

Вэйвлет анализ и его применение в туннельной и рентгеновской спектроскопии

М.В. Чукалина¹, Х. Функе², Ю.В. Дубровский¹

¹ *Институт проблем технологии микроэлектроники и особочистых материалов РАН
г. Черноголовка, Московская обл., 142432, Россия
E-mail: chukalinamarina@mail.ru*

² *Источник синхротронного излучения ESRF, Немецкая национальная станция ROBL
отделение Института радиохимии Исследовательского центра Роззендорф
г. Гренобль, 38043, Франция*

Статья поступила в редакцию 25 мая 2004 г.

Демонстрируются возможности и ограничения вэйвлет анализа на примере двух практических приложений: исследования сигналов магнитотуннельной и дальней тонкой структуры рентгеновских спектров поглощения урана. Дано краткое введение в вэйвлет анализ. Определен термин «размер окна» функции материнского вэйвлета, на который опирается одно из положений критерия оптимального выбора функции материнского вэйвлета. Продемонстрированы возможности разработанного авторами пакета программ, который был использован для всех расчетов, проделанных в ходе выполнения работы.

Продемонстровано можливості й обмеження вейвлет аналізу на прикладі двох практичних додатків: для дослідження сигналів магнітотунельної і дальньої тонкої структури рентгеновських спектрів поглинання урана. Дано коротке введення у вейвлет аналіз. Визначено термін «розмір вікна» функції материнського вейвлета, на який спирається одне з положень критерію оптимального вибору функції материнського вейвлета. Продемонстровано можливість розробленого авторами пакета програм, що був використаний для всіх розрахунків, проделаних у ході виконання роботи.

PACS: 07.05.Kf

Введение

Для интерпретации результатов измерений и объяснения физических процессов, протекающих в исследуемых образцах, важным этапом является математическая обработка измеряемых сигналов. В 90-е годы получила развитие теория нового интегрального преобразования — вэйвлет преобразования [1], которое впоследствии стало применяться для решения широкого круга научных задач, в частности для обработки осциллирующих сигналов.

В работе представлены оригинальные результаты исследований двух совершенно разных физических явлений. Общим в этих исследованиях оказалось то, что при анализе экспериментальных данных использование вэйвлет анализа оказалось принци-

альным для получения новых физических результатов.

Во-первых, исследованы процессы туннелирования в двухбарьерных гетероструктурах AlGaAs/GaAs/AlGaAs в магнитном поле, перпендикулярном гетерослоям, в широком диапазоне энергий туннелирующих электронов. В результате измерений и последующего тщательного анализа впервые удалось обнаружить и идентифицировать двумерные магнитополяронные состояния, связанные с уровнями Ландау с индексами $N > 3$ вплоть до $N = 7$.

Во-вторых, в результате исследования дальней тонкой структуры рентгеновских спектров поглощения урана (IV) впервые удалось охарактеризовать атомную структуру его комплексов с карбоксильными группами уксусной, муравьиной и гликолевой

кислот. Задачу идентификации центров рассеяния, находящихся в одной координационной сфере, удалось решить только с применением вэйвлет преобразования, которое обладает свойством локальности в обоих пространствах — прямом и обратном.

Статья организована следующим образом. В первой части приведены основные понятия вэйвлет анализа. Исследование магнитотуннельных спектров с целью изучения процесса взаимодействия электронов с продольными оптическими фононами в полярных полупроводниках, когда возможно образование магнитополяронных состояний, описано во второй части. Далее приведены результаты исследования рентгеновских спектров поглощения урана (IV). Вопросы, связанные со свойствами самого вэйвлет преобразования, обсуждаются в последней части работы.

Краткое введение в вэйвлет анализ

Если функция $f(t)$ рассматривается как аналоговый сигнал с конечной энергией, определяемой нормой

$$\|f\|_2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt \right]^{1/2},$$

то преобразование Фурье

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt \quad (1)$$

функции представляет собой спектр этого сигнала. Здесь ω — частота, t — измеряемая величина (время, величина напряжения и т.д.). Однако формула (1) не удобна для некоторого класса сигналов, по-

скольку не отражает динамику частот спектра во времени. На рис. 1 представлен сигнал, содержащий три частотные компоненты 1, 2 и 3 Гц на заданном интервале времени. На рис. 2 представлен модуль его преобразования Фурье, где имеются только два максимума, что неадекватно отражает действительность. Если же в качестве ядра интегрального уравнения (1) использовать не бесконечные волны $(\sin \omega t, \cos \omega t)$, а волны, обладающие свойством локальности, например $\sin \omega t \exp(-t^2/2\sigma)$, где σ — некоторый параметр, то можно, казалось бы, проводить анализ сигналов, частотные компоненты которых неустойчивы во времени. Такой метод был предложен в 1946 году Габором. Однако размер окна, которым ограничена волна, остается постоянным для всех длин волн, содержащихся в сигнале, что не очень удобно, поскольку для разных длин волн в окно попадает разное число периодов. Хотелось бы иметь гибкое частотно-временное окно, которое автоматически сжимается в окрестности центров высоких частот и расширяется у центров низких. Преобразование, которое обладает такой способностью сжатия и растяжения, и есть интегральное вэйвлет преобразование [1]:

$$W_f^\psi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (2)$$

a — параметр растяжения, b — параметр сдвига, ψ — функция базисного вэйвлета и «*» — знак комплексного сопряжения. Обратим внимание, что $\psi((t-b)/a)$ получена из одной вэйвлет функции $\psi(t)$ в результате ее сдвига на b и растяжения в a раз. На практике функцию ψ можно использовать в

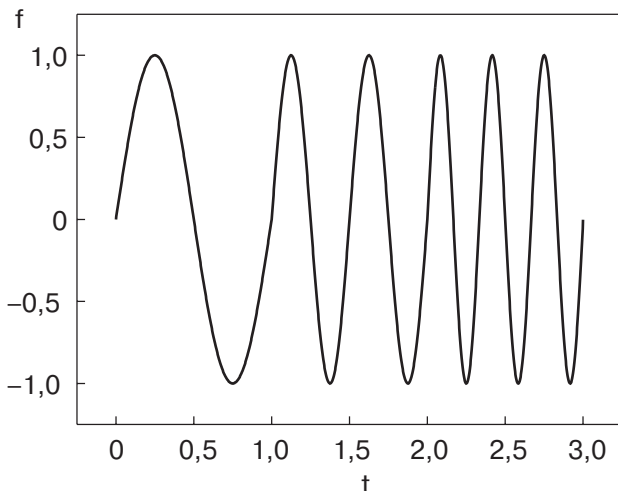


Рис. 1. Пример сигнала, содержащего три частотные компоненты 1, 2 и 3 Гц, неустойчивые во времени.

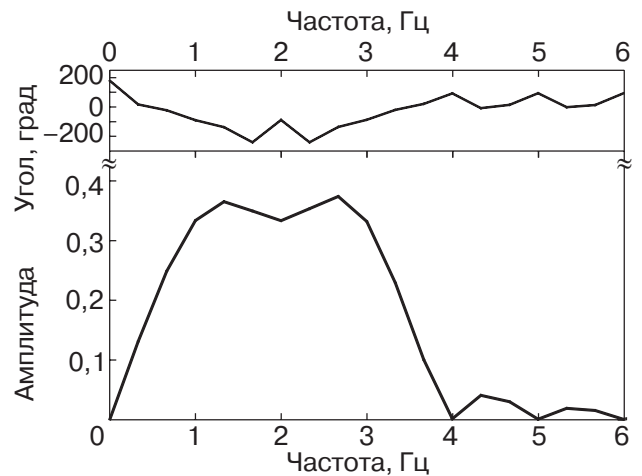


Рис. 2. Модель преобразования фурье-сигнала, представленного на рис. 1.

качестве базисного вэйвлета только в том случае, когда существует обратная формула:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f^\psi(a, b) \frac{1}{a^2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db. \quad (3)$$

Здесь

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega.$$

Отсюда следует, что функция $\hat{\psi}(\omega)$ (преобразование фурье-функции $\psi(t)$) обращается в нуль в начале координат, другими словами,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0.$$

Это так называемое условие допустимости. Заметим, что одно и то же ядро, с точностью до знака комплексного сопряжения, используется для интегральных преобразований (2) и (3).

Итак, результат вэйвлет преобразования представляет собой частотно-временной спектр сигнала, анализ которого в некоторых случаях помогает найти решение поставленной задачи. Ниже обсуждаются два таких примера.

Использование вэйвлет преобразования для анализа магнитотуннельных спектров

В полярных полупроводниках, таких как GaAs, электроны могут эффективно взаимодействовать с продольными оптическими (LO) фононами и образовывать поляроны, т.е. «исходные» (без учета взаимодействия с фононами) электронные состояния оказываются перенормированными. В магнитном поле, перпендикулярном плоскости квантовой ямы (QW), двумерные (2D) непрерывные электронные состояния расщепляются на дискретные уровни Ландау (LL) с индексом N . При этом взаимодействие электронов с оптическими фононами становится особенно эффективным, когда выполняется условие $n\hbar\omega_{LO} = m\hbar\omega_c$. Здесь n, m — целые числа, $\hbar\omega_{LO}$ — энергия продольного оптического фонона, $\hbar\omega_c$ — циклотронная энергия, равная расстоянию между дискретными уровнями Ландау. В этом случае говорят о появлении магнитополяронных состояний.

Туннельная спектроскопия позволяет определять плотность электронных состояний в квантовой яме. Как показано на рис. 3, в достаточно большом магнитном поле, когда электроны в двумерном эмиттере заполняют только один основной уровень Ландау, возможны два процесса туннелирования:

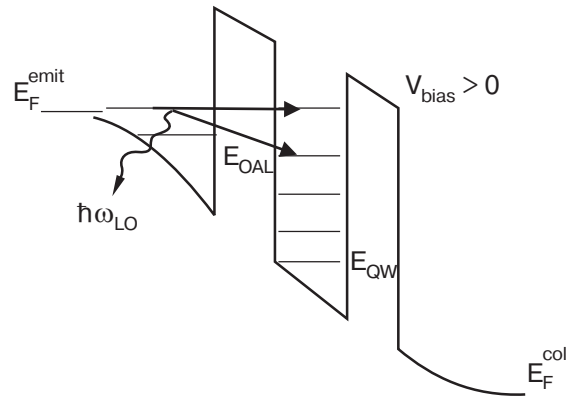


Рис. 3. Диаграмма, иллюстрирующая процессы туннелирования, когда электроны в двумерном эмиттере заполняют только один основной уровень Ландау. Первый — упругое туннелирование на уровни Ландау в квантовой яме с сохранением энергии. Второй — неупругое туннелирование с излучением оптических фононов.

упругое туннелирование на уровни Ландау в квантовой яме с сохранением энергии и неупругое туннелирование с излучением оптических фононов. По положению пиков туннельного тока в зависимости от напряжения (линейно связанного с энергией электронных состояний в квантовой яме) и магнитного поля (рис. 4) можно восстановить энергетический спектр электронных состояний в квантовой яме. Рисунок 4 представляет так называемую веерную диаграмму, которая была бы получена при отсутствии электрон-фононного взаимодействия. Она отражает наложение двух невозмущенных спектров электронных состояний, смещенных на энергию оптического фонона. Однако, как отмечалось выше,

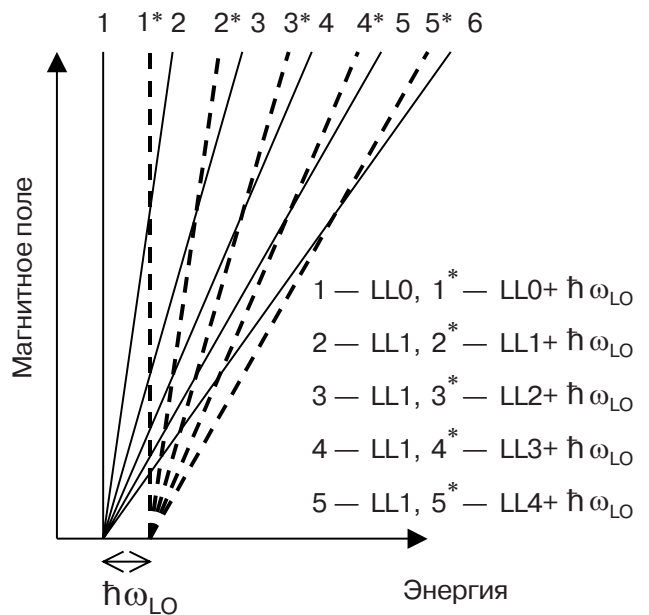


Рис. 4. Веерная диаграмма при отсутствии электрон-фононного взаимодействия.

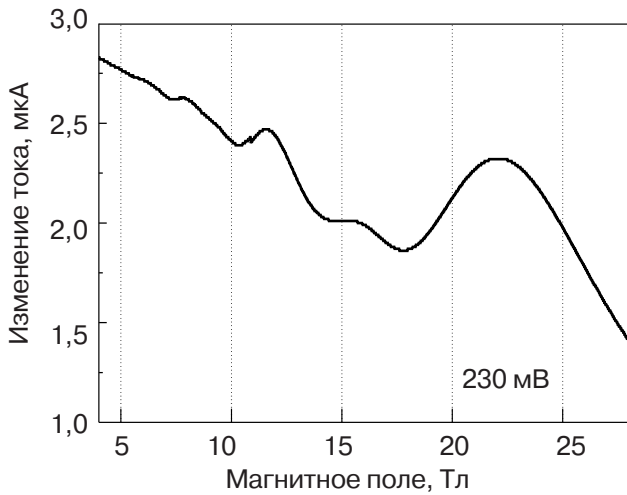


Рис. 5. Типичный магнитотуннельный спектр, полученный при постоянном напряжении смещения 230 мВ.

при условии $n\hbar\omega_{LO} = m\hbar\omega_c$ возникает сильная перенормировка электронного спектра, что происходит как раз в области пересечения линий на веерной диаграмме. В области пересечений должен наблюдаться антикроссинг. Типичные признаки этого явления — обмен интенсивностями и частотой осцилляций. На опыте измеряется зависимость туннельного тока от магнитного поля при постоянном напряжении, т.е. сканируется плотность состояний в яме при определенной энергии. Измеряя магнитотуннельные спектры при разных напряжениях смещения, можно восстановить полную картину электронных состояний во всем диапазоне магнитных полей. Типичный магнитотуннельный спектр, полученный при постоянном напряжении смещения 230 мВ, представлен на рис. 5. В спектре появляются пики, периодические по обратному магнитному полю, соответствующие двум разным процессам (рис. 6). Для восстановления спектра электронных состояний необходимо идентифицировать каждый пик и связать его с процессом упругого туннелиро-

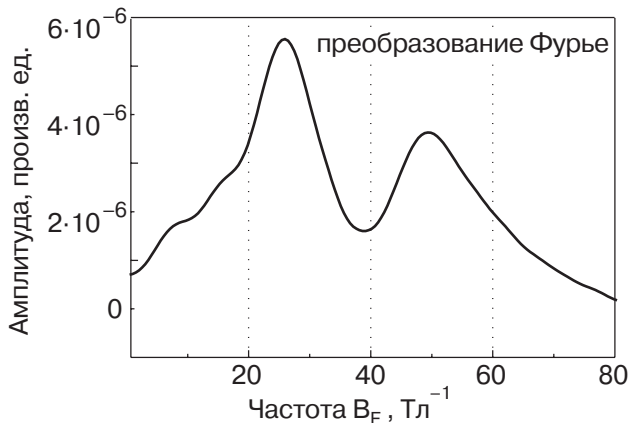


Рис. 6. Преобразование Фурье (модель) сигнала, представленного на рис. 5.

вания на уровни Ландау в квантовой яме или неупругого туннелирования с излучением оптического фонона. Использование вэйвлет преобразования позволило решить поставленную задачу. На рис. 7 представлены результаты расчета вэйвлет преобразования для напряжений смещения 162, 175 и 187 мВ. Результат расчета вэйвлет преобразования представляет собой частотно-временную карту сигнала. Сигнал и его вэйвлет преобразование разме-

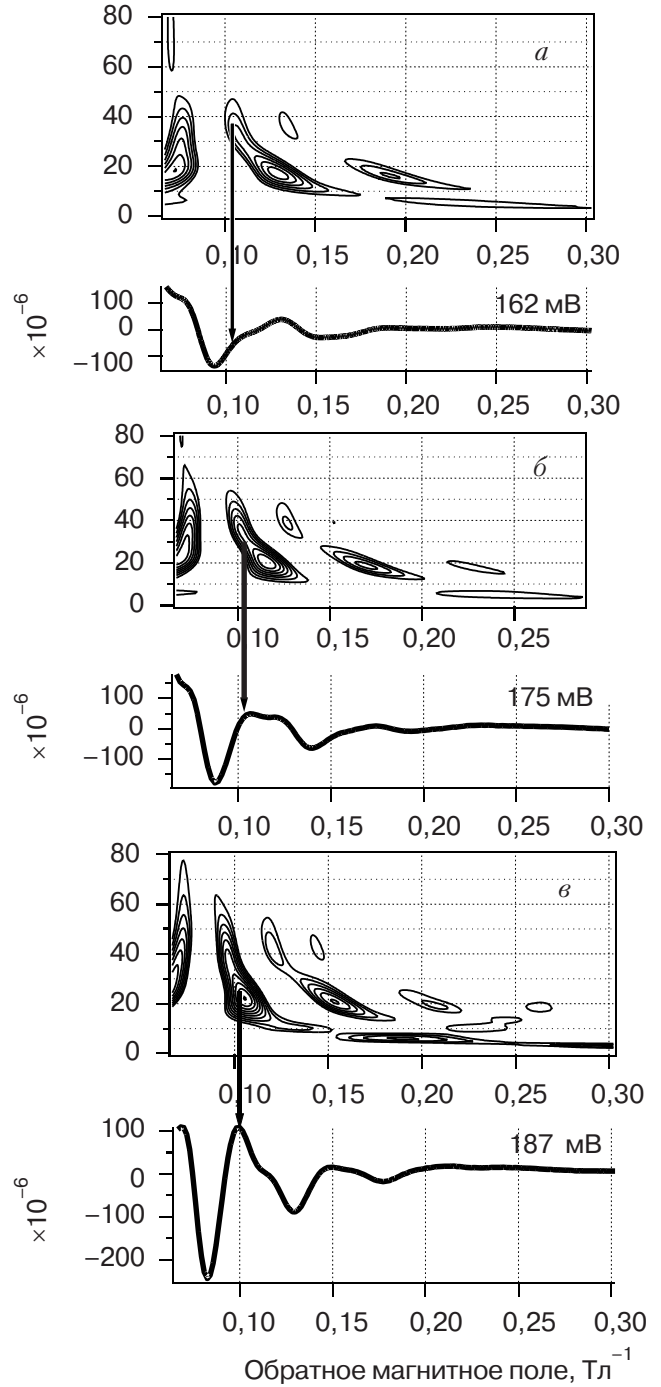


Рис. 7. Набор сигналов и их вэйвлет преобразования. Иллюстрация динамики частотных компонент локального максимума, находящегося в районе 0,1 Тл⁻¹.

щены друг под другом, ось X в обоих случаях — обратное магнитное поле. Ось Y на частотно-временной карте соответствует частотной оси преобразования Фурье. По результатам расчета вэйвлет преобразования на карту нанесены линии равного уровня. Анализ частотно-временной карты сигнала позволил сделать вывод о природе каждого колебания сигнала, т.е. определить спектральный состав каждого отдельного колебания. Стрелками размечена динамика поведения частотных компонент локального максимума сигнала, находящегося в районе $0,1 \text{ Тл}^{-1}$. Видно, что наряду с обменом интенсивностями происходит и обмен частотами.

В результате такого анализа удалось впервые идентифицировать магнитополяронные состояния, связанные с уровнями Ландау, вплоть до $N = 7$. Более подробное изложение физических свойств исследованных магнитополяронных состояний можно найти в работе [2].

Вэйвлет анализ EXAFS спектров

Традиционно для интерпретации дальней тонкой структуры рентгеновских спектров (extended x-ray absorption fine structure, or EXAFS) на первом шаге используется преобразование Фурье. Идеи использования такого метода анализа впервые были предложены и детально рассмотрены в работах Штерна, Литтла и Саурса [3–6], где построена модельная функция, описывающая колебания коэффициента поглощения центрального поглощающего атома в зависимости от энергии возбуждающего рентгеновского излучения. Эта функция выглядит следующим образом:

$$\chi(k) = S_0^2(k) \times \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{R_i^2} \frac{F_i(k)}{k} \exp\left(-\frac{2R_i}{\lambda}\right) \exp(-2\sigma_i^2 k^2) \sin(2kR_i + \Psi). \quad (4)$$

Здесь χ — измеряемый спектр, нормированный на атомное поглощение; k — волновой вектор электрона; S — фактор ослабления амплитуды; n — число координационных сфер; N_i — число атомов в i -ой координационной сфере; R_i — средний радиус i -ой координационной сферы; F_i — амплитуда обратного рассеяния. Множитель $\exp(-2R_i/\lambda)$ описывает процесс неупругого рассеяния фотоэлектрона окружением поглощающего атома при прохождении расстояния $2R_i$; λ — длина свободного пробега электрона; Ψ — суммарный сдвиг фазы на центральном и рассеивающем атомах. Множитель $\exp(-2\sigma_i^2 k^2)$ введен ввиду необходимости учета тепловых колебаний рассеивающих атомов. Если пренебречь сдвигом фазы, то расчет фурье-преобра-

зования позволяет определить число ближайших координационных сфер и их радиусы. Значения амплитуды обратного рассеяния, суммарного сдвига фазы и длины пути свободного пробега берутся из таблиц [7]. Для определения точных значений радиусов координационных сфер, числа атомов в координационных сферах и фактора σ использована процедура подгонки. Большие трудности при

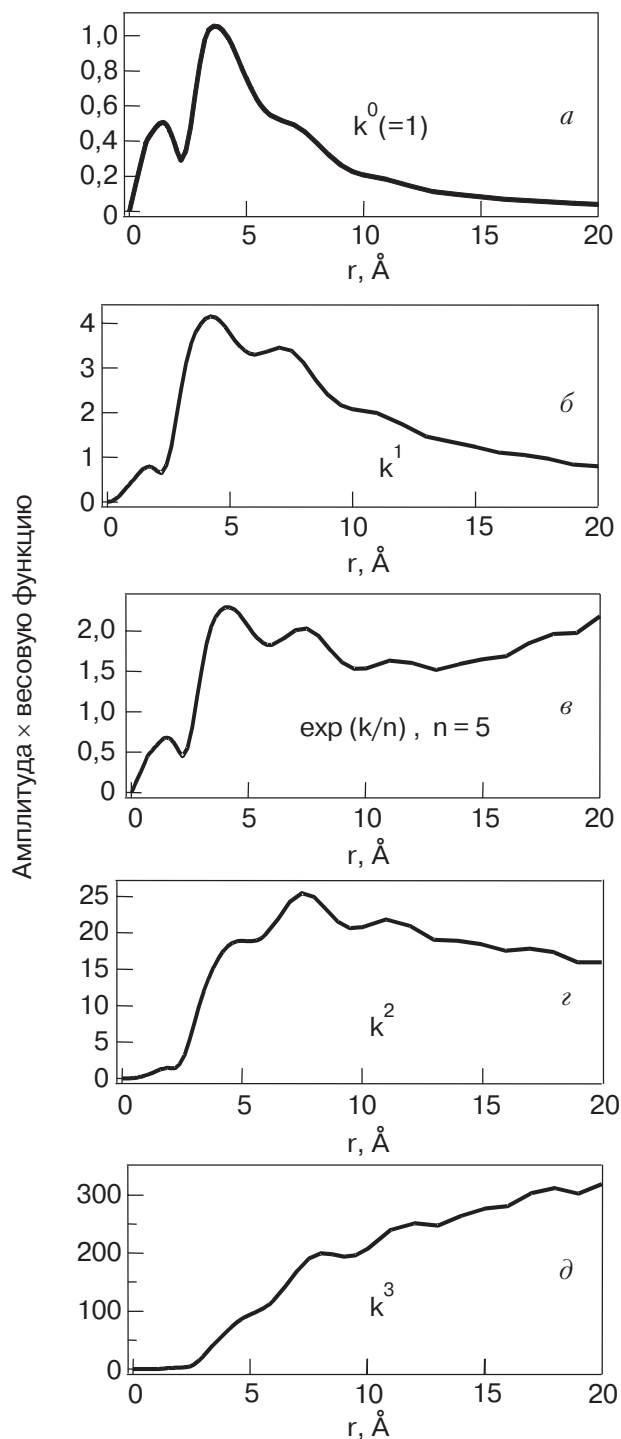


Рис. 8. Пример функции, описывающей амплитуду обратного рассеяния для фосфора (а). Результаты умножения амплитуды на разные функции веса k (б–д).

интерпретации спектров возникают в том случае, когда координационная сфера содержит атомы разных типов, т.е. под одним пиком в преобразовании Фурье «уложены» процессы рассеяния на разных типах атомов.

Именно для таких случаев несколько лет назад было предложено использовать вэйвлет преобразование в дополнение к преобразованию Фурье [8]. Идея базируется на том факте, что функция, которая описывает амплитуду обратного рассеяния атомов заданного типа, имеет локальные максимумы в пространстве энергий (волновых векторов) (рис. 8,а). Причем положение максимумов зависит от типа атома, т.е. если мы посчитаем не частотный, а частотно-временной спектр измеряемого сигнала, то сумеем разделить вклады от разного типа атомов, если таковые присутствуют в одной координационной сфере.

Поясним подробнее высказанную идею на примере следующего эксперимента, который был проведен на станции ROBL источника синхротронного излучения в Гренобле, Франция. Для измерения EXAFS спектров при комнатной температуре были приготовлены три раствора следующего состава. Образец N1 на основе уксусной кислоты: $[U(VI)] = 0,025$ моль/л, [уксусная кислота] = 0,5 моль/л, pH = 4,5. Образец N2 на основе муравьиной кислоты: $[U(VI)] = 0,053$ моль/л, [муравьиная кислота] = 1,0 моль/л, pH = 4,5. Образец N3 на основе гликолевой кислоты: $[U(VI)] = 0,02$ моль/л, [гликолевая кислота] = 0,25 моль/л, pH = 8. На энергии $U L_{III}$ -края был измерен EXAFS спектр. Спектры обработаны в соответствии со стандартной процедурой обработки с использованием пакетов EXAFSPAK [9] и FEFF8 [10]. Получены следующие результаты: для образца N2 в фурье-пространстве обнаружен широкий пик в районе $r = 3,1-4,0$ Å, который не удалось интерпретировать однозначно при использовании процедуры подгонки. Для того чтобы уточнить интерпретацию локального максимума в фурье-пространстве для данного образца, были рассчитаны вэйвлет преобразования для всех трех образцов. На рис. 9 приведены участки частотно-временных карт для всех трех образцов в диапазоне 3,2–4,1 Å (U-Acet – образец N1, U-Form – образец N2, U-Glyc – образец N3). В спектре образца N1 доминирует многократное рассеяние на атомах углерода, в то время как спектр образца N3 обнаруживает чистое $U-U$ рассеяние [11]. Результат вэйвлет преобразования спектра образца N2 показывает два ярких разделенных максимума, т.е. зарегистрированы два акта рассеяния на легком и тяжелом элементах примерно на одном и том же расстоянии ($\Delta r = 0,1$ Å). Зарегист-

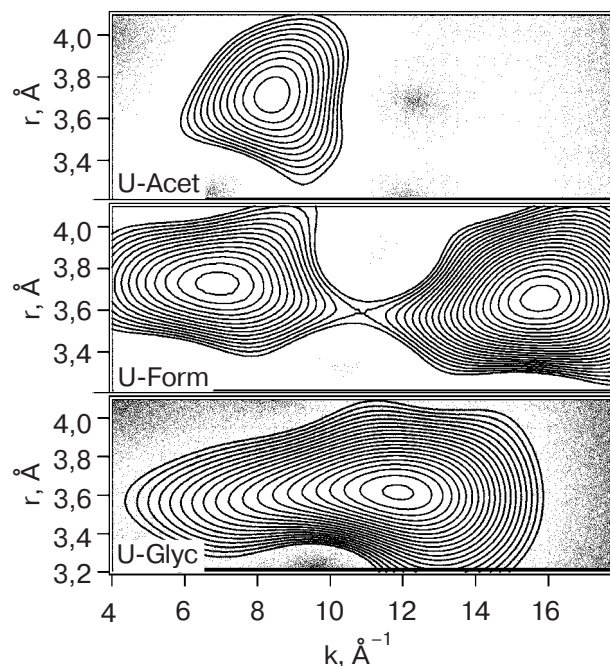


Рис. 9. Участки частотно-временных карт для различных образцов. U-Acet – образец N1, U-Form – образец N2, U-Glyc – образец N3.

рированы оба типа рассеяния – многократное рассеяние на углероде и рассеяние $U-U$. По результатам вэйвлет анализа можно сказать, что оба структурных элемента $U-O_{ax}-U$ и $U-O_{eq}-C$ в наличии и идет образование многоядерных комплексов [11].

В заключение хотелось бы обратить внимание на выбор весовой функции. В силу того, что амплитуда колебания быстро убывает от начала к концу спектра, перед расчетом спектра часто используют умножение на дополнительную весовую функцию. Как правило, это функция вида k^3 . Обратимся вновь к рис. 8, на котором представлен результат умножения функции, описывающей амплитуду обратного рассеяния, на разные весовые функции. После умножения на k^2 максимум сместился с 4 Å на 7 Å, а при умножении на k^3 картина меняется кардинально. Это означает, что если в одной из координационных сфер исследуемого образца находятся атомы фосфора и более тяжелого элемента, чей локальный максимум амплитуды обратного рассеяния лежит правее 4 Å, на частотно-временной карте сигнала, взвешенного на функцию k^3 , мы не увидим двух особенностей. В связи с этим выбор функции веса должен осуществляться корректно. Необходима проверка на сохранение свойств локальности функции, описывающей амплитуду обратного рассеяния.

Некоторые свойства вэйвлет преобразования с использованием функции Морлет

В обеих разобранных выше задачах в качестве вэйвлет функции использована функция Морлета, которая имеет следующий вид:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left[\exp(i\eta t) - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \right] \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right). \tag{5}$$

Параметр η задает число колебаний под покрывающей Гаусса в том случае, когда $\sigma = 1$. Введение константы $-\exp(-\eta^2/2)$ гарантирует выполнение условия допустимости. На рис. 10 представлены реальная и мнимая части функции Морлет при $\eta = 5$ и $\sigma = 1$. Основным критерием выбора функции материнского вэйвлета (как еще называют вэйвлет функцию) служит близость функциональной зависимости частотных компонент, входящих в сигнал, к виду выбираемой вэйвлет функции.

Обсуждение свойства разрешения для вэйвлет преобразования начнем с определения размера окна вэйвлет функции. Пусть функция $\psi(t)$ и ее преобразование Фурье $\hat{\psi}(\omega)$ имеют достаточно быстрое затухание, т.е. являются функциями окон [1]. Центр окна для любой функции ψ из $L^2(R)$ определяется как

$$t^* = \frac{1}{\|\psi\|_2^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |\psi(t)|^2 dt$$

и радиус окна определяется как

$$\Delta_\psi = \frac{1}{\|\psi\|_2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (t - t^*)^2 |\psi(t)|^2 dt \right\}^{1/2}.$$

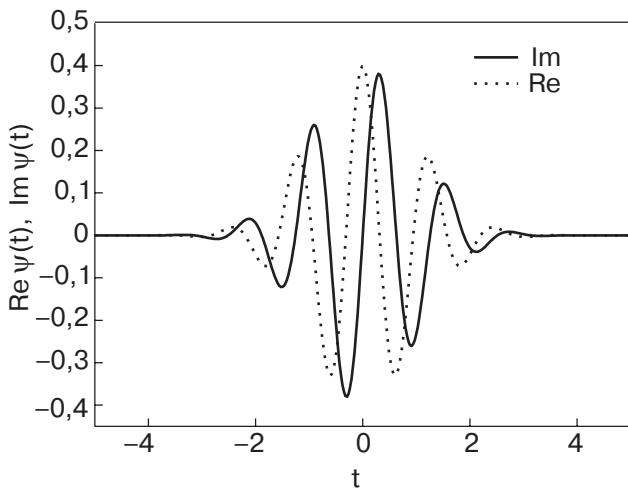


Рис. 10. Реальная и мнимая части функции Морлет (5). Значения параметров: $\eta = 5$ и $\sigma = 1$.

Таким образом, интегральное вэйвлет преобразование аналогового сигнала (2) локализует его во временном окне $[b + at^* - a\Delta_\psi, b + at^* + a\Delta_\psi]$ с центром окна в $b + at^*$ и шириной, равной $2a\Delta_\psi$. В анализе сигналов это называется временной локализацией. Частотное окно задается формулой

$$\left[\frac{\omega^*}{a} - \frac{1}{a} \Delta_{\hat{\psi}}, \frac{\omega^*}{a} + \frac{1}{a} \Delta_{\hat{\psi}} \right].$$

Центр окна находится в точке ω^*/a , а ширина составляет $2\Delta_{\hat{\psi}}/a$. Детальный анализ и вывод формулы приведен в книге К. Чуи [1].

Размер введенного частотно-временное окна

$$[b + at^* - a\Delta_\psi, b + at^* + a\Delta_\psi] \times \left[\frac{\omega^*}{a} - \frac{1}{a} \Delta_{\hat{\psi}}, \frac{\omega^*}{a} + \frac{1}{a} \Delta_{\hat{\psi}} \right] \tag{6}$$

изменяется в зависимости от положения его центра в частотно-временном пространстве. Окно сужается при больших частотных центрах и расширяется при малых. В то же время площадь частотно-временного окна остается постоянной, равной $4\Delta_\psi \Delta_{\hat{\psi}}$.

Размер частотно-временного окна для вэйвлета Морлет, рассчитанный нами, равен

$$\left[t - \frac{\eta\sigma}{\sqrt{2}\omega}, t + \frac{\eta\sigma}{\sqrt{2}\omega} \right] \times \left[\omega - \frac{\omega}{\sqrt{2}\eta\sigma}, \omega + \frac{\omega}{\sqrt{2}\eta\sigma} \right]. \tag{7}$$

Проиллюстрируем использование приведенной выше формулы для анализа разрешения. Модельные расчеты были выполнены в ходе решения задачи интерпретации EXAFS спектров, поэтому ось измерения — ось волновых векторов k и частотная ось — это ось межатомных расстояний r .

На рис. 11 представлена модельная функция

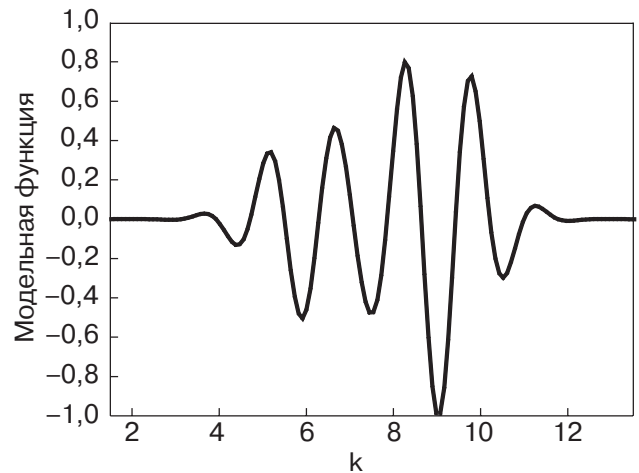


Рис. 11. Модельная функция, рассчитанная по формуле (8).

$$f(k) = 0,5 \sin(2rk + \delta_1) \exp\left(-\frac{(k - C_1)^2}{2}\right) + \sin(2rk + \delta_2) \exp\left(-\frac{(k - C_2)^2}{2}\right). \quad (8)$$

Переход от переменных формулы (7) к переменным, используемым в формуле (8), прост: $t \Rightarrow k$; $\omega \Rightarrow 2r$. Для моделирования использованы следующие значения параметров: $r = 2,1 \text{ \AA}$; $\delta_1 = \delta_2 = 0$; $C_1 = 6$; $C_2 = 9$. Результат расчета вэйвлет преобразования для разных значений параметра вэйвлета Морлет ($\eta = 4,7$; 2,4; 2,0) приведен на рис. 12. Расчет показывает, что два центра локализации волновых процессов не могут быть разрешены, если латеральный размер частотно-временного окна больше, чем расстояние между центрами локализации. В приведенном примере расстояние между центрами локализации ΔC равно 3. В соответствии с формулой (7), при значении параметра $\eta = 4,7$ латеральный размер частотно-временного окна равен 3,35. Максимумы не могут быть разрешены, если расстояние между ними меньше латерального размера частотно-временного окна. Латеральный размер окна, в соответствии с формулой (7), определяется положением центра окна в частотно-временном пространстве и значениями параметров функции Морлет. Уменьшая параметр η , мы приходим к ситуации, когда расстояние между центрами локализации становится больше латерального размера частот-

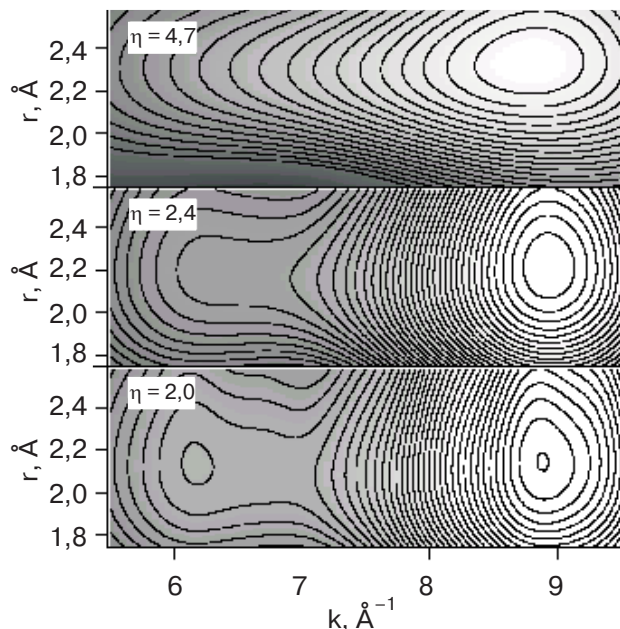


Рис. 12. Результат расчета вэйвлет преобразования модельной функции, представленной на рис. 11. Иллюстрация критерия выбора параметра функции Морлет в соответствии с размером частотно-временного окна.

но-временного окна, что приводит к разрешению максимумов на частотно-временной карте.

Заключение

Проведены подробные исследования магнитотуннельных процессов в двухбарьерных гетероструктурах AlGaAs/GaAs/AlGaAs. Впервые идентифицированы двумерные магнитополяронные состояния, связанные с уровнями Ландау с индексами $N > 3$ вплоть до $N = 7$. Кроме того, с помощью EXAFS спектроскопии впервые охарактеризовано атомное окружение урана (IV) при образовании им комплексов с карбоксильными группами уксусной, муравьиной и гликолевой кислот. Обе задачи удалось решить только благодаря применению вэйвлет преобразования, которое обладает свойством локальности в прямом и обратном пространствах. Для выполнения расчетов использовано программное обеспечение, разработанное авторами статьи, которое может быть найдено по адресу [12]. Для тех, кто нашел данный метод анализа полезным для обработки сигналов, мы хотели бы рекомендовать ознакомиться дополнительно с работой [13].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, М. Чукалина получила частичную финансовую поддержку от Исследовательского центра Розендорфа, Германия.

1. К. Чуи, *Введение в вэйвлеты*, Мир, Москва (2001).
2. M.V. Chukalina, Yu.V. Dubrovskii, V.A. Volkov, L. Eaves, D.Yu. Ivanov, E.E. Vdovin, J.-C. Portal, D.K. Maude, M. Henini, and G. Hill, *Proc. Conf. «Nanostructures: Physics and Technology»* (2003), p. 183.
3. D.E. Sayers and E.A. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1204 (1971).
4. E.A. Stern, *Phys Rev.* **B10**, 3027 (1974).
5. E.A. Stern, D.E. Sayers, and F.W. Lytle, *Phys. Rev.* **B10**, 4836 (1975).
6. F.W. Lytle, D.E. Sayers, and E.A. Stern, *Phys. Rev.* **B11**, 4825 (1975).
7. B.K. Teo, *EXAFS: Basic Principles and Data Analysis*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo (1986).
8. H. Funke and M. Chukalina, *Reports No. 343, Research Center Rossendorf*, 45 (2002).
9. G.N. George and I.J. Pickering, *Stanford Synchrotron Radiation Laboratory* (1995).
10. L. Ankudinov, B. Ravel, J.J. Rehr, and S.D. Conradson, *Phys. Rev.* **B58**, 7565 (1998).
11. A. Rossberg, *Ph.D. Thesis*, Technical University Dresden (2002).
12. www.esrf.fr/exp_facilities/BM20/BM20_RCH_e/software/wavelet.html
13. И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло, *УФН* **171**, 465 (2001).

**Walevet transform and its application in tunneling
and x-ray spectroscopy**

M.V. Chukalina, H. Funke, and Yu.V. Dubrovskii

The potentialities and limitations of the walevet transform technique are demonstrated with two applications: investigations of magnetotunnel and extended x-ray absorption line

structure spectroscopy signals. A short introduction to the walevet analysis is given. «Window size» is determined for the mother walevet function. It is one of the basic points for the criterion of the best mother function choice. The possibilities of a software package developed by the authors are demonstrated. The package was used to make all calculations needed during these investigations.