

# Взаимодействие вихря Абрикосова с границами гранул вблизи $H_{c1}$ . II. Магнитные и транспортные свойства поликристаллических ВТСП

Л.В. Белевцов

*Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 84114, Украина  
E-mail: apmath@dgma.donetsk.ua*

Статья поступила в редакцию 1 апреля 2003 г., после переработки 20 июля 2004 г.

Исходя из результатов по распределению энергии вихря Абрикосова в вихрь-ламинарной модели поликристаллического сверхпроводника [Л.В. Белевцов, *ФНТ* **31**, 155 (2005)] теоретически изучены его магнитные и транспортные характеристики. Показано, что эти свойства в значительной мере зависят от характерного размера зерна, интенсивности межзеренной связи, анизотропии и степени «зеркальности» материала. Рассчитано поле вхождения первого вихря  $H_p$ , первое критическое поле  $H_{c1}$ , свободная энергия Гиббса, а также полевые зависимости намагниченности  $M(H)$ , потенциала пиннинга  $U_p(H)$  и плотности критического тока  $J_c(H)$  вблизи  $H \sim H_{c1}$ . Найдена энергия вихрь-вихревого взаимодействия.

Виходячи з результатів по розподілу енергії вихору Абрикосова у вихор-ламінарній моделі полікристалічного надпровідника [Л.В. Белевцов, *ФНТ* **31**, 155 (2005)] теоретично вивчені його магнітні та транспортні характеристики. Показано, що ці властивості значною мірою залежать від характерного розміру зерна, інтенсивності міжзеренного зв'язку, анізотропії і ступеня «дзеркальності» матеріалу. Розраховано поле входження першого вихору  $H_p$ , перше критичне поле  $H_{c1}$ , вільна енергія Гіббса, а також польові залежності намагніченості  $M(H)$ , потенціалу піннинга  $U_p(H)$  та щільності критичного струму  $J_c(H)$  поблизу  $H \sim H_{c1}$ . Знайдено енергію вихор-вихрової взаємодії.

PACS: 74.60.Ge

## 1. Введение

Поверхностные эффекты могут играть важную и даже доминирующую роль в формировании магнитных и транспортных характеристик сверхпроводников второго рода [1–5]. Вихревая динамика тесно связана с намагниченностью [6]. Гистерезисные явления обычно интерпретируются как доказательство ограниченности критических токов вследствие объемного пиннинга вихрей. Эксперименты указывают на существование поверхностных барьеров Бина–Ливингстона [7] как возможных источников гистерезисного поведения. В рамках подхода критического состояния Кузнецов и др. [8] оценили усиление намагниченности тонких пленок со значительным пиннингом вследствие «краевых» эффектов. В работе Зельдова и др. [9] по измерению на-

магниченности был обнаружен новый «геометрический барьер» на тонких пленках, который значительно усиливал потенциальный барьер при наличии барьера Бина–Ливингстона. В первой части настоящей работы (см. [10]) были описаны «краевые» барьеры в гранулированном сверхпроводнике. Из используемой в работе модели прямо следует, что вихревая динамика достаточно сильно зависит не только от величины приложенного поля, но и от характерного размера зерна, интенсивности межгранульной связи и анизотропии, а также степени «зеркальности» материала. В настоящей работе изучено, каким образом вариация этих параметров влияет на магнитные и транспортные свойства сверхпроводящих поликристаллов в смешанном состоянии вблизи магнитных полей  $H$  приблизительно равных  $H_{c1}$ .

## 2. Магнитные свойства вблизи поля $H_{c1}$

В смешанном состоянии критические характеристики задаются распределением энергии абрикосов-

ских вихрей (АВ). Для сверхпроводящего поликристалла энергия одиночной вихревой нити, локализованной в точке  $(x_0, z_0)$ , имеет вид [10]

$$U(x_0, z_0) = \frac{\Phi_0}{4\pi} \left\{ H_y^{\text{app}} \exp(-x_0/\lambda_{ab}) - H_y^{\text{app}} + H_{c1}(\infty) + H_y^J(x_0, z_0) + \right. \\ \left. + \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \left[ \sum_{\substack{n=-L \\ (n \neq 0)}}^L P_n^S(x_0, x_0, z_0, z_0) + \sum_{n=-L}^L P_n^N(x_0, x_0, z_0, z_0) \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $\Phi_0 = hc/2e$  — квант магнитного потока,  $H_y^{\text{app}} = (0, H_y, 0)$  — внешнее магнитное поле,  $\lambda_{ab}$  и  $\lambda_c$  — глубины проникновения магнитного поля: лондоновская вдоль плоскости  $ab$  и кристаллографическая вдоль оси  $c$  соответственно. В нашей модели  $\lambda_{ab}$  отвечает проникновению поля в гранулу со стороны поверхности, а  $\lambda_c$  — со стороны джозефсоновских контактов;  $K_0$  — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента [11];  $H_{c1}(\infty)$  — первое критическое поле бесконечного образца;  $L$  — степень «зеркальности» материала;

$$H_y^J(x_0, z_0) = H_y^{\text{app}} \int_0^\infty \frac{dk}{2\pi} \frac{4k\lambda_J^2}{1 + \lambda_{ab}^2 k^2} \times \\ \times \frac{\sin(kx_0) \cosh[(1 + \lambda_{ab}^2 k^2)^{1/2}(z_0/\lambda_c)]}{\lambda_J^2 k^2 \cosh \gamma + (1 + \lambda_{ab}^2 k^2)^{1/2} \sinh \gamma} \quad (2)$$

— величина поля в точке  $(x_0, z_0)$ , обусловленная наличием джозефсоновской связи; здесь введено обозначение  $\gamma = (1 + \lambda_{ab}^2 k^2)^{1/2}(a/2\lambda_c)$ , а также

$$P_n^S(x, x_0, z, z_0) = \\ = (-1)^n K_0 \left( \sqrt{\frac{(x - x_0)^2 + [z - (-1)^n z_0 - na]^2}{\lambda_{ab}\lambda_c}} \right), \quad (3)$$

$$P_n^N(x, x_0, z, z_0) = \\ = (-1)^{n+1} K_0 \left( \sqrt{\frac{(x + x_0)^2 + [z - (-1)^n z_0 - na]^2}{\lambda_{ab}\lambda_c}} \right). \quad (4)$$

Представленная соотношением (1) зависимость энергии вихревой нити от координат ее локализации в области гранулы  $U(x_0, z_0)$  содержит в «зародыше» все основные особенности магнитного и транспортного отклика ВТСП поликристаллов на изменение параметров структурно-неоднородной джозефсоновской системы и приложенного поля.

### 2.1. Критические поля

**2.1.1. Поле вхождения первого вихря.** В случае подавления барьера поверхностными дефектами следует ожидать, что поле вхождения первого вихря  $H_p$  ( $H_{c1} < H_p < H_c$ ) будет заметно превышать  $H_{c1}$ . В рассматриваемой нами вихрь-ламинарной модели поверхность гранул предполагается достаточно гладкой, и, таким образом,  $H_p = H_{c1}$  [12]. В этом поле индукционные токи становятся достаточно большими, чтобы оторвать вихрь от его «зеркальных изображений» и протолкнуть внутрь образца [13]. Для нахождения поля  $H_p$  необходимо минимизировать энергию вихря  $U(x_0, z_0)$  на поверхности гранулы. Наименьшую энергию вихревая нить имеет вдоль оси  $OX$  в точках  $z = 0$ . С другой стороны, нас интересует случай, когда вершина барьера выходит на поверхность, т.е.  $x_0 = 0$ . Но при  $x_0 \rightarrow 0$   $K_1(2x_0/\sqrt{\lambda_{ab}\lambda_c}) \approx \sqrt{\lambda_{ab}\lambda_c}/2x_0$ . При малых  $x_0$  заменим  $x_0$  на  $\xi_{ab}$ , т.е.  $K_1(2x_0/\sqrt{\lambda_{ab}\lambda_c}) \approx \sqrt{\lambda_{ab}\lambda_c}/\xi_{ab}$ . Отсюда в предположении  $L \rightarrow \infty$  получаем

$$H_p \approx \frac{\Phi_0}{\pi\lambda_c} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{\xi_{ab}}{4\xi_{ab}^2 + n^2 a^2} [1 - \Omega(\tau, \eta, \sigma)]^{-1}, \quad (5)$$

где

$$\Omega(\tau, \eta, \sigma) = \int_0^\infty \frac{dk}{2\pi} \frac{4k^2\lambda_J^2}{(1 + \lambda_{ab}^2 k^2)} \times \\ \times \frac{\lambda_{ab} \cos(k\xi_{ab})}{\lambda_J^2 k^2 \cos \gamma + (1 + \lambda_{ab}^2 k^2)^{1/2} \sin \gamma}. \quad (6)$$

Соотношение (6) вносит поправку в значения  $H_p$  вследствие учета межгранульных границ. В пределе  $\lambda_J \rightarrow 0$  рассматриваемая проблема переходит в задачу о критических полях в сильносвязанных сверхпроводниках типа  $MgB_2$ . При этом поле проникновения первого вихря  $H_p = \Phi_0/(\xi_{ab}\lambda_c)$ , что в изотропном случае ( $\xi_{ab} = \xi_c$ ,  $\lambda_{ab} = \lambda_c$ ) будет от-

вечать известному результату Бина—Ливингстона. Если предположить, что  $\xi \sim (1 - T/T_c)^{-1/2}$  и  $\lambda \sim (1 - T/T_c)^{-1/2}$ , то получим  $H_p = [\Phi_0/4\pi\xi_{ab}^0\lambda_c^0] \times (1 - T/T_c)$ , таким образом, в линейном приближении эта формула воспроизводит результат Писса и др. [14] для  $MgB_2$ . Легко видеть, что существует зависимость  $H_p$  от анизотропии.

2.1.2. *Первое критическое поле  $H_{c1}$* . При малой плотности вихревых нитей (малых величинах индукции  $B \sim \Phi_0/(\xi_{ab}\xi_c)$ ) их взаимодействием мож-

но пренебречь. Тогда первое критическое поле  $H_{c1}$ , выше которого тепловое равновесие системы отвечает конечной плотности вихрей в сверхпроводнике, может быть найдено из уравнения для энергии одиночного вихря (1) при условии  $U(x_0, z_0) = 0$ . Поскольку из симметрии задачи наименьшую энергию имеет вихрь в точках  $z = 0$  и вдоль оси  $OX$ , то выражение для первого критического поля  $H_{c1}$  примет вид

$$H_{c1}(x_0, \tau, \eta, \sigma) = \frac{H_{c1}(\infty) - \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \left[ \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{+\infty} P_n^S(x_0, x_0, 0, 0) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n^N(x_0, x_0, 0, 0) \right]}{1 - \exp\left(-\frac{x_0}{\lambda_{ab}}\right) - \int_0^\infty \frac{dk}{2\pi} \frac{4k\lambda_J^2}{(1 + \lambda_{ab}^2 k^2)} \frac{\sin(kx_0)}{\lambda_J^2 k^2 \cos \gamma + (1 + \lambda_{ab}^2 k^2)^{1/2} \sin \gamma}} \quad (7)$$

График функции  $H_{c1}(x_0)$  при разных параметрах анизотропии и характерного размера гранул  $\tau = a/2\lambda_c$  изображен на рис. 1. Видно, что наряду с анизотропным потенциальным барьером существует энергетический барьер, зависящий от  $\tau$ . Этот барьер тем больше, чем больше  $\tau$ . Результаты предыдущей работы [10] подтверждают, что даже в отсутствие микроскопического поверхностного барьера

Бина—Ливингстона в гранулированных сверхпроводниках может возникать энергетический барьер, зависящий от характерного размера зерна. Этот вид барьера имеет некоторую аналогию с геометрическим барьером, когда поле  $H_{c1}$  зависит от формы образца [9]. Заметим, что соотношение (7) адекватно описывает эффект увеличения первого критического поля гранул, наблюдаемого в супермелкозернистом ВТСП  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  [15], где  $H_{c1}^g$  значительно превышало значения, характерные для крупнозернистых образцов.

### 2.2. Взаимодействие вихревых нитей

В смешанном состоянии в идеальном безпинниговом сверхпроводнике вихрь-вихревое взаимодействие дает вклад в энергию системы через зависимость от плотности вихрей. Это приводит к хорошо известной в теории Лондонов логарифмической зависимости поля для абрикосовских [12] и внутренних (*pancake*) вихрей в слоистых сверхпроводниках [16]. Чтобы правильно описать «краевые» барьеры, необходимо учитывать вихрь-вихревые взаимодействия. Во-первых, энергия этого взаимодействия повышает величину барьера. Во-вторых, потенциальный барьер должен уменьшаться за счет вихрь-антивихревого взаимодействия.

Обобщим формулировку модели на случай многих вихрей. Пусть в рассматриваемой сверхпроводящей грануле имеется система из  $N$  вихрей, оси которых совпадают с осью  $Y$  и расположены в точках  $R_1 = (x_1, z_1), R_2 = (x_2, z_2), \dots, R_n = (x_n, z_n)$ . При этом поле вихрей будет удовлетворять уравнению

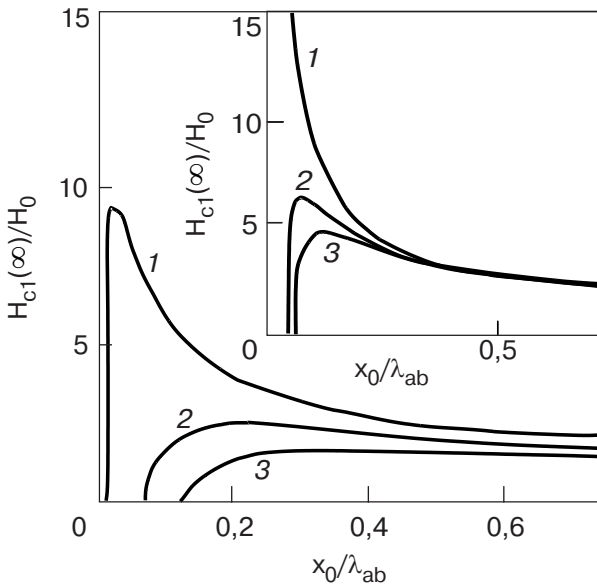


Рис. 1. Зависимость локального первого критического поля  $H_{c1}$  от расстояния до поверхности  $x_0$  для различных значений параметра анизотропии  $\eta$ : 1,8 (1), 1,0 (2) и 0,8 (3). Основной фрагмент отвечает мелкозернистому пределу ( $\tau = 0,5$ ), вставка — пределу больших зерен ( $\tau = 10$ ).

$$\nabla \times [\lambda^2]J + \mathbf{H} = \Phi_0 \mathbf{e}_y \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \delta(R - R_{nk}^{(+)}) + \right. \\ \left. + (-1)^{n+1} \delta(R - R_{nk}^{(-)}) \right\}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{e}_y$  — единичный орт вдоль оси  $OY$ ; индекс  $k$  указывает на принадлежность к  $k$ -му вихрю. Решение уравнения (8) представляется в виде суммы полей для каждой вихревой нити системы:

$$\mathbf{H}(R) = \mathbf{H}_1(\mathbf{R}) + \mathbf{H}_2(\mathbf{R}) + \dots + \mathbf{H}_N(\mathbf{R}), \quad (9)$$

где

$$H_i(R) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [P_n^S(x, x_i, z, z_i) + P_n^N(x, x_i, z, z_i)]. \quad (10)$$

После подстановки уравнения (8), взятого при  $k = 1$ , в выражение для распределения поля АВ, пронизывающего гранулу в точке  $(x_0, z_0)$  [10],

$$H_2(x, x_0, z, z_0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [P_n^S(x, x_0, z, z_0) + P_n^N(x, x_0, z, z_0)], \quad (11)$$

необходимо оставить только члены, описывающие вклад в энергию от межвихревого взаимодействия.

Тогда окончательно выражение для системы вихрей имеет вид

$$U_{\text{int}} = \frac{\Phi_0^2}{8\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \times \\ \times \sum_{\alpha, \beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [P_n^S(x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, z_\beta) + P_n^N(x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, z_\beta)]. \quad (12)$$

Как видно из (12), энергия вихрь-вихревого взаимодействия зависит от характерного размера зерна  $\tau = a/2\lambda_c$ , анизотропии  $\eta = \lambda_c/\lambda_{ab}$  и расстояния между вихрями. Таким образом, для описания динамики проникновения вихревых нитей в гранулы необходимо рассмотреть воздействие силы Лоренца на вихрь  $i$  со стороны вихря  $j$ , что выражается как  $-\nabla_i U(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j)$ , где

$$U(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) = U_{\text{int}}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j) + U_{\text{self}}(\mathbf{R}_i) + U_{\text{mirr}}(\mathbf{R}_i). \quad (13)$$

Здесь  $U_{\text{self}}(\mathbf{R}_i)$  — собственная энергия  $i$ -го вихря;  $U_{\text{int}}(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_j)$  — энергия взаимодействия между  $i$ -й и  $j$ -й вихревыми нитями;  $U_{\text{mirr}}(\mathbf{R}_i)$  — энергия взаимодействия между  $i$ -й вихревой нитью и ее «зеркальными изображениями».

Рассмотрим случай двух АВ. Пусть  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$  — расстояние между нитями. Тогда из выражения (10) энергия взаимодействия будет иметь вид

$$U(d) = \frac{\Phi_0^2}{8\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ (-1)^n K_0 \left( \sqrt{\frac{(x_1 - x_2)^2 + [z_1 - (-1)^n z_2 - na]^2}{\lambda_{ab}\lambda_c}} \right) + \right. \\ \left. + (-1)^{n+1} K_0 \left( \sqrt{\frac{(x_1 + x_2)^2 + [z_1 - (-1)^n z_2 - na]^2}{\lambda_{ab}\lambda_c}} \right) \right]. \quad (14)$$

Выражение (14) верно для произвольных  $d$ . Легко заметить, что, подобно двумерным вихрям в сверхпроводниках, рассматриваемые вихревые нити демонстрируют логарифмический закон взаимодействия на больших расстояниях. Кроме того, данная модель позволяет описать структурные детали вихревой решетки. Следует заметить, что энергия вихрь-антивихревого взаимодействия представляет интерес при рассмотрении вопроса о возможности вихревого фазового перехода Березинского—Костерлица—Таулесса, и в наших обозначениях будет выражаться как  $-U(d)$ .

### 2.3. Намагниченность

Для сверхпроводника во внешнем поле  $H_y^{\text{app}}$  кривая намагниченности имеет хорошо известную треугольную форму. Одно из проявлений «краевых» барьеров представляется в виде кривой намагниченности  $M(H)$  в ее наклонной части вблизи  $M \approx 0$ . Такое поведение вызвано тем [17], что при  $H = H_p$  исчезают как экранирующие токи, так и потенциальный барьер, и вихревые нити могут беспрепятственно проникать в гранулы. Очевидно также существенное влияние барьера на кривые намагниченности  $M(H)$  в системе вихревых решеток в

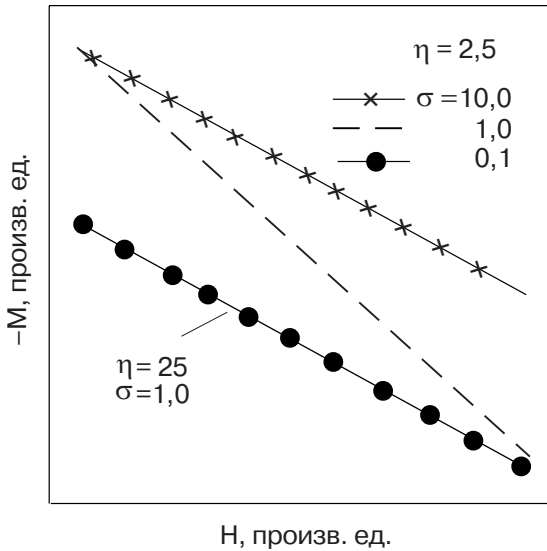


Рис. 2. Поведение слабополевой намагнитченности  $M$  как функции приложенного поля  $H_y^{app}$  при различных параметрах анизотропии  $\eta$  и интенсивности связи между зернами  $\sigma$ , взятых при характерном размере зерна  $\tau = 1,2$  и степени «зеркальности» материала  $L = 1$ .

увеличивающемся поле вблизи  $H_{c1}$ , когда начальные состояния еще не упорядочены.

Намагнитченность отдельной гранулы  $M$ , содержащей вихревую нить, будет описываться зависимостью

$$4\pi M = \frac{1}{V} \int_V [B(r) - H] dV, \quad (15)$$

где  $V$  — объем гранулы,  $B(r)$  и  $H$  — локальная индукция и внешнее магнитное поле соответственно. В нашем случае  $B(r) \equiv H(x, z)$  — распределение поля в грануле [10] и  $H \equiv H_y^{app}$ .

Рассмотрим, каким образом изменение величин параметра анизотропии  $\eta$  и интенсивности межзеренной связи  $\sigma$  будут оказывать влияние на слабополевую намагнитченность. Для иллюстрации на рис. 2 приведены расчетные характеристики кривых намагничивания  $M(H)$  при  $H_{c1} \sim 300$  Э. В приведенной области магнитных полей наблюдаются две особенности: 1) при постоянном параметре силы

связи  $\sigma$  значение  $M(H)$  тем меньше, чем больше  $\eta$ ; 2) при уменьшении  $\sigma$  зависимость  $M(H)$  увеличивается. Таким образом, вид кривых намагничивания прямо зависит от параметров анизотропии, силы связи между гранулами и характерного размера гранулы. Следует заметить, что, по-видимому, изменение этих параметров ведет к возможности наблюдения диа(пара)магнитных переходов в поликристаллических ВТСП, широко наблюдаемых в многочисленных экспериментах [18,19].

#### 2.4. Свободная энергия Гиббса при $H \geq H_{c1}$

Термодинамический потенциал Гиббса системы большого числа нитей имеет вид [20]

$$G = n_L F + \sum_{ij} U_{ij} - \frac{B H_y^{app}}{4\pi}, \quad (16)$$

где  $n_L$  — число нитей на единицу площади, первый и третий члены связаны с энергией отдельной нити и отвечают выражению (1),  $U_{ij}$  — энергия взаимодействия между  $i$ -й и  $j$ -й нитями, которая выражается соотношением (12). Последний член учитывает влияние внешнего магнитного поля  $H_y^{app}$ ; благодаря ему энергетически выгодны большие значения индукции  $B$ . Иными словами, поле  $H_y^{app}$  играет роль внешнего давления, которое стремится увеличить плотность АВ. Поскольку каждая нить переносит один квант потока  $\Phi_0$ , индукцию  $B$  можно записать в виде

$$B = n_L \Phi_0. \quad (17)$$

Если внешнее поле  $H_y^{app}$  немного превышает  $H_{c1}$ , то в (16) необходимо учитывать член, описывающий взаимодействие нитей. При этом распределение АВ отвечает некоторой периодической структуре. Как известно [21], наиболее выгодной является треугольная решетка АВ. Когда поле лишь ненамного превышает значение  $H_{c1}$ , равновесная плотность вихрей  $n_L$  мала, а расстояние  $d$  между ближайшими нитями велико:  $d > (\lambda_{ab}^2 + \lambda_c^2)^{1/2}$ . Поэтому следует учитывать вклад только ближайших пар соседей. Тогда выражение для свободной энергии Гиббса принимает вид

$$G = \frac{\Phi_0}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^{n_L \frac{B}{\Phi_0}} \left\{ H_y^{app} \exp(-x_\alpha / \lambda_{ab}) - H_y^{app} + H_{c1}(\infty) + H_y^J(x_\alpha, z_\alpha) + \right. \\ \left. + \frac{\Phi_0}{4\pi \lambda_{ab} \lambda_c} \left[ \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{+\infty} P_n^S(x_\alpha, x_\alpha, z_\alpha, z_\alpha) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n^N(x_\alpha, x_\alpha, z_\alpha, z_\alpha) \right] + \right.$$

$$+ \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_{ab}\lambda_c} \sum_{\beta=1}^{\delta} \left[ \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{+\infty} P_n^S(x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, z_\beta) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n^N(x_\alpha, x_\beta, z_\alpha, z_\beta) \right], \quad (18)$$

где  $\delta$  — число ближайших соседей данной нити (для треугольной решетки  $\delta = 6$ ). Расстояние  $d$  связано с индукцией  $B$  соотношением

$$B \equiv n_L \Phi_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\Phi_0}{d^2}. \quad (19)$$

Из вида выражения (18) следует, что при  $H_y^{\text{app}} > H_{c1}$  начальный наклон  $(\partial G / \partial B)_B = 0$  отрицателен. При увеличении индукции вклады взаимодействия с поверхностью, джозефсоновским контактом, магнитным полем и остальными АВ начинают расти. Таким образом, основной вклад будет вносить взаимодействие АВ с джозефсоновской связью и поверхностью (первый член в (16)). Оставшиеся члены достаточно малы, поскольку содержат член  $\sim K_0(x)$ , который при  $d > \sqrt{\lambda_{ab}^2 + \lambda_c^2}$  имеет вид  $K_0(x) \sim \exp(-x)$ . Следовательно, при малых значениях  $B$  взаимодействие мало. Однако при больших значениях  $B$  вклад этого члена преобладающий, что приводит к росту функции  $G(B)$ . При некотором значении  $B = B(H)$  функция  $G(B)$  достигает минимума. Таким образом, в отличие от случая однородных сверхпроводников, выражение (16) демонстрирует сильную зависимость от характерного размера зерна  $\tau$ , анизотропии  $\eta$  и интенсивности связи между зернами  $\sigma$ , а также степени «зеркальности» материала  $L$  в случае мелкозернистой структуры материала.

### 3. Потенциал пиннинга и плотность критического тока

Сверхпроводники II рода имеют нулевое сопротивление, если магнитные вихри закреплены на дефектах или ограничены в перемещении. В поликристаллических ВТСП в качестве центров пиннинга можно рассматривать границы гранул [22]. В этих местах энергия вихревых нитей столь мала, что делает невозможным их движение по образцу. Две характерные величины — потенциал пиннинга  $U_p$  и плотность критического тока  $J_c$  — определяют, как сильно АВ закреплены на дефектах (запиннигованы). Конечное сопротивление возникает, когда энергия связи АВ с дефектом превышает  $U_p$  или плотность тока превышает  $J_c$ , что приводит к движению вихревых нитей. Покажем, что величина «краевых» барьеров может играть существенную

роль и определять потенциал пиннинга и внутригранульную плотность критического тока [23].

#### 3.1. Потенциал пиннинга

В настоящее время нет полного понимания механизмов пиннинга в гранулированных сверхпроводниках. Вследствие этого остается открытым вопрос, согласно которому критические токи ВТСП пленок существенно превышают значения  $J_c$  для объемных ВТСП материалов. Ключевым моментом здесь, по-видимому, является пиннинг вихрей во внешнем магнитном поле, что служит основой для описания различных связанных с АВ явлений, таких как критический ток, гистерезис намагничивания и квантовое туннелирование вихрей. Проблема пиннинга АВ сводится к определению силы элементарного пиннинга АВ — взаимодействия между вихрем и единичным дефектом.

В отличие от результата Бина — Ливингстона [7] выражение (1) демонстрирует несколько разновидностей потенциальных барьеров для АВ в гранулированных сверхпроводниках. Одна из них — энергетический барьер при входе вихря в гранулу со стороны джозефсоновского контакта — может быть интерпретирована как потенциал пиннинга  $U_p$ . Такое предположение представляется очевидным, поскольку дефекты способны закреплять вихри тем, что локально понижают параметр порядка в сверхпроводнике, и вследствие этого создается потенциал, препятствующий движению вихревой нити или внутреннего вихря. Многие эксперименты ясно указывают на то, что даже хорошо связанные, с большим углом разориентации  $\theta$  границы гранул  $\text{MgB}_2$  при соответствующих значениях длины когерентности и параметра решетки могут служить центрами пиннинга [22].

Принимая во внимание соотношение (1), потенциал пиннинга на единицу длины кора вихря определим следующим образом:

$$U_p(x_0, L) = \lim_{z_0 \rightarrow \frac{a}{2}} U(x_0, z_0, L). \quad (20)$$

Влияние степени «зеркальности»  $L$  на величину потенциала пиннинга  $U_p$  показана на рис. 3 при  $\tau = 0,01$  (кривая 1) и  $\tau = 0,1$  (кривая 2). Видно, что в случае крупных зерен  $\tau = 0,1$  влияние  $L$  на  $U_p$  пренебрежимо мало; в мелкозернистом случае  $\tau = 0,01$ ,

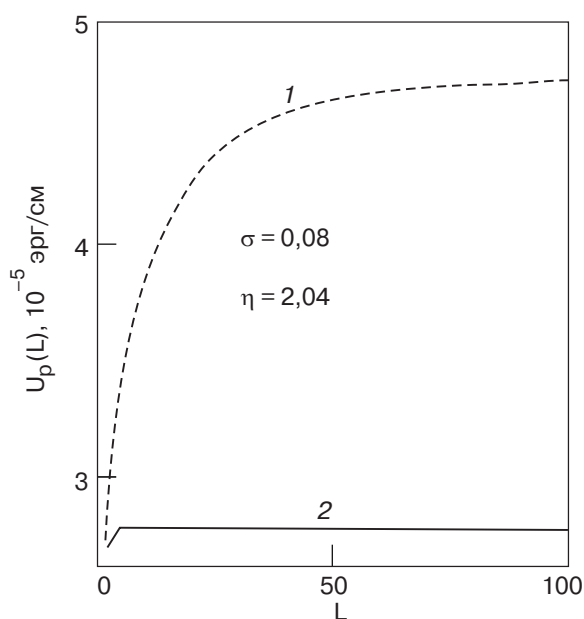


Рис. 3. Зависимость потенциала пиннинга  $U_p$  от степени «зеркальности» материала  $L$  при  $\tau = 0,01$  (1) и  $0,1$  (2).

когда  $a \sim 1$  мкм, учет последующих вихрей-изображений при  $L > 1$  приводит к росту  $U_p$  на  $\sim 16\%$  ( $L \rightarrow \infty$ ). Таким образом, если за доминирующий принять пиннинговый механизм транспортного критического тока, то полученные результаты отвечают экспериментам [24], в которых показано, что в мелкозернистых ВТСП реализуются критические токи, на порядок большие, чем в образцах с крупными зернами. При этом величина пиннинга  $U_p$  тем больше, чем меньше  $\tau$ . Кроме того, потенциал пиннинга, в рамках нашей модели, на порядок больше энергии АВ в центре ( $z_0 = 0$ ) гранулы [10]. Такое обстоятельство может прямо указывать на возможную схожесть структуры вихревых решеток в нашей модели и в пленке, находящейся в параллельном магнитном поле [25], где в полях  $H \geq H_{c1}(d)$  ( $d < \lambda$ , здесь  $d$  — толщина пленки,  $\lambda$  — лондоновская глубина проникновения) вихри располагаются в ряд в центре пленки. И далее, с повышением поля, структура решетки преобразуется в треугольную.

На рис. 4 представлены результаты численного исследования (20) — зависимость энергии пиннинга от приведенного поля  $H_y^{app}/H_{c1}(\infty)$  при  $L \rightarrow \infty$  для значений параметра связи между зернами  $\sigma = 0,1$  и  $10$ , а также (на вставке) значений параметра анизотропии  $\eta = 0,8$ ;  $1,0$  и  $1,8$ . Как видно на рисунке, в пределе сильной межгранульной связи  $U_p$  спадает более резко с ростом поля, чем в пределе слабой связи. На вставке показана зависимость  $U_p$  от анизотропии в пределе слабой связи  $\sigma = 0,1$ . Легко видеть, что по мере увеличения  $\eta$  потенциал пиннинга уменьшается.

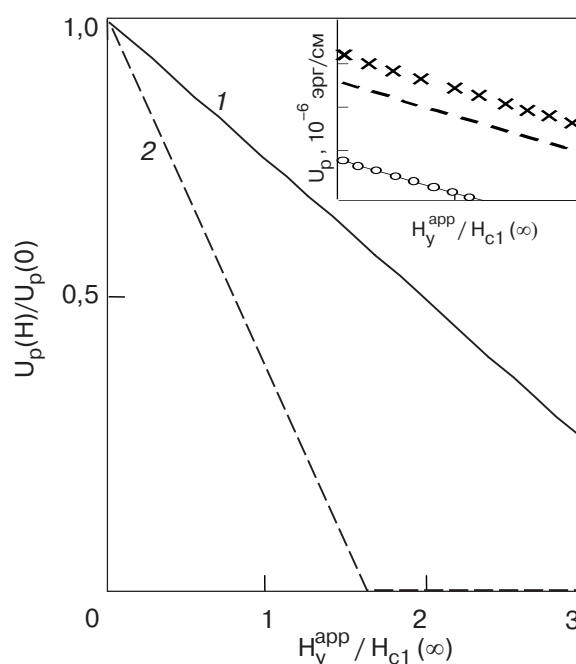


Рис. 4. Зависимость потенциала пиннинга  $U_p$  от приведенного поля  $H_y^{app}/H_{c1}(\infty)$  при  $\sigma = 0,1$  (1) и  $10$  (2), когда  $\tau \approx 1$ . На вставке — изменение  $U_p$  при  $\eta = 0,8$  (O),  $1,0$  (—) и  $3,3$  (x) в пределе слабой связи  $\sigma = 0,1$ .

Таким образом, потенциал пиннинга — функция многих параметров:  $U_p = U_p(H, \tau, \sigma, \eta, L)$ . Подход, развитый в настоящей работе, может быть применен в модифицированном виде как к сильносвязанным ( $MgB_2$ ), так и слабосвязанным ВТСП материалам, а также для исследования магнитных и транспортных свойств сверхпроводников с широким спектром размеров зерен и анизотропии.

Следует заметить, что, когда лоренцева сила, действующая на АВ во внешнем магнитном поле, вызывает движение вихря, магнитные свойства сверхпроводника становятся обратимыми. Поэтому линия необратимости на  $H$ - $T$ -фазовой диаграмме может быть получена из рассмотрения  $H$ - $T$ -зависимости энергии пиннинга  $U_p$ .

### 3.2. Критическая плотность тока

В отличие от массивных нетекстурированных керамических сверхпроводников полевая зависимость плотности критического тока  $J_c(H_y^{app})$  в  $MgB_2$  определяется пиннигом, а не характеристиками слабых связей. Подобно ВТСП материалам, пиннинг в  $MgB_2$  сильно зависит от поля, являясь незначительными в слабых полях и образуя линию депиннинга в полях, близких к  $H_{c2}$ . Используя соотношение (20), найдем выражение для  $J_c(H_y^{app})$  в области полей вблизи  $H_{c1}$ . На АВ единичной длины со стороны тока действует сила [26]

$$F_L = J/c. \quad (21)$$

Считая, что сила  $F_L$  в критическом состоянии уравновешивается силой пиннинга,  $F_p = F_L$ , получаем

$$F_p(H) = \frac{\Phi_0}{c} J_c(H). \quad (22)$$

В этом выражении сила пиннинга  $F_p$  определяется изменением энергии пиннинга на расстояниях масштаба  $\xi_c$  ( $\xi_c$  — изменение параметра порядка на границе гранулы) следующим образом:  $F_p = U_p/\xi_c$ . Таким образом, локальная критическая плотность тока — функция внешнего поля  $H_y^{app}$  и расстояния от поверхности:  $J_c(H_y^{app}, x_0, L) = (c/\Phi_0\xi_c)U_p(H_y^{app}, x_0, L)$ . Усредняя ток по проводящему сечению, получаем выражение для внутригранульной плотности критического тока:

$$J_c(H_y^{app}, L) = \frac{c}{\Phi_0\lambda_{ab}\xi_c} \int_0^{\lambda_{ab}} U_p(H_y^{app}, x_0, L) dx_0. \quad (23)$$

На рис. 5 приведены результаты расчетов полевой зависимости  $J_c$  для параметра связи  $\sigma = 0,1$ , когда  $L \rightarrow \infty$  при различных значениях  $\eta$  и  $\tau$ . Как видно на основной части рисунка, в пределе больших размеров зерен ( $\tau = 10$ ) величина  $J_c$  практически не зависит от  $\eta$ , тогда как в пределе малых зерен ( $\tau = 0,1$ )  $J_c$  спадает с уменьшением  $\eta$ . На вставке показана качественная зависимость  $J_c(H_y^{app})$  для параметров связи  $\sigma = 0,1$  и  $10$ , а также для характерного размера зерна  $\tau = 0,1$  и  $10$ . Сплошная и пунктирная линии соответствуют пределу больших и малых зерен соответственно. Прежде всего, видны два экстремальных токовых состояния:  $\sigma = 0,1$ ,  $\tau = 10$  (кривая 1) и  $\sigma = 10$ ,  $\tau = 0,1$  (кривая 4), которые соответствуют наибольшему и наименьшему значениям  $J_c$  для данного  $\eta$ . В полях  $H_y^{app} \approx 3,3H_{c1}$  токовые состояния с  $\sigma = 0,1$  и  $10$  практически неразличимы в пределе малых (кривые 3 и 4) и больших (кривые 1 и 2) размеров зерен. Таким образом, в полях приблизительно равных  $3,3H_{c1}$  величина  $J_c$  зависит в основном от размеров зерен и практически не зависит от интенсивности связи между зернами  $\sigma$ . Однако в полях  $H_y^{app} \gg 3,3H_{c1}$  возможна ситуация, когда мелкозернистые структуры имеют большие  $J_c$ , чем крупнозернистые (кривые 2 и 3). На рисунке видно, что самый крутой спад  $J_c$  характерен для мелкозернистых сильносвязанных структур (кривая 4).

На вставке показано, что расчетная величина  $J_c \sim 10^6$  А/см<sup>2</sup>. Однако из экспериментальных результатов следует, что  $J_c \sim 10^5$  А/см<sup>2</sup> при  $T \sim 10$  К. Расхождение может быть обусловлено тем, что на границах зерен потенциал пиннинга имеет коллективную природу. Это должно понижать величину  $J_c$ . Таким образом, расчетная величина  $J_c$  удовле-

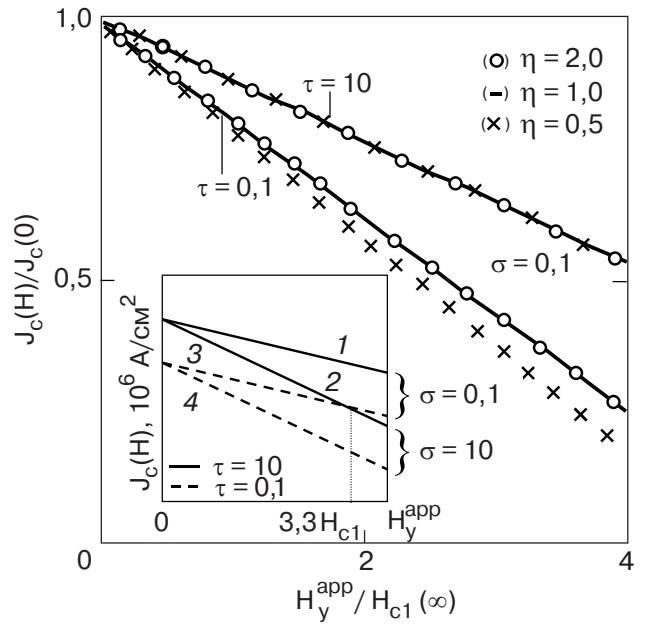


Рис. 5. Полевая зависимость плотности критического тока  $J_c$  для различных значений параметра анизотропии  $\eta = 0,5, 1,0$  и  $2,0$  при  $\sigma = 0,1$ ,  $\tau = 0,1$  и  $10$ , а  $L = 1$ . На вставке показана полевая зависимость  $J_c$  для значений связи между зернами  $\sigma = 0,1$  и  $10$ . Сплошная и пунктирная линии отвечают случаю больших ( $\tau = 10$ ) и малых ( $\tau = 0,1$ ) гранул соответственно.

творительно описывает основные черты транспорта в поликристаллических сверхпроводниках. Это прямо указывает, что границы зерен — определяющий фактор транспортных свойств. Границы зерен «прикрепляют» к себе АВ, создавая центры пиннинга. Зависимость от анизотропии существенна. Таким образом, чтобы оптимизировать технологический процесс получения материалов с большими  $J_c$ , может быть использована техника текстурирования.

Следует заметить, что при рассмотрении вопроса о внутригранульной плотности критического тока, мы полагали, что на зерно приходится один центр пиннинга. Иными словами, исследовали транспортные свойства, задаваемые элементарной вихревой силой пиннинга  $F_p^i$ . Однако в реальных материалах потенциал пиннинга  $U_p$  представляет собой суммарную энергию центров пиннинга:  $U_p = \sum_i U_p^i$  (или плотности вихрей на границах зерен  $n_p$ ) [27], т.е.  $U_p \propto n_p \propto H_y^{app}$ . Принимая во внимание, что  $J_c \propto U_p \propto n_p$ , можно заключить, что, как только внешнее магнитное поле увеличивается, возрастает количество АВ и, следовательно, плотность центров пиннинга [28]. Таким образом, с ростом поля  $J_c$  определяется пиннингом на множестве дефектов, которые удерживают большие значения тока вплоть до сильных полей. В области полей  $H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$  каждая вихревая нить связана с



вихревой решеткой, что должно увеличить  $U_p$ . Поэтому ослабевают зависимость  $U_p$  от  $H$  и, следовательно,  $J_c(H)$ , что видно из экспериментальных результатов по транспортным измерениям.

#### 4. Выводы

Полученные результаты показывают, что границы гранул играют существенную, если не доминирующую роль в формировании магнитных и транспортных свойств в поликристаллических сверхпроводниках в магнитных полях  $H$  близких к  $H_{c1}$ . Очевидно, роль границ будет значительна и в керамических, и в монокристаллических ВТСП. Характерный размер гранул  $\tau$ , интенсивность связи между гранулами  $\sigma$ , анизотропия  $\eta$  и степень «зеркальности» материала формируют потенциальный барьер, препятствующий как входу вихревой нити в материал, так и ее выходу и могут усиливать или ослаблять поверхностный барьер Бина—Ливингстона. Эти параметры должны быть приняты во внимание при реалистическом рассмотрении вопросов о магнитном поле вхождения первого вихря  $H_p$ , нижнего критического поля  $H_{c1}$ , гистерезисных явлений, а также потенциала пиннинга и внутригранульной плотности критического тока  $J_c$ . Результаты работы могут быть использованы при рассмотрении вопроса об устойчивости решетки вихрей, а также при изучении фазового вихревого перехода Березинского—Костерлица—Таулесса. На основе рассмотренной модели можно объяснить разницу в транспортном поведении различных образцов со слабо связанной джозефсоновской структурой (ВТСП) и сильно связанных материалов ( $MgB_2$ ,  $LiBC$ ) с различной степенью дисперсности и анизотропии. Немаловажна в этих вопросах и степень «зеркальности» материалов, поскольку из полученных результатов прямо следует такая зависимость критических параметров в случае мелкозернистых образцов.

Автор глубоко признателен А.И. Дьяченко, Ю.В. Медведеву и А.А. Абрамову за полезные обсуждения результатов данной работы.

1. Е.Н. Brandt, *Phys. Rev.* **B60**, 11939 (1999).
2. Е.Н. Brandt, *ФНТ* **27**, 980 (2001).
3. L. Burlachkov, *Phys. Rev.* **B47**, 5830 (1993).
4. I.L. Maksimov and A.E. Elistratov, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 1650 (1998).
5. И.Л. Максимов, Г.М. Максимова, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 405 (1997).
6. S. Senoussi, *J. Phys. III (France)* **2**, 1041 (1992).
7. M. Konczykowski, L.I. Burlachkov, Y. Yeshurun, and F. Holtzberg, *Phys. Rev.* **B43**, 13707 (1991); C.P. Bean and J.D. Livingston, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 14 (1964).

8. A.V. Kuznetsov, D.V. Eremenko, and V.N. Trofimov, *Phys. Rev.* **B59**, 1507 (1999).
9. E. Zeldov, A.I. Larkin, V.B. Geshkenbein, M. Konczykowski, D. Majer, B. Khaykovich, V.M. Vinokur, and H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1428 (1994).
10. Л.В. Белевцов, *ФНТ* **31**, 155 (2005).
11. Ф. Морс, Г. Фешбах, *Методы теоретической физики*, изд-во иностр. лит., Москва (1960), гл. 10.
12. J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
13. P.G. de Gennes, *Solid State Commun.* **3**, 127 (1965).
14. M. Pissas, E. Moraitakis, D. Stamopoulos, G. Papavassilio, V. Psycharis, and S. Kountandos, *cond-mat/0108153 v1*, Preprint 2001.
15. Л.Г. Мамсурова, К.С. Пигальский, А.В. Шляхтина, Л.Г. Щербакова, *ФНТ* **18**, 238 (1992).
16. Yu.M. Ivanchenko, L.V. Belevtsov, Yu.A. Genenko, and Yu.V. Medvedev, *Physica* **C193**, 291 (1992).
17. А. Кэмпбелл, Дж. Иветс, *Критические токи в сверхпроводниках*, Мир, Москва (1975).
18. P. Singha Deo, V.A. Schweigert, and F.M. Peeters, *Phys. Rev.* **B59**, 6039 (1999).
19. P. Singha Deo, F.M. Peeters, and V.A. Schweigert, *Superlattices and Microstructure* **25**, 1195 (1995).
20. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
21. W.H. Kleiner, L.M. Roth, and S.H. Autler, *Phys. Rev.* **A133**, 1226 (1964).
22. B.A. Glowacki, M. Majoros, M. Vickers, J.E. Evetts, Y. Shi, and I. McDougall, *Supercond. Sci. Technol.* **14**, 193 (2001).
23. J.R. Clem, in: *Proceeding of 13th Conference on Low Temperature Physics (LT13)*, K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan, and E.F. Hammel (eds.), Plenum, New York (1974), Vol. 3, p. 102.
24. А.С. Красильникова, Л.Г. Мамсурова, Н.Г. Трусевич, А.В. Шляхтина, Л.Г. Щербакова, *ФНТ* **18**, 302 (1992).
25. S.H. Brongersma, E. Verweij, N.J. Koeman, D.G. de Groot, and R. Griessen, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2319 (1993).
26. В.В. Шмидт, Г.С. Мкртчян, *УФН* **112**, 459 (1974).
27. N.-C. Yeh, *Phys. Rev.* **B40**, 4566 (1989).
28. E.H. Brandt and U. Essmann, *Phys. Status Solidi* **B144**, 13 (1987).

#### Interaction of Abrikosov vortex with grain boundaries near $H_{c1}$ . II. Magnetic and transport properties of HTSC polycrystals

L.V. Belevtsov

Using the results of Abrikosov vortex energy distribution in the vortex-laminar model of polycrystalline superconductor [L.V. Belevtsov, *Low Temp. Phys.* **31**, 116 (2005)], the magnetic and transport properties were investigated theoretically. It is shown that these properties depend strongly on grain size, grain-coupling strength,

anisotropy ratio and «surface smoothness» of materials. The first flux entry field  $H_p$ , the lower critical field  $H_{c1}$  and the Gibbs free energy as well as the field dependences of magnetization

$M(H)$ , pinning potential  $U_p(H)$  and critical current density  $J_c(H)$  near  $H_{c1}$  are calculated. The vortex-vortex interaction energy is also determined.