

# Спектр динамической магнитной восприимчивости хаотизированного $f$ – $d$ -магнетика со спин-решеточной связью. I. Сдвиг частот магнитного резонанса

А.Б. Безносков, Е.С. Орел

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: beznosov@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 28 января 2003 г., после переработки 19 февраля 2004 г.

Исследована роль межатомных спиновых корреляций, порождаемых совместно внутриатомными взаимодействиями квазилокальных электронов и их межузельными перескоками, в формировании спектров магнитного резонанса в узкозонном ферромагнитном проводнике, содержащем локальные  $f$  и квазилокальные  $d$  магнитные моменты. Рассмотрена трансформация спектров поперечной динамической магнитной восприимчивости в условиях слабой спин-решеточной связи и пространственной хаотизации  $g$ -факторов квазилокальной и локальной спиновых подсистем. Расчет, проведенный методом двухвременных запаздывающих функций Грина, показал, что взаимодействие  $d$ - и  $f$ -электронов приводит к эффективной перенормировке  $g$ -факторов обеих магнитных подсистем, а спин-решеточная связь при нулевой температуре снижает частоты неоднородного магнитного резонанса и вызывает пороговое затухание акустических и оптических магнонов.

Досліджено роль міжатомних спинових кореляцій, які породжуються сумісно внутрішньоатомними взаємодіями квазілокальних електронів і їх міжвузловими перескоками, у формуванні спектрів магнітного резонансу у вузькозонному ферромагнітному провіднику, що містить локальні  $f$  та квазілокальні  $d$  магнітні моменти. Розглянуто трансформацію спектрів поперечної динамічної магнітної сприйнятливості в умовах слабкого спин-граткового зв'язку і просторової хаотизації  $g$ -факторів квазілокальної і локальної спинових підсистем. Розрахунок, проведений методом двохчасових запізнюючих функцій Гріна, показав, що взаємодія  $d$ - і  $f$ -електронів призводить до ефективного перенормування  $g$ -факторів обох підсистем, а спин-гратковий зв'язок при нульовій температурі знижує частоти неоднорідного магнітного резонансу і визиває порогове загасання акустичних і оптичних магнонів.

PACS: 75.10.Lp, 75.30.-m, 75.80.+q

## 1. Введение

Магнитоупругие эффекты в хаотизированных спиновых системах в последнее время привлекают внимание в связи с массовым использованием в современной технике допированных многокомпонентных проводящих магнитоконцентрированных оксидов в качестве сенсоров магнитных полей [1,2]. Последнее обусловлено, в частности, проявлением в этих веществах колоссального магниторезистивного эффекта, связанного с переходом системы в ферромагнитное состояние. Взаимодействие магнитной и упругой подсистем, имеющее принципиальное

значение для физики этих соединений [3], в которых ферромагнитный порядок возникает благодаря так называемому механизму двойного обмена [1,2,4], существенно влияет на характер магнитных фаз и механизмы фазовых переходов в них [5,6]. Изменения, вносимые таким взаимодействием в спектр динамической магнитной восприимчивости, служат источником информации о силах, действующих как внутри каждой из рассматриваемых подсистем, так и между ними, а также представляют практический интерес. Целью настоящей работы является исследование влияния спин-решеточной связи на формирование

спектра динамической магнитной восприимчивости узкозонных магнитных проводников.

Межатомные спиновые корреляции, формируя коллективный характер возбуждений в магнетиках, существенно влияют на проявление особенностей в спектре функции магнитного линейного отклика, обусловленных нарушениями трансляционной симметрии системы [7]. В настоящей работе исследован спектр динамической магнитной восприимчивости  $f$ - $d$ -магнетика [7–9] в широком частотном интервале. Рассматриваемый спектр формируется спиновыми корреляциями, порождаемыми совместно внутриатомными взаимодействиями *квазилокальных*  $d$  электронов (обменом с электронами *локализованных*  $f$  оболочек и хаббардовским отталкиванием) и их межузельными перескоками, с учетом пространственной хаотизации  $g$ -факторов  $d$ - и  $f$ -подсистем [9] и слабой спин-решеточной связи. Впервые влияние пространственной хаотизации спиновой подсистемы на спектр динамической магнитной восприимчивости  $f$ - $d$ -магнетика исследовано в работе [7] и получены выражения для когерентной и некогерентной компонент восприимчивости системы с хаотизированными  $g$ -факторами  $d$ -электронов. В [9] аналогичная задача решена нами для  $f$ - $d$ -магнетика с анизотропным локальным обменом и хаотизацией  $g$ -факторов как квазилокальных, так и локальных спинов. В [8] выяснена роль хаотизации гамильтониана взаимодействия системы с внешним полем в формировании спектра функции линейного отклика  $f$ - $d$ -металла. В данной работе, продолжающей исследования [7–9], основное внимание уделено проблеме спин-решеточной связи.

## 2. Модель и метод

В работе рассчитана поперечная динамическая магнитная восприимчивость узкозонного магнитного проводника, содержащего как локальные, так и квазилокальные магнитные моменты [8,10] (далее для определенности будем говорить о модели проводящего ферромагнитного соединения на основе редкоземельного металла). Основными элементами электронной структуры таких систем, определяющими их особые свойства в основном состоянии, являются частично заполненные магнитоактивный локальный уровень и спиново поляризованная узкая зона проводимости (соответствующие результаты зонных расчетов для гадолиния содержатся в [11–13]). Спектры возбуждений, изменяющих спин системы, формируются электронными переходами на вакантные состояния в зонах со спиновой ориентацией, противоположной намагниченности системы. К таким возбуждениям относятся спиновые волны (акустическая и оптическая моды) и

стонеровские одноэлектронные переходы [10,14]. Исползованные в работе схемы электронного энергетического спектра (рис. 1) и спектра элементарных возбуждений (рис. 2) исследуемой системы аналогичны рассмотренным в [8,10] и [7,9] соответственно. На рис. 2 приведена также схема относительного расположения фононной зоны и зоны акустических магнонов, сдвинутой вверх приложенным внешним магнитным полем. Для расчетов использован метод функций Грина [15], позволяющий в рамках единого подхода рассмотреть эффекты в магнитной и упругой подсистемах [14,16].

## 3. Гамильтониан

Гамильтониан системы во внешнем магнитном поле  $H$ , направленном вдоль координатной оси  $z$ , имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_m + \mathcal{H}_{ph} + \mathcal{H}_{mph}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_e = & -T \sum_{\lambda, \eta, \sigma} c_{\lambda+\eta, \sigma}^+ c_{\lambda, \sigma} + \frac{U}{2} \sum_{\lambda, \sigma} \hat{n}_{\lambda, \sigma} \hat{n}_{\lambda, -\sigma} - \\ & - 2J \sum_{\lambda, \sigma, \sigma'} (\mathbf{S}_{\lambda} \mathbf{s}_{\sigma'})_{\sigma, \sigma'} c_{\lambda, \sigma}^+ c_{\lambda, \sigma'} \end{aligned} \quad (2)$$

— электронный гамильтониан в представлении чисел заполнения, определяющий энергии как одно-

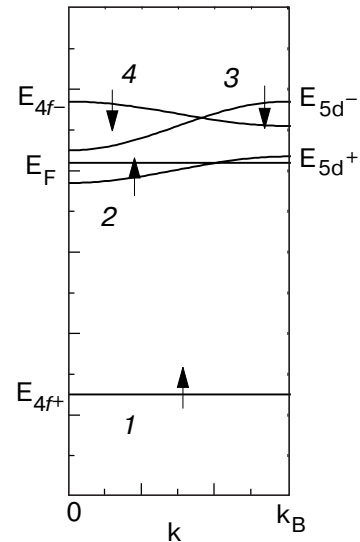


Рис. 1. Схема электронного энергетического спектра модели: 1 — частично заполненный магнитоактивный  $4f$ -уровень ( $E_{4f+}$ ), 2 — частично заполненная  $5d$ -зона, 3 — зона незаполненных  $5d$ -состояний, 4 — зона незаполненных  $4f$ -состояний,  $E_F$  — энергия Ферми,  $E_{d+}$ ,  $E_{d-}$  и  $E_{4f-}$  — максимальные энергии в соответствующих зонах,  $k_B$  — бриллюэновский квазиимпульс; стрелками обозначены спиновые индексы электронных состояний.

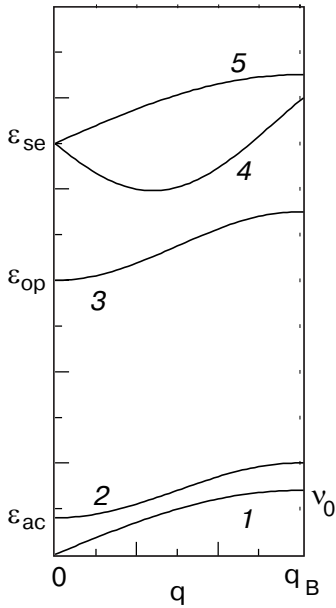


Рис. 2. Схема спектров элементарных возбуждений в используемой модели: 1 – спектр фононов, 2 – спектр акустических магненов, 3 – спектр оптических магненов, 4,5 – нижняя и верхняя границы континуума одночастичных (стонеровских) электронных возбуждений с переворотом спина (рисунок соответствует одномерному случаю с  $k_F = 0,4k_B$ ),  $\epsilon_{ac}$ ,  $\epsilon_{op}$  – энергии в центрах ( $\mathbf{q} = 0$ ) соответствующих зон,  $\epsilon_{se}$  – энергия стонеровских возбуждений при нулевом переданном квазиимпульсе (все три зоны сдвинуты вверх приложенным внешним магнитным полем),  $v_0$  – энергия фонона на границе зоны Бриллюэна.

частичных, так и коллективных состояний, в частности магنونный спектр [7,9,14]; член

$$\mathcal{H}_m = -\mu_B H \sum_{\lambda} (g_f S_{\lambda}^z + g_d s_{\lambda}^z) \quad (3)$$

описывает взаимодействие спиновой подсистемы с внешним магнитным полем  $H$ ; выражение

$$\mathcal{H}_{ph} = \sum_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}} \left( \frac{1}{2} + b_{\mathbf{p}}^+ b_{\mathbf{p}} \right) \quad (4)$$

– гамильтониан акустических фононов, а слагаемое

$$\mathcal{H}_{mph} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} a_{\mathbf{q}+\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{q}} (b_{\mathbf{p}} + b_{-\mathbf{p}}^+) \quad (5)$$

\* Используемая здесь форма (5) позволяет довольно коротким путем перейти к наблюдаемым эффектам спин-решеточного взаимодействия в системе, описываемой гамильтонианом (2). Функция, описывающая взаимодействие фононов с реальными коллективными спиновыми возбуждениями в такой системе, должна отличаться от амплитуды  $\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}$  в (5) и определяться параметрами магнитных подсистем квазилокальных и локальных спинов (см. (51)–(54)). В данном случае достаточно ввести амплитуду  $\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}$  в (5) формально, с указанием самых общих свойств такой функции [16], не зависящих от специфики рассматриваемой магнитной системы. Более подробная информация о  $\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}$  понадобится при количественной оценке эффектов спин-решеточной связи, данной в части II настоящей работы, которая будет опубликована в следующем выпуске журнала (*ФНТ* 30, №10 (2004)).

описывает связь отклонений спинов  $d$ -электронов со смещениями узлов кристаллической решетки (т.е. взаимодействие магненов в системе квазилокальных спинов с фононами, см. рис. 3).

В выражениях (2)–(5) использованы следующие обозначения (см. [14–16]):  $T > 0$  – интеграл пере-скока электронов между узлами–ближайшими соседями  $\lambda$  и  $\eta$  (недоразумений, связанных с обозначением для температуры возникать не должно, так как задача рассматривается фактически в низкотемпературном пределе);  $U > 0$  – константа взаимодействия Хаббарда;  $J > 0$  – внутриатомный  $d$ - $f$ -обменный интеграл;  $g_d$  ( $g_f$ ) – средние по кристаллу  $g$ -факторы  $d$ - и  $f$ -электронов (см. разд. 4);  $\mu_B$  – магнетон Бора;  $c^+$ ,  $c$  – электронные ферми-операторы;  $\sigma$  – спиновый индекс (значениям этого индекса сопоставляются символы  $\uparrow(\downarrow)$  или  $+(-)$ , см. рис. 1);  $n_{\lambda\sigma} = c_{\lambda\sigma}^+ c_{\lambda\sigma}$ ;  $S_{\lambda}$  – спин  $f$ -оболочки;  $(2s)_{\sigma\sigma'}$  – матрицы Паули;

$$a_{\mathbf{q}}^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \downarrow}^+ c_{\mathbf{k}, \uparrow}, \quad (6)$$

$$a_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \downarrow}$$

– операторы рождения и уничтожения спиновых волн (оптических магненов) в системе квазилокальных электронов (см. ниже) [14];  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{p}$  – квази-волновые векторы;  $b_{\mathbf{p}}^+$  ( $b_{\mathbf{p}}$ ) – бозе-операторы рождения (уничтожения) фононов;  $v_{\mathbf{p}}$  – энергия фононов;  $\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}$  – амплитуда слабого магنون-фононного взаимодействия;  $N$  – число узлов кристалла. Полагаем для определенности, что выполняются следующие условия (см. [16])\*:

$$v_{\mathbf{p}} = v_{-\mathbf{p}}, \quad \xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} = (\xi_{\mathbf{q}+\mathbf{p}, -\mathbf{p}})^*, \quad \xi_{\mathbf{q}, 0} = 0, \quad \xi_{0, \mathbf{p}} = 0,$$

$$\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} = \xi \Xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}, \quad 0 \leq \Xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \leq 1, \quad (7)$$

где «\*» – знак комплексного сопряжения и для удобства введены силовая константа  $\xi$  и безразмерная нормированная амплитуда  $\Xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}$  спин-решеточного взаимодействия.

Электронные и спиновые операторы квазилокальной подсистемы связаны соотношениями Боголюбова [17]:

$$\begin{aligned} s_{\lambda}^+ &= s_{\lambda\uparrow}^+ s_{\lambda\downarrow}, & s_{\lambda}^- &= s_{\lambda\downarrow}^+ s_{\lambda\uparrow}, \\ s_{\lambda}^z &= \frac{1}{2}(s_{\lambda\uparrow}^+ s_{\lambda\uparrow} - s_{\lambda\downarrow}^+ s_{\lambda\downarrow}); \end{aligned} \quad (8)$$

переход к  $\mathbf{k}$ -представлению дается преобразованием

$$\begin{aligned} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda} c_{\lambda,\sigma}^+ \exp(i\mathbf{k}\lambda), \\ c_{\mathbf{k},\sigma} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda} c_{\lambda,\sigma} \exp(-i\mathbf{k}\lambda). \end{aligned} \quad (9)$$

Используя соотношения (8), (9), легко видеть, что фурье-образы циркулярных компонент спиновых операторов

$$\begin{aligned} s_{\mathbf{q}}^+ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda} s_{\lambda}^+ \exp(-i\mathbf{q}\lambda), \\ s_{\mathbf{q}}^- &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\lambda} s_{\lambda}^- \exp(i\mathbf{q}\lambda) \end{aligned} \quad (10)$$

совпадают с операторами  $a_{\mathbf{q}}$  и  $a_{\mathbf{q}}^+$  (6). Последние, таким образом, представляют собой операторы спиновых отклонений (в узельном представлении их называют операторами Паули [14,16,18]), в низкотемпературном пределе эквивалентные операторам уничтожения и рождения спиновых волн, что и дает основание для приведенной выше интерпретации соотношений (5), (6).

Предполагается, что параметры гамильтониана (1) удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} 1/2S \ll 1, & \quad zT \ll 2JS, \quad U/2JS \ll 1, \\ 0 < T \leq J, & \quad U > J, \quad \xi \ll v_0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$v_0 \ll zT/2S, \quad \mu_B H < v_0,$$

где  $z$  — координационное число,  $n_0$  — граничная энергия продольных колебаний решетки. Учитывая связь температуры Кюри с шириной маглонной зоны [18–21], которая в данном случае должна зависеть от параметров гамильтониана (2), представляет интерес использовать ее значение при численных оценках как на промежуточных, так и на конечных этапах вычислений. В рассматриваемой модели температура магнитного упорядочения определяется электронным интегралом перескока, заполнением зоны и структурой кристаллической решетки [1]. Ввиду имеющейся в литературе неоднозначности в отношении формы этой зависимости (ср., например, [1] и [22]), в настоящей работе проведен специальный анализ, получено аналитическое выражение для температуры Кюри и оцене-

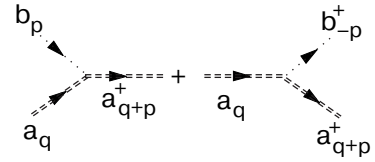


Рис. 3. Минимальная диаграмма магнон-фононного взаимодействия в изотропном магнетике: поглощение и излучение фонона магненом;  $a^+(a)$  и  $b^+(b)$  — операторы рождения и уничтожения магненов и фононов соответственно. Двойная магنونная линия отражает электронную природу (см. (5)) рассматриваемого элементарного возбуждения.

на его точность. Используя упрощенное выражение  $\theta_C \approx 0,1zTx$ , где  $x$  — электронная концентрация в расчете на атом (вычисления содержатся в Приложении В Ч.II настоящей работы), последние три неравенства в (11) могут быть представлены в виде:  $\xi \ll \theta_D$ ,  $\theta_D < \theta_C$  и  $\mu_B H < \theta_D$ , с температурами Дебая  $\theta_D \approx v_0$  и Кюри  $\theta_C$ , выраженными в энергетических единицах. Далее, если не оговорено специально, будем полагать  $x \approx 0,3$  (эта цифра наиболее соответствует ферромагнитной ситуации в ряде реальных систем [1,2,14,22]).

Отметим, что магнитный порядок и магненов в системе возникают в результате межузельных перескоков квазилокальных электронов, спин которых поляризован сильным локальным  $d$ - $f$ -обменным взаимодействием (основные слагаемые гамильтониана (2)). Этот механизм упорядочения близок к осуществляемому двойным обменом в магнитных  $3d$ -окислах [1,2], что указывает на применимость рассматриваемой модели к анализу свойств таких объектов. Основное состояние, термодинамика и условия ферромагнитного упорядочения для различных вариантов выбора параметров гамильтониана (2) исследованы в работах ряда авторов (см., например, [14,19,22]). Исходные положения настоящего исследования согласуются с результатами этих работ.

Гамильтониан (5) представляет в действительности довольно сложный вариант электрон-фононного взаимодействия. В магنونных же переменных, как следует из рис. 3, он соответствует простейшей схеме учета спин-решеточной связи в рассматриваемой модели изотропного ферромагнитного проводника. Подробный анализ условий осуществления этой и других схем связи элементарных возбуждений в магнитной подсистеме и кристаллической решетке (хотя и предназначенный главным образом для магнитных диэлектриков, но применимый по существу и к металлам) содержится в [20].

Следует отметить, что, кроме уже упомянутого отличия операторов  $a_{\mathbf{q}}^+$  ( $a_{\mathbf{q}}$ ) от магнанных в строгом смысле [16,18], еще одной особенностью гамильтониана (5) является то, что константа магнон-фононного взаимодействия  $\xi$  отличается по своей природе от соответствующей константы, порождаемой гейзенберговским гамильтонианом с зависящим от межатомного расстояния обменным интегралом [16,18,20]. Причина в том, что хотя гамильтониан (2) (как и «канонический» двойной обмен [4]) и обеспечивает ферромагнитный порядок и наличие магнонов в системе, межузельное взаимодействие магнитных моментов не сводится к гейзенберговской форме [1,2].

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = - \sum_{\lambda} \mathbf{M}_{\lambda} \tilde{H}_{\lambda} = - \frac{\tilde{H}_0}{2} \sum_{\lambda} \{M_{\lambda}^+ \exp[-i(\mathbf{Q}\lambda - \omega t)] + M_{\lambda}^- \exp[i(\mathbf{Q}\lambda - \omega t)]\}. \quad (12)$$

Здесь

$$\mathbf{M}_{\lambda} = \mu_B (g_{f\lambda} \mathbf{S}_{\lambda} + g_{d\lambda} \mathbf{s}_{\lambda})$$

— узельный магнитный момент кристалла,  $M_{\lambda}^{\pm} = M_{\lambda}^x \pm iM_{\lambda}^y$  — его циркулярные компоненты [17],  $\tilde{H}_0$  — амплитуда,  $\mathbf{Q}$  — волновой вектор и  $\omega$  — круговая частота электромагнитного поля.

Положим  $g_{j\lambda} = g_j + \gamma_{j\lambda}$ , где  $j$  — индекс электронной оболочки ( $j = d, f$ ), а  $\gamma_{j\lambda}$  — случайная функция номера узла  $\lambda$ , такая, что  $\langle \gamma_{j\lambda} \rangle_c = 0$  (здесь  $\langle \dots \rangle_c$  — символ конфигурационного усреднения) и для определенности полагаем, что  $\gamma_{j\lambda}/g_j < 1$ . Тогда можно записать

$$\langle g_{j\lambda} g_{j'\lambda'} \rangle_c = g_j g_{j'} + \gamma_j^2 \delta_{jj'} \delta_{\lambda\lambda'}, \quad (13)$$

где  $\gamma_j^2 = \langle \gamma_{j\lambda}^2 \rangle_c$  — дисперсия  $g$ -фактора, а

$$\delta_{l,l'} = \begin{cases} 1, & l = l' \\ 0, & l \neq l' \end{cases}$$

— символ Кронекера ( $l$  обозначает индекс электронной оболочки ( $l \in \{j\}$ ) или вектор трансляции кристаллической решетки ( $l \in \{\lambda\}$ )).

Поперечная динамическая магнитная восприимчивость стационарной неоднородной среды, характеризующая линейный отклик системы на поле  $\tilde{H}_0 \exp[-i(\mathbf{Q}\lambda - \omega t)]$ , имеет вид

$$\chi^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{N} \sum_{\lambda, \lambda'} \langle \chi_{\lambda, \lambda'}^{+-}(\tilde{\varepsilon}) \rangle_c \exp[-i(\mathbf{Q}\lambda + \mathbf{Q}'\lambda')], \quad (14)$$

## 4. Динамическая магнитная восприимчивость

### 4.1. Общая схема

Объектом нашего исследования является положение и форма спектральных полос магнитного поглощения (мнимой части динамической магнитной восприимчивости) хаотизированного ферромагнетика в условиях взаимодействия с упругой подсистемой кристалла. Следуя [8], хаотизацию учтем только в гамильтониане взаимодействия с внешним переменным магнитным полем  $\mathcal{H}_{\text{int}}$ , положив  $g$ -факторы в обеих магнитных подсистемах зависящими от координат узла кристаллической решетки:

где нелокальная восприимчивость [23]

$$\chi_{\lambda, \lambda'}^{+-}(\tilde{\varepsilon}) = - \frac{1}{v_a} \langle \langle M_{\lambda}^+ | M_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} \quad (15)$$

выражена через запаздывающую функцию Грина (ФГ)  $\langle \langle \dots \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}$  [14,15,16,24] в энергетическом представлении,  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\alpha$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon = \hbar\omega$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $v_a$  — атомный объем.

Как видно из (12), (15), вычисление восприимчивости (14) связано с вычислением четырех ФГ:

$$\langle \langle S_{\lambda}^+ | S_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \langle \langle S_{\lambda}^+ | s_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \langle \langle s_{\lambda}^+ | S_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} \text{ и } \langle \langle s_{\lambda}^+ | s_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}. \quad (16)$$

Нахождение каждой из ФГ (16) имеет много общего, поэтому для иллюстрации схемы вычислений достаточно провести расчет одной из них. Отметим в связи с этим, что ввиду наличия взаимодействия между подсистемами локальных и квазилокальных спинов система в целом имеет общий энергетический спектр, определяемый общими для всех ФГ (16) полюсами.

### 4.2. Когерентная и некогерентная компоненты

Хаотизация  $g$ -факторов также приводит к результатам, общим для всех четырех вкладов (16) в полную восприимчивость (14), что можно проиллюстрировать на примере одного из них. Рассмотрим «собственный» вклад квазилокальных электронов в поперечную динамическую магнитную восприимчивость

$$\chi_d^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = -\frac{\mu_B^2}{Nv_a} \sum_{\lambda, \lambda'} \langle g_{d\lambda} g_{d\lambda'} \rangle_c \langle \langle s_{\lambda}^+ | s_{\lambda'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} \exp[-i(\mathbf{Q}\lambda + \mathbf{Q}'\lambda')], \quad (17)$$

где учтено, что конфигурационное усреднение затрагивает только  $g$ -факторы электронов. Используя соотношение (13) и переходя в спиновых операторах к  $\mathbf{k}$ -представлению (10), после выполнения суммирования по  $\lambda$  и  $\lambda'$  получаем две компоненты восприимчивости: *когерентную*, пропорциональную квадрату среднего электронного  $g$ -фактора  $g_d^2$ , и *некогерентную*, пропорциональную среднему квадрату флуктуации  $g$ -фактора  $\gamma_d^2$  [7,8,10]:

$$\chi_d^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = \chi_{d\text{coh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) + \chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}), \quad (18)$$

$$\chi_{d\text{coh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = -\frac{\mu_B^2 g_d^2}{v_a} \langle \langle s_{\mathbf{Q}}^+ | s_{-\mathbf{Q}'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (19)$$

$$\chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = -\frac{\mu_B^2 \gamma_d^2}{Nv_a} \sum_{\mathbf{q}} \langle \langle s_{\mathbf{q}+\mathbf{Q}}^+ | s_{\mathbf{q}-\mathbf{Q}'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}. \quad (20)$$

Как видно из (19), (20), в формировании некогерентной компоненты восприимчивости, в отличие от когерентной, принимают участие все квазиимпульсы спиновых возбуждений из зоны Бриллюэна. С учетом соотношений (6), (8)–(10), это означает, что, например, для однородного отклика на однородное поле ( $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}' = 0$ ) когерентная компонента восприимчивости (18) формируется только «вертикальными» электронными переходами ( $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ ), тогда как некогерентная компонента — электронными переходами с произвольными квазиимпульсами ( $\mathbf{k} \neq \mathbf{k}'$ ).

## 5. Вычисления

### 5.1. Решение уравнений движения

В представлении электронных операторов ФГ в (19), (20) имеют вид

$$\langle \langle s_{\mathbf{q}}^+ | s_{\mathbf{q}'}^- \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \langle \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} \quad (21)$$

и определение восприимчивости (17) сводится к вычислению ФГ

$$G_d(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}. \quad (22)$$

Рассматривая только случай достаточно низких температур, уравнение движения для ФГ (22) можно записать в виде [16]

$$\tilde{\varepsilon} \langle \langle A | B \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}} = \langle 0 | [A, B] | 0 \rangle + \langle \langle [A, \mathcal{H}] | B \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (23)$$

где  $\mathcal{H}$  — гамильтониан (1), квадратные скобки [...,...] обозначают коммутатор и усреднение проводится по ферромагнитному основному состоянию  $|0\rangle$ .

Уравнение (23) порождает цепочку уравнений для ФГ более высокого порядка. Используя неравенства  $1/2S \ll 1$ ,  $U/2JS \ll 1$  и  $\xi/2JS \ll 1$  (11), оборвем эту цепочку на первом шаге путем расщепления ФГ высокого порядка [15,18] (в данном случае — путем линеаризации тройных электронных операторов по схеме Хартри–Фока [14]). В результате получаем уравнение, связывающее функцию (22) с тремя новыми ФГ минимального порядка по основным операторам:

$$G_{fd}(\lambda, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle S_{\lambda}^+ | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (24)$$

$$G_{d+}(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\downarrow} b_{-\mathbf{p}}^+ | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (25)$$

$$G_{d-}(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{p}\downarrow} b_{\mathbf{p}} | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}. \quad (26)$$

Составляя уравнения движения (23) для ФГ (24)–(26) и проводя в них расщепления на первом шаге (в данном случае — усреднения электронных и фононных операторов, а также операторов  $z$ -проекции локальных спинов) с использованием неравенств  $1/2S \ll 1$ ,  $U/2JS \ll 1$  и  $\xi/2JS \ll 1$ , получаем еще две ФГ:

$$G_{fd+}(\lambda, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle S_{\lambda}^+ b_{-\mathbf{p}}^+ | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (27)$$

$$G_{fd-}(\lambda, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = \langle \langle S_{\lambda}^+ b_{\mathbf{p}} | c_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \rangle_{\tilde{\varepsilon}}, \quad (28)$$

для которых уравнения движения после расщепления (в данном случае — усреднения электронных операторов и операторов  $z$ -проекции локальных спинов) с учетом условий  $1/2S \ll 1$  и  $\xi/2JS \ll 1$  (11) и  $v_{\mathbf{p}} = v_{-\mathbf{p}}$  (7) уже не содержат новых ФГ.

Таким образом, получаем замкнутую систему из шести интегральных уравнений для ФГ (22), (24)–(28), решение которой может быть представлено в следующем, интегральном же, виде:

$$\sum_{\mathbf{k}} G_d(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{q}', \tilde{\varepsilon}) = \frac{\frac{n_{\mathbf{k}'\uparrow} - n_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}\downarrow}}{\tilde{\varepsilon} - \Delta(\mathbf{k}', \mathbf{q})} \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'}}{1 - \left( U - \frac{2J^2 \langle S^z \rangle}{\tilde{\varepsilon} - 2J \langle s^z \rangle} - M(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) \right) \chi_0(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon})}, \quad (29)$$

где

$$\Delta(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = 2J \langle S^z \rangle + 2U \langle s^z \rangle + \varepsilon_{0d} + E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{k}) \quad (30)$$

— энергия стонеровских одночастичных электронных возбуждений с переворотом спина\*;

$$E(\mathbf{k}) = -T \sum_{\eta} \exp(i\mathbf{k}\eta) \quad (31)$$

— одноэлектронная энергия ( $E(0) = -zT$ ,  $E(k_B) = zT$ );  $\langle S^z \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\lambda} \langle 0 | S_{\lambda}^z | 0 \rangle$ ,  $\langle s^z \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} (n_{\mathbf{k}\uparrow} - n_{\mathbf{k}\downarrow})$

— средние значения локальных и квазилокальных спинов (поскольку усреднение проводится по основному состоянию, здесь, фактически, всего лишь резервируется возможность рассматривать среднее число носителей спина менее единицы на узел кристаллической решетки, как для квазилокальных, так и для локальных спинов);  $\varepsilon_{0d(f)} = \mu_B g_d(f) H$  — зеемановская энергия; величина

$$M(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}} |\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}|^2 \left\{ \frac{(1 + n'_{\mathbf{p}}) \chi_{-\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon})}{1 - \zeta_{-}(\mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) \chi_{-\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon})} + \frac{n'_{\mathbf{p}} \chi_{+\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon})}{1 - \zeta_{+}(\mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) \chi_{+\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon})} \right\} \quad (32)$$

с точностью до множителя, слабо зависящего в областях магнонных ветвей от  $\mathbf{q}$  и  $\varepsilon$ , представляет собой массовый оператор [16] магнонов (см. разд. 5.4);

$$\zeta_{\pm}(\mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = U - \frac{2J^2 \langle S^z \rangle}{\tilde{\varepsilon} - 2J \langle s^z \rangle - \varepsilon_{0f} \pm v_{\mathbf{p}}} \quad (33)$$

— эффективная, зависящая от энергии «константа взаимодействия» [25];  $n_{\mathbf{k}}$  — электронная функция распределения;  $n'_{\mathbf{p}}$  — фононная функция распределения; величина

$$\chi_{\pm\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{n_{\mathbf{k}\uparrow} - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}}{\tilde{\varepsilon} - \Delta(\mathbf{k}, \mathbf{q} + \mathbf{p}) \pm v_{\mathbf{p}}} \quad (34)$$

в пределе  $\mathbf{p} = 0$  известна как «поляризационный оператор» электронов проводимости в приближении

$$\text{где } \chi_{d\text{coh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon}) = \frac{\mu_B^2 g_d^2}{v_a} \frac{\chi_0(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon})}{1 - \left( U - \frac{2J^2 \langle S^z \rangle}{\tilde{\varepsilon} - 2J \langle s^z \rangle} - M(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon}) \right) \chi_0(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon})}, \quad (38)$$

хаотических фаз — восприимчивость хартри-фоковских электронов [14,24,26]:

$$\chi_0(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) \equiv \chi_{\pm\nu}(\mathbf{q}, 0, \tilde{\varepsilon}) = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{n_{\mathbf{k}\uparrow} - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}}{\tilde{\varepsilon} - \Delta(\mathbf{k}, \mathbf{q})}. \quad (35)$$

Полученные выражения (21), (26)–(35) полностью определяют искомую восприимчивость (18). Используя соотношения (18)–(22) и (29), выражения для когерентной и некогерентной компонент восприимчивости квазилокальных электронов (18) можно записать в виде

$$\chi_{d\text{coh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = \chi_{d\text{coh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon}) \delta_{\mathbf{Q}, \mathbf{Q}'}, \quad (36)$$

$$\chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}', \tilde{\varepsilon}) = \chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\tilde{\varepsilon}) \delta_{\mathbf{Q}, \mathbf{Q}'}, \quad (37)$$

\* В литературе встречается два варианта терминологии: одни авторы называют стонеровские возбуждения одночастичными [23,24], другие — электронно-дырочными парами или индивидуальными стонеровскими возбуждениями [14]. Мы придерживаемся первого из указанных вариантов.

$$\chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\tilde{\varepsilon}) = \frac{\mu_B^2 \gamma_d^2}{N v_a} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\chi_0(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon})}{1 - \left( U - \frac{2J^2 \langle S^z \rangle}{\tilde{\varepsilon} - 2J \langle s^z \rangle - \varepsilon_{0f}} - M(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) \right) \chi_0(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon})}. \quad (39)$$

Для однородного внешнего поля ( $\mathbf{Q}=0$ ), т.е. для случая, когда длина электромагнитной волны много больше констант кристаллической решетки, интерес, таким образом, будут представлять функции энергии  $\chi_{d\text{coh}}^{+-}(0, \tilde{\varepsilon})$  и  $\chi_{d\text{incoh}}^{+-}(\tilde{\varepsilon})$ .

### 5.2. Спектр элементарных возбуждений

Полосы когерентной компоненты магнитной восприимчивости (38) (или ФГ (29)) дают энергетический спектр и затухание спиновых возбуждений системы [14,18,21]. Стонеровский континуум [14, 23–26], представляющий собой спектр одночастичных электронных спиновых возбуждений (лежащий в области ненулевых значений мнимой части  $\chi_0(\mathbf{Q}, \tilde{\varepsilon})$ ), в случае рассматриваемой нами хаотизированной системы вызывает лишь формальный интерес — слабое магнон-фононное взаимодействие не приводит к качественно новым эффектам. Этот участок спектра будет исследован во второй части настоящей работы. Здесь же рассмотрим дополнительные (т.е. «отщепившиеся» от стонеровского континуума) два полюса ФГ (29), представляющие энергии акустической и оптической магнонных ветвей [9,14]. При  $\mathbf{q} = 0$  и  $\xi = 0$  значения энергии, обращающиеся в нуль знаменатель в (29), являются корнями квадратного уравнения

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 - \varepsilon(2J \langle S^z + s^z \rangle + \varepsilon_{0f} + \varepsilon_{0d}) + \\ + 2J \langle S^z \varepsilon_{0f} + s^z \varepsilon_{0d} \rangle + \varepsilon_{0f} \varepsilon_{0d} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

В линейном по  $H$  приближении выражения для этих корней имеют вид

$$\varepsilon_{ac0} = \mu_B H \frac{\langle g_f S^z + g_d s^z \rangle}{\langle S^z + s^z \rangle}, \quad (41)$$

$$\varepsilon_{op0} = 2J \langle S^z + s^z \rangle + \mu_B H \frac{\langle g_d S^z + g_f s^z \rangle}{\langle S^z + s^z \rangle}. \quad (42)$$

Разложение знаменателя в (29) в степенной ряд при  $\xi = 0$  вблизи  $\varepsilon_{ac0}$  и  $\varepsilon_{op0}$  показывает, что при  $\mathbf{q} \rightarrow 0$   $\varepsilon(\mathbf{q}) \propto \mathbf{q}^2$ . В случае выполнения в области магнонных ветвей  $\varepsilon \approx \varepsilon_{ac(op)}(\mathbf{q})$  неравенства  $|\varepsilon - \Delta| \gg T$ , где

$$\Delta \equiv \Delta(\mathbf{k}, 0) = 2J \langle S^z \rangle + 2U \langle s^z \rangle + \varepsilon_{0d}, \quad (43)$$

анализ ситуации существенно упрощается (как будет видно из дальнейшего, это возможно при  $zT / \langle s^z \rangle (U - J) \ll 1$ . Вынося  $(\varepsilon - \Delta)$  из под суммы в знаменателе (29), линеаризуя оставшееся под знаком суммы выражение по  $T / (\varepsilon - \Delta)$  и решая с использованием соотношений (40)–(42) получившееся при  $\xi = 0$  кубическое уравнение для полюсов ФГ (29), можно получить, в главном порядке по  $zT / 2J \langle S^z \rangle$ , довольно простые выражения  $\varepsilon_{ac0}(\mathbf{q})$  и  $\varepsilon_{op0}(\mathbf{q})$  для законов дисперсии акустических и оптических магнонов во всей зоне Бриллюэна (для акустических магнонов эта процедура справедлива уже при более слабом условии  $zT / J \langle S^z \rangle \ll 1$ ). В одномерном случае (решетка с периодом  $a$ ) соответствующие выражения особенно прозрачны:

$$\varepsilon_{ac0}(q) = \varepsilon_{ac0} + T \frac{\sin(k_F a)}{\pi \langle S^z + s^z \rangle} [1 - \cos(qa)], \quad (44)$$

$$\varepsilon_{op0}(q) = \varepsilon_{op0} + T \frac{\langle S^z \rangle}{\langle s^z \rangle} \frac{\sin(k_F a)}{\pi \langle S^z + s^z \rangle} [1 - \cos(qa)]. \quad (45)$$

Энергетические щели  $\varepsilon_{ac0}$  и  $\varepsilon_{op0}$  в магнонных спектрах (44), (45) определяются выражениями (41), (42).

Третий корень упомянутого выше кубического уравнения соответствует некоторой фиктивной моде, возникающей как результат используемой методики нахождения полюсов функции (29). Эта мода расположена внутри стонеровского континуума и не должна рассматриваться по условию применимости методики ( $\varepsilon \approx \varepsilon_{ac(op)}(\mathbf{q})$ ).

### 5.3. Массовый оператор

Аналогичным образом можно получить выражения для полюсов функции (32). С учетом (33), (34), имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ac\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) &= \varepsilon_{ac0}(\mathbf{q} + \mathbf{p}) \pm v_{\mathbf{p}}, \\ \varepsilon_{op\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) &= \varepsilon_{op0}(\mathbf{q} + \mathbf{p}) \pm v_{\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (46)$$

и (32) в главном порядке по  $1/2S$  ниже стонеровского континуума принимает вид:



$$M(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) = \frac{2\langle s^z \rangle}{N} \sum_{\mathbf{p}} |\xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}|^2 [(1 + n'_{\mathbf{p}}) F_+(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) + n'_{\mathbf{p}} F_-(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon})], \quad (47)$$

$$F_{\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\varepsilon}) = \frac{(\tilde{\varepsilon} - 2J\langle s^z \rangle - \varepsilon_{0f} \mp v_{\mathbf{p}})}{[\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{ac\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p})][\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{op\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p})]}.$$

Разлагая (47) на элементарные дроби и используя тождество  $(x + i\alpha)^{-1} = \mathcal{P}(x^{-1}) - i\pi\delta(x)$ , где  $\mathcal{P}$  и  $\delta$  – символы главного значения и функции Дирака соответственно, вещественную и мнимую компоненты функции  $M(\mathbf{q}, \tilde{\varepsilon}) = M'(\mathbf{q}, \varepsilon) + iM''(\mathbf{q}, \varepsilon)$  ниже стонеровского континуума можно записать в виде

$$M'(\mathbf{q}, \varepsilon) = \frac{2\langle s^z \rangle \xi^2}{N} \mathcal{P} \sum_{\mathbf{p}} |\Xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}|^2 \{(1 + n'_{\mathbf{p}}) [F_{op+}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) - F_{ac+}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon)] + n'_{\mathbf{p}} [F_{op-}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) - F_{ac-}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon)]\}, \quad (48)$$

$$F_{ac(op)\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) = \frac{\varepsilon - 2J\langle s^z \rangle \mp v_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{0f}}{[\varepsilon_{op0}(\mathbf{q} + \mathbf{p}) - \varepsilon_{ac0}(\mathbf{q} + \mathbf{p})][\varepsilon - \varepsilon_{ac(op)\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p})]},$$

$$M''(\mathbf{q}, \varepsilon) = \frac{2\pi\langle s^z \rangle \xi^2}{N} \mathcal{P} \sum_{\mathbf{p}} |\Xi_{\mathbf{q}, \mathbf{p}}|^2 \{(1 + n'_{\mathbf{p}}) [\Phi_{op+}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) - \Phi_{ac+}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon)] + n'_{\mathbf{p}} [\Phi_{op-}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) - \Phi_{ac-}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon)]\}, \quad (49)$$

$$\Phi_{ac(op)\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \varepsilon) = \frac{\varepsilon - 2J\langle s^z \rangle \mp v_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{0f}}{\varepsilon_{op0}(\mathbf{q} + \mathbf{p}) - \varepsilon_{ac0}(\mathbf{q} + \mathbf{p})} \delta[\varepsilon - \varepsilon_{ac(op)\pm}(\mathbf{q}, \mathbf{p})].$$

#### 5.4. Резонансные энергии

В областях энергии вне полюсов массового оператора, где последний является дифференцируемой функцией  $\xi$  и  $\varepsilon$ , добавка к корням уравнения  $D(\mathbf{q}, \varepsilon) = 0$  для полюсов функции (29) ( $D$  – знаменатель в (29)), вносимая массовым оператором (32), в главном приближении по  $\xi$  может быть найдена из уравнения

$$\frac{\partial D(\mathbf{q}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} [\varepsilon_{ac(op)\xi}(\mathbf{q}) - \varepsilon_{ac(op)0}(\mathbf{q})] - M(\mathbf{q}, \varepsilon) \chi_0(\mathbf{q}, \varepsilon) = 0. \quad (50)$$

Производную от  $D$  следует брать при  $\xi = 0$  и «невозмущенных» значениях полюсов  $\varepsilon = \varepsilon_{ac(op)0}(\mathbf{q})$ , которые в рамках того же приближения используются и в качестве аргумента в произведении  $M(\mathbf{q}, \varepsilon) \chi_0(\mathbf{q}, \varepsilon)$ . Вычисление производной в (50) дает в главном порядке по  $1/2S$ :

$$\varepsilon_{ac\xi}(\mathbf{q}) = \varepsilon_{ac0}(\mathbf{q}) + \frac{2\langle s^z \rangle^2}{\langle S^z + s^z \rangle} M(\mathbf{q}, \varepsilon_{ac\xi}(\mathbf{q})), \quad (51)$$

$$\varepsilon_{op\xi}(\mathbf{q}) = \varepsilon_{op0}(\mathbf{q}) + \frac{2\langle S^z \rangle \langle s^z \rangle}{\langle S^z + s^z \rangle} M(\mathbf{q}, \varepsilon_{op\xi}(\mathbf{q})). \quad (52)$$

Как следует из (51), (52), поправка к энергии магнонов, обусловленная магнон-фононным взаимодействием (т.е. «массовый оператор»\* магнонов), с точностью до индивидуального для каждой магнонной ветви числового множителя совпадает с функцией (32).

Выражения (51), (52) представляют собой уравнения и, таким образом, все еще не содержат магнонных энергий в явном виде. Они, однако, уже позволяют получить несложную оценку для энергий в области малых квазиимпульсов.

Оценим величину массового оператора в (51), (52) в области малых значений магнонных квазиимпульсов, представив сумму в выражении (47), при  $q \ll q_B$ , в виде произведения значения суммируемой функции в некоторой точке к области суммирования на число членов суммы. При этом получим четыре новых существенных параметра:  $|\Xi_{\kappa}(\mathbf{q})|^2 \approx 0,25q^2 a^2$ ,  $\Delta\varepsilon_{аск}$ ,  $\Delta\varepsilon_{орк}$  и  $v_{\kappa}$ , характеризующих безразмерную нормированную амплитуду спин-решеточного взаимодействия (см. [20]) и ширины магнонных (акустической и оптической) и фононной зон соответственно. Интересуясь только порядками величин, заменим второй из этих параметров температурой Кюри  $\theta_C$ , четвертый – температурой Дебая  $\theta_D$ , а третий обозначим  $\theta'_C$ . Учיתי-

\* Мы используем терминологию, принятую в [16].

вая меру различий в законах дисперсии (44) и (45), можно полагать, что  $\theta'_C$  примерно в  $\langle S^z \rangle / \langle s^z \rangle$  раз больше, чем  $\theta_C$ , но обе эти величины малы по сравнению с  $J$ . Подставляя упрощенное таким образом выражение (47) в (51) и (52), получаем при нулевой температуре в главном порядке по  $1/2S$ ,  $T$  (т.е.  $\theta_C$  и  $\theta'_C$ ),  $\theta_D$ ,  $q$ ,  $\xi$  и  $H$ :

$$\varepsilon_{ac\xi}(\mathbf{q}) = \varepsilon_{ac0}(\mathbf{q}) - \frac{\langle s^z \rangle^4}{\langle S^z + s^z \rangle^2} \frac{\xi^2}{\theta_C + \theta_D} q^2 a^2, \quad (53)$$

$$\varepsilon_{op\xi}(\mathbf{q}) = \varepsilon_{op0}(\mathbf{q}) - \frac{\langle S^z \rangle^2 \langle s^z \rangle^2}{\langle S^z + s^z \rangle^2} \frac{\xi^2}{\theta'_C + \theta_D} q^2 a^2. \quad (54)$$

«Невозмущенные» энергии ферромагнитного и обменного неоднородных резонансов  $\varepsilon_{ac0}(\mathbf{q})$  и  $\varepsilon_{op0}(\mathbf{q})$  в (53), (54) в одномерном случае определяются выражениями (44), (45). Эффективные массы акустических и оптических магнонов, как следует из (44), (45), равны

$$m_{ac}^* = \frac{\pi \langle S^z + s^z \rangle}{\sin(k_F a)} \frac{\hbar^2}{T a^2}, \quad (55)$$

$$m_{op}^* = \frac{\pi \langle s^z \rangle \langle S^z + s^z \rangle}{\langle S^z \rangle \sin(k_F a)} \frac{\hbar^2}{T a^2}. \quad (56)$$

Таким образом, выражения (53), (54) определяют соответствующие поправки к эффективным массам (55), (56):

$$\Delta m_{ac}^* = \left[ \frac{\pi \hbar \langle s^z \rangle^2 \xi}{a T \sin(k_F a)} \right]^2 \frac{2}{\theta_C + \theta_D}, \quad (57)$$

$$\Delta m_{op}^* = \left[ \frac{\pi \hbar \langle s^z \rangle^2 \xi}{a T \sin(k_F a)} \right]^2 \frac{2}{\theta'_C + \theta_D}. \quad (58)$$

## 6. Основные эффекты в магнонном спектре

Как следует из (18)–(20), спектр восприимчивости  $\chi^{+-}(\varepsilon)$  распадается на две различные по своим свойствам компоненты — когерентную  $\chi_{coh}^{+-}$  и некогерентную  $\chi_{incoh}^{+-}$ . Первая формируется возбуждениями спиновой подсистемы с квазиволновым вектором, совпадающим с волновым вектором  $\mathbf{Q}$  электромагнитного поля, вторая — спиновыми возбуждениями с произвольным квазиволновым вектором. Величина  $\chi_{coh}^{+-}$  определяется средними по кристаллу значениями  $g$ -факторов магнитных моментов  $d$ - и  $f$ -подсистем  $g_d(f)$ , величина  $\chi_{incoh}^{+-}$  — флуктуациями этих  $g$ -факторов  $\gamma_d(f)$ .

Из выражений (38), (39), (44), (45) следует, что полюсы  $\chi_{coh}^{+-}(\mathbf{q}, \varepsilon)$  дают спектр магнонов  $\varepsilon(\mathbf{q})$ ,

состоящий из акустической и оптической ветвей, а вычеты  $\chi_{incoh}^{+-}(\mathbf{q}, \varepsilon)$  определяют суммарный вклад в восприимчивость от всех магнонов с энергией  $\varepsilon$ , т.е. характеризуют плотность магнонных состояний  $N(\varepsilon)$  (см. также Ч.П).

Взаимодействие  $d$ - и  $f$ -электронов приводит к эффективной перенормировке  $g$ -факторов обеих магнитных подсистем (41), (42).

Основные эффекты слабого спин-решеточного взаимодействия в магнонном спектре определяются выражениями (48), (49), (51)–(54). Форма (51), (52), как показывает более подробное исследование полюсов функции (29), проведенное в приближении  $|\varepsilon - \Delta| \gg T$  ( $\Delta$  дается выражением (43)) методом, аналогичным использованному в разд. 5.2, сохраняется и в области спектра, содержащей полюсы массового оператора (46)–(49). При этом вещественная часть (48) определяет перенормировку магнонного спектра, а мнимая (49) — затухание магнонов. Оба эффекта зависят от температуры. Затухание магнонов при нулевой температуре вызвано спонтанным испусканием фононов, при конечной — также и их поглощением. Эффект при нулевой температуре, как следует из (49), (53), (54), имеет пороговый характер: затухают только магноны с квазиимпульсом, превышающим значение

$$q_{0ac} = \frac{1}{a} \arcsin \frac{\pi \langle S^z + s^z \rangle \theta_D}{2T \sin(k_F a)} \quad (59)$$

для акустической ветви и значение

$$q_{0op} = \frac{1}{a} \arcsin \frac{\pi \langle s^z \rangle \langle S^z + s^z \rangle \theta_D}{2T \langle S^z \rangle \sin(k_F a)} \quad (60)$$

для оптической (для простоты приводим выражение, полученное для одномерного случая (44), (45)).

Следует отметить, что существование пороговых квазиимпульсов (59) и (60) имеет непосредственное отношение к эффекту Черенкова [27]: групповая скорость магнонов с квазиимпульсом, превышающим эти значения, оказывается больше скорости звука в среде, в связи с чем и происходит спонтанное излучение ими фононов. Если скорости магнонов не превышают скорость звука, то есть аргумент арксинуса в (59), (60) оказывается больше единицы (в трехмерном случае, учитывая оценку температуры Кюри (В.14), полученную в Приложении В Ч.П, этому должно соответствовать неравенство  $\theta_D > \theta_C$ ), взаимодействие (5) при нулевой температуре не приводит к затуханию магнонов.

Испускание магнонами фононов при нулевой температуре обеспечивается за счет отбора магнитной подсистемой энергии от источника внешнего электромагнитного поля. В области полюсов массового

оператора основным эффектом спин-решеточного взаимодействия является затухание магнов, что и должно отразиться главным образом на спектрах магнитной восприимчивости. Эффект же от перенормировки магновых энергий в этой спектральной области становится менее значимым для формы кривой  $\chi^{+-}(\mathbf{Q}, \varepsilon)$ .

Таким образом, взаимодействие (5) при нулевой температуре качественно не меняет характер спектра магнитной восприимчивости при  $q < q_{0ac(ор)}$ . Оно лишь изменяет форму магновых зон (см. (57), (58)), в связи с чем частоты неоднородных резонансов понижаются. При конечной температуре в результате поглощения тепловых фононов затухают все магновы.

Авторы признательны В.В. Еременко и Н.Ф. Харченко за интерес и поддержку работы, А.А. Логинову за полезные обсуждения и существенные критические замечания.

1. В.М. Локтев, Ю.Г. Погорелов, *ФНТ* **26**, 231 (2000).
2. E. Dagotto, T. Hotta, and A. Moreo, *Phys. Rep.* **344**, 1 (2001).
3. J.M. De Teresa, M.R. Ibarra, P.A. Algarabel, C. Ritter, C. Marquina, J. Blasco, J. Garcia, A. del Moral, and Z. Arnold, *Nature* **386**, 256 (1997).
4. C. Zener, *Phys. Rev.* **82**, 440 (1951).
5. A.B. Beznosov, B.I. Belevtsev, E.L. Fertman, V.A. Desnenko, D.G. Naugle, K.D.D. Rathnayaka, and A. Parasiris, *Fiz. Nizk. Temp.* **28**, 774 (2002). [*Low. Temp. Phys.* **28**, 556 (2002)].
6. A.B. Beznosov, V.A. Desnenko, E.L. Fertman, C. Ritter, and D.D. Khalyavin, *Phys. Rev.* **B68**, 054109 (2003).
7. Е.С. Орел, А.Б. Безносков, *Укр. фіз. журн.* **40**, 579 (1995).
8. А.Б. Безносков, Е.С. Орел, *ФНТ* **27**, 508 (2001).
9. E.S. Orel and A.B. Beznosov, in: *Magnetic and Superconducting Materials* vol. **B** M. Akhavan, J. Jensen, and K. Kitazawa, (eds.) Singapore, World Scientific (2000), p. 881.
10. А.Б. Безносков, В.П. Гнездилов, В.В. Еременко, *Письма в ЖЭТФ* **38**, 486 (1983).
11. B.N. Harmon and A.J. Freeman, *Phys. Rev.* **B10**, 1979 (1974) p. 881.
12. Т.А. Матвеева, Д.Ф. Егоров, *ФММ* **51**, 717 (1981).
13. B.N. Harmon, *J. Physique* **40**, Colloq. No 5, 65 (1979).
14. Е.В. Кузьмин, Г.А. Петраковский, Э.А. Завадский, *Физика магнитоупорядоченных веществ*, Наука, Новосибирск (1976).
15. Д.Н. Зубарев, *УФН* **71**, 71 (1960).
16. А.С. Давыдов, *Теория твердого тела*, Наука, Москва (1976).

17. С.В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
18. С.В. Тябликов, *Методы квантовой теории магнетизма*, Наука, Москва (1975).
19. Э.Л. Нагаев, *Физика магнитных полупроводников*, Наука, Москва (1979).
20. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
21. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова думка, Киев (1984).
22. М.Ш. Ерухимов, И.С. Сандалов, *ФТТ* **19**, 1377 (1977).
23. Р. Уайт, *Квантовая теория магнетизма*, Мир, Москва (1985).
24. K. Elk, W. Gasser, *Die Methode der Greenschen Funktionen in der Festkörperphysik*, Akademie-Verlag, Berlin (1979).
25. S. Doniach and E. P. Wohlfarth, *Proc. Roy. Soc.* **A296**, 442 (1967).
26. А.А. Бердышев, *Введение в квантовую теорию ферромагнетизма*, УГУ, Свердловск (1971).
27. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Гос. изд-во физ. мат. лит. Москва, (1959).

The dynamic magnetic susceptibility spectrum of the randomized  $f$ - $d$ -metal with spin-lattice coupling. I. Shift of magnetic resonance frequencies

A.B. Beznosov and E.S. Orel

The interatomic spin correlations caused by both intraatomic interactions of quasilocal electrons and their interstitial hops are considered. Their role in the formation of magnetic resonance spectra in a narrow band ferromagnetic conductor containing local  $f$  and quasilocal  $d$  magnetic moments is investigated. The transformation of the spectra of transverse dynamic magnetic susceptibility for a weak spin-lattice coupling and a spatial randomization of  $g$ -factors of quasilocal and local spin subsystems is studied. The calculation carried out by the double-time retarding Green function technique has shown that the interaction between  $d$ - and  $f$ -electrons causes an effective renormalization of the  $g$ -factors of both magnetic subsystems, and the spin-lattice coupling at the zero temperature reduces the nonuniform magnetic resonance frequencies and results in a threshold damping of acoustic and optical magnons.