

## Диссипация энергии $180^\circ$ доменной границы в поле дефектов. Влияние толщины пленки

Ю.И. Джежеря, М.В. Сорокин

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, бул. Вернадского, 36-б, г. Киев, 03142, Украина  
E-mail: sorockin@ukr.net

Статья поступила в редакцию 16 января 2004 г., после переработки 4 июня 2004 г.

Для ферромагнитной пленки произвольной толщины получено эффективное уравнение движения  $180^\circ$  доменной границы с учетом потерь энергии, вызванных возбуждением изгибных волн границы при ее взаимодействии с точечными дефектами. Доменная граница рассматривалась в потенциальной яме, созданной неоднородным магнитным полем. На основе точных частных решений полученного уравнения исследовано влияние дефектов на движение границы с постоянной скоростью и ее малые вынужденные колебания.

Для ферромагнітної плівки довільної товщини отримано ефективне рівняння руху  $180^\circ$  доменної границі з урахуванням втрат енергії, викликаних порушенням згинних хвиль границі при її взаємодії з точковими дефектами. Доменна границя розглядалася в потенціальній ямі, створеній неоднорідним магнітним полем. На основі точних частинних рішень отриманого рівняння досліджено вплив дефектів на рух границі з постійною швидкістю і її малі змушені коливання.

PACS: 75.60.Ch

В любом ферромагнитном материале содержатся дефекты, оказывающие влияние на движение доменных границ (ДГ).

Традиционно с их наличием связывают коэрцитивность ферромагнетика (ФМ), проявляющуюся за счет закрепления ДГ в потенциальном рельефе, созданном дефектами [1].

Кроме того, взаимодействие ДГ с дефектами приводит к потерям энергии границы [2–12], которые происходят либо за счет необратимой передачи энергии ДГ спиновым волнам (СВ) в процессе взаимодействия [3–5, 7–12], либо за счет возбуждения внутренних степеней свободы дефектов [2, 6].

Ранее, при исследовании потерь энергии и торможения уединенной ДГ на дефектах без внутренних степеней свободы, было получено, что при стационарном движении ДГ, когда скорость ДГ  $v$  стремится к нулю, в толстой ферромагнитной пленке вклад в силу трения, обусловленный дефектами, стремится к константе [4, 5, 8, 9], а в тонкой пленке неограниченно возрастает как  $1/v$  (или  $1/\sqrt{v}$ ) [9–12]. Это приводит к тому, что в тонкой пленке стационарное движение ДГ неустойчиво в области

малых скоростей от нуля до некоторой критической  $v_{cr}$  [11, 12], т.е. в той области, в которой сила трения  $F_f(v)$  уменьшается с ростом скорости, а именно при  $v \in [0, v_{cr}] dF_f(v)/dv < 0$ .

В реальном ФМ уединенная ДГ существовать не может — она теряет устойчивость из-за магнитодипольного взаимодействия. Традиционный способ ее стабилизации с помощью неоднородного магнитного поля (МП) эквивалентен влиянию на ДГ потенциальной ямы, наличие которой приводит к появлению щели в спектре СВ. Это качественно меняет характер торможения на дефектах ДГ в потенциальной яме по сравнению с торможением «свободной» ДГ [4, 5, 8–12].

В представленной работе исследованы эти изменения, а также особенности, связанные с влиянием на характер торможения толщины ферромагнитной пленки  $L$ .

### Эффективное уравнение движения доменных границ в поле дефектов

Рассмотрим торможение ДГ дефектами в рамках модели точечных случайно распределенных дефек-

тов [7–12] (линейные размеры дефекта много меньше толщины ДГ  $l$ :  $\Delta V^{1/3} \ll l$ , где  $\Delta V$  — его объем).

Поскольку наибольший вклад в диссипацию ДГ за счет передачи энергии термостату магнонов дает возбуждение магнонов, соответствующих изгибным спиновым волнам [4,7], исследование движения ДГ проведем на основе уравнения для координаты ДГ  $x_0$ , которое описывает как движение ДГ, так и распространение изгибных СВ [13]:

$$m \frac{\partial^2 x_0}{\partial t^2} + \kappa \frac{\partial x_0}{\partial t} - \sigma \frac{\partial^2 x_0}{\partial r_{\perp}^2} = F(r_{\perp}, t). \quad (1)$$

$m$  — эффективная масса ДГ,  $\kappa$  — коэффициент трения (соответствует гильбертовскому релаксационному слагаемому в уравнении Ландау — Лифшица),  $\sigma$  — поверхностная плотность энергии ДГ.

На основе уравнения (1) можно приближенно описать движение ДГ для широкого класса магнетиков: материалы с цилиндрическими магнитными доменами, слабые ФМ и т.д. Подразумевая, что полученные результаты должны иметь общий характер, не будем, до тех пор, пока это не нужно, уточнять значение  $m$ ,  $\kappa$  и  $\sigma$ . Однако на этапе численного расчета, где необходимо задавать распределение намагниченности в ДГ, будем полагать, что рассматриваем блоховскую ДГ в одноосном ФМ (см., например, [13]), для нее

$$m = 1/2\pi g^2 l, \quad \kappa = 2\alpha_G M/gl, \quad \sigma = 2\sqrt{\alpha\beta} M^2,$$

$g$  — гиромагнитное отношение,  $M$  — намагниченность насыщения,  $\alpha_G$  — релаксационная константа Гильберта,  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные обменного взаимодействия и одноосной анизотропии,  $l = \sqrt{\alpha/\beta}$ .

При записи (1) система координат выбрана таким образом, что ось  $Ox$  направлена вдоль направления распределения намагниченности в ДГ, ось  $Oz$  перпендикулярна поверхности пленки (по толщине),  $\mathbf{r}_{\perp} = (y, z)$  — радиус-вектор в плоскости ДГ.

Уравнение (1) необходимо решать совместно с граничными условиями, которые при отсутствии «закрепления» магнитного момента на поверхности пленки имеют вид

$$\left. \frac{\partial x_0}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial x_0}{\partial z} \right|_{z=L} = 0.$$

Правая часть уравнения (1) — эффективная сила, действующая на ДГ. Она содержит вклад, обусловленный внешним продвигающим магнитным полем —  $2MH(t)$ , вклад дефектов и силу, действующую на ДГ со стороны одномерной потенциальной ямы. Выберем ее в виде, упрощающем расчет, подразумевая, что при отклонении ДГ  $x_0$  от центра ямы возникает возвращающая сила, которая при малых

смещениях может быть описана линейной функцией  $Kx_0$ . Например, в неоднородном МП с постоянным градиентом возвращающая сила останется такой при любых смещениях ДГ.

Осталось уточнить вклад дефектов в уравнение (1). Как показано в [9], для точечного дефекта с  $\delta$ -образным потенциалом локализации сила взаимодействия его с ДГ не зависит от природы дефекта (неоднородность параметра обменного взаимодействия, одноосной анизотропии, намагниченности насыщения и т.д.), а целиком определяется распределением намагниченности.

Таким образом, все сказанное относительно действующих на ДГ сил позволяет конкретизировать вид уравнения (1) для решения сформулированной в работе задачи:

$$m \frac{\partial^2 x_0}{\partial t^2} + \kappa \frac{\partial x_0}{\partial t} - \sigma \frac{\partial^2 x_0}{\partial r_{\perp}^2} + Kx_0 = 2MH(t) + \varepsilon \sigma l \sum_n f\left(\frac{x_n - x_0}{l}\right) \delta(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{\perp, n}), \quad (2)$$

где  $x_n$ ,  $\mathbf{r}_{\perp, n}$  — координаты  $n$ -го дефекта,  $\varepsilon$  — параметр взаимодействия ДГ с дефектом:  $\varepsilon \ll 1$ . Для дефекта с одноосной анизотропией величиной  $\Delta\beta$   $\varepsilon = (\Delta\beta/2\beta)(\Delta V/l^3)$ . Функция  $f(\dots)$  задается распределением намагниченности внутри ДГ. Для блоховской ДГ  $f(x) = -\text{sh } x/\text{ch}^3 x$ .

С помощью новых переменных  $q = x_0/l$ ,  $\xi_n = x_n/l$ ,  $\tau = \omega_0 t$ ,  $\mathbf{p} = (\eta, \zeta) = \mathbf{r}_{\perp}/\Lambda$ ,  $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ ,  $\Lambda = \sqrt{\sigma/K}$ ,  $2\lambda = \kappa/\sqrt{Km}$ ,  $h(\tau) = 2MH/Kl$  уравнение для  $x_0$  удобно записать в безразмерном виде:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial q}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 q}{\partial \mathbf{p}^2} + q = h(\tau) + \varepsilon \sum_n f(\xi_n - q) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n). \quad (3)$$

Применим для решения (3) метод, использованный в [3,8–12], согласно которому представим  $q(\mathbf{p}, \tau)$  в виде

$$q(\mathbf{p}, \tau) = q_0(\tau) + \varepsilon u(\mathbf{p}, \tau), \quad (4)$$

где слагаемое  $q_0(\tau)$  описывает движение ДГ, а  $u(\mathbf{p}, \tau)$  — искажение формы ДГ, т.е. изгибные СВ.

После подстановки (4) в (3) и разделения слагаемых получаем уравнения для возмущений

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{p}^2} + 1 \right\} u = \sum_n f(\xi_n - q_0(\tau)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n), \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=L/\Lambda} = 0$$

и для координаты  $q_0(\tau)$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial q}{\partial \tau} + q = h(\tau) - \varepsilon^2 \frac{\Lambda^2}{S} \left\langle \sum_n u(\rho_n, \tau) f'(\xi_n - q_0(\tau)) \right\rangle, \quad (6)$$

$S$  — площадь ДГ, угловые скобки означают усреднение по плоскости ДГ и расположению дефектов ( $\langle u(\rho, \tau) \rangle = 0$ ), штрих — производную по аргументу функции.

Чтобы получить замкнутое уравнение для  $q_0(\tau)$ , необходимо решить уравнение для возмущений  $u(\rho, \tau)$ . Воспользуемся для этого представлением  $u(\rho, \tau)$  в ряд Фурье по косинусам так, чтобы удовлетворить граничным условиям

$$u(\rho, \tau) = \frac{2}{L/\Lambda} \sum_{p=0}^{\infty} u_p(\eta, \tau) \cos\left(\frac{\pi p}{L/\Lambda} \zeta\right). \quad (7)$$

Решение уравнений для фурье-компонент  $u_p(\eta, \tau)$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + 1 + \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2} \right) u_p = \sum_n f(\xi_n - q_0(\tau)) \delta(\eta - \eta_n) \cos\left(\frac{\pi p}{L/\Lambda} \zeta_n\right) \quad (8)$$

можно представить с помощью соответствующих функций Грина

$$G_p(\tau, \eta) = \frac{1}{2} \exp(-\lambda\tau) \Theta(\tau^2 - \eta^2) \times J_0 \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2} - \lambda^2} (\tau^2 - \eta^2)^{1/2} \right]. \quad (9)$$

После подстановки найденного таким образом  $u(\rho, \tau)$  в (6) получаем

$$\frac{\partial^2 q_0}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial q_0}{\partial \tau} + q_0 = h(\tau) - \frac{2\varepsilon^2 \Lambda^3}{LS} \times \left\langle \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n,m} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' G_p(\tau - \tau', \eta_n - \eta_m) f'(\xi_n - q_0(\tau)) \times f(\xi_m - q_0(\tau')) \cos\left(\frac{\pi p}{L/\Lambda} \zeta_n\right) \cos\left(\frac{\pi p}{L/\Lambda} \zeta_m\right) \right\rangle. \quad (10)$$

После процедуры усреднения

$$\left\langle \sum_{n,m} \dots \right\rangle \rightarrow \left\langle \sum_n \dots \right\rangle \rightarrow c(S/L)\Lambda l \int_0^{L/\Lambda} d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} d\xi, \quad (11)$$

где  $c$  — концентрация дефектов, выражение (10) упрощается:

$$\frac{\partial^2 q_0}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial q_0}{\partial \tau} + q_0 + \frac{\gamma}{L/\Lambda} \times \sum_{p=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' G_p(\tau - \tau', 0) g(q_0(\tau) - q_0(\tau')) = h(\tau), \quad (12)$$

где  $\gamma = \varepsilon^2 c \Lambda^2 l$ ,

$$g(q_0(\tau) - q_0(\tau')) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi f'(\xi - q_0(\tau)) f(\xi - q_0(\tau')).$$

Например, для блоховской ДГ

$$g(x) = \frac{1}{4} \frac{d^3}{dx^3} \left( \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{\text{ch}^2 \xi \text{ch}^2(\xi - x)} \right) = \frac{d^3}{dx^3} \left( \frac{x \text{ch} x - \text{sh} x}{\text{sh}^3 x} \right). \quad (13)$$

Уравнение (12) описывает влияние дефектов на движение ДГ в произвольном внешнем МП. Однако получить его решение в общем виде не удастся.

Поэтому рассмотрим два частных случая, допускающих аналитическое решение уравнения (12) и отвечающих постановке реальных экспериментов с ДГ в неоднородном МП (см., например, [14]): малые колебания ДГ и движение ДГ с постоянной скоростью.

### Малые колебания доменных границ

Задаче о малых колебаниях в периодическом поле  $h(\tau) = \text{Re} h_0 \exp(i\Omega\tau)$  ( $\Omega = \omega/\omega_0$ ,  $\omega$  — частота внешнего МП) отвечает уравнение (12), линеаризованное относительно  $q_0(\tau)$ :

$$\frac{\partial^2 q_0}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial q_0}{\partial \tau} + q_0 + \frac{\gamma g'(0)}{L/\Lambda} \times \sum_{p=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' G_p(\tau - \tau', 0) (q_0(\tau) - q_0(\tau')) = h(\tau) \quad (14)$$

(для блоховской ДГ  $g'(0) = 16/21$ ).

Его решение имеет вид

$$q_0(\tau) = A \cos(\Omega\tau + \delta), \quad (15)$$

где амплитуда  $A$  и фаза вынужденных колебаний  $\delta$  определяются выражениями

$$A = \frac{h_0}{\sqrt{[-\Omega^2 + 1 + \Delta(\Omega)]^2 + 4\lambda_{\text{eff}}^2 \Omega^2}}, \quad (16)$$

$$\text{tg } \delta = \frac{2\lambda_{\text{eff}} \Omega}{\Omega^2 - 1 - \Delta(\Omega)},$$

$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_{\text{eff}}(\Omega)$  имеет смысл эффективной релаксационной постоянной. Это следует из уравнения баланса энергии, которое можно получить из (14):

$$\overline{h(\tau)\dot{q}_0(\tau)} = 2 \left[ \overline{\lambda \dot{q}_0^2(\tau)} + \frac{\gamma g'(0)}{2L/\Lambda} \times \right. \quad (17)$$

$$\left. \times \overline{\dot{q}_0(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' G(\tau - \tau', 0)(q_0(\tau) - q_0(\tau'))} \right],$$

черта означает усреднение по времени. Левая часть (17) с точностью до постоянного множителя представляет собой среднюю мощность внешней силы. Она равняется энергетическим потерям, определяемым выражением, стоящим с правой стороны.

$$\lambda_{\text{eff}}(\Omega) = \frac{\overline{h(\tau)\dot{q}_0(\tau)}}{2\overline{\dot{q}_0^2(\tau)}} = \lambda + \frac{\gamma g'(0)}{4L/\Lambda} \times$$

$$\times \sum_{p=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\tau e^{-\lambda\tau} J_0 \left( \tau \sqrt{1 + \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2} - \lambda} \right) \frac{\sin \Omega\tau}{\Omega}. \quad (18)$$

После интегрирования в (18)

$$\lambda_{\text{eff}}(\Omega) = \lambda + \frac{\sqrt{2}\gamma g'(0)}{8L/\Lambda} \times$$

$$\times \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{\Omega^2 - 1 - \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2} + \sqrt{\left(\Omega^2 - 1 - \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2}\right)^2 + 4\Omega^2 \lambda^2}} \times$$

$$\times \Omega^{-1} \left[ \left(\Omega^2 - 1 - \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2}\right)^2 + 4\Omega^2 \lambda^2 \right]^{-1/2} \quad (19)$$

получаем бесконечный ряд, сходящийся при любом значении  $\Omega$ ,  $\lambda$  и  $L/\Lambda$  ( $\Delta(\Omega)$  определяется похожим на (19) громоздким выражением).

Построенные для  $\lambda_{\text{eff}}(\Omega)$  и  $A(\Omega)$  графики подтверждают вывод, что в тонких ФМ пленках влияние дефектов сильнее, и показывают интересную особенность затухания на дефектах при вынужденных колебаниях ДГ.

На зависимости  $\lambda_{\text{eff}}(\Omega)$  (рис. 1,а) наблюдаются максимумы на собственной частоте колебаний ДГ в потенциальной яме  $\Omega \approx \Omega_0 = 1$  и на частотах, близких к  $\Omega_p = \sqrt{1 + \pi^2 p^2 \Lambda^2 / L^2}$ , где  $p = 1, 2, \dots$ . Появление каждого из них обусловлено резонансным излу-

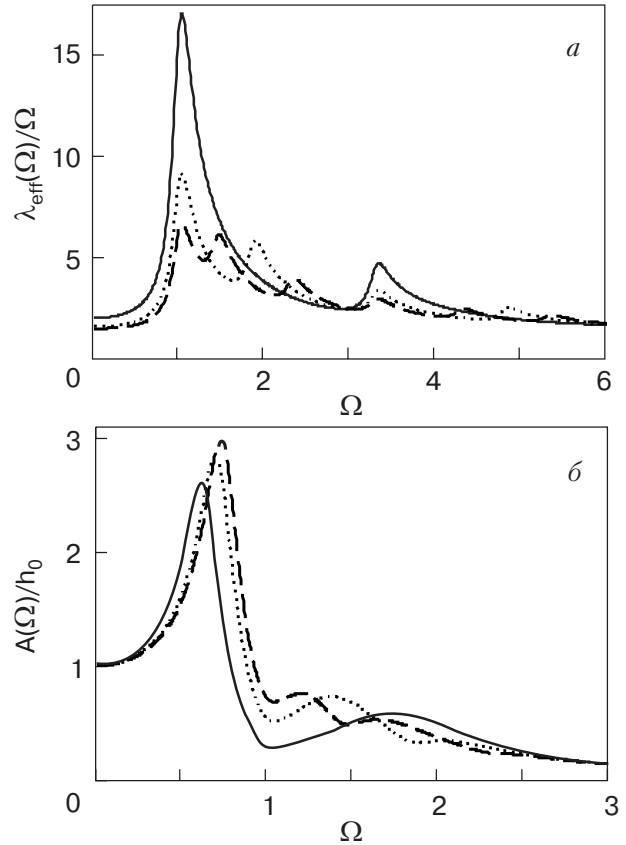


Рис. 1. Зависимости от частоты эффективного релаксационного параметра (а) и амплитуды вынужденных колебаний (б) при различной толщине пленки,  $L/\Lambda$ : 1 (сплошная линия), 2 (пунктирная линия), 3 (штриховая линия).  $\gamma = 5$ ,  $\lambda = 0,1$ .

чением определенной моды изгибных колебаний ДГ (однородных  $p = 0$  и неоднородных  $p = 1, 2, \dots$  по толщине пленке), когда частота внешнего поля достигает значения  $\Omega_p$ . Чем толще пленка, тем меньше расстояние между максимумами и тем ближе друг к другу их значения. Очевидно, что, начиная с некоторого  $L$ , они станут практически неразличимы. Усиление потерь на дефектах также отражается на зависимости  $A(\Omega)$  (рис. 1,б): амплитуда вынужденных колебаний имеет минимумы на соответствующих частотах.

### Стационарное движение доменных границ

В материалах, имеющих слабые диссипативные свойства ( $\lambda \ll 1$ ), дефекты магнитной структуры могут приводить к появлению качественных особенностей в характере торможения ДГ при ее движении с постоянной скоростью [10–12].

Из уравнения (12) следует, что для ДГ в потенциальной яме такое движение может реализоваться при нарастании внешнего поля по линейному закону  $h(\tau) = \dot{h}\tau$ . В этом случае имеем

$$q_0(\tau) = -\Delta q + v\tau, \quad (20)$$

где  $v = v/\omega_0 l$  — приведенная скорость ДГ ( $v = \sqrt{2\pi M^2/Kl(v/v_W)}$ ) для блоховской ДГ), значение которой легко получить из уравнения движения:  $v = \hbar$ .

Величина  $\Delta q$  — «сдвиг фазы» — отставание изменения координаты ДГ от нарастающего внешнего поля, обусловленное действующей на границу «силой трения»:

$$\Delta q = \tilde{F}_f(v) = 2\lambda v + (1/2)\gamma\Psi(L/\Lambda, \lambda, v), \quad (21)$$

$\tilde{F}_f(v)$  — реальная сила трения  $F_f(v)$ , отнесенная к  $Kl$ :  $\tilde{F}_f(v) = F_f(v)/Kl$ , функция  $\Psi(L/\Lambda, \lambda, v) = \sum_{p=0}^{\infty} \Psi_p(L/\Lambda, \lambda, v)$  описывает торможение ДГ на дефектах:

$$\Psi_p(L/\Lambda, \lambda, v) = \frac{1}{L/\Lambda} \times \int_0^{\infty} d\tau \exp(-\lambda\tau) J_0\left(\tau \sqrt{1 + \frac{\pi^2 p^2}{L^2/\Lambda^2} - \lambda^2}\right) g(v\tau). \quad (22)$$

Каждое  $p$ -е слагаемое соответствует вкладу, обусловленному излучением определенной моды изгибных колебаний ДГ по толщине пленки при взаимодействии границы с дефектами.

Численный расчет функции  $\Psi(L/\Lambda, \lambda, v)$  показывает (рис. 2), что сила трения на дефектах с увеличением скорости сначала растет, достигает максимальной величины, а затем убывает, стремясь асимптотически к постоянному значению. Чем тоньше пленка, тем выше максимум и тем больше скорость, при которой сила трения выходит на асимптотику.

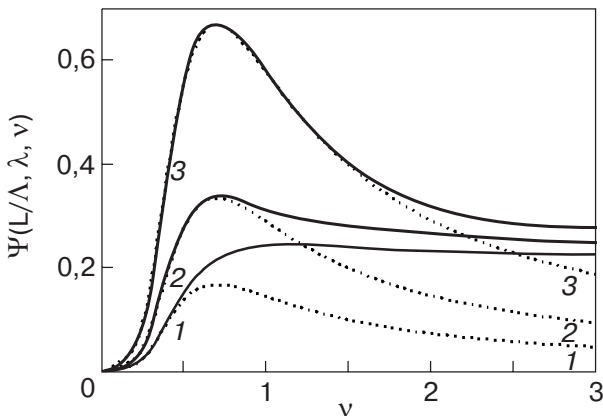


Рис. 2. График функции  $\Psi(L/\Lambda, \lambda, v)$ , отражающей зависимость силы трения на дефектах от скорости, для различной толщины пленки,  $L/\Lambda$ : 0,5 (1), 1 (2), 2 (3). Пунктирными линиями соответствует  $\Psi_0(L/\Lambda, \lambda, v)$ .  $\lambda = 0,1$ .

На рис. 2 видно, что уже при  $L/\Lambda = 2$  график зависимости силы трения на дефектах слабо отличается от кривой  $\Psi_0(L/\Lambda, \lambda, v)$ , которая характеризует торможение на дефектах только за счет излучения однородных по толщине пленки возмущений. Это позволяет упростить анализ влияния дефектов на характер торможения ДГ в тонких пленках.

*Стационарное движение доменной границы в тонкой пленке. Неустойчивость*

Рассмотрим торможение ДГ в тонкой пленке ( $L \ll \Lambda$ ). В этом случае можно считать, что вклад в торможение ДГ вносят только изгибные колебания, однородные по толщине пленки («нулевая мода»  $p = 0$ ). Пренебрежем затуханием СВ при расчете силы трения на дефектах, т.е. положим  $\lambda = 0$ . Это допустимо при малых значениях релаксационной константы  $\lambda \ll 1$ , так как в этом случае учет затухания отражается только на асимптотике силы трения на дефектах при  $v \rightarrow 0$ :  $\lambda = 0$ ,  $(\tilde{F}_f - 2\lambda v) \sim v^{-11/2} \exp(-\pi/v)$ ;  $\lambda \neq 0$ ,  $(\tilde{F}_f - 2\lambda v) \sim \lambda v$ .

С учетом сказанного и после переобозначений представим силу трения в виде

$$\tilde{F}_f(v) = 2\lambda v + (1/2)\gamma^* \Phi(v), \quad (23)$$

где  $\gamma^* = \gamma\Lambda/L = \varepsilon^2 c \Lambda^3 (l/L)$ ,

$$\Phi(v) = \int_0^{\infty} d\tau J_0(\tau) g(v\tau).$$

Функцию  $\Phi(v)$  можно записать в иной форме, пользуясь разложением в интеграл Фурье функций  $1/\text{ch}^2 \xi$  и  $1/\text{ch}^2 (\xi - x)$  в интегральном представлении  $g(v\tau)$  (см. формулу (13)):

$$\Phi(v) = \frac{\pi}{4v^6} \int_1^{\infty} dk \frac{k^5}{\sqrt{k^2 - 1} \text{sh}^2(\pi k/2v)}.$$

Из последнего выражения легко получить асимптотику функции  $\Phi(v)$  при малых скоростях. Если  $v \ll 1$ , то  $\Phi(v)$  приближенно определяется интегралом, значение которого, согласно [15], равняется

$$\begin{aligned} \Phi(v)|_{v \ll 1} &\approx \frac{\pi}{v^6} \int_1^{\infty} dk \frac{k^5}{\sqrt{k^2 - 1}} \exp(-\pi k/v) = \\ &= \frac{\pi}{v^6} \left( \frac{d^4}{dx^4} K_1(x) \right)_{x=\pi/v} \xrightarrow{v \rightarrow 0} \frac{\pi}{\sqrt{2} v^{11/2}} \exp(-\pi/v), \end{aligned}$$

где  $K_1(x)$  — функция Макдональда первого порядка.

Примечательно, что величина  $\tilde{F}_f(v)/2\lambda = v + 4^{-1}(\gamma^*/\lambda)\Phi(v)$  является универсальной функцией



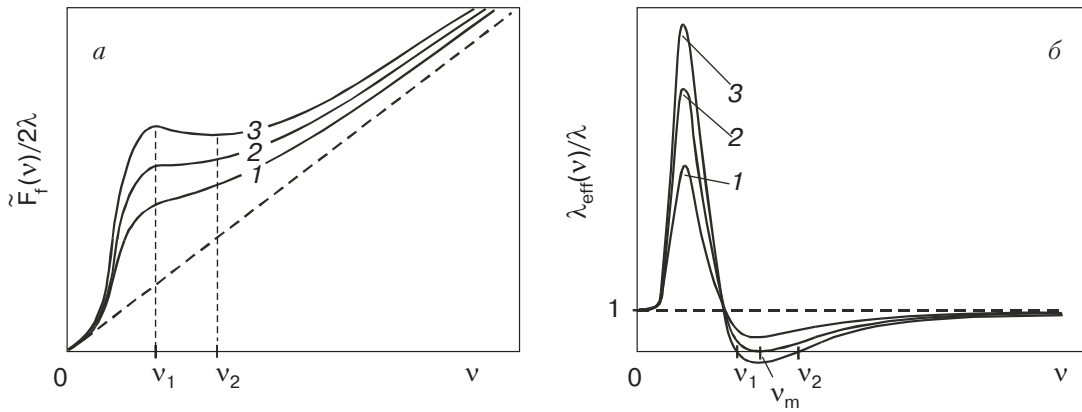


Рис. 3. Зависимости силы трения  $\tilde{F}_f(v)/2\lambda$  (а) и эффективного релаксационного параметра  $\lambda_{\text{eff}}(v)/\lambda$  (б) от приведенной скорости движения ДГ для различных  $\gamma^*/\lambda$ :  $\gamma_3^*/\lambda_3 > \gamma_2^*/\lambda_2 > \gamma_1^*/\lambda_1$ . Штриховая линия для  $\gamma^* = 0$ .

скорости, зависящей от единственного параметра  $\gamma^*/\lambda$ , определяющего релаксационные свойства системы.

Выражение (23) можно использовать как основу для экспериментального определения параметра  $\gamma^*$ . Определив отставание ДГ  $\Delta q$ , при известном значении  $\lambda$  и заданной скорости  $v$ , величину  $\gamma^*$  можно найти из соотношения:

$$\gamma^* = 2(\Delta q - 2\lambda v)/\Phi(v). \quad (24)$$

Если постоянная  $\gamma^*$  порядка  $\lambda$ , то дефекты магнитной структуры вносят существенный вклад в силу торможения ДГ.

На рис. 3,а приведен график зависимости  $\tilde{F}_f(v)/2\lambda$  для различных значений параметра  $\gamma^*/\lambda$ . Для сравнения там же представлена зависимость при  $\gamma^*/\lambda = 0$ , т.е. в пренебрежении вкладом дефектов.

Функция  $\Phi(v)$  существенно зависит от вида функции  $g(v\tau)$ . В свою очередь  $g(v\tau)$  определяется распределением намагниченности внутри границы (графики на рис. 3 построены для блоховской ДГ).

При движении ДГ со скоростями  $v \gg 1$  асимптотика  $\Phi(v)$  может быть легко определена:  $\Phi(v) = 1/15v$ , что в точности соответствует результатам более ранних исследований [7–12] для «свободной» ДГ, движущейся вне потенциальной ямы.

Таким образом, в области скоростей  $v \gg \omega_0 l$  сила трения не зависит от глубины потенциальной ямы. Наличие ямы существенно при движении ДГ со скоростями  $v \sim \omega_0 l$ . В этой области (рис. 3,а)  $\tilde{F}_f(v)$  существенно зависит от влияния дефектов, количественным показателем вклада которых является параметр  $\gamma^*/\lambda$ .

С увеличением значения  $\gamma^*/\lambda$  на зависимости  $\tilde{F}_f(v)$  возникают два экстремума при  $v_1$  и  $v_2$  (рис. 3,а, кривая 3). На участке между  $v_1$  и  $v_2$  ход кривой соответствует уменьшению силы трения с

увеличением скорости ДГ, указывая на то, что движение последней может быть нестабильным в этом интервале скоростей, согласно стандартному критерию  $d\tilde{F}_f/dv < 0$ .

Для характеристики  $\tilde{F}_f(v)$  введем в рассмотрение величину

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{eff}}(v) &= \frac{1}{2} \frac{d\tilde{F}_f(v)}{dv} = \lambda + \frac{1}{4} \gamma^* \frac{d\Phi(v)}{dv} = \\ &= \lambda + \frac{1}{4} \gamma^* \int_0^\infty d\tau J_0(\tau) \tau g'(v\tau). \end{aligned} \quad (25)$$

В отсутствие дефектов при  $\gamma^* = 0$  значение  $\lambda_{\text{eff}}(v) = \lambda$ . Таким образом,  $\lambda_{\text{eff}}(v)$  можно рассматривать как зависящую от скорости эффективную диссипативную постоянную.

На рис. 3,б представлены зависимости  $\lambda_{\text{eff}}(v)/\lambda$  при различных значениях  $\gamma^*/\lambda$ . Изучая их ход, можно сделать вывод о существенной роли дефектов в торможении ДГ на малых скоростях.

Точки, в которых  $\lambda_{\text{eff}}(v)$  обращается в нуль, совпадают с критическими скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , существующими только при условии  $\gamma^*/\lambda > 4/|\Phi'(v_m)| \approx 15,27$  (где  $v_m$  — аргумент, при котором производная функции  $\Phi(v)$  минимальна).

Из анализа зависимости  $\lambda_{\text{eff}}(v)$  можно сделать вывод о том, как ведут себя значения критической скорости, если  $K$  — константа связи ДГ с потенциальной ямой — стремится к нулю.

Для этого представим условие  $\lambda_{\text{eff}}(v) = 0$  в виде

$$\lambda/\gamma^* + 4^{-1} d\Phi(v)/dv = 0. \quad (26)$$

Если  $K \rightarrow 0$ , то значение  $\lambda/\gamma^* \rightarrow 0$ , а критическая скорость  $v_1$  стремится к конечному пределу  $v_0 \approx 0,69$  (где  $v_0$  — аргумент, при котором производная функции  $\Phi(v)$  обращается в нуль). С другой стороны,  $v_1 = v_1 l \sqrt{K/m} \rightarrow 0$  по корневому закону.

Точно так же можно показать, что значение  $v_2$  стремится к конечному пределу. Действительно, при  $\lambda/\gamma^* \rightarrow 0$  значение  $v_2 \rightarrow \infty$ , и для больших значений скорости ДГ уравнение (26) можно представить в виде  $\lambda/\gamma^* - 1/15(v_2)^2 = 0$  или в исходных обозначениях

$$v_2 = \sqrt{2/15\epsilon}(cl^3\sigma^{3/2}/L\kappa\sqrt{m})^{1/2}. \quad (27)$$

Величина (27), с точностью до обозначений, совпадает с результатом, полученным ранее при анализе движения «свободной» ДГ [11,12]. При стремлении глубины потенциальной ямы к нулю область аномальной зависимости силы трения от скорости ( $d\tilde{F}_f/dv < 0$ )  $v \in [v_1, v_2]$  совпадает с интервалом скоростей  $v \in [0, v_{cr}]$ , в котором неустойчиво стационарное движение «свободной» ДГ. Другими словами, при  $K \rightarrow 0$  зависимость силы трения от скорости имеет вид, характерный для «свободной» ДГ [9–12].

В заключение отметим, что даже в зоне  $v \in [v_1, v_2]$ , где  $d\tilde{F}_f/dv < 0$ , наличие потенциальной ямы может стабилизировать стационарное движение ДГ. Для ответа на вопрос, каким на самом деле является критерий стабильности движения границы, проведем исследование решения (20) на устойчивость к малым возмущениям.

Для этого представим его в виде

$$q_0(\tau) = v\tau - \Delta q + \theta(\tau), \quad (28)$$

где величина  $\theta(\tau)$  соответствует малым отклонениям координаты  $q_0(\tau)$  от значения  $v\tau - \Delta q$ , описывающего стационарное движение ДГ.

Уравнение для  $\theta(\tau)$ , полученное путем линеаризации уравнения движения ДГ, имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2} + 2\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \theta + \gamma^* \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' G(\tau - \tau', 0)g'(v(\tau - \tau'))(\theta(\tau) - \theta(\tau')) = 0. \quad (29)$$

Его решение ищем в виде  $\exp(\mu\tau)$ . Очевидно, что стационарное движение устойчиво, если малая поправка  $\theta(\tau)$  затухает со временем, т.е. критерием устойчивости является условие  $\text{Re } \mu < 0$ . Подставив выражение для возмущения в виде  $\theta(\tau) = \theta_0 \exp(\mu\tau)$  в (29), получим характеристическое уравнение

$$\mu^2 + 2\lambda\mu + 1 + \frac{\gamma^*}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau J_0(\tau)g'(v\tau)(1 - \exp(\mu\tau)) = 0. \quad (30)$$

Поскольку величины  $\lambda$  и  $\gamma^* \ll 1$ , решение трансцендентного уравнения (30) ищем в виде

$$\mu = i + i\mu' - \mu'', \quad (31)$$

где  $\mu'$  — поправка к собственной частоте колебаний движущейся ДГ, а  $\mu''$  — коэффициент затухания малых возмущений  $\theta(\tau)$ . С точностью до членов первого порядка по  $\lambda$  и  $\gamma^*$  эти величины равны

$$\begin{aligned} \mu' &= \frac{\gamma^*}{4} \int_0^{\infty} d\tau J_0(\tau)(1 - \cos \tau)g'(v\tau), \\ \mu'' &= \lambda + \frac{\gamma^*}{4} \int_0^{\infty} d\tau J_0(\tau) \sin \tau g'(v\tau). \end{aligned} \quad (32)$$

Если  $\mu'' > 0$ , то возмущение  $\theta(\tau)$  затухает и стационарное движение ДГ будет устойчивым.

На рис. 4,а представлены зависимости  $\mu''(v)/\lambda$  для различных значений  $\gamma^*/\lambda$ . Отметим, что при наличии потенциальной ямы критерий стабильности равномерного движения  $\mu'' > 0$  не совпадает с критерием  $\lambda_{\text{eff}} > 0$ . Это следует из рис. 4,б, на котором приведены значения  $\mu''(v)$  и  $\lambda_{\text{eff}}(v)$  для  $\gamma^*/\lambda = 40$ . Область, в которой стационарное движение ДГ неустойчиво, находится между  $v_3$  и  $v_4$ , на рисунке она обозначена штриховкой.

Тот факт, что область  $[v_3, v_4]$  не совпадает с областью  $[v_1, v_2]$ , объясняется стабилизирующим

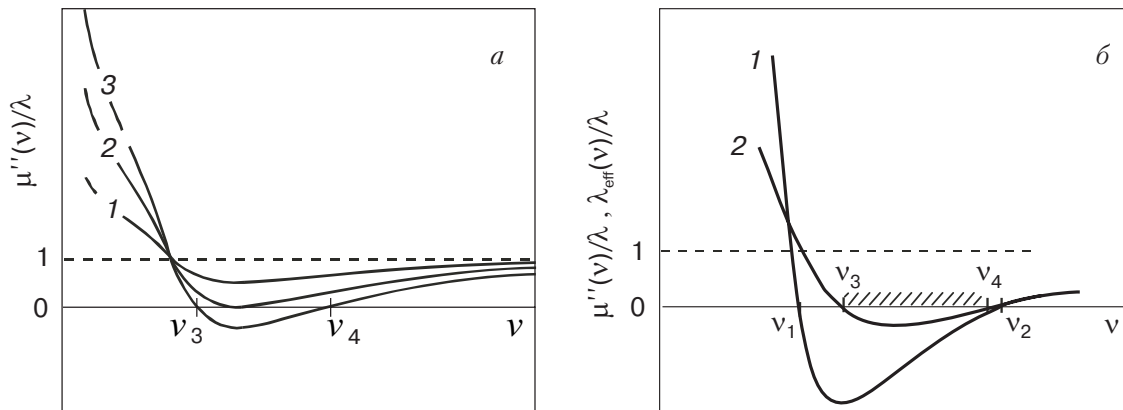


Рис. 4. Зависимость  $\mu''(v)/\lambda$  для различных  $\gamma^*/\lambda$ :  $\gamma_3^*/\lambda_3 > \gamma_2^*/\lambda_2 > \gamma_1^*/\lambda_1$  (а). График сравнения зависимостей  $\lambda_{\text{eff}}(v)/\lambda$  (кривая 1) и  $\mu''(v)/\lambda$  (кривая 2).  $\gamma^*/\lambda = 40$  (б).

влиянием потенциальной ямы. При  $K \rightarrow 0$  область  $[v_3, v_4] \rightarrow [v_1, v_2] \rightarrow [0, v_{cr}]$ .

Из (32) следует, что зона неустойчивости движения ДГ, для которой  $\mu'' < 0$ , возникает, если  $\gamma^*/\lambda > 30,53$ .

*Стационарное движение доменной границы в толстой пленке. Коэрцитивность*

Из анализа зависимостей на рис. 2 следует, что если толщина пленки порядка нескольких  $\Lambda$ , то сила трения ДГ на дефектах при  $v \gg 1$  близка к постоянному значению  $\tilde{F}_0$ .

Чтобы оценить его величину, рассмотрим торможение ДГ в толстой пленке ( $L \gg \Lambda$ ). В этом случае спектр изгибных СВ по толщине ( $z$ ) из дискретного превращается в квазинепрерывный и граничные условия на поверхности пленки можно не учитывать, т.е. задача фактически сводится к торможению ДГ в неограниченном ФМ.

В этом случае для решения (5) вместо разложения  $u(\rho, \tau)$  в ряд Фурье можно воспользоваться, например, представлением  $u(\rho, \tau)$  с помощью интеграла Фурье:

$$u(\rho, \tau) = (2\pi)^{-3} \int d\omega d\mathbf{k} \tilde{u}(\mathbf{k}, \omega) \exp [i(k\rho - \omega\tau)], \quad (33)$$

где  $\tilde{u}(\mathbf{k}, \omega)$  – фурье-образ  $u(\rho, \tau)$ .

После вычисления  $u(\rho, \tau)$ , подстановки его в (6) и несложных преобразований выражение для силы трения  $\tilde{F}_f(v)$  приводится к виду

$$\tilde{F}_f(v) = 2\lambda v + \frac{\gamma}{16} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^5}{\text{sh}^2(\pi\omega/2)} \left[ \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{1 - \omega^2 v^2}{2\lambda\omega v} \right]. \quad (34)$$

Получается, что сила трения на дефектах  $\tilde{F}_f(v) - 2\lambda v$  при  $v \rightarrow 0$  имеет асимптотику  $\sim 0,12\lambda\gamma v$ , а при больших скоростях ( $v \gg 1$ ) стремится к константе

$$\tilde{F}_0 = \frac{\pi\gamma}{16} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^5}{\text{sh}^2(\pi\omega/2)} \approx 0,102\gamma. \quad (35)$$

Следовательно, реальная сила трения, действующая на ДГ, стремится к значению  $F_0 = 0,102\gamma Kl = 0,102\varepsilon^2 cl^2\sigma$ . Очевидно, что эта величина не зависит от наличия «магнитной ловушки» (параметр  $K$ ). Можно показать, что точно такое же значение силы трения получается и для торможения на дефектах в неограниченном ФМ «свободной» ДГ.

В этом случае легко понять физический смысл полученной величины, если приравнять силу трения продвигающей силе  $2MH$ :

$$F_f(v) = \kappa v + F_0 = 2MH. \quad (36)$$

Таким образом, скорость ДГ

$$v = 2M(H - H_c)/\kappa \quad (37)$$

прямо пропорциональна разности внешнего МП и некоторой величины  $H_c$  – поле динамической коэрцитивности [4,5,8,9]. Соответственно,  $F_0$  – динамическая коэрцитивная сила, действующая на ДГ.

$$H_c = 0,051\varepsilon^2 cl^2\sigma / M. \quad (38)$$

**Заключение**

Таким образом, в упрощенной модели (2) торможение ДГ на микроскопических дефектах (за счет излучения изгибных СВ) может быть описано на основе эффективного уравнения для координаты ДГ (12).

Его анализ в двух частных случаях, допускающих аналитическое решение, позволяет определить влияние дефектов на движение ДГ с постоянной скоростью и гармонические колебания границы.

При вынужденных колебаниях ДГ в пленке ФМ произвольной толщины потери энергии, вызванные дефектами, носят резонансный характер. Если частота внешнего поля близка к собственной частоте ДГ в потенциальной яме  $\omega_0$  или частотам изгибных возмущений, неоднородных по толщине пленки  $\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 + \pi^2 p^2 \Lambda^2 / L^2}$  ( $p = 1, 2, \dots$ ), то происходит резонансное излучение поверхностных СВ и потери энергии ДГ резко возрастают (рис. 1).

В случае стационарного движения ДГ процесс ее торможения на дефектах при наличии потенциальной ямы ( $K \neq 0$ ) отличается от торможения «свободной» ДГ [3–12]. При  $v \rightarrow 0$  вклад дефектов в силу трения стремится к нулю для пленки любой толщины (рис. 2). Для тонких пленок ( $L \ll \Lambda$ ) дефекты приводят к аномальной зависимости полной силы трения от скорости  $N$ -типа (рис. 3,а) и неустойчивости стационарного движения (рис. 3,б и 4).

В общем случае вклад дефектов в силу торможения существенно зависит от толщины пленки. С ростом  $L$  меняется функциональная зависимость силы трения на дефектах от скорости ДГ (рис. 2). При больших толщинах пленки ( $L \gg \Lambda$ ) влияние дефектов сводится к проявлению динамической коэрцитивности, впервые описанной в [4,5,8,9].

Авторы благодарны В.Г. Баряхтару и Ю.И. Горобцу за полезные советы и плодотворное обсуждение результатов работы.



1. С.В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
2. J.F. Janak, *J. Appl. Phys.* **34**, 3356 (1963).
3. А.Н. Аверкин, *ФТТ* **23**, 1573 (1981).
4. А.В. Зуев, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **82**, 1679 (1982).
5. Б.А. Иванов, С.Н. Ляхимец, *ФТТ* **32**, 528 (1990).
6. В.А. Ivanov and S.N. Lyakhimets, *JMMM* **86**, 51 (1990).
7. Ю.И. Горобец, В.И. Финохин, Ю.И. Джежеря, *УФЖ* **36**, 1215 (1991).
8. В.А. Ivanov and S.N. Lyakhimets, *JMMM* **112**, 26 (1992).
9. В.А. Ivanov and S.N. Lyakhimets, *IEEE Trans. Magn.* **30**, 824 (1994).
10. Ю.И. Горобец, Ю.И. Джежеря, В.И. Финохин, *ФТТ* **35**, 335 (1993).
11. Ю.И. Джежеря, М.В. Сорокин, *ФТТ* **41**, 1231 (1999).
12. Ю.И. Джежеря, М.В. Сорокин, *Физика и техника высоких давлений* **10**, 86 (2000).
13. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
14. V.T. Synogach, *JMMM* **124**, 175 (1993).
15. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев, *Интегралы и ряды*, Наука, Москва (1981).

Dissipation of energy of 180° domain boundary in the field of defects. Effect of film thickness

Yu.I. Dzhezherya and M.V. Sorockin

For a ferromagnetic film of arbitrary thickness the effective equation of the  $\pi$  domain wall movement is obtained taking into account the energy loss caused by the emission of bending waves from the domain wall during its interaction with the microscopic defects. The domain wall has been considered in the potential well induced by inhomogeneous magnetic field. The influence of defects on the domain wall movement at steady velocity and its small forced oscillation is investigated using exact partial solutions of the equation obtained.