

## Фазовое расслоение и тепловая неустойчивость сверхтекучих растворов $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , нагреваемых снизу

А.А. Задорожко, Т.В. Калько, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: sheshin@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 18 июня 2004 г.

В области температур 100–500 мК исследовано влияние фазового расслоения на тепловую неустойчивость сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , нагреваемых снизу тепловыми потоками мощностью  $\dot{Q}$  до 20 мВт/см<sup>2</sup>. Обнаружено, что неустойчивость наблюдается только при наличии фазового расслоения (в высокотемпературной области), даже при заведомо больших тепловых потоках. При низких температурах с увеличением мощности теплового потока в системе вначале происходит фазовое расслоение, а затем, при дальнейшем росте  $\dot{Q}$ , наблюдается тепловая неустойчивость, которая проявляется в резком увеличении коэффициента эффективной теплопроводности. Указанные эффекты, по-видимому, связаны с дестабилизирующим вследствие капиллярных явлений влиянием поверхности раздела между расслоившимися фазами. Проанализировано соотношение между числами Рэлея и Марангони, описывающими влияние соответственно сил всплытия и капиллярных сил, и отмечено, что наиболее чувствительной к действию капиллярных сил является концентрированная фаза.

В області температур 100–500 мК досліджено вплив фазового розшарування на теплову нестійкість надплинних розчинів  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , що нагріваються знизу тепловими потоками потужністю  $\dot{Q}$  до 20 мВт/см<sup>2</sup>. Виявлено, що нестійкість спостерігається тільки при наявності фазового розшарування (у високотемпературній області), навіть при свідомо великих теплових потоках. При низьких температурах зі збільшенням потужності теплового потоку в системі спочатку відбувається фазове розшарування, а потім, при подальшому зростанні  $\dot{Q}$ , спостерігається теплова нестійкість, що виявляється в різкому зростанні коефіцієнта ефективної теплопровідності. Зазначені ефекти, мабуть, зв'язані з дестабілізуючим внаслідок капілярних явищ впливом поверхні розподілу між розшарованими фазами. Проаналізовано співвідношення між числами Релея і Марангоні, що описують вплив відповідно сил зривання та капілярних сил, і відзначено, що найбільш чутливою до дії капілярних сил є концентрована фаза.

PACS: 44.25.+f, 67.30.–q, 67.80.Gb

### 1. Введение

При нагревании сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  снизу наряду с градиентом температуры  $\nabla T$ , направленным вертикально вниз, возникает и градиент концентрации  $^3\text{He}$   $\nabla x$  в противоположную сторону. Это приводит к тому, что более легкая часть жидкости оказывается в верхней части ячейки, и система остается гравитационно устойчивой. Вот почему традиционные экспериментальные исследования конвективной неустойчивости сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  проводили при нагреве сверху [1–6].

Первое экспериментальное исследование тепловой устойчивости сверхтекучих растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , нагреваемых снизу [7], показало, что в этом случае при некоторых критических значениях мощности теплового потока в растворе резко возрастает эффективная теплопередача, что было идентифицировано как возникновение тепловой конвекции. При этом установлено, что критические температурные градиенты, связанные с возникновением конвекции, соответствуют числам Рэлея, которые на много порядков превышают критические числа Рэлея при нагреве растворов сверху.

В работе [7] отмечено, что одним из возможных дестабилизирующих факторов, инициирующих неустойчивость, является фазовое расслоение сверхтекучих растворов при наличии теплового потока. Настоящая статья, которая фактически является продолжением работы [7], посвящена детальному исследованию влияния фазового расслоения на конвективную неустойчивость системы.

## 2. Методика эксперимента

В работе использована та же измерительная ячейка, что и ранее в [7], с тем лишь различием, что расстояние между термометрами увеличено до 27 мм. Термометры сопротивления из  $\text{RuO}_2$  закреплены на торце цилиндрических емкостных датчиков концентрации. Погрешность определения температур для каждого термометра составляла  $\pm 0,1$  мК при 150 мК и  $\pm 0,5$  мК при 480 мК, а датчики концентрации обеспечивали определение концентрации с точностью 0,05 и 0,1 %  $^3\text{He}$ .

Нагреватель, создающий тепловой поток мощностью  $\dot{Q}$ , по-прежнему располагался в нижней части ячейки, а для обеспечения более однородного потока тепла непосредственно над ним была установлена медная сетка, изготовленная промышленным способом из проволоки диаметром 60 мкм и размером ячейки 130 мкм.

Исследовали раствор с исходной концентрацией 9,8%  $^3\text{He}$  при трех температурах средней точки ячейки  $T_m = 150, 270$  и 480 мК и при давлении около 100 торр. Верхний фланец ячейки находился в постоянном тепловом контакте с камерой растворения, а в эксперименте измеряли градиенты температуры  $\nabla T$  и концентрации  $\nabla x$  при заданной мощности теплового потока в области температур вблизи каждого из трех выбранных значений  $T_m$ . Измерения проводили выше и ниже  $T_m$  на величину  $\sim 10-15$  мК так, чтобы с помощью интерполяции можно было надежно определить значения  $\nabla T$  и  $\nabla x$ , соответствующие данной величине  $T_m$ .

Отметим, что верхний датчик концентрации располагался на расстоянии 1 мм от верхней части ячейки, и поэтому при температуре 155 мК граница расслоения фаз находилась внутри датчика, а верхняя его часть была заполнена концентрированной фазой.

## 3. Наблюдение начала тепловой неустойчивости

Исследуемый сверхтекучий раствор с исходной концентрацией 9,8%  $^3\text{He}$  в отсутствие теплового потока расслаивается при температуре  $T_s = 235$  мК. При включении теплового потока, направленного

снизу, создаются градиенты температуры и концентрации, направленные навстречу друг другу. Поэтому концентрация в верхней более холодной части ячейки увеличивается, что и приводит к расслоению в соответствии с фазовой диаграммой при  $T \geq T_s$ . Начало расслоения легко наблюдать по характерному излому на температурной зависимости (см. рис. 2 и 3 в работе [8]). При этом в области температур выше температуры расслоения с ростом  $\dot{Q}$  концентрация раствора в верхнем датчике увеличивается, в нижнем — уменьшается, а в средней плоскости ячейки остается неизменной (при линейном распределении концентрации). При температурах ниже температуры расслоения с увеличением мощности теплового потока концентрация  $^3\text{He}$  в датчиках начинает уменьшаться, если они оба полностью находятся в нижней разбавленной фазе. В области температур ниже 155 мК граница между расслоившимися фазами опускается в верхний датчик концентрации, и в этом случае измерение градиента концентрации не проводилось.

Измеренные значения градиентов температуры и концентрации раствора в зависимости от мощности теплового потока, направленного снизу вверх, для трех различных температур  $T_m$  приведены на рис. 1–3. При этом на рис. 1, соответствующем температуре  $T_m = 150$  мК, представлены значения только температурных градиентов, поскольку при этой температуре, как уже указывалось, линия фазового расслоения находилась в емкостном датчике концентрации.

На рис. 1 и 2 четко видны изломы при некоторых критических значениях мощности теплового потока  $\dot{Q}_c$ , что можно рассматривать как начало конвективной неустойчивости раствора, поскольку при этом возрастает эффективная теплопроводность жидкости  $\kappa_{\text{eff}} = \dot{Q}/\Delta T$ . Отметим, что рис. 1 соответствует

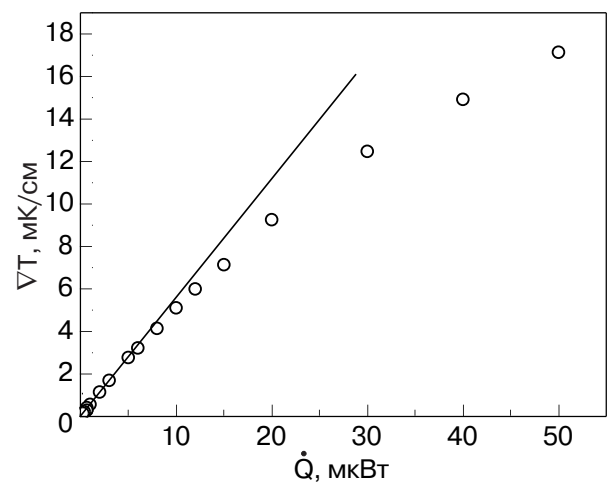


Рис. 1. Зависимость градиента температуры от мощности теплового потока при средней температуре  $T_m = 150$  мК.

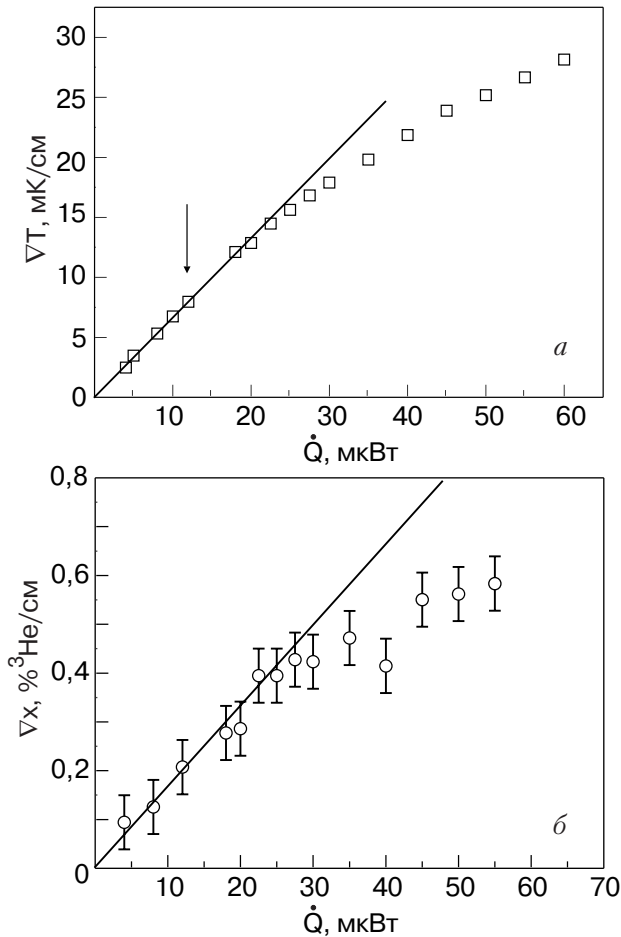


Рис. 2. Зависимости градиентов температуры (а) и концентрации (б) от мощности теплового потока при средней температуре  $T_m = 270$  мК. Значение градиента температуры, при котором наступает расслоение, показано стрелкой.

температуре 150 мК, когда исследуемый раствор уже расслоился при  $\dot{Q} = 0$ . В то же время при более высокой температуре 480 мК (рис. 3) фазовое расслоение исследуемого раствора не происходит, и в этом случае на графиках не видно никаких аномалий, свидетельствующих о появлении конвекции. Для промежуточной температуры 270 мК (рис. 2) расслоение наступает при наличии градиента температур около 8,5 мК/см (на рисунке это показано стрелкой), а начало неустойчивости наступает при большем  $\nabla T$  — около 13 мК/см. Таким образом, сопоставление рис. 1, 2 и рис. 3 показывает, что ключевую роль в возникновении конвекции в сверхтекучем растворе при нагреве снизу играет фазовое расслоение.

Появление конвекции четко проявляется на зависимости числа Нуссельта ( $Nu$ ) от мощности теплового потока (рис. 4). Поскольку число Нуссельта представляет собой отношение эффективной теплопроводности, зависящей от теплового потока, к коэффициенту теплопроводности  $\kappa$  в отсутствие кон-

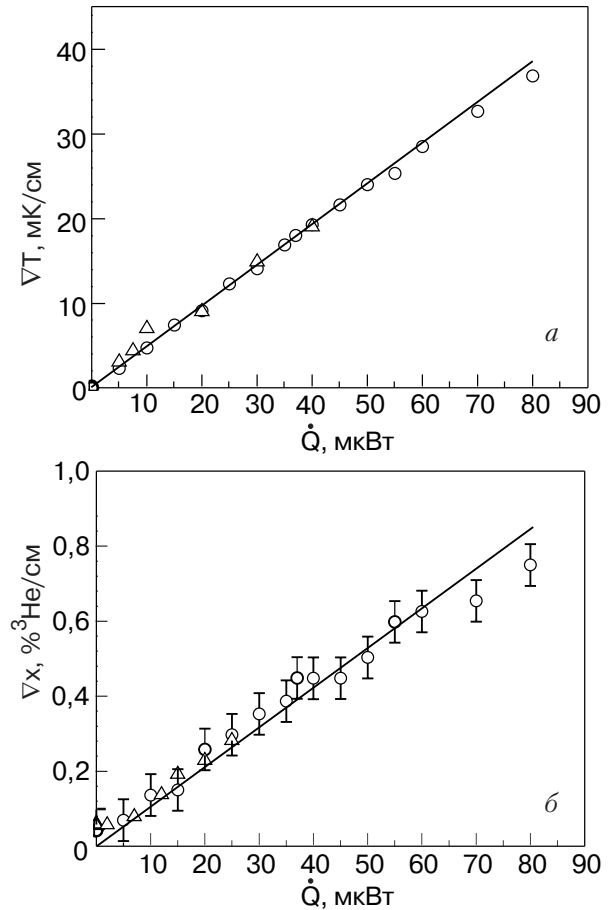


Рис. 3. Зависимости градиентов температуры (а) и концентрации (б) от мощности теплового потока при средней температуре  $T_m = 480$  мК.

вективного движения, то без конвекции  $Nu = 1$ , а с ее появлением  $Nu > 1$  и возрастает при увеличении  $\dot{Q}$ . На рис. 4 видно, что при температурах 270 и 150 мК число Нуссельта существенно отклоняется от единицы при  $\dot{Q} > \dot{Q}_c$ , что означает начало конвекции. При  $T = 480$  мК отклонение от единицы не наблюдалось.

Отметим, что измеренные в данном эксперименте критические градиенты температур, соответствующие началу тепловой неустойчивости, довольно близки к соответствующим данным, приведенным ранее в [7] для других расстояний между термометрами. Это показано на рис. 5, где сплошной линией отмечены значения градиентов температур, при которых наблюдалось фазовое расслоение раствора (слева от этой линии). На рис. 5 видно, что с ростом градиента температуры в растворе вначале происходит фазовое расслоение, а затем, при несколько больших значениях  $\nabla T$ , начинается тепловая неустойчивость. При температуре  $\approx 320$  мК оба эти процесса происходят практически при одном и том же значении  $\nabla T$ .

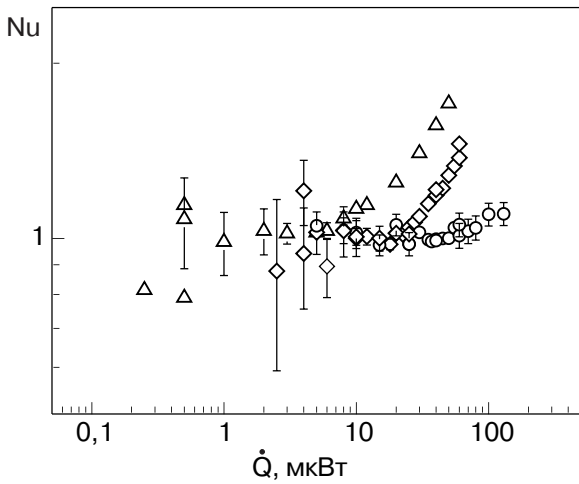


Рис. 4. Зависимость числа Нуссельта от теплового потока для температур 150 ( $\Delta$ ), 270 ( $\diamond$ ) и 480 ( $\circ$ ) мК.

#### 4. Числа Рэлея в концентрированной и разбавленной фазах

Одним из основных параметров, описывающих конвективные процессы, является безразмерная величина, пропорциональная отношению сил всплытия, возникающих за счет изменения плотности вещества в области нагрева, к вязким силам, связанным с диссипацией (вязкостью). Этот параметр, называемый числом Рэлея, для однокомпонентной жидкости имеет вид

$$Ra = \frac{g\beta\nabla T h^4}{\nu\chi}, \quad (1)$$

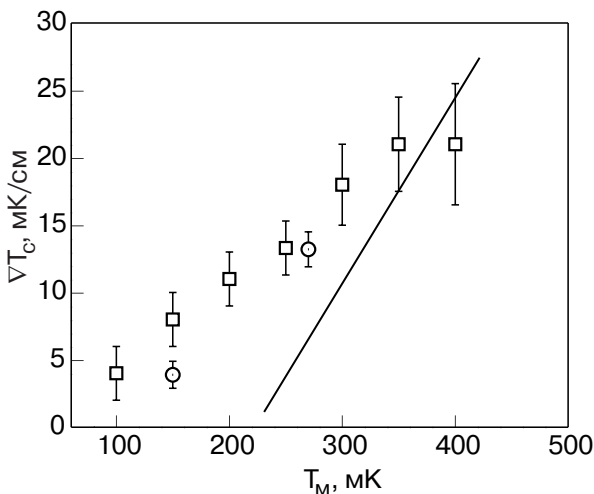


Рис. 5. Температурная зависимость критического градиента температуры, вызывающего тепловую неустойчивость: результаты данной работы ( $\circ$ ); [7] ( $\square$ ). Сплошной линией отмечены значения градиента температуры, при которых в системе начинается фазовое расслоение.

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\beta$  — коэффициент теплового расширения,  $h$  — вертикальный размер,  $\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость,  $\chi = \kappa/\rho C_p$  — коэффициент температуропроводности,  $\chi$  и  $\kappa$  — коэффициенты соответственно сдвиговой вязкости и теплопроводности,  $C_p$  — теплоемкость,  $\rho$  — плотность жидкости.

Как уже отмечалось, исследуемый раствор при низких температурах представляет собой двухфазную систему, в которой верхняя концентрированная нормальная фаза при  $T < 300$  мК представляет собой практически чистый  $^3\text{He}$ . Толщина слоя концентрированной фазы  $h_3$  определяется из фазовой диаграммы расслоения и закона сохранения количества  $^3\text{He}$  в растворе:

$$h_3 = \left[ \frac{k_T}{Tx_3} \nabla T + \left( \frac{x_0 - x_d}{x_3 - x_d} \right) \right] \frac{V}{S}, \quad (2)$$

где  $x_3$  — концентрация  $^3\text{He}$  в концентрированной фазе,  $k_T$  — термодиффузионное отношение,  $x_0$  и  $x_d$  — исходная концентрация  $^3\text{He}$  и концентрация  $^3\text{He}$  в разбавленной фазе соответственно,  $V$  и  $S$  — объем и площадь измерительной ячейки.

Полагая, что концентрированная фаза расслоившегося раствора является однокомпонентной системой, состоящей из  $^3\text{He}$ , можно рассчитать соответствующие значения числа Рэлея по формуле (1) с использованием известных данных о физических свойствах жидкого  $^3\text{He}$  и значение толщины слоя этой фазы согласно (2). Расчет показывает, что градиенты температуры, возникающие в концентрированной фазе, при которой в системе возникает конвекция, дают весьма малые значения числа Рэлея  $Ra_c \sim 1-100$ , причем величина  $Ra_c$  уменьшается при повышении температуры (рис. 6). При нагреве снизу распределение плотности по высоте концентриро-

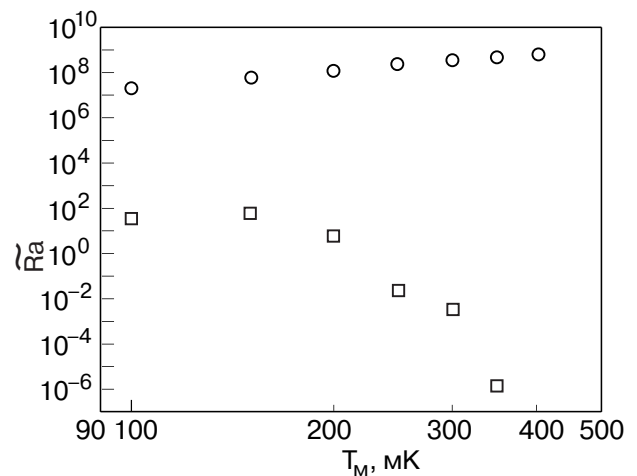


Рис. 6. Температурная зависимость чисел Рэлея для концентрированной ( $\square$ ) и разбавленной фаз ( $\circ$ ).

ванной фазы таково, что в более теплой нижней части собирается более тяжелая компонента, что приводит к повышению устойчивости системы. Это означает, что начало конвективного движения в концентрированной фазе затруднено.

Нижняя разбавленная сверхтекучая фаза представляет собой бинарный раствор, в котором концентрация  $^3\text{He}$  при температуре расслоения составляет 9,8 % и уменьшается с понижением температуры. В этом случае, как отмечалось в [7], рассматривается два числа Рэлея — температурное число Рэлея  $Ra_T$ , связанное с градиентом температуры и совпадающее с выражением (1), и концентрационное число Рэлея  $Ra_x$ , связанное с градиентом концентрации:

$$Ra_x = \frac{g\beta_x \nabla x h_d^4}{\nu D}, \quad (3)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии,  $h_d$  — толщина слоя разбавленной фазы,  $\nabla x$  — градиент концентрации, возникающий при наличии теплового потока в сверхтекучем растворе, а параметр  $\beta_x$  связан с изменением плотности за счет изменения концентрации:

$$\beta_x = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{\mu, P}. \quad (4)$$

В этом случае конвективная устойчивость описывается модифицированным числом Рэлея [9]

$$\begin{aligned} \widetilde{Ra} &= Ra_T (1 + \alpha^2 N)(1 + \varepsilon) - Ra_c = \\ &= Ra_T \left[ 1 + \alpha^2 N + \varepsilon(1 + \alpha^2 N + \frac{\chi}{D}) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

совпадающим с выражением для полного числа Рэлея, определенного в работе [9] и используемого в [7], где  $\alpha = -k_T/T$ ,  $N = (T/C_P)(\partial\mu/\partial x)_{T,P}$ ,  $\mu$  — химический потенциал раствора,  $k_T = -(\nabla x/\nabla T)T$  — термодиффузионное отношение, а параметр  $\varepsilon$  описывает связь между градиентом температуры и концентрации:

$$\varepsilon = -\frac{\beta_x}{\beta_T} \frac{\nabla x}{\nabla T}. \quad (6)$$

Критическое значение модифицированного числа Рэлея  $\widetilde{Ra}$  для разбавленной фазы в исследуемой области температур составляет по порядку  $10^7$ – $10^9$  (рис. 6), что на много порядков превышает случай стационарной конвекции при нагреве сверху [1–6]. Отметим, что и в разбавленной фазе при нагреве снизу более плотная часть жидкости скапливается в

нижней части ячейки, что также не дает оснований для возникновения тепловой неустойчивости.

## 5. Влияние капиллярных эффектов на границе раздела расслоившихся фаз

Тот факт, что в данных экспериментах тепловая неустойчивость при нагреве снизу наблюдалась только в расслоившемся растворе, дает основание сделать вывод о доминирующем влиянии поверхности раздела расслоившихся фаз. Поскольку коэффициент межфазного поверхностного натяжения  $\sigma$  зависит от температуры и концентрации, при любом температурном или концентрационном возмущении поверхности должна возникнуть тангенциальная сила, направленная вдоль градиента поверхностного натяжения. Это вызывает радиальное течение жидкости вдоль поверхности и, в силу непрерывности, подъем или опускание новых элементов жидкости, т.е. начальное возмущение должно нарастать.

Нарастанию возмущения препятствуют диссипативные процессы, связанные с вязкостью и теплопроводностью, а количественной характеристикой процесса является число Марангони, представляющее собой отношение капиллярных сил к диссипативным.

Для однокомпонентной жидкости, расположенной в ячейке высотой  $h$ , с границей раздела между двумя фазами число Марангони обычно записывается в виде [10]

$$Ma = \frac{\Delta T \alpha h^2}{\eta \chi}, \quad (7)$$

где  $\Delta T$  — разность температур по высоте ячейки,  $\alpha$  — температурный коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha = \partial\sigma/\partial T$ , причем

$$\sigma(T) = \sigma_0(0) - \alpha \Delta T. \quad (8)$$

Оценим числа Марангони для исследуемой системы. Поскольку концентрированную фазу для низких температур можно рассматривать как однокомпонентную систему, в этом случае межфазное поверхностное натяжение может изменяться только за счет изменения температуры, а количественной характеристикой будет температурное число Марангони, рассчитанное по формуле (7). Результаты такого расчета приведены на рис. 7, а температурная зависимость числа  $Ma_c$  обусловлена, в основном, изменением толщины слоя концентрированной фазы с изменением температуры.

Сложнее проявляется действие капиллярных эффектов на нижнюю разбавленную сверхтекучую фазу, где межфазное поверхностное натяжение является функцией как температуры  $T$ , так и концен-



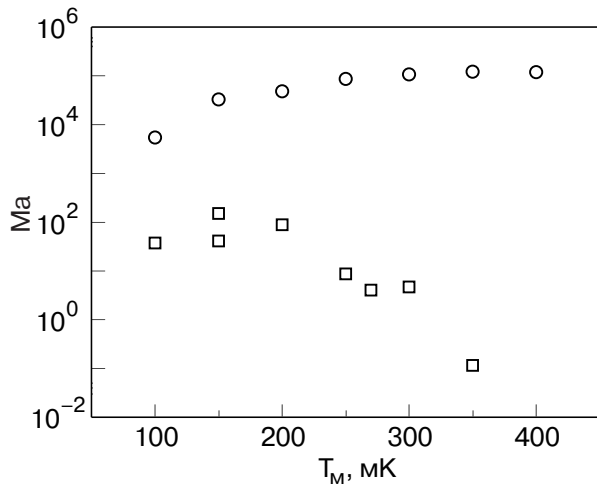


Рис. 7. Температурная зависимость числа Марангони концентрированной ( $\square$ ) и разбавленной ( $\circ$ ) фаз.

трации  $x$ , причем в равновесном случае  $T$  и  $x$  связаны между собой уравнением линии расслоения:

$$\begin{aligned} \sigma(T, x) &= \sigma_0(0,0) - \left(\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right)_x \Delta T - \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}\right)_T \Delta x = \\ &= \sigma_0(0,0) - \alpha \Delta T \left[ 1 + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_s \frac{\Delta x}{\Delta T} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Это означает, что для бинарного раствора разность температур  $\Delta T$ , входящую в выражение (7) для числа Марангони, следует брать с учетом связи между  $\Delta x$  и  $\Delta T$  через термодиффузионное отношение  $k_T = -(\nabla x / \nabla T)T$ :

$$\Delta \tilde{T} = \Delta T \left[ 1 + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_s \frac{k_T}{T} \right], \quad (10)$$

где производная  $(\partial T / \partial x)_s$  берется вдоль линии расслоения.

Полученные при этом значения чисел Марангони для разбавленной фазы также приведены на рис. 7, а необходимые для расчета значения были взяты из работ [7,8] для этого же раствора.

Чтобы проанализировать, какой фактор (объемный или поверхностный) оказывает большее дестабилизирующее влияние на устойчивость двухфазного раствора  $^3\text{He}-^4\text{He}$ , целесообразно рассмотреть отношение числа Марангони к числу Рэлея  $Ma/\tilde{Ra}$ . Эта величина будет пропорциональна отношению поверхностных капиллярных сил к объемным силам всплытия:

$$\frac{Ma}{\tilde{Ra}} = \frac{\alpha \left[ 1 + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_s \frac{k_T}{T} \right]}{g\beta\rho h^2 \left[ 1 + \alpha^2 N + \varepsilon \left( 1 + \alpha^2 N + \frac{\chi}{D} \right) \right]}, \quad (11)$$

Значения отношения (11) приведены на рис. 8 для каждой из соответствующих фаз. Основной вывод из рис. 8 состоит в том, что для концентрированной фазы  $Ma/\tilde{Ra} \gg 1$ , особенно при высоких температурах, т.е. доминирующим дестабилизирующим фактором являются капиллярные силы на границе раздела. В то же время влияние этих сил на разбавленную фазу пренебрежимо мало по сравнению с влиянием сил всплытия, так как  $Ma/\tilde{Ra} \ll 1$ . Это означает, что тепловая неустойчивость в расслоившемся растворе может быть инициирована капиллярными эффектами на границе расслоения, а наиболее чувствительной к ним оказывается концентрированная фаза.

## 6. Заключение

Проведенная серия экспериментов показала, что сверхтекучие растворы  $^3\text{He}-^4\text{He}$  могут испытывать тепловую неустойчивость не только при нагреве сверху, когда система является гравитационно неустойчивой, но и при нагреве снизу. В этом случае существенно влияние фазового расслоения растворов, а инициировать неустойчивость могут капиллярные эффекты на поверхности раздела сосуществующих фаз. Для точной идентификации механизмов неустойчивости требуются дополнительные экспериментальные и теоретические исследования этой системы.

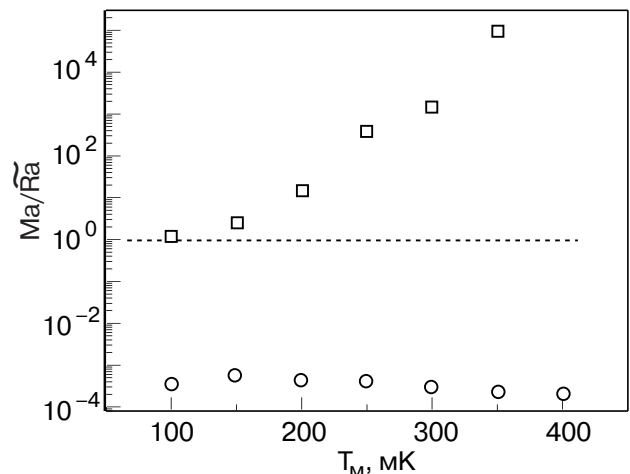


Рис. 8. Температурная зависимость отношения числа Марангони к числу Рэлея для концентрированной ( $\square$ ) и разбавленной ( $\circ$ ) фаз.

Авторы благодарят К.Э. Немченко и Ж.А. Супрунову за полезные дискуссии. Работа поддержана программой Украинских фундаментальных исследований (проект 02.07/00391).

1. P. Warkeutin, H. Haucke, and J. Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 918 (1980).
2. H. Haucke, Y. Maeno, P. Warkeutin, and J. Wheatley, *J. Low Temp. Phys.* **44**, 505 (1981).
3. R.E. Ecke, Y. Maeno, H. Haucke, and J. Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1567 (1984).
4. Y. Maeno, H. Haucke, R.E. Ecke, and J. Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 340 (1985); *J. Low Temp. Phys.* **59**, 305 (1985).
5. G.P. Metcalfe and R.P. Behringer, *Phys. Rev.* **A41**, 5735 (1990).
6. T.S. Sellivan, V. Steinberg, and R.E. Ecke, *J. Low Temp. Phys.* **90**, 343 (1993).
7. А.А. Задорожко, Т.В. Калько, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **29**, 829 (2003).
8. А.А. Задорожко, Т.В. Калько, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **29**, 367 (2003).
9. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, *Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа* **6**, 28 (1980).
10. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*, Наука, Москва (1972).

### Phase-separation and thermal instability of superfluid $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ solution heated from below

A.A. Zadorozhko, T.B. Kalko, E.Yu. Rudavskii, V.K. Chagovets, and G.A. Sheshin

It is found that the instability is observed only with the phase separation (in a high-temperature range) even for a high thermal flow. At low temperatures with increasing the flow capacity there first occurs a phase separation and then with a further increase in  $\dot{Q}$  one can observe a thermal instability which manifests itself in a sharp rise in the effective thermal conductivity. The above effects is likely to be associated with the destabilizing influence of the interface between the phase separated because of the capability effects. The ratio between Rayleigh and Marangoni numbers describing the influence of buoyancy and capillary forces, respectively, is analyzed. It is shown that the concentrated phase is most sensitive to the action of capillary forces.