

Возможный экспериментальный тест для определения роли микроскопических вихревых колец в λ -переходе в гелии II

М.Д. Томченко

*Институт теоретической физики НАН Украины
ул. Метрологическая, 14-б, г. Киев, 03143, Украина
E-mail: mtomchenko@bitp.kiev.ua*

Статья поступила в редакцию 4 июня 2004 г., после преработки 10 августа 2004 г.

Предложен экспериментальный тест для выяснения вопроса, какую роль играют микроскопические вихревые кольца (МВК) в λ -переходе в гелии II. Предполагается, что в объемном He II имеется ансамбль вихревых колец, которые инициируют λ -переход и в значительной степени определяют значение T_λ . В очень тонких пленках He II, у которых толщина сверхтекучего слоя d меньше размера наименьших МВК d_0 , кольца не помещаются, и в них ансамбль колец отсутствует. Вследствие этого для пленок гелия II на неупорядоченных подложках на зависимости $T_\lambda(d)$ при $d \approx d_0 \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$ должна быть особенность в форме скачка. Имеющиеся экспериментальные данные по теплоемкости тонких пленок He II недостаточно полны и точны для вывода о наличии предполагаемой особенности.

Запропоновано експериментальний тест для вирішення питання, яку роль відіграють мікроскопічні вихорні кільця (МВК) у λ -переході в гелії II. Припускається, що в об'ємному гелії існує ансамбль вихорних кілець, які ініціюють λ -перехід та в значній мірі обумовлюють значення T_λ . В дуже тонких плівках He II, для яких товщина надплинного шару d менша за розмір найменших МВК d_0 , кільця не вміщуються, і в таких плівках ансамбль кілець відсутній. Внаслідок цього для плівок гелію II на неупорядкованих підкладках на залежності $T_\lambda(d)$ при $d \approx d_0 \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$ повинна бути особливість у формі стрибка. Існуючі експериментальні дані по теплоємності тонких плівок He II недостатньо повні та точні для висновку про наявність передбачуваної особливості.

PACS 64.60.-i, 67.40.Vs, **67.70. + n**, 67.40.Kh

1. Введение

Микроструктура слабозбужденных состояний гелия II в основном известна [1–5], но важный вопрос о микроскопической природе λ -перехода в He II пока не вполне решен. Большинство авторов считает, что λ -переход сопровождается (или обусловлен) разрушением в He II конденсата, вероятно, составного, включающего не только одночастичный конденсат, но и двухчастичный, и высшие вклады [3,6–9]. В подходе Фейнмана [10] λ -переход качественно подобен фазовому переходу в идеальном газе, хотя конденсат в модели явно не используется. С помощью конденсатного подхода трудно описать сверхтекучие двумерные пленки He II, в которых, как известно,

конденсат или вовсе отсутствует, или его очень мало. Поэтому не исключено, что сверхтекучесть He II не связана с возникновением конденсата, а λ -переход не эквивалентен разрушению конденсата. Достаточно популярна точка зрения, согласно которой важную роль в λ -переходе играет ансамбль микроскопических вихревых колец (МВК) [3,11–15], причем эту роль разные авторы понимают по-разному. В том числе допустимо, что кольца вносят вклад в истощение конденсата. И в конденсатном подходе, и в вихревом удается получить λ -кривую для теплоемкости.

В данной работе предложен эксперимент, который позволит выяснить, играют ли МВК важную роль в λ -переходе.

2. Некоторые свойства вихревых колец в He II

Как известно из эксперимента [16,17], вихревые кольца действительно могут существовать в He II и долгое время «жить» не распадаясь. Устойчивость МВК обусловлена отсутствием вязкости в среде и их топологическими свойствами. Замкнутые вихри имеют сердцевину радиусом $a \approx 0,8-1,5 \text{ \AA}$ [16,17]. Точное микроскопическое описание МВК пока не построено. Предложены приближенные модели [18,19], в которых МВК получены как решение уравнения Гросса–Питаевского (ГП). Однако для He II уравнение ГП получено только в приближении среднего поля [20], поэтому степень точности и физический смысл этого уравнения для He II не вполне ясны. Согласно модели, предложенной в [19], и экспериментам [16,17], во-первых, свойства МВК качественно и приближенно количественно подобны свойствам классических колец; во-вторых, радиус МВК не может быть меньше определенного наименьшего радиуса R_0 , причем $R_0 \sim a \sim 1 \text{ \AA}$.

Сделаем некоторые оценки. Классические вихревые кольца с квантованной циркуляцией $\kappa = \hbar/m$ описываются следующими формулами [21]:

$$v = \frac{\kappa}{2R} \left[\ln \frac{8R}{a} - \frac{1}{2} - f_1 \left(\frac{a}{R} \right) \right], \quad (1)$$

$$E = 2\pi^2 \rho^* R \kappa^2 \left[\ln \frac{8R}{a} - 2 - f_2 \left(\frac{a}{R} \right) \right], \quad (2)$$

$$P = 2\pi^2 \rho^* R^2 \kappa \left[1 - f_3 \left(\frac{a}{R} \right) \right]. \quad (3)$$

Здесь v — скорость кольца, E — энергия, P — импульс, R — радиус, m — масса атома ^4He , ρ^* — эффективная плотность (см. далее). Поправки f_i описывают сердцевину вихря, и при $R \gg a$ они малы. Согласно (1)–(3), кольцо радиусом $R = 2,2 \text{ \AA}$ имеет энергию 9,83 К и импульс $2,07 \text{ \AA}^{-1}$, а при $R = 3 \text{ \AA}$ получим $E = 18,2 \text{ К}$, $P = 3,85 \text{ \AA}^{-1}$. Спектр МВК изображен на рис. 1 (для $\rho^* = \rho$, ρ — полная плотность He II), сплошной линией показан спектр $E(P)$ колец с $R > 3 \text{ \AA}$, которые, возможно, реально существуют в He II.

Точные квантовые формулы для описания МВК также можно представить в виде (1)–(3), но поправки f_i в этом случае неизвестны. Для малых МВК ($R \leq 5 \text{ \AA}$) эти поправки могут оказаться немалыми. Предложено несколько приближенных моделей для описания МВК [14,18,19], но самые малые МВК в них описываются разными формулами. Поэтому у нас возник вопрос, какие поправки f_i использовать в (1)–(3). Для выбора решения мы обратились к эксперименту. Оказалось [17], что для вихревых колец вплоть до радиуса 5 \AA приближенно работают клас-

сические формулы (1)–(3) с $f_i = 0$. Поэтому мы посчитали наиболее разумным при описании МВК для оценок использовать эти простые классические формулы с $f_i = 0$. Мы также делали оценки, считая $f_i(a/R_0)$ отличными от нуля и немалыми, порядка 1, но это изменяет оценку R_0 (см. ниже) только на 1 \AA .

Строго говоря, для правильного описания МВК необходимо решать N -частичное уравнение Шредингера, с учетом наличия в системе фононов, ротонных МВК и (для пленок) вихрей Березинского–Костерлица–Таулесса (БКТ). Такая задача пока нерешаема. Приближенно можно описывать МВК формулами (1)–(3), где ρ^* — некоторая эффективная плотность, которую нужно находить из точных микроскопических уравнений. При описании макроскопических вихрей (большие кольца радиусом $R > 100 \text{ \AA}$, вихри БКТ) справедливо $\rho^* = \rho_s$, но для колец радиусом $\sim 2-3 \text{ \AA}$ уже $\rho^* \neq \rho_s$, поскольку основной вклад в энергию и импульс таких колец дает движение атомов гелия вблизи сердцевины данного кольца (вдали от кольца скорость жидкости, индуцированная данным кольцом, быстро убывает с расстоянием). То есть другие квазичастицы мало влияют на значения E , P и v наименьших МВК, поэтому для самых малых колец ρ^* не следует заменять на ρ_s , скорее, ρ^* должна быть близка к полной плотности ρ , даже вблизи T_λ .

Как будет видно ниже, если МВК описываются формулами (1)–(3), то наименьшие МВК в He II должны иметь радиус $R_0 \geq 2,5 \text{ \AA}$, в этом случае энергия колец в несколько раз больше значения kT_λ . В квантовой модели, предложенной в [19], энергия колец также в несколько раз превышает kT_λ . Поэтому для ансамбля невзаимодействующих МВК при $T < T_\lambda$ равновесным распределением является распределение Больцмана [22]:

$$dN_{vr} = \exp(-E(R)/kT) \frac{dV d\mathbf{P}(R)}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4)$$

Поскольку вихревые кольца могут рождаться и уничтожаться (например, на стенках сосуда), химический потенциал считаем равным нулю. Учитывая (1)–(3), получаем из (4) число МВК в единице объема:

$$n_{vr} = 8\pi \left(\frac{P_0}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{kT}{E_0} \exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right) g(T), \quad (5)$$

где

$$g(T) = e_0 \int_1^\infty \left[\frac{\rho^*(x)}{\rho} \right]^3 x^5 \times \exp \left[e_0 - e_0 \frac{\rho^*(x)}{\rho} \left(x + \frac{x \ln x}{b} \right) \right] dx, \quad (6)$$

$$e_0 = \frac{E(R_0)}{k_b T}, \quad b = \ln \frac{8R_0}{a} - 2,$$

P_0 и $E_0 = E(R_0)$ — импульс и энергия наименьшего кольца. Для $R_0 = 2-3 \text{ \AA}$ при изменении температуры от 0 К до 2 К g слабо зависит от T , увеличиваясь от 0,5 до 0,7 (см. также таблицу), но при $T \rightarrow T_\lambda$ величина g неограниченно возрастает.

Таблица. Параметры вихревых колец при различных R_0

$R_0, \text{ \AA}$	$n_{vr}^{-1/3}, \text{ \AA}$	$d_{vr}, \text{ \AA}$	\bar{R}/R_0	g
1	4,7	4	1,61	0,3
2	8,5	6	1,154	0,72
2,5	14,5	7	1,1	0,72
3	28,1	8	1,073	0,71
4	142	10	1,045	0,71
5	974	12	1,032	0,72
10	$2 \cdot 10^8$	22	1,012	0,74
20	10^{22}	42	1,005	0,76

Примечание: R_0 — радиус наименьшего вихревого кольца; $n_{vr}^{-1/3}$ — среднее расстояние между кольцами в ансамбле, согласно (5); $d_{vr} = 2R_0 + 2a$ — «размер» наименьшего кольца; \bar{R} — средний радиус колец в ансамбле; все для $T = 2 \text{ К}$, $a = 1 \text{ \AA}$; $\rho^* = \rho$ в (2), (3).

Для теплоемкости и плотности нормальной компоненты ансамбля колец получим

$$C = kn_{vr} \left(\frac{E_0^2}{(kT)^2} + 2 \frac{E_0}{kT} \left(1 + g' \frac{T}{g} \right) + 2 + 4g' \frac{T}{g} + g'' \frac{T^2}{g} \right), \quad (7)$$

$$\rho_n^{vr} = \frac{\langle P^2 \rangle}{3kT} n_{vr}, \quad (8)$$

где $\langle \rangle$ — среднее по ансамблю колец. Отметим, что формулы для n_{vr} , $C(T)$ и ρ_n ансамбля МВК подобны соответствующим формулам для газа ротоннов [23], что обусловлено наличием «щели» в спектрах МВК и ротоннов.

Интересно поведение ансамбля МВК вблизи T_λ . При $T \rightarrow T_\lambda$ $\rho_s \sim [(T_\lambda - T)/T_\lambda]^{0,67}$. Положим в (1)–(7) $\rho^* = \rho_s$. Тогда подынтегральная функция в (6) имеет максимум при

$$x_m = \frac{5\rho}{\rho_s e_0 \left(1 + \frac{1}{b} + \frac{\ln x_m}{b} \right)}. \quad (9)$$

Для температур, очень близких к T_λ , $x_m \gg 1$, в этом случае основной вклад в интеграл (6) дают кольца радиусом $R \gg R_0$, для которых в (1)–(7) нужно полагать $\rho^* = \rho_s$. Для $T \rightarrow T_\lambda$ получим

$$g(T) \approx e_0 (\rho_s / \rho)^3 x_m^6 \times$$

$$\times \exp(e_0 - 5) \sim (\rho_s / \rho)^{-3} \sim t^{-3\nu} \rightarrow \infty,$$

где $t \equiv (T_\lambda - T)/T_\lambda$, $\nu = 0,67$. Из-за неограниченного роста g вблизи T_λ неограниченно возрастают также концентрация колец, средний радиус колец в ансамбле \bar{R} и теплоемкость ансамбля МВК:

$$\frac{\bar{R}}{R_0} \simeq \frac{5\rho}{\varepsilon_0 \rho_s}, \quad n_{vr} \sim \rho_s^{-3}, \quad C(T) \sim \frac{n_{vr}}{t^2} \sim t^{-3\nu-2}.$$

Величиной $\ln(\rho/\rho_s) \ll \rho/\rho_s$ пренебрегаем. Конечно, реально бесконечного роста колец не происходит, но когда среднее расстояние между кольцами станет меньше среднего размера колец, в He II произойдет образование вихревого клубка. Оценки показывают, что ансамбль МВК может вызвать λ -переход в He II. Правда, частично фазовый переход уже заложен в модель, поскольку мы полагаем, а не выводим, что $\rho_s \rightarrow 0$ при $T \rightarrow T_\lambda$.

Из таблицы видно, что если радиус наименьших МВК достаточно мал ($R_0 \leq 2,5 \text{ \AA}$), то даже вдали от T_λ , при $T = 2 \text{ К}$, концентрация колец становится высокой и кольца почти соприкасаются. В этом случае можно ожидать, что при $T = T_\lambda$ кольца турбулизуют среду [11], причем уже не нужно закладывать в модель $\rho_s(T_\lambda) = 0$. Таким образом, видно, что λ -переход в He II должен сопровождаться образованием вихревого клубка, и, возможно, что именно вихревые кольца инициируют λ -переход.

Оценим значение радиуса наименьшего вихревого кольца R_0 . Радиус вихревого кольца определяется как расстояние от центра кольца до центра сечения сердцевин. Поскольку наименьшее кольцо можно уподобить «бублику», у которого размер дырки очень мал, ясно, что R_0 должен быть около одного–двух радиусов сердцевин: $R_0 \approx a - 2a \approx 0,8-3 \text{ \AA}$. Очень малые значения a и R_0 физически разумны, так как МВК — это вихрь в поле вероятности, а не в обычной классической среде, так что сердцевина вихря — это геометрическое место точек, где вероятность нахождения атомов гелия много меньше, чем вне сердцевин (можно говорить о вероятности для атома, так как размер атома гелия меньше диаметра сердцевин). Минимально возможный радиус МВК близок к радиусу сердцевин — такое решение получено для классических [24] и квантовых колец [19].

Известно, что температурная зависимость теплоемкости He II C при $T < 1,5$ K в основном определяется теплоемкостью газа ротонов и фононов [25], поэтому при таких температурах ансамбль МВК не должен давать большой вклад в теплоемкость. Согласно (1)–(7), для этого нужно, чтобы выполнялось $R_0 \geq 2,5$ Å, тогда вклад МВК в $C(T)$ будет меньше вклада ротонов в 10 или более раз.

Согласно микротемпературной теории [1–6], наблюдаемый спектр квазичастиц He II, в том числе и ротонный минимум, объясняется как спектр фононов. В наблюдаемом спектре нет ветви, соответствующей спектру вихревых колец (рис. 1). С учетом (1)–(3), это означает, что $R_0 \geq 3$ Å.

Таким образом, из теории МВК [19,24] и экспериментально определенного $a \approx 0,8 - 1,5$ Å следует, что $R_0 \leq 3$ Å, кроме того, при таком R_0 вихревых колец достаточно много, чтобы они могли влиять на λ -переход; с другой стороны, $R_0 \geq 2,5 - 3$ Å, так как при таком R_0 вклад колец в теплоемкость He II при $T < 2$ K мал, согласно (1)–(7), а спектр колец находится за пределами экспериментального спектра квазичастиц He II. Отсюда получаем оценку для радиуса наименьших МВК: $R_0 \approx 2,5-3$ Å. Наименьшие кольца, обнаруженные экспериментально, имеют радиус около 5 Å или меньше [17].

Использование для описания МВК точных микроскопических формул, конечно, подправит нашу оценку R_0 на 1–2 Å. Например, в квантовой модели [19] получено решение для вихревых колец для нормировок A и B. Согласно A, $R_0 \approx a \approx 1,1$ Å, энергия наименьшего кольца $E_0 \approx 15$ K; согласно B, $R_0 \approx a \approx 0,5$ Å, $E_0 \approx 7$ K. Как видно, кольца в этой

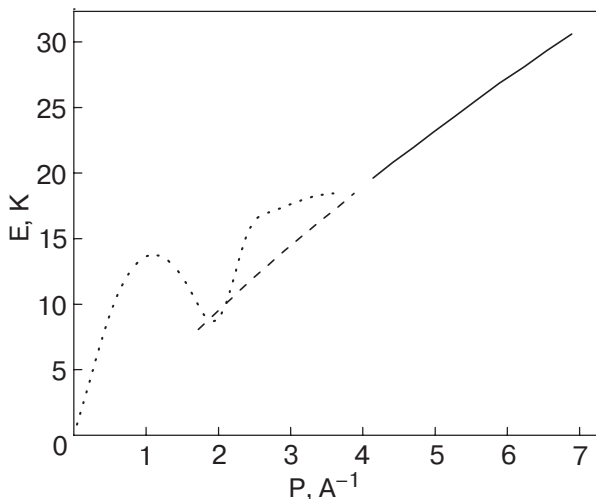


Рис. 1. Спектр $E(P)$ вихревых колец согласно (2),(3), при $f_2 = f_3 = 0$, $\rho^* = \rho$. Штриховая линия — спектр колец радиусом $R = 2 - 3$ Å; сплошная линия — спектр колец радиусом $R > 3$ Å, кольца с подобным спектром, вероятно, существуют в He II; пунктир — экспериментальный спектр квазичастиц He II.

модели являются очень малыми ($R_0 \leq 1,5$ Å), но при этом концентрация и теплоемкость ансамбля МВК на порядок меньше, чем для ансамбля ротонов.

Из приведенных оценок приближенно получаем радиус наименьшего вихревого кольца в He II:

$$R_0 \approx (2,5 \pm 1,5) \text{ Å}. \quad (10)$$

Погрешность в (10) учитывает неизвестность f_i в (1)–(3) и неточность определения a .

Интересно, что изучение образования вихрей при λ -переходе в He II, возможно, позволит лучше понять процессы образования космических струн в ранней Вселенной [26]. Исследование ослабления второго звука в жидком ^4He при переходе через λ -точку свидетельствует об образовании вблизи T_λ плотного клубка вихрей, с размером ячейки не более 10^3 Å [26] (хотя в [27] эти результаты не подтвердились). Мы считаем, что микроскопические вихревые кольца, т.е. кольца радиусом $R \leq 20$ Å, в таких экспериментах не могут быть обнаружены, так как второй звук — это звук в газе квазичастиц, а МВК сами являются квазичастицами, и поэтому не могут ослаблять второй звук.

Подчеркнем, что нет сомнений в существовании в гелии II ансамбля МВК, вопрос лишь в том, достаточно ли малы наименьшие кольца (или, что то же, достаточно ли много колец), чтобы ансамбль МВК влиял на свойства He II — в первую очередь, на λ -переход. Приведенные теоретические оценки и экспериментальные данные указывают, что такая возможность вполне вероятна.

3. Экспериментальный тест для λ -перехода: возможность наличия аномалии на зависимости T_λ от толщины пленки He II

Рассмотрим зависимость теплоемкости от температуры, $C(T)$, для пленок He II разной толщины. Согласно экспериментальным данным [28–34], на кривой $C(T)$ есть два максимума — острый при $T = T_{KT}$, соответствующий переходу БКТ, и широкий при $T = T_c$. Всегда выполняется $T_{KT} < T_c < T_\lambda^{3D}$. С ростом толщины пленки T_c и T_{KT} приближаются к $T_\lambda^{3D} = 2,17$ K. Отметим, что острый пик БКТ на кривой $C(T)$ выглядит маленьким бугорком по сравнению с большим широким пиком при $T = T_c$ [30–33]. Это означает, по нашему мнению, что именно при T_c в среде на микроуровне происходит фундаментальная перестройка. А зависимость широкого пика от толщины пленки d [30,31,34] с очевидностью указывает, что этот пик является наследником объемного λ -перехода. Поэтому, хотя при температуре T_{KT} пленка гелия теряет сверхтекучесть [35] (из-за распаривания вихрей БКТ), при

этом еще не разрушается микроструктура среды, обуславливающая сверхтекучесть в трехмерии. Эта микроструктура разрушается только при $T = T_c$, и происходит λ -переход. При таком предположении экспериментальная зависимость $T_c(d)$ хорошо объясняется конечно-размерным скейлингом [34].

Будем считать, что вихревые кольца вызывают λ -переход в объемном He II, и поэтому определяют значение T_λ (механизм не важен). Рассмотрим пленку He II с толщиной сверхтекучего слоя d и будем уменьшать d . Когда d станет меньше размера наименьшего кольца, $d_0 \approx 2R_0 + 2a \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$, вихревые кольца, очевидно, уже не будут помещаться в пленке, и поэтому ансамбль МВК перестанет существовать в системе. Чтобы при $d < d_0$ в системе произошел λ -переход, необходимо, чтобы количество оставшихся квазичастиц возросло по сравнению с тем, которое требовалось бы, если бы МВК были в системе. Это означает, что при $d \approx d_0$ температура λ -перехода должна скачком возрасти (см. рис. 2). Скачок несколько «размывается» в сторону больших d , так как часть колец имеет радиус $R > R_0$, согласно (3), (4) и таблице. Скачок также сглаживается, поскольку конечно-размерный скейлинг приводит к достаточно быстрому уменьшению T_c с уменьшением d . Поэтому вместо ожидаемого скачка T_c при $d \approx d_0$ можем иметь «ступеньку», $T(d) \approx \text{const}$, для определенного интервала d вблизи d_0 .

Оценим величину возможного скачка T_c . Предположим, что λ -переход в He II сопровождается полным истощением одночастичного конденсата. Согласно расчету [3], при $T = 0$ доля одночастичного конденсата $n_0 = 0,078$, а при $T = T_\lambda = 2,17 \text{ K}$ $n_0 = 0,058$, т.е. конденсат не исчезает полностью при $T = T_\lambda$, хотя на эксперименте $n_0(T_\lambda) \approx 0$. В [3] предполагается, что конденсат истощается ротонами — число атомов, «вырванных» из конденсата, пропорционально числу ротонов. Авторы [3] считают, что дополнительное разрушение конденсата до значения $n_0(T_\lambda) = 0$ происходит за счет вихревых колец. Следовательно, при отсутствии в гелии II вихревых колец одни ротонны смогли бы полностью разрушить конденсат при температуре, для которой концентрация ротонов в четыре раза больше, чем при $T = 2,17 \text{ K}$ (тогда вместо $n_0 = 0,058$ будем иметь $n_0 = 0$). Из известной формулы для концентрации свободных ротонов [23]

$$n_r = 0,051 \exp(-\Delta/T) \left(\frac{q_r}{1,925 \text{ \AA}^{-1}} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu T}{0,14 m_4 K}} \text{ \AA}^{-3}$$

находим, что эта температура $\approx 3,12 \text{ K}$. Как видно, если расчет n_0 в [3] верный, то значение T_λ для He II при отсутствии в гелии МВК было бы на $0,95 \text{ K}$ боль-

ше, чем наблюдаемое $2,17 \text{ K}$. Это верхняя оценка величины возможного скачка T_λ в пленках.

Зная оценки для d_0 и величины скачка T_c , а также принимая во внимание сглаживание скачка, мы приближенно изобразили на рис. 2 предполагаемую аномалию на кривой $T_c(d)$. Провести достаточно точный расчет λ -перехода в пленках He II, с учетом всех возможных квазичастиц, пока не представляется возможным. Но тех простых оценок, которые сделаны нами, достаточно, чтобы предсказать скачок T_λ и приближенно указать положение и вид аномалии.

В работах [36,37] получена оценка для радиуса сердцевин вихрей БКТ: $a = (12 \pm 6) \text{ \AA}$ для пленок толщиной $d \approx 10-10^3 \text{ \AA}$. Для замкнутых вихрей в трехмерии $a \approx 1 \text{ \AA}$. Большое значение радиуса сердцевин вихрей БКТ обусловлено, очевидно, тем, что вихри БКТ прикреплены к подложке. В очень тонких пленках МВК находятся близко к подложке и радиус сердцевин МВК также может возрастать. Однако в пленках толщиной больше двух размеров наименьшего кольца, т.е. $d \geq 12 \text{ \AA}$, кольца уже не будут касаться подложки, и для таких колец $a \approx 1 \text{ \AA}$. Поэтому возможный рост a у МВК в очень тонких пленках увеличит значение d_0 только на несколько ангстрем: $d_0 \approx (8 \pm 4) \text{ \AA}$.

Поскольку размер сердцевин вихрей БКТ на порядок больше, чем у колец, энергия вихрей БКТ также на порядок больше, поэтому вихри БКТ и МВК — это возбуждения разной «весовой категории», и приближенно их можно считать независимыми. Исчезновение ансамбля МВК при $d \approx d_0$ приведет, видимо, к росту скачком ρ_s , а значит, к увеличению энергии вихрей БКТ и уменьшению их концентрации и теплоемкости. Это должно привести к небольшому скачку также и на кривой $T_{BKT}(d)$, но подробно мы это не исследовали.

Таким образом, если объемный λ -переход в He II вызван ансамблем МВК, то на зависимости $T_c(d)$ при $d \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$ должна быть аномалия, подобная изображенной на рис. 2. А если МВК не играют ключевой роли в λ -переходе и не влияют на значение T_λ , то на кривой $T_c(d)$ не будет указанной аномалии.

В работах [28–32] уже измерялась зависимость $T_c(d)$ для He II (см. рис. 3). Крестики на рис. 3 рассчитаны по рис. 1 из [32], при этом мы считали плотность He II для первого сверхтекучего слоя равной $0,183 \text{ г/см}^3$ [28]. При определении толщины d по данным [30] мы считали первый слой гелия твердым, а при определении d для Vucog, покрытого N_2 (полые треугольники на рис. 3), считали твердым слой ^4He толщиной $1,5 \text{ \AA}$ (согласно рис. 11 из [29]). В [30] толщина измерялась с ошибкой не менее $\pm 4 \text{ \AA}$.

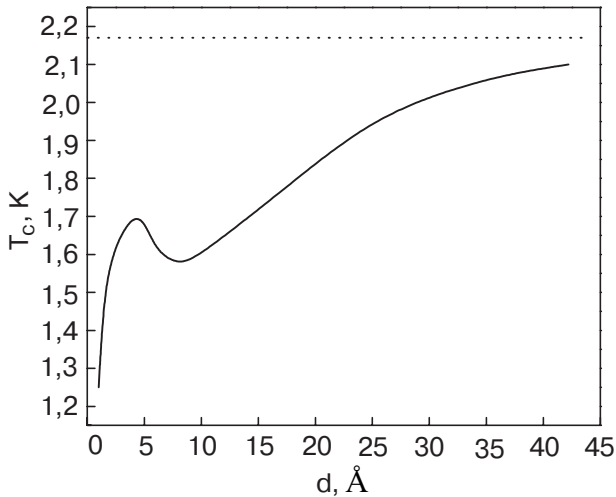


Рис. 2. Предполагаемая зависимость $T_c(d)$ для пленок He II, с аномалией при $d \approx 6 \text{ \AA}$; T_c — температура широкого пика на кривой теплоемкости $C(T)$, d — толщина сверхтекучего слоя пленки. Значения T_c при $d < 2,5 \text{ \AA}$ и $d > 10 \text{ \AA}$ соответствуют крестикам и квадратикам на рис. 3, пунктир — T_λ для объемного He II.

Отметим следующие моменты относительно данных на рис. 3. Наиболее точные измерения $C(T, d)$, по-видимому, приведены в [32,31]. Данные работ [32] и [28,29], полученные для подложки Vycor, не вполне согласуются. Согласно [32], это связано с неточным определением d в [28,29], так что для $T_c = 1,25 \text{ K}$ правильное значение $d \approx 1 \text{ \AA}$, а не $d = 4 \text{ \AA}$, а для $T_c = 1,75 \text{ K}$ $d \approx 3 \text{ \AA}$, а не $\approx 7 \text{ \AA}$ [28,29] (эти «перенормированные» точки показаны на рис. 3 кружочками). Если это так, то кривая Брауера сместится влево, и точки, полученные в [32], лягут на эту

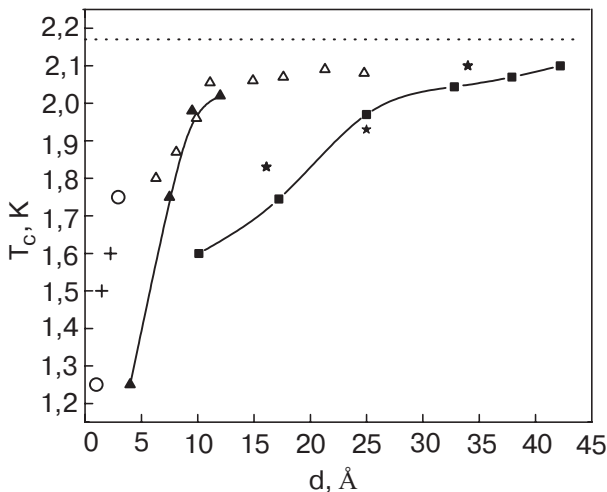


Рис. 3. Экспериментальная зависимость $T_c(d)$ для пленок He II. (*) — [30], подложка jeweller's rouge; (▲) — [28,29], Vycor; (△) — [29], Vycor, покрытый слоем N_2 ; (■) — [31], 2000 Å Nuclepore; (+) — [32], Vycor; (○) — точки с $T = 1,25 \text{ K}$ и $T = 1,75 \text{ K}$ из [28,29], с перенормированными согласно [32] значениями d ; пунктир — T_λ для объемного He II.

кривую. Видно также, что данные для Vycor [28,29,32] плохо согласуются с данными по $T_c(d)$ для подложек Nuclepore [31] и jeweller's rouge [30]. Возможно, это несоответствие связано с неоднородностью пленки He II на викоре при $d > 8 \text{ \AA}$ [31].

В целом на рис. 3 видно, что данные разных работ не очень хорошо согласуются и имеется довольно большой разброс точек.

По данным рис. 3 мы не можем определить, есть ли на кривой $T_c(d)$ предполагаемая аномалия. Необходимы более точные измерения $T_c(d)$ для различных подложек, для d от 1 \AA до 20 \AA , с малым шагом $\Delta d \leq 1 \text{ \AA}$. Для выявления аномалии нужно, чтобы пленка He II была сверхтекучей при любой толщине (для малых T), хорошо наблюдался эффект БКТ. Поэтому необходимы подложки типа Mylar, Vycor glass, Nuclepore, но не графитовые [38], на последних свойства гелия являются сложными и имеется тенденция к послойной кристаллизации гелия.

И обнаружение, и необнаружение аномалии на кривой $T_c(d)$ будет нести информацию о роли вихревых колец в λ -переходе в He II, и поэтому точное измерение зависимости $T_c(d)$ представляет интерес.

Заключение

В работе предложен эксперимент, позволяющий определить, вызван ли λ -переход в объемном He II микроскопическими вихревыми кольцами. Если именно кольца в значительной степени определяют значение T_λ в объемном гелии, то для тонких сверхтекучих пленок гелия на зависимости T_λ от толщины d сверхтекучего слоя пленки должна быть особенность — скачок T_λ при $d \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$ (см. рис. 2). Имеющиеся экспериментальные данные недостаточны для заключения о наличии предсказанной аномалии. Обнаружение аномалии стало бы первым экспериментальным свидетельством существования в He II ансамбля МВК как тепловых возбуждений.

Идея данной работы рассмотрена также в [39], где природа широкого пика на кривой $C(T)$ обсуждается более полно и точно.

Автор благодарит К.В. Краснова за предоставление копий работ [11,29].

1. R.P. Feynman and M. Cohen, *Phys. Rev.* **102**, 1189 (1956).
2. И.А. Вакарчук, И.Р. Южновский, *ТМФ* **40**, 100 (1979); *там же* **42**, 112 (1980).
3. L. Reatto, G.L. Masserini, and S.A. Vitiello, *Physica B* **197**, 189 (1994).
4. Э.А. Пашицкий, С. И. Вильчинский, С. В. Машкевич, *ФНТ* **28**, 115 (2002).
5. М.Д. Томченко, *послано в ЖЭТФ*.
6. Н.Н. Боголюбов, *J. Phys. USSR* **11**, 23 (1947).

7. O. Penrose and L. Onsager, *Phys. Rev.* **104**, 576 (1956).
8. C.N. Yang, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 694 (1962).
9. Ю.А. Непомнящий, Э.Я. Пашицкий, *ЖЭТФ* **98**, 178 (1990).
10. Р. Фейнман, *Статистическая механика*, Мир, Москва (1978); D. ter Haar, *Phys. Rev.* **95**, 895 (1954).
11. L. Onsager, *Nuovo Cimento* **6**, Suppl. 2, 249 (1949).
12. E. Bycling, *Ann. Phys. (N. Y.)* **32**, 367 (1965).
13. F.W. Wiegel, *Physica* **65**, 321 (1973).
14. G.A. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1926 (1987); *там же* **68**, 2054 (1992); *J. Low Temp. Phys.* **89**, 91 (1992).
15. F. Lund, A. Reisenegger, and C. Utreras, *Phys. Rev.* **B41**, 155 (1987).
16. G.W. Rayfield and F. Reif, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 305 (1963); *УФН* **83**, 755 (1964); *Phys. Rev.* **136**, A1194 (1964).
17. G.W. Rayfield, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1371 (1967); *Phys. Rev.* **168**, 222 (1968).
18. D. Amit and E.P. Gross, *Phys. Rev.* **145**, 130 (1966).
19. C.A. Jones and P.H. Roberts, *J. Phys.* **A15**, 2599 (1982).
20. E.P. Gross, *Nuovo Cimento* **20**, 454 (1961); *J. Math. Phys.* **4**, 195 (1963).
21. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва (1978); В.В. Мелешко, М.Ю. Константинов, *Динамика вихревых структур*, Наукова Думка, Киев (1993); P.G. Saffman, *Stud. Appl. Math.* **49**, 371 (1970).
22. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1976).
23. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1978).
24. J. Norbury, *J. Fluid Mech.* **57**, 417 (1973).
25. R.J. Donnelly, J.A. Donnelly, and R.N. Hills, *J. Low Temp. Phys.* **44**, 471 (1981).
26. P.C. Hendry, N.S. Lawson, R.A.M. Lee, P.V.E. McClintock, and C.D.H. Williams, *Nature* **368**, 315 (1994); *Physica* **B210**, 209 (1995).
27. M.E. Dodd, P.C. Hendry, N.S. Lawson P.V.E. McClintock, and C.D.H. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3703 (1998); A. Ganshin, M. Mohazzab, and N. Mulders, *J. Low Temp. Phys.* **134**, 477 (2004).
28. D.F. Brewer, A.J. Symonds, and A.L. Thomson, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 182 (1965).
29. D.F. Brewer, *J. Low Temp. Phys.* **3**, 205 (1970).
30. H.P.R. Frederikse, *Physica* **15**, 860 (1949).
31. T.P. Chen and F.M. Gasparini, *Phys. Lett.* **A62**, 231 (1977); F.M. Gasparini, T.P. Chen, and B. Bhattacharya, *Phys. Rev.* **B23**, 5797 (1981).
32. D. Finotello, K.A. Gillis, A. Wong, and M.H.W. Chan, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1954 (1988).
33. S.Q. Murphy and J.D. Reppy, *Physica* **B165–166**, 547 (1990).
34. J.A. Nissen, T.C.P. Chui, and J.A. Lipa, *J. Low Temp. Phys.* **92**, 353 (1993).
35. G. Agnolet, D.F. McQueeney, and J.D. Reppy, *Phys. Rev.* **B39**, 8934 (1989).
36. K. Shirahama, M. Kubota, S. Ogawa, N. Wada, and T. Watanabe, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1541 (1990).
37. H. Cho and G.A. Williams, *J. Low Temp. Phys.* **101**, 463 (1995).
38. M. Bretz, J.G. Dash, D.S. Hickernell, E.O. McLean, and O.E. Vilches, *Phys. Rev.* **A8**, 1589 (1973); P.A. Crowell and J.D. Reppy, *Physica* **B197**, 269 (1994).
39. M.D. Tomchenko, *J. Low Temp. Phys.*, in press.

Possible experimental test for determination of the role of microscopic vortex rings in the λ -transition in helium II

M.D. Tomchenko

An experimental test is proposed to clarify the question, whether the microscopic vortex rings (MVR) play an important role in the λ -transition in helium-II. It is suggested that in the He II bulk, there exists an ensemble of vortex rings which induce the λ -transition and define substantially the value of T_λ . For very thin films of He II of superfluid layer thickness d less than the size d_0 of the smallest MVR, the rings do not fit in and do not exist in such films. As a result, for the films of helium II on disordered substrates the curve $T_\lambda(d)$ should display, a jump-like peculiarity at $d \approx d_0 \approx (6 \pm 4) \text{ \AA}$. The currently available experimental data on specific heat of thin films of He II are insufficiently complete and precise for the conclusion about the presence or absence of the predicted peculiarity.