

Нелинейное взаимодействие электромагнитной волны с транспортным током в жестких сверхпроводниках

М.Л. Нестеров, Т.М. Слипченко, В.А. Ямпольский

*Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
ул. Академика Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
E-mail: yam@ire.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 21 декабря 2004 г., после переработки 19 января 2005 г.

Предсказан эффект скачков во временной зависимости электрического поля на поверхности сверхпроводящей пластины с транспортным током, происходящий вследствие взаимодействия тока с полем электромагнитной волны. Теоретический анализ явления проведен в рамках простой модели при произвольной монотонной зависимости критической плотности тока от магнитной индукции. Исследована зависимость величины скачка электрического поля от амплитуды волны и силы транспортного тока. Предсказанный эффект может наблюдаться экспериментально с помощью измерения эдс катушки, намотанной на пластину в плоскости, перпендикулярной внешнему переменному магнитному полю.

Передбачено ефект стрибків у часовій залежності електричного поля на поверхні надпровідної пластини з транспортним струмом, що відбувається внаслідок взаємодії струму з полем електромагнітної хвилі. Теоретичний аналіз проведено в межах простої моделі при будь-якій монотонній залежності критичної густини струму від магнітної індукції. Досліджено залежність величини стрибка електричного поля від амплітуди хвилі та сили транспортного струму. Передбачений ефект може спостерігатися експериментально за допомогою вимірювання ерс катушки, яку намотано на пластину в площині, перпендикулярній зовнішньому змінному магнітному полю.

PACS: 74.25.Fy, 74.25.Jb

1. Введение

Нелинейность материального уравнения, которое связывает плотность тока и электромагнитное поле в проводящей среде, приводит к нарушению принципа суперпозиции и, следовательно, к взаимодействию электромагнитных волн внутри образца. При этом специфический характер нелинейности среды проявляется в особенностях такого взаимодействия. Например, в жестких сверхпроводниках взаимодействие волн может приводить к необычному эффекту скачков во временной зависимости электрического поля $E(t)$ на поверхности образца [1,2]. Условия возникновения скачков электрического поля, а также амплитуда скачков $E(t)$ зависят от амплитуды взаимодействующих электромагнитных волн, их частот и от начальной разности фаз. Скачки электриче-

ского поля можно наблюдать в образцах с различной геометрией. Это явление экспериментально наблюдалось в цилиндрических образцах YBCO [1,2].

В настоящей работе теоретически показано, что скачки электрического поля на поверхности образца должны возникать также в других экспериментальных условиях, когда происходит взаимодействие *одной* монохроматической электромагнитной волны с транспортным током.

Статические и квазистатические электромагнитные свойства жестких сверхпроводников рассматриваются обычно на основе модели критического состояния, справедливой в достаточно широком интервале амплитуд и частот, когда ведущую роль в формировании токонесущей способности образца играет пиннинг магнитного потока. В рамках этой модели

уравнение Максвелла для распределения магнитной индукции \mathbf{B} в сверхпроводящем образце имеет вид

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} J_c(B) \frac{\mathbf{E}}{E}, \quad (1)$$

где $J_c(B)$ — критическая плотность тока. Оно существенно нелинейно. Нелинейность обусловлена как зависимостью $J_c(B)$, так и множителем \mathbf{E}/E в правой части (1). Последняя причина нелинейности представляет особый интерес, так как она имеет место только в жестких сверхпроводниках и не встречается ни в каких других нелинейных средах. Своеобразный тип нелинейности жестких сверхпроводников приводит к ряду оригинальных эффектов, например, к коллапсу транспортного тока [3–5] и намагниченности образца [6–8]. Явление коллапса транспортного тока состоит в том, что под действием переменного магнитного поля критический ток, протекающий в приповерхностной области сверхпроводника, вытесняется во внутренние области образца. Эффект коллапса намагниченности также является следствием действия переменного магнитного поля. Из-за специфических электродинамических свойств жесткого сверхпроводника с увеличением амплитуды переменного магнитного поля статическая намагниченность может быть полностью подавлена, то есть образец становится немагнитным. Рассмотренное в данной работе явление происходит также вследствие своеобразной нелинейности жестких сверхпроводников.

В данной работе с помощью модели критического состояния, обобщенной на случай произвольной монотонной магнитолевой зависимости критической плотности тока, проведено подробное теоретическое исследование скачков электрического поля, происходящих вследствие взаимодействия транспортного тока с переменным магнитным полем, а также проанализированы условия их возникновения. Изучена зависимость амплитуды скачков от параметров задачи, таких как величина критической плотности тока, амплитуда волны, толщина образца и т.п. В качестве примера рассмотрены скачки электрического поля в предельном случае отсутствия зависимости $J_c(B)$.

2. Постановка задачи

Рассмотрим бесконечную сверхпроводящую пластину толщиной d , вдоль которой течет транспортный ток I . Считаем, что все поля и токи зависят только от одной пространственной координаты x вдоль оси, направленной перпендикулярно пластине. Начало координат $x = 0$ находится на одной из поверхностей образца. Заданный ток I течет вдоль

оси y и создает на поверхности образца магнитное поле, ориентированное вдоль оси z и равное $\pm H_I$ ($H_I = 2\pi I/cD$, где D — размер образца вдоль собственного магнитного поля тока).

Внесем пластину с транспортным током I в переменное магнитное поле $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_0 \cos \omega t$, направленное параллельно поверхности образца вдоль собственного магнитного поля транспортного тока \mathbf{H}_I (вдоль оси z). Переменное электрическое поле, которое при этом возникает, направлено вдоль оси y (см. рис. 1).

Для решения задачи удобно представить критическую плотность тока в виде

$$J_c(B) = \frac{J_c(0)}{\psi(B)}. \quad (2)$$

Будем считать функцию $\psi(B)$ гладкой и монотонно возрастающей, причем $\psi(0) = 1$.

В рассматриваемой геометрии система уравнений Максвелла имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(B(x,t))}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c} J_c(0) \text{sgn}(E_y), \\ \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$F(B) = \int_0^B \psi(B^*) dB^*.$$

Граничными условиями к системе уравнений (3) служат равенства

$$\begin{aligned} B(0,t) &= H_0 \cos \omega t + H_I, \\ B(d,t) &= H_0 \cos \omega t - H_I. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь мы пренебрегаем скачком магнитной индукции на поверхности образца, связанным с мейс-

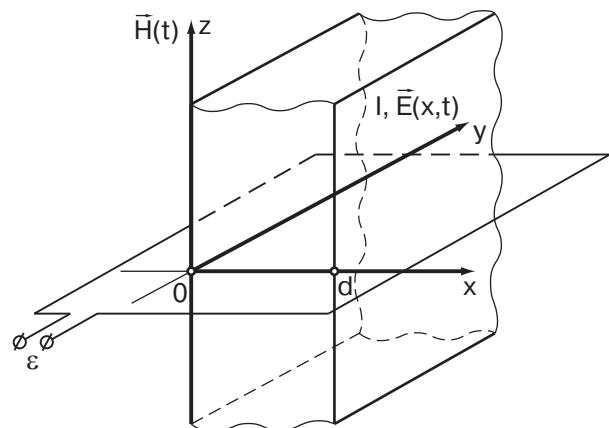


Рис. 1. Геометрия задачи.

снеровскими токами. Это можно делать, если характерные значения магнитных полей намного превышают первое критическое поле H_{c1} .

Транспортный бездиссипативный ток в пластине всегда имеет значение ниже критического. Отсюда следует, что $0 \leq H_I \leq H_p$, где H_p — так называемое поле проникновения. Его физический смысл состоит в следующем. При амплитуде внешнего переменного магнитного поля равной H_p электромагнитная волна, проникающая в образец, как раз достигает его середины. Величина H_p является решением уравнения

$$F(H_p) = 2\pi J_c(0)d/c. \quad (6)$$

Отметим, что в случае, когда критическая плотность тока не зависит от магнитной индукции, функция $\psi(B) = 1$, а $F(B) = B$. Тогда поле проникновения принимает значение $H_p = H_{p0} = 2\pi J_c(0)d/c$.

Ниже мы будем рассматривать только случай

$$H_I < H_p, \quad (7)$$

когда в образце вблизи его середины имеется область, свободная от транспортного тока. Как показывает проведенный ниже анализ, условие (7) является необходимым для возникновения скачков электрического поля на поверхности пластины во времени. Кроме того, для возникновения скачков необходимо, чтобы амплитуда переменного сигнала H_0 превышала некоторое пороговое значение $H_0^{(t)}$:

$$H_0 > H_0^{(t)}, \quad H_0^{(t)} = H_p - H_I. \quad (8)$$

Для нахождения распределения магнитного и электрического полей в образце удобно ввести безразмерные величины:

$$\xi = \frac{2x}{d}, \quad \tau = \omega t, \quad b(\xi, \tau) = \frac{B(x, t)}{H_{p0}}, \quad h_0 = \frac{H_0}{H_{p0}},$$

$$E_0 = \frac{\omega d H_{p0}}{2c}, \quad h_I = \frac{H_I}{H_{p0}}, \quad h_0^{(t)} = \frac{H_0^{(t)}}{H_{p0}}, \quad e = \frac{E}{E_0}. \quad (9)$$

Система уравнений (3) и граничные условия к ней в новых обозначениях записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(b(\xi, \tau))}{\partial \xi} = -\text{sgn}(e(\xi, \tau)), \\ \frac{\partial e}{\partial \xi} = -\frac{\partial b(\xi, \tau)}{\partial \tau}; \end{cases} \quad (10)$$

$$b(0, \tau) = h_0 \cos \tau + h_I,$$

$$b(2, \tau) = h_0 \cos \tau - h_I. \quad (11)$$

3. Эволюция распределения магнитной индукции в случае малых амплитуд

Рассмотрим эволюцию распределения магнитного поля внутри образца. Начнем со случая, когда скачки электрического поля на поверхности образца не возникают:

$$H_0 < H_0^{(t)}, \quad h_0 < h_0^{(t)}. \quad (12)$$

Согласно граничным условиям (11), в момент времени $\tau = 0$ функция $F(b)$ на обеих границах пластины достигает максимальных значений, равных $F(h_0 \pm h_I)$. В соответствии с моделью критического состояния в этот момент времени электрическое поле везде внутри сверхпроводника равно нулю. С течением времени магнитная индукция $b(\xi, \tau)$ в образце уменьшается и в пластине индуцируется электрическое поле. В образце возникают две приповерхностные области, в которых электрическое поле отлично от нуля. В этих областях знак производной $\partial b(\xi, \tau)/\partial \xi$ отрицателен. В других областях электрическое поле остается равным нулю, а распределение функции $b(\xi, \tau)$ сохраняет форму, которую имело в начальный момент времени $\tau = 0$.

В момент времени $\tau = \pi$ внешнее магнитное поле достигает своего минимального значения, электрическое поле внутри сверхпроводника снова обращается в нуль и распределение $F(b(\xi, \tau))$ принимает форму ломаной 3 на рис. 2,а. Затем, в интервале $\pi > \tau > 2\pi$, функция $F(b(\xi, \tau))$ в приповерхностных областях сверхпроводника увеличивается со временем (см. рис. 2,б). В момент $\tau = 2\pi$ внешнее магнитное поле снова достигает максимального значения.

Решение уравнения критического состояния (10) с граничными условиями (11) дает следующие результаты для функции $F(b(\xi, \tau))$:

$$F(b(\xi, \tau)) = \pm \xi + \text{const}. \quad (13)$$

Когда внешнее магнитное поле достигает максимального значения, при

$$\tau = 0, \quad (14)$$

распределение магнитной индукции (точнее, функция $F(b(\xi, \tau))$) описывается выражением

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} -\xi + F(h_I + h_0), & 0 < \xi < \xi_0^{(2)}, \\ 0, & \xi_0^{(2)} < \xi < \xi_0^{(3)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(3)} < \xi < \xi_0^{(4)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0), & \xi_0^{(4)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (15)$$

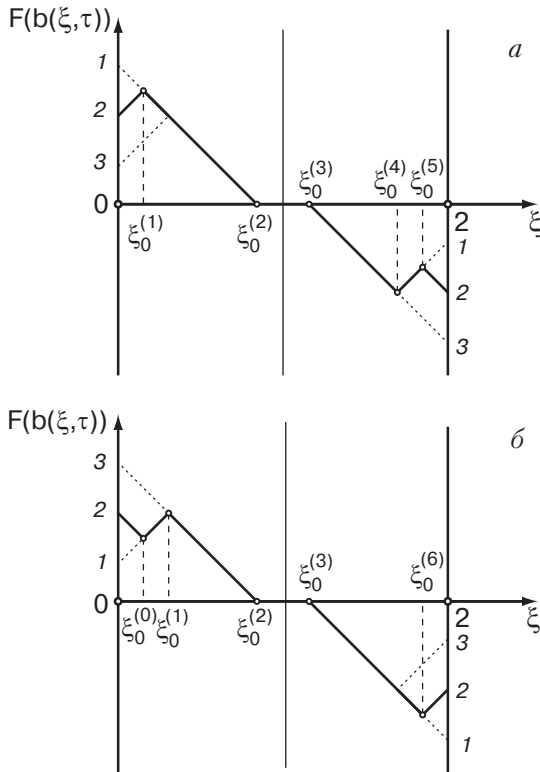


Рис. 2. Эволюция распределения функции $F(b(\xi, \tau))$ внутри образца в случае малых амплитуд ($h_0 < h_0^{(t)}$): во временном интервале $0 < \tau < \pi$ (а), при $\pi < \tau < 2\pi$ (б).

График распределения имеет вид линии 1 на рис. 2, а с тремя точками излома:

$$\xi_0^{(2)} = F(h_I + h_0), \quad (16)$$

$$\xi_0^{(3)} = 2 + F(-h_I - h_0), \quad (17)$$

$$\xi_0^{(4)} = 2 + 1/2[F(-h_I - h_0) - F(-h_I + h_0)]. \quad (18)$$

В следующие моменты времени, при

$$0 < \tau < \pi, \quad (19)$$

график распределения поля $F(b(\xi, \tau))$, кроме уже имеющихся точек излома, приобретает еще две:

$$\xi_0^{(1)} = 1/2[F(h_I + h_0) - F(h_I + h_0 \cos \tau)], \quad (20)$$

$$\xi_0^{(5)} = 2 + 1/2[F(-h_I + h_0 \cos \tau) - F(-h_I + h_0)], \quad (21)$$

и принимает форму линии 2 на рис. 2, а:

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} \xi + F(h_I + h_0 \cos \tau), & 0 < \xi < \xi_0^{(1)}, \\ -\xi + F(h_I + h_0), & \xi_0^{(1)} < \xi < \xi_0^{(2)}, \\ 0, & \xi_0^{(2)} < \xi < \xi_0^{(3)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(3)} < \xi < \xi_0^{(4)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0), & \xi_0^{(4)} < \xi < \xi_0^{(5)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau), & \xi_0^{(5)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (22)$$

Внешнее магнитное поле, а значит, и функция $F(h(\tau))$, достигает минимума, когда

$$\tau = \pi. \quad (23)$$

В этот момент график распределения $F(b(\xi, \tau))$ имеет форму линии 3 на рис. 2, а:

$$F(b(\xi, \pi)) = \begin{cases} \xi + F(h_I - h_0), & 0 < \xi < \xi_0^{(1)}, \\ -\xi + F(h_I + h_0), & \xi_0^{(1)} < \xi < \xi_0^{(2)}, \\ 0, & \xi_0^{(2)} < \xi < \xi_0^{(3)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(3)} < \xi < 2 \end{cases} \quad (24)$$

с точками излома, которые можно найти по формулам (20), (16), (17).

В следующие моменты времени, при

$$\pi < \tau < 2\pi, \quad (25)$$

$F(h(\tau))$ растет на поверхности образца и электрическое поле тоже увеличивается. График распределения $F(b(\xi, \tau))$ приобретает два дополнительных излома в точках

$$\xi_0^{(0)} = 1/2[F(h_I + h_0 \cos \tau) - F(h_I - h_0)], \quad (26)$$

$$\xi_0^{(6)} = 2 - 1/2[F(-h_I + h_0 \cos \tau) - F(-h_I - h_0)], \quad (27)$$

а само распределение имеет вид линии 2 на рис. 2, б:

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} -\xi + F(h_I + h_0 \cos \tau), & 0 < \xi < \xi_0^{(0)}, \\ \xi + F(h_I - h_0), & \xi_0^{(0)} < \xi < \xi_0^{(1)}, \\ -\xi + F(h_I + h_0), & \xi_0^{(1)} < \xi < \xi_0^{(2)}, \\ 0, & \xi_0^{(2)} < \xi < \xi_0^{(3)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(3)} < \xi < \xi_0^{(6)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau), & \xi_0^{(6)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (28)$$

График распределения поля в момент времени

$$\tau = 2\pi \quad (29)$$

оказывается таким же, как в начальный момент $\tau = 0$, и совпадает с линией 1 на рис. 2,а.

4. Эволюция распределения магнитного поля в случае больших амплитуд

В этом разделе рассмотрим наиболее интересный случай

$$H_0 > H_0^{(t)}, \quad h_0 > h_0^{(t)}, \quad (30)$$

когда на поверхности образца возникают скачки электрического поля. Как будет показано ниже, в условиях (30) в некоторый момент времени $\tau = \tau_{\text{jump}}$ положение точек, которые отделяют области, где $\partial b(\xi, \tau)/\partial \tau = 0$ и $\partial b(\xi, \tau)/\partial \tau \neq 0$, изменяется скачком, а значит, скачком меняется скорость «выметания» магнитного потока из образца.

Решение уравнения критического состояния (10) с граничными условиями (11) дает следующие результаты для распределения магнитной индукции в различные интервалы времени.

Ломаная 1 на рис. 3,а схематически изображает распределение $F(b(\xi, \tau))$ в пластине в стартовый момент времени $\tau = 0$. Единственная точка излома находится из уравнения

$$\xi_0^{(8)} = 1 + 1/2 [F(h_I + h_0) - F(-h_I + h_0)], \quad (31)$$

а само распределение выглядит следующим образом:

$$F(b(\xi, 0)) = \begin{cases} -\xi + F(h_I + h_0), & 0 < \xi < \xi_0^{(8)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0), & \xi_0^{(8)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (32)$$

В следующие моменты времени, в интервале

$$0 < \tau < \tau_{\text{jump}}^{(1)}, \quad (33)$$

распределение $F(b(\xi, \tau))$ описывается формулой

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} \xi + F(h_I + h_0 \cos \tau), & 0 < \xi < \xi_0^{(1)}, \\ -\xi + F(h_I + h_0), & \xi_0^{(1)} < \xi < \xi_0^{(8)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0), & \xi_0^{(8)} < \xi < \xi_0^{(5)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau), & \xi_0^{(5)} < \xi < 2 \end{cases} \quad (34)$$

(см. линию 2 на рис. 3,а). Точки излома $\xi_0^{(1)}$ и $\xi_0^{(5)}$, которые возникают в этом случае, уже встречались нам ранее. Их значения находятся по формулам (20) и (21) соответственно.

В момент времени

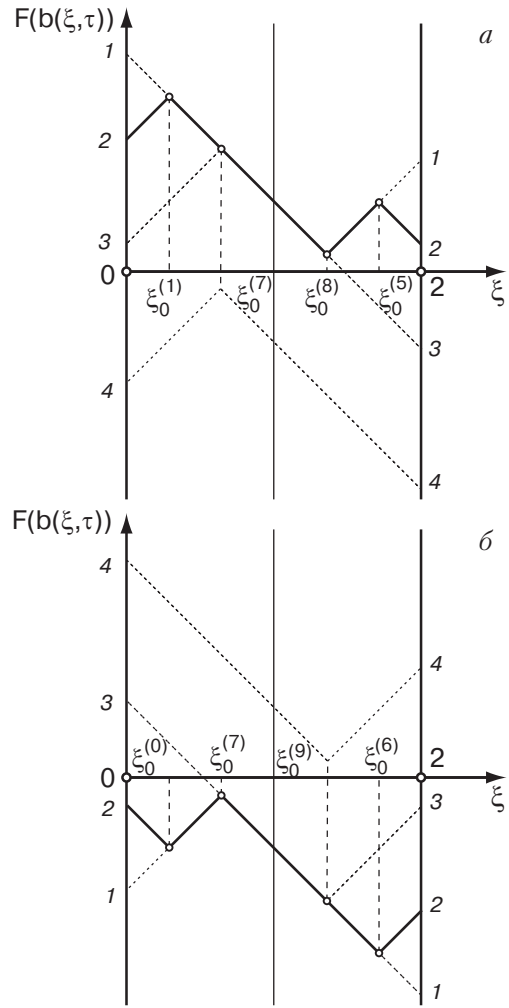


Рис. 3. Эволюция распределения функции $F(b(\xi, \tau))$ внутри образца в случае больших амплитуд ($h_0 > h_0^{(t)}$): во временном интервале $0 < \tau < \pi$ (а), при $\pi < \tau < 2\pi$ (б).

$$\tau = \tau_{\text{jump}}^{(1)} \quad (35)$$

график распределения $F(b(\xi, \tau))$ принимает форму ломаной 3 на рис. 3,а:

$$F(b(\xi, \tau_{\text{jump}}^{(1)})) = \begin{cases} \xi + F(h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(1)}), & 0 < \xi < \xi_0^{(7)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(1)}), & \xi_0^{(7)} < \xi < 2 \end{cases} \quad (36)$$

с единственной точкой излома

$$\xi_0^{(7)} = 1/2 [F(-h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(1)}) - F(h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(1)})] + 1. \quad (37)$$

Скачок электрического поля возникает в момент времени, определяемый равенством

$$\cos \tau_{\text{jump}}^{(1)} = 1/h_0 \{F^{-1}[F(h_I + h_0) - 2] + h_I\}. \quad (38)$$

Здесь символ F^{-1} обозначает обратную функцию, а $[F(h_I + h_0) - 2]$ — аргумент этой функции.

В последующие промежутки времени, при

$$\tau_{\text{jump}}^{(1)} < \tau < \pi, \quad (39)$$

точка излома сохраняет свое предыдущее положение, а распределение $F(b(\xi, \tau))$ принимает форму

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} \xi + F(h_I + h_0 \cos \tau), & 0 < \xi < \xi_0^{(7)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau), & \xi_0^{(7)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (40)$$

В момент времени $\tau = \pi$ график распределения имеет вид ломаной 4 на рис. 3,а и описывается следующим выражением:

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} \xi + F(h_I - h_0), & 0 < \xi < \xi_0^{(7)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(7)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (41)$$

В промежутке времени

$$\pi < \tau < \tau_{\text{jump}}^{(2)} \quad (42)$$

распределение магнитной индукции (точнее, функция $F(b(\xi, \tau))$) задается формулами

$$F(b(\xi, \tau)) = \begin{cases} -\xi + F(h_I + h_0 \cos \tau), & 0 < \xi < \xi_0^{(0)}, \\ \xi + F(h_I - h_0), & \xi_0^{(0)} < \xi < \xi_0^{(7)}, \\ -(\xi - 2) + F(-h_I - h_0), & \xi_0^{(7)} < \xi < \xi_0^{(6)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau), & \xi_0^{(6)} < \xi < 2. \end{cases} \quad (43)$$

График распределения имеет вид линии 2 на рис. 3,б с тремя изломами в точках $\xi_0^{(7)}$, $\xi_0^{(0)}$ и $\xi_0^{(6)}$. Их положения находятся по формулам (37), (26) и (27) соответственно.

При выполнении условия $\tau = \tau_{\text{jump}}^{(2)}$, электрическое поле на поверхности образца снова претерпевает скачок. Момент $\tau_{\text{jump}}^{(2)}$ может быть найден из формулы

$$\cos \tau_{\text{jump}}^{(2)} = 1/h_0 \{F^{-1}[F(-h_I - h_0) - 2] - h_I\}. \quad (44)$$

В этот момент времени график распределения $F(b(\xi, \tau))$ изображается линией 3 на рис. 3,б:

$$F(b(\xi, \tau_{\text{jump}}^{(2)})) =$$

$$= \begin{cases} -\xi + F(h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(2)}), & 0 < \xi < \xi_0^{(9)}, \\ (\xi - 2) + F(-h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}}^{(2)}), & \xi_0^{(9)} < \xi < 2 \end{cases} \quad (45)$$

с одной точкой излома

$$\xi_0^{(9)} = 1/2 [F(-h_I + h_0 \cos \tau) - F(h_I + h_0 \cos \tau + h_I)] + 1. \quad (46)$$

В промежутке времени

$$\tau_{\text{jump}}^{(2)} < \tau < 2\pi \quad (47)$$

внешнее магнитное поле растет до своего максимального значения. График распределения $F(b(\xi, \tau))$ «скользит» вверх, не меняя форму, а точка излома $\xi_0^{(9)}$ сохраняет свое положение. После достижения полем максимального значения описанный выше цикл повторяется снова.

5. Исследование электрического поля на поверхности образца

В этом разделе вычисляются значения электрического поля на поверхности пластины в разные моменты времени и величины скачков электрического поля. В качестве наблюдаемой величины рассмотрим электродвижущую силу (эдс) в катушке, намотанной непосредственно на образец (см. рис. 1) в плоскости, перпендикулярной направлению переменного магнитного поля. Значение эдс связано с электрическим полем на поверхности образца соотношением

$$\varepsilon = [E(d) - E(0)]Ln, \quad (48)$$

где L — длина пластины вдоль тока, n — количество витков в катушке. В рассматриваемом случае эдс описывается формулой

$$\varepsilon = -\frac{Ln}{c} \int_0^d \frac{\partial B}{\partial t} dx. \quad (49)$$

Перейдем к безразмерным величинам. Для этого произведем нормировку эдс индукции на ее характерное значение ε_0 :

$$\varepsilon_0 = E_0Ln, \quad e = \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}. \quad (50)$$

Тогда уравнение (49) перепишем следующим образом:

$$e = -\int_0^2 \frac{\partial b(\xi, \tau)}{\partial \tau} d\xi. \quad (51)$$

Для нахождения эдс индукции примем во внимание, что

$$\frac{\partial F(b(\xi, \tau))}{\partial \tau} = \psi(b(\xi, \tau)) \frac{\partial b(\xi, \tau)}{\partial \tau}, \quad (52)$$

$$\frac{\partial F(b(\xi, \tau))}{\partial \xi} = \psi(b(\xi, \tau)) \frac{\partial b(\xi, \tau)}{\partial \xi} = -\text{sgn}(e(\xi, \tau)). \quad (53)$$

Сначала рассмотрим случай слабых амплитуд (12), когда скачки электрического поля не возникают. Тогда в течение первого полупериода $0 \leq \tau \leq \pi$, т.е. при монотонном уменьшении внешнего магнитного поля, эдс индукции задается выражением

$$e = h_0 \sin \tau [\psi(h_I + h_0 \cos \tau)](-h_I + h_0 \cos \tau + b^{(1)}) - \psi(-h_I + h_0 \cos \tau)(-h_I + h_0 \cos \tau - b^{(5)}), \quad (54)$$

где $b^{(1)}$ и $b^{(5)}$ — значения магнитной индукции в соответствующих точках излома. Они могут быть выражены через обратные F -функции:

$$b^{(1)} = F^{-1}\{1/2[F(h_I + h_0) + F(h_I + h_0 \cos \tau)]\}, \quad (55)$$

$$b^{(5)} = F^{-1}\{1/2[F(-h_I + h_0) + F(-h_I + h_0 \cos \tau)]\}. \quad (56)$$

Во втором полупериоде $\pi \leq \tau \leq 2\pi$, когда внешнее магнитное поле увеличивается, эдс индукции имеет вид

$$e = h_0 \sin \tau [\psi(-h_I + h_0 \cos \tau)](-h_I - h_0 \cos \tau - b^{(6)}) - \psi(h_I + h_0 \cos \tau)(-h_I - h_0 \cos \tau + b^{(0)}) \quad (57)$$

со следующими значениями поля в точках излома:

$$b^{(0)} = F^{-1}\{1/2[F(h_I - h_0) + F(h_I + h_0 \cos \tau)]\}, \quad (58)$$

$$b^{(6)} = F^{-1}\{1/2[F(-h_I - h_0) + F(-h_I + h_0 \cos \tau)]\}. \quad (59)$$

Теперь обратимся к случаю больших амплитуд. В первой половине периода, $0 \leq \tau \leq \pi$, в промежутке времени (33) (до первого скачка) поведение эдс описывается той же формулой (54), что и при малых амплитудах. В промежутке (39) (после первого скачка) электродвижущая сила зависит от времени следующим образом:

$$e = h_0 \sin \tau [\psi(h_I + h_0 \cos \tau)](-h_I - h_0 \cos \tau + b^{(7)}) - \psi(-h_I + h_0 \cos \tau)(-h_I + h_0 \cos \tau - b^{(7)}) \quad (60)$$

со значением поля в точке излома, которое находится по формуле

$$b^{(7)} = F^{-1}\{1/2[F(h_0 \cos \tau_{\text{jump}} - h_I) + F(h_I + h_0 \cos \tau_{\text{jump}})] + 1\}. \quad (61)$$

Во второй половине периода наблюдаем картину, симметричную описанной выше. До второго скачка эдс индукции описывается найденной выше зависимостью (57), а после него — формулой (60).

Определим величину скачка электродвижущей силы. Для этого найдем разность эдс индукции непосредственно до и после скачка:

$$\Delta e = h_0 \sin \tau [\psi(h_I + h_0 \cos \tau)](b^{(7)} - b^{(1)}) - \psi(-h_I + h_0 \cos \tau)(b^{(7)} - b^{(5)}). \quad (62)$$

В качестве примера рассмотрим предельный случай, когда критическая плотность тока не зависит от поля. Такой случай может быть реализован, например, в присутствии дополнительного сильного внешнего магнитного поля, значительно превышающего H_p . В такой ситуации $\psi(b) = 1$, $F(b) = b$. Тогда условия возникновения скачков эдс выглядят следующим образом:

$$H_I < H_p, \quad H_0 < H_0^{(t)}, \quad (63)$$

где $H_p = 2\pi J_c d / c$, $H_0^{(t)} = H_p - H_I$ — пороговая амплитуда магнитного поля. Формула для величины скачка эдс принимает вид

$$\Delta e = 4h_I \sqrt{(1 - h_I)(h_0 + h_I - 1)}. \quad (64)$$

Аналитические результаты, которые получаются в пренебрежении магнитополевой зависимостью критической плотности тока, удобно представить наглядно в графическом виде. На рис. 4 приведены графики $e(\tau)$ при $h_I = 0,5$ и двух разных амплитудах переменного поля. Видно, что скачки эдс проявляются более отчетливо на рис. 4,а, т.е. при не слишком малых значениях амплитуды. На рис. 5,а продемонстрирован корневой рост величины скачка с ростом амплитуды переменного магнитного поля. На рис. 5,б изображена зависимость величины скачка от силы тока (от параметра h_I).

Как видно на рис. 4, средняя за период внешнего магнитного поля эдс в катушке, намотанной на образец, равна нулю. В то же время в работах [9,10] было показано, что в данной ситуации среднее за период электрическое поле в пластине отлично от

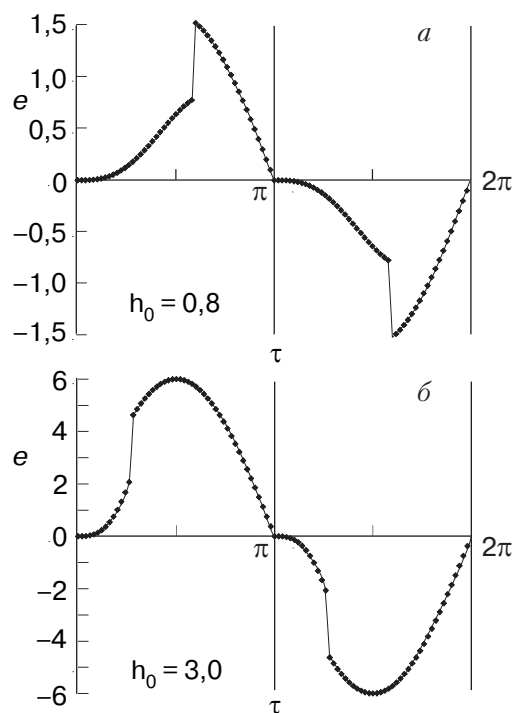


Рис. 4. Скачки во временной зависимости эдс при значениях амплитуды переменного поля $h_0 = 0,8$ (а) и $3,0$ (б).

нуля. Чтобы в этом убедиться, достаточно с помощью рис. 2 и 3 провести простой анализ динамики изменения распределения магнитной индукции в образце. Очевидно, что в течение каждого периода переменного поля через образец слева направо «перекачивается» определенный магнитный поток, движение которого и генерирует постоянную составляющую электрического поля. В предлагаемом здесь эксперименте постоянная составляющая поля не может быть зарегистрирована, потому что, согласно (48), в катушке фактически измеряется разность электрических полей на двух противоположных поверхностях пластины.

В заключение приведем численную оценку величины скачка эдс в предполагаемом эксперименте. В катушке, содержащей 100 витков, намотанной на керамический образец толщиной 1 мм, длиной и шириной 1 см, с критической плотностью тока 1 кА/см^2 при частоте 100 Гц индуцируется скачок эдс величины порядка 1–2 мВ, который может быть легко зарегистрирован.

Авторы признательны Э.-Х. Брандту, Л.М. Фишеру и Г.П. Микитику за полезные обсуждения результатов работы.

1. I.V. Baltaga, I.F. Voloshin, K.V. Il'enko, L.M. Kalinov, N.M. Makarov, L.M. Fisher, V.A. Yampol'skii, and M. Pinsky, *Solid State Commun.* **93**, 697 (1996).

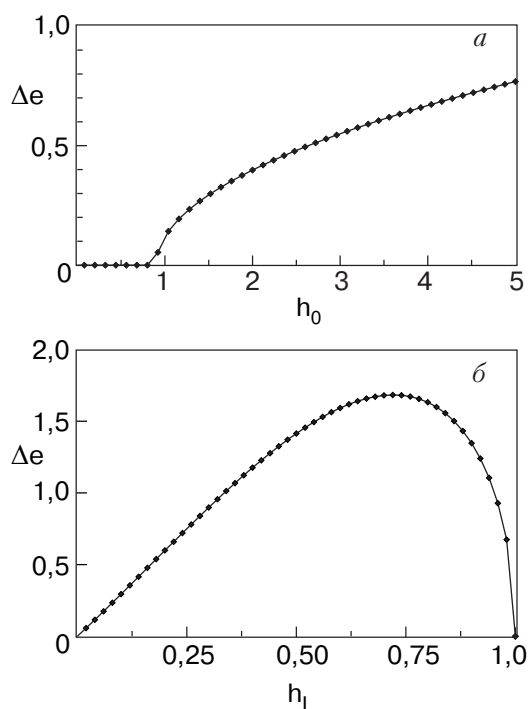


Рис. 5. Зависимость величины скачка эдс от амплитуды переменного магнитного поля $h_0 = H_0/H_p$ при $h_I = 0,5$ (а) и от силы транспортного тока (от параметра h_I) при $h_0 = 1,5$ (б).

2. I.V. Baltaga, I.F. Voloshin, K.V. Il'enko, L.M. Kalinov, N.M. Makarov, F. Perez-Rodriguez, L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii, *Physica* **C251**, 50 (1995).
3. I.V. Baltaga, I.F. Voloshin, N.V. Il'in, N.M. Makarov, L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii, *Phys. Lett.* **A148**, 213 (1990).
4. И.Ф. Волошин, Н.В. Ильин, Н.М. Макаров, Л.М. Фишер, В.А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 109 (1991).
5. I.V. Baltaga, I.F. Voloshin, N.M. Makarov, L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii, *ФНТ* **21**, 441 (1995).
6. I.V. Baltaga, I.F. Voloshin, K.V. Il'enko, L.M. Kalinov, L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii, *Solid State Commun.* **97**, 833 (1996).
7. I.F. Voloshin, L.M. Kalinov, M.A. R. LeBlanc, S.E. Savel'ev, L.M. Fisher, S. Hirscher, and V.A. Yampol'skii, *Physica* **C278**, 169 (1997).
8. I.F. Voloshin, K.V. Il'enko, L.M. Kalinov, M.A.R. LeBlanc, F. Perez-Rodriguez, S.E. Savel'ev, L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii, *Phys. Rev.* **B61**, 15382 (2000).
9. В.В. Андрианов, В.Б. Зенкевич, В.В. Кургузов, В.В. Сычев, Ф.Ф. Терновский, *ЖЭТФ* **58**, 1523 (1970).
10. G.P. Mikitik and E.N. Brandt, *Phys. Rev.* **B64**, 092502 (2001).

**Nonlinear interaction of an electromagnetic wave
with a transport current in hard superconductors**

**M.L. Nesterov, T.M. Slipchenko, and
V.A. Yampol'skii**

An effect of jumps in the temporal dependence of the electric field at the surface of a superconducting plate with transport current is theoretically predicted. The phenomenon results from the interaction of transport current with

the external ac magnetic field. The theoretical study of the effect is done within the framework of a simple model with an arbitrary monotonous magnetic field dependence of the critical current density. The dependence of the magnitude of jumps on the wave amplitude and transport current strength is studied. The predicted effect can be experimentally observed by measuring the electromotive force in a coil wound directly on a sample in the plane perpendicular to the external ac magnetic field.