квантовых чисел, $n = 0,1,2\ldots,$ $x_0 = \bar{\ell}^2 k_y/\beta$ — положение центра вращения электрона, k_y — y-компонента волнового вектора электрона, ω_c — циклотронная частота, $\beta = \left(1 + \dfrac{\omega_0^2}{\omega_c^2}\right)^{1/2}$, $\omega = (\omega_c^2 + \omega_0^2)^{1/2}$. Величина $\bar{\ell}$ связана с магнитной длиной $\ell = \left(\dfrac{h}{m\omega_c}\right)^{1/2}$ следующим соотношением: $\bar{\ell} = \ell/\beta$.

Для векторного потенциала выбранного в виде $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ волновая функция электрона запишется так:

$$\varphi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{L_y}}\chi_\alpha(\xi)\exp(ik_y y), \qquad (2)$$

$$\chi_\alpha(\xi) = \frac{H_n(\xi)}{\sqrt[4]{\pi}}\sqrt{\frac{e^{-\xi^2}}{2^n n!\bar{\ell}}},$$

где L_y — длина проволоки, $\xi = (x - x_0)/\bar{\ell}$, $H_n(\xi)$ — полиномы Эрмита.

Плотность тока в направлении оси y выражается через матрицу плотности $\rho_{\alpha'\alpha}$ следующим образом:

$$j_y(x) = \sum_{\alpha,\alpha'} j^y_{\alpha\alpha'}\rho_{\alpha'\alpha}. \qquad (3)$$

В общем случае матричные элементы плотности тока $\mathbf{j}_{\alpha\alpha'}$, выраженные через волновые функции ψ_α и $\psi_{\alpha'}$, равны:

$$\mathbf{j}_{\alpha\alpha'} = -\frac{i|e|h}{2m}(\psi_{\alpha'}\nabla\psi^*_\alpha - \psi^*_\alpha\nabla\psi_{\alpha'}) - \frac{e^2}{mc}\mathbf{A}\psi_{\alpha'}\psi^*_\alpha. \qquad (4)$$

Так как окажется, что элементы матрицы плотности, соответствующие недиссипативному току в представлении волновых функций (2), диагональны по квантовому числу x_0, то достаточно определить лишь элементы

$$j_{n,n'} = j^y_{(n,x_0)(n',x_0)}.$$

С учетом (2) из (4) получим:

$$j_{n,n'} = -\frac{|e|}{L_y}[(\beta^2 - 1)\omega_c x_0 - \bar{\ell}\omega_c\xi]\chi_{n'}(\xi)\chi_n(\xi). \qquad (5)$$

Использовав метод, предложенной Аророй в работах [17–19], можно получить, что в нулевом приближении по рассеянию матричные элементы матрицы плотности равны:

$$\rho_{\alpha'\alpha} = f_0(E_\alpha)\delta_{\alpha'\alpha} + |e|\mathcal{E}_x\bar{\ell}\langle\alpha'|\xi|\alpha\rangle\frac{f_0(E_{\alpha'}) - f_0(E_\alpha)}{E_{\alpha'} - E_\alpha}, \qquad (6)$$

где $f_0(E_\alpha) = \dfrac{1}{\exp(E_\alpha - \eta)/T + 1}$ — равновесная функция распределения Ферми, η — химический потенциал, соответствующий равновесному состоянию при $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y = 0$.

Для матричных элементов $\langle\alpha'|\xi|\alpha\rangle$ имеет место следующее соотношение:

$$\langle\alpha'|\xi|\alpha\rangle = \left[\left(\frac{n}{2}\right)^{1/2}\delta_{n-1;n'} + \left(\frac{n+1}{2}\right)^{1/2}\delta_{n+1;n'}\right]\delta_{x_0,x_0'}.$$

Подставляя (5) и (6) в (3), получаем плотность недиссипативного тока

$$j_y(x) = -\frac{e^2\bar{\ell}}{L_y}\sum_{n,n',x_0}\left[(\beta^2-1)\omega_c x_0 - \bar{\ell}\omega_c\xi\right]\times$$

$$\times\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{1/2}\delta_{n-1,n'} + \left(\frac{n+1}{2}\right)^{1/2}\delta_{n+1,n'}\right]\times$$

$$\times\chi_{n'}(\xi)\chi_n(\xi)\frac{f_0(E_{\alpha'})-f_0(E_\alpha)}{E_{\alpha'}-E_\alpha}\mathcal{E}_x.$$

Чтобы получить выражение для полного недиссипативного тока J_y, проинтегрируем полученное выражение по x и просуммируем его по n'. Принимая во внимание, что $E_{n+1,x_0} - E_{n,x_0} = \hbar\omega$, получаем

$$J_y = \frac{e^2\mathcal{E}_x}{m\omega_c L_y\beta^2}\sum_{n,x_0}(n+1)[f_0(E_{n+1},x_0) - f_0(E_{n,x_0})]. \tag{7}$$

Пусть n_0 — число заполненных подзон. В случае сильного вырождения $f_0(E_{n_0+1},x_0) = 0$. Учитывая это, получаем

$$\sum_{n,x_0}(n+1)[f_0(E_{n+1,x_0}) - f_0(E_{n,x_0})] =$$

$$= -\sum_{n,x_0}f_0(E_{n,x_0}) = -N,$$

где N — полное число электронов. Как следует из (7), выражение для недиссипативного тока приобретает следующий вид:

$$J_y = -\frac{e^2N\mathcal{E}_x}{m\omega_c L_y\beta^2}.$$

С учетом последнего выражения для элемента σ_{yx} тензора проводимости получаем

$$\sigma_{yx} = -\frac{e^2}{h}\frac{1}{1+\dfrac{\omega_0^2}{\omega_c^2}}\nu, \tag{8}$$

где фактор заполнения электронов $\nu = 2\pi n_e\ell^2$, плотность двумерного электронного газа $n_e = N/L_y d$. Учитывая известные свойства симметрии $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$, получаем выражение, соответствующее приведенному в [15].

3. Заключение

Воспользовавшись обычным определением величины ω_0 для модели ограничивающего параболического потенциала, уровень Ферми η определим так:

$$\eta = \frac{m\omega_0^2(d/2)^2}{2}.$$

С учетом последнего из выражения (1) получаем

$$\frac{E_\alpha}{\hbar\omega} = n + \frac{1}{2} + \beta^2\frac{\eta}{\hbar\omega}\left(\frac{x_0}{d/2}\right)^2. \tag{9}$$

Так как $\beta^2 > 1$, то из (9) следует, что уровень Ферми η всегда пересекает какую-либо подзону в точках $|x_0| < (d/2)$. Это означает, что над уровнем Ферми всегда существуют свободные состояния и, следовательно, проводимость обладает металлическим свойством. Таким образом, в этом случае в КП с параболическим ограничивающим потенциалом квантовый эффект Холла возникать не должен.

Величина магнитного поля зависит либо от значения параметра ω_c/ω_0, либо d/ℓ. Соотношение $d \simeq \ell$ определяет характерное магнитное поле H_c. Поле $H < H_c$ считается слабым. Для $d = 100$ Å нетрудно оценить, что $H_c \cong 10$ Тл. Из (8) следует, что в слабом магнитном поле $\sigma_{yx} \sim H$. В сильном магнитном поле $\omega_0/\omega_c \ll 1$ и проводимость (8) соответствует «классической».

В заключение авторы благодарят Ф.М. Гашимзаде за плодотворное обсуждение работы.

1. W.X. Lai and S.Das Sarma, *Phys. Rev.* **B33**, 8874 (1986).
2. X.C. Xie and S.Das Sarma, *Solid State Commun.* **68**, 697 (1988).
3. G. Kirczonov, *Phys. Rev.* **B38**, 10958 (1988).
4. H. Akera and T. Ando, *Phys. Rev.* **B39**, 5508 (1989).
5. Y.Meir, O. Entin-Wohlman, and Y. Gefen, *Phys. Rev.* **B42**, 8351 (1990).
6. Q. Li and D.J. Thouless, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 767 (1990).
7. D.P. Chu and P.N. Butcher, *J. Phys.: Condens. Matter* **5**, 397 (1993).
8. A.Yu. Alekseev, V.V. Cheianov, and J. Frohlich, *Phys. Rev.* **B54**, 17320 (1996).
9. Y. Takagaki and K. Ploog, *Phys. Rev.* **B53**, 3885 (1996).
10. S.M. Badalyan and F.M. Peeters, *Phys. Rev.* **B64**, 155303 (2001).
11. W. Tan, J.C. Jukson, and G.P. Srivastova, *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 1305 (1994).

12. A. Lorenzoni and L.G. Andreani, *Semicond. Sci. Technol*. **14**, 1169 (1999).
13. Y. Ishikawa and H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn*. **68**, 2405 (1999).
14. E.G. Cwinn, R.M. Westervelt, P.F. Hopkins, and A.J. Rimberg, *Phys. Rev*. **B39**, 6260 (1989).
15. U. Wulf, J. Kucera, and A.H. MacDonald, *Phys. Rev*. **B47**, 1675 (1993).
16. D.S. Fisher and P.A. Lee, *Phys. Rev*. **B23**, 6851 (1981).
17. V.K. Arora and R.L. Peterson, *Phys. Rev*. **B12**, 2285 (1975).
18. V.K. Arora, *Phys. Status Solidi* **B105**, 707 (1981).
19. V.K. Arora and F.G. Awad, *Phys. Rev*. **B23**, 5570 (1981).
20. E.N. Adams, and T.D. Halstein, *J. Phys. Chem. Solids* **10**, 254 (1959).
21. А. Г. Аронов, Г.Е. Пикус, *ФТТ* **6**, 506 (1964).
22. A.H. Macdonald, T.M. Rice, and W.F. Brinkman, *Phys. Rev*. **B28**, 3648 (1983).

Nondissipative current in planar quantum wire

N.M. Guseinov and S.M. Seyid-Rzayeva

The nondissipative current of two-dimensional degenerate electron gas in a planar quantum wire with a parabolic confining potential was investigated theoretically in a magnetic field normal to the wire plane. An expression of nondissipative conductance for arbitrary magnetic field was obtained by solving the equation for density matrix. It is found that the conductance has metallic properties and the quantum Hall effect must not occur in the wire with the parabolic confining potential. In a strong magnetic field the conductance corresponds to the «classical» one. In a weak field the conductance is linearly proportional to the magnitude of magnetic field.