

Осцилляции критического сверхпроводящего тока тонких двухсвязных пленок Sn в присутствии внешнего перпендикулярного магнитного поля

А.Г. Сиваков, А.С. Похила, **А.М. Глухов**, С.В. Куплевацкий, А.Н. Омелянчук

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivakov@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 сентября 2013 г.

Представлены результаты экспериментального и теоретического исследования осцилляций критического сверхпроводящего тока тонких двухсвязных пленок Sn в присутствии внешнего перпендикулярного магнитного поля. Эксперименты проведены на образцах, состоящих из двух широких электродов, соединенных двумя узкими каналами. Длина каналов l удовлетворяла условию $l \gg \xi$ (ξ — длина когерентности Гинзбурга–Ландау). При температурах, близких к критической температуре T_c , зависимость критического тока I_c от среднего внешнего магнитного потока $\bar{\Phi}_e$ представляла собой кусочно-линейную функцию, периодическую по кванту потока Φ_0 . Амплитуда осцилляций I_c при заданной температуре пропорциональна фактору ξ/l . Кроме того, обнаружена многозначность зависимости $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$, означающая присутствие метастабильных состояний. В рамках приближения Гинзбурга–Ландау построена теория, объясняющая указанные особенности осцилляционного эффекта на примере идеально симметричной системы. Экспериментально обнаружены эффекты, связанные с неравенством критических токов сверхпроводящих каналов: смещения максимумов зависимости $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$ и сопутствующая им асимметрия относительно изменения направления транспортного тока.

Представлено результати експериментального та теоретичного дослідження осциляцій критичного надпровідного струму тонких двоз'язаних плівок Sn у присутності зовнішнього перпендикулярного магнітного поля. Експерименти проведено на зразках, що складаються з двох широких електродів, які зв'язані двома вузькими каналами. Довжина каналів l задовольняла умові $l \gg \xi$ (ξ — довжина когерентності Гінзбурга–Ландау). При температурах, близьких до критичної температури T_c , залежність критичного струму I_c від середнього зовнішнього магнітного потоку $\bar{\Phi}_e$ являла собою кусково-лінійну функцію, періодичну по кванту потоку Φ_0 . Амплітуда осциляцій I_c при заданій температурі пропорційна фактору ξ/l . Крім того, виявлено багатозначність залежності $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$, що означає присутність метастабільних станів. У рамках наближення Гінзбурга–Ландау побудовано теорію, яка пояснює указані особливості осциляційного ефекту на прикладі ідеально симетричної системи. Експериментально виявлено ефекти, які пов'язані з нерівністю критичних струмів надпровідних каналів: зміщення максимумів залежності $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$ та супутня їм асиметрія відносно зміни напрямку транспортного струму.

PACS: 74.20.De Феноменологические теории (двухжидкостная, Гинзбурга–Ландау и т.д.);
74.25.Sv Критические токи;
74.78.-w Сверхпроводящие пленки и низкоразмерные структуры.

Ключевые слова: сверхпроводимость, центр проскальзывания фазы, критический ток, квант магнитного потока, теория Гинзбурга–Ландау.

1. Введение

Недиагональный дальний порядок [1,2], ответственный за явление сверхпроводимости, ярко проявляет себя в форме различных осцилляционных эффектов

в двухсвязных сверхпроводящих системах во внешних магнитных полях. К числу таких эффектов относятся, в частности, осцилляции сопротивления Литтла–Паркса сверхпроводящих тонкостенных цилиндров и узких колец [3–8], а также осцилляции критического транс-

портного тока I_c сверхпроводящих интерферометров, представляющих собой петлю с двумя параллельными джозефсоновскими контактами [9–11]. Осцилляции обоих типов периодичны по потоку внешнего магнитного поля, с периодом равным одному кванту $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$.

В последнее время значительный интерес у экспериментаторов вызывает возможность создания сверхпроводящих интерферометров, не содержащих искусственных джозефсоновских контактов (см. работы [12–15]). Подобная возможность давно обсуждалась в теоретических работах [16], где в рамках теории Гинзбурга–Ландау [17] была рассмотрена простая двухсвязная сверхпроводящая цепь, сформированная из однородных, эффективно одномерных элементов: круговой петли малого радиуса и двух длинных линейных электродов.

Осцилляции критического тока, предсказанные в работах [16], впервые наблюдались в эксперименте [13]. В экспериментах [14] также исследованы сверхпроводящие устройства, подобные интерферометрам, предложенным в работах [16], но роль петель играли составные кольца, половинки которых имели различные критические токи. Как и можно было ожидать (см., например, [18,19]), полученные авторами [14] зависимости $I_c = I_c(\Phi_e/\Phi_0)$ обнаруживали характерный сдвиг максимумов критического тока относительно точек $\Phi_e/\Phi_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а также асимметрию по отношению к изменению направления транспортного тока.

В соответствии с теорией [16], в работах [13,14] были использованы «микроскопические» двухсвязные элементы (сверхпроводящие петли и кольца), линейные размеры которых не превышали зависящей от температуры длины когерентности $\xi(T)$ [4–6]. Чтобы обеспечить выполнение этого условия, в качестве сверхпроводящего материала был выбран алюминий, характеризующийся большой длиной когерентности БКШ ξ_0 [20], а измерения проводили при температурах, близких к критической температуре T_c .

Однако эксперименты [12] на широких оловянных пленках с прямоугольным макроскопическим отверстием убедительно продемонстрировали, что «микроскопичность» двухсвязной сверхпроводящей системы не является необходимым условием для наблюдения осцилляций критического транспортного тока. К аналогичным выводам пришли также авторы работы [15], в которой экспериментально исследовалась осцилляционная зависимость $I_c = I_c(\Phi_e/\Phi_0)$ для ниобиевых петель с симметричной и асимметричной инжекцией транспортного тока. Отличительной чертой экспериментов [15] было то обстоятельство, что измерения проводили при температурах, низких по сравнению с T_c , когда условие «микроскопичности» заведомо не выполнялось.

В серии проведенных нами экспериментов наблюдались осцилляции критического транспортного тока в макроскопической двухсвязной сверхпроводящей системе при температурах, близких к T_c . В настоящей работе мы представляем основные результаты этих экспериментов, а также их последовательную теоретическую интерпретацию в рамках приближения Гинзбурга–Ландау.

В наших экспериментах использовались образцы, приготовленные на базе тонкой оловянной пленки и имеющие форму двух узких и длинных ($l \gg \xi(T)$) каналов, присоединенных к широким электродам (см. рис. 1). Экспериментально были установлены следующие основные свойства макроскопического осцилляционного эффекта: зависимость $I_c = I_c(H_e)$ (H_e — внешнее магнитное поле) имела кусочно-линейный характер и обнаруживала многозначность, а амплитуда осцилляций оказалась пропорциональной фактору $\xi(T)/l$. Эти свойства нашли полное объяснение в построенной нами теории.

Мы наблюдали также эффекты асимметрии, обнаруженные ранее в работах [14,15]. В нашей работе эти эффекты качественно объясняются неполной физической тождественностью длинных сверхпроводящих каналов.

В разд. 2 статьи описана постановка эксперимента и изложены основные экспериментальные результаты. В разд. 3 построена теория макроскопического осцилляционного эффекта для случая идеально симметричной системы. Наконец, в разд. 4 сформулированы главные результаты работы и сделано несколько заключительных замечаний.

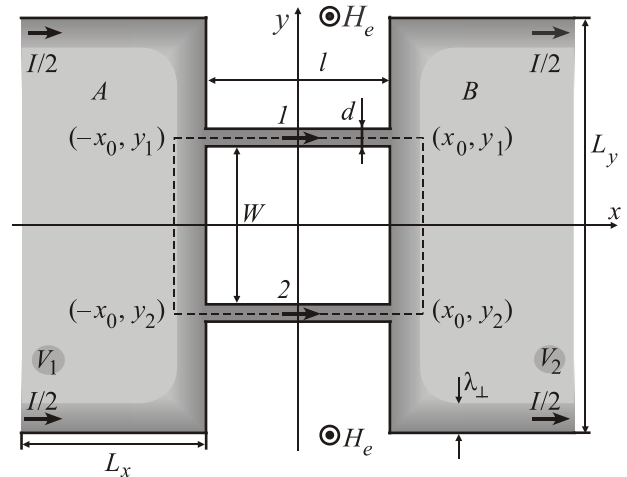


Рис. 1. Геометрия эксперимента в плоскости $z = 0$ (схема). Области проникновения перпендикулярного магнитного поля вглубь образца заштрихованы. Темными кружками обозначены места подсоединения потенциальных контактов V_1 и V_2 . (Дальнейшие пояснения — в тексте, разд. 2 и 3.)

2. Постановка эксперимента и основные экспериментальные результаты

На рис. 1 схематично изображена геометрия эксперимента. Сверхпроводящий образец обозначен серым цветом. Он представляет собой двухсвязную тонкопленочную структуру, состоящую из двух широких электродов A и B , соединенных двумя узкими каналами 1 и 2 . Внешнее магнитное поле \mathbf{H}_e направлено вдоль оси z ($\mathbf{H}_e = (0, 0, H_e)$), а транспортный ток \mathbf{I} инжектируется вдоль оси x ($\mathbf{I} = (I, 0, 0)$).

Эксперименты проводились на серии образцов, имевших одинаковую форму, но различавшихся длиной сверхпроводящих каналов l . Образцы изготавливались методом электронной литографии, а в качестве материала использовалось олово, являющееся сверхпроводником первого рода [4].

Основные геометрические параметры образцов имели следующие значения: толщина пленки $t = 0,25$ мкм, ширина каналов $d = 0,3$ мкм, расстояние между каналами $w = 5$ мкм. Длина каналов l варьировалась от 5 до 110 мкм.

Критическая температура образцов T_c , измеренная по концу сверхпроводящего перехода, составляла для разных образцов от 3,825 до 3,915 К. Эксперименты проводили в температурном интервале $\Delta T = 0,90 - 0,99 T_c$. Точность поддержания температуры была не хуже 0,0005 (T/T_c). Экранировку магнитного поля Земли осуществляли трехслойным пермалловым экраном (коэффициент ослабления более 100) и сверхпроводящим экраном.

Все образцы характеризовались достаточно высокой чистотой: оценочное значение длины свободного пробега равнялось 0,117 мкм. (Напомним, что для олова $\xi_0 = 0,23$ мкм, а глубина проникновения в чистом пределе при нулевой температуре $\lambda(0) \approx 0,05$ мкм [4].) Во всем температурном интервале измерений ΔT выполнялось условие малости поперечных размеров каналов t и d по сравнению с зависящей от температуры длины когерентности $\xi(T)$ ($\xi(T) \propto \xi_0(1 - T/T_c)^{-1/2}$). Однако зависящая от температуры глубина проникновения $\lambda(T) \propto \lambda(0)(1 - T/T_c)^{-1/2}$ была меньше или порядка t и d .

В экспериментах измеряли вольт-амперные характеристики (ВАХ) в зависимости от приложенного магнитного поля H_e . Вольт-амперные характеристики для всех образцов имели вид, типичный для механизма резистивности, связанного с образованием центров проскальзывания фазы [5,6,21] (см. рис. 2).

При достижении критического тока напряжение возникало скачком, и наблюдались срывы на ступеньки с линейными и кратными дифференциальными сопротивлениями и одним и тем же избыточным током. Таким образом, значение критического тока хорошо фиксировалось и не зависело от уровня напряжения,

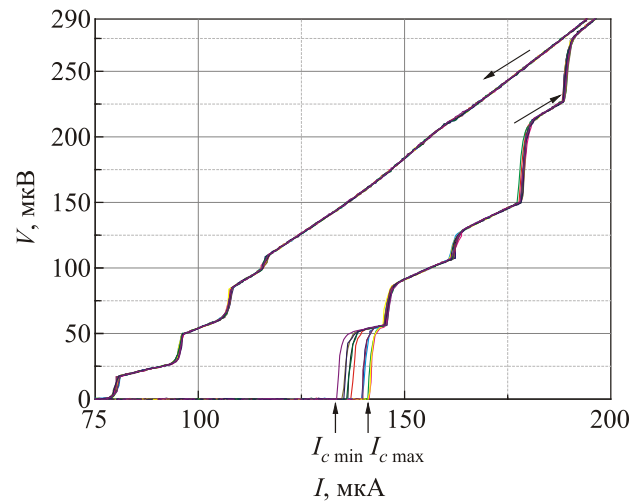


Рис. 2. Семейство ВАХ образца с длиной каналов $l = 25$ мкм при приведенной температуре $T/T_c = 0,976$ и различных магнитных полях.

при котором измерялся критический ток на участке срыва. При этом критический ток срыва на первую ступеньку изменялся периодически между значениями $I_{c \max}$ и $I_{c \min}$ с изменением магнитного поля. Ток срыва на вторую и все последующие ступеньки не осциллировал с изменением магнитного поля. Не зависели от магнитного поля также избыточный ток и дифференциальное сопротивление ступенек, и, как следствие, падение напряжения на ступеньках при фиксированном токе не осциллировало.

В результате проведенных экспериментов были установлены закономерности двух типов. Закономерности первого типа (I) характеризовали основные свойства макроскопического осцилляционного эффекта, а закономерности второго типа (II) возникали, по-видимому, вследствие неполной симметрии образцов.

Основные свойства макроскопического осцилляционного эффекта (тип I)

Все полученные зависимости $I_c = I_c(H_e)$ имели ярко выраженный периодичный, осцилляционный характер и кусочно-линейную форму (см. рис. 3, 5, 7 и 8). Период осцилляций ΔH_e не зависел от температуры.

Частное от деления кванта магнитного потока Φ_0 на период осцилляций для каждого из образцов равнялось площади, ограниченной некоторым эффективным контуром (см. рис. 1), целиком расположенным внутри пленки и охватывающим отверстие. Площадь, ограниченная эффективным контуром, всегда оказывалась несколько больше площади отверстия и приближалась к последней при увеличении длины каналов l (см. рис. 3 в качестве иллюстрации).

Использование в экспериментах образцов с различной длиной каналов позволило установить факт линейной зависимости амплитуды осцилляций $I_c =$

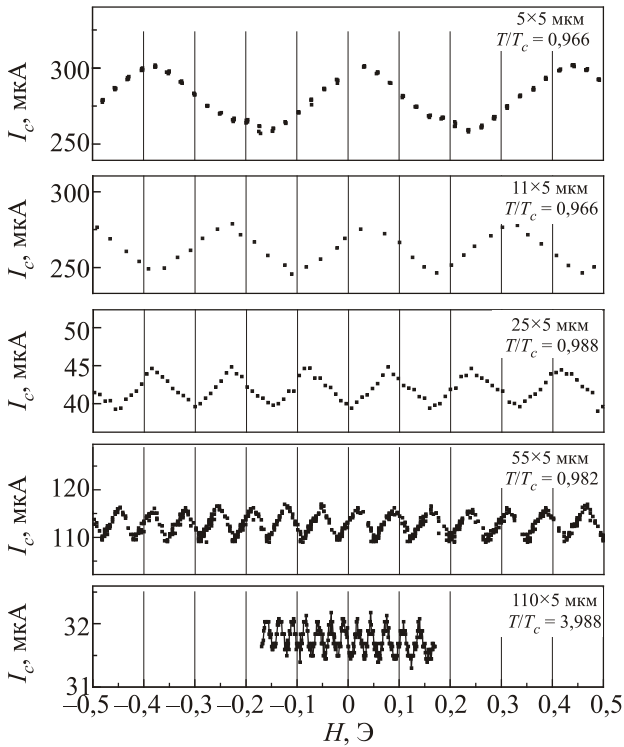


Рис. 3. Графики $I_c(H_e)$ для образцов с различной длиной каналов ($l = 5, 11, 25, 55, 110$ мкм). Период осцилляций ΔH_e приблизительно обратно пропорционален площади отверстия.

$= I_c(H_e)$ от величины $1/l$ при заданной температуре (см. рис. 4).

Средний за период осцилляций критический ток \bar{I}_c возрастал с понижением температуры по закону $\bar{I}_c \propto (1 - T/T_c)^{3/2}$. В то же время амплитуда осцилляций ΔI_c вначале возрастала, а затем, при приведенной температуре $T/T_c < 0,9$, имела тенденцию к выходу на насыщение.

Кроме того, с понижением температуры, когда на ВАХ появлялся гистерезис, зависимости $I_c = I_c(H_e)$ становились многозначными (рис. 5, 7 и 8), что выявлялось при многократной записи ВАХ для фиксиро-

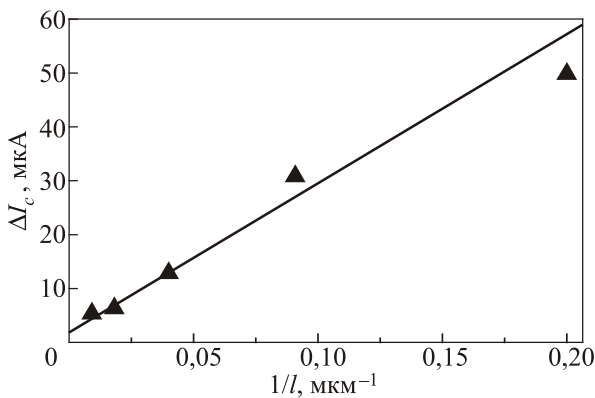


Рис. 4. Зависимость амплитуды осцилляций ΔI_c от длины каналов l при приведенной температуре $T/T_c = 0,97$.

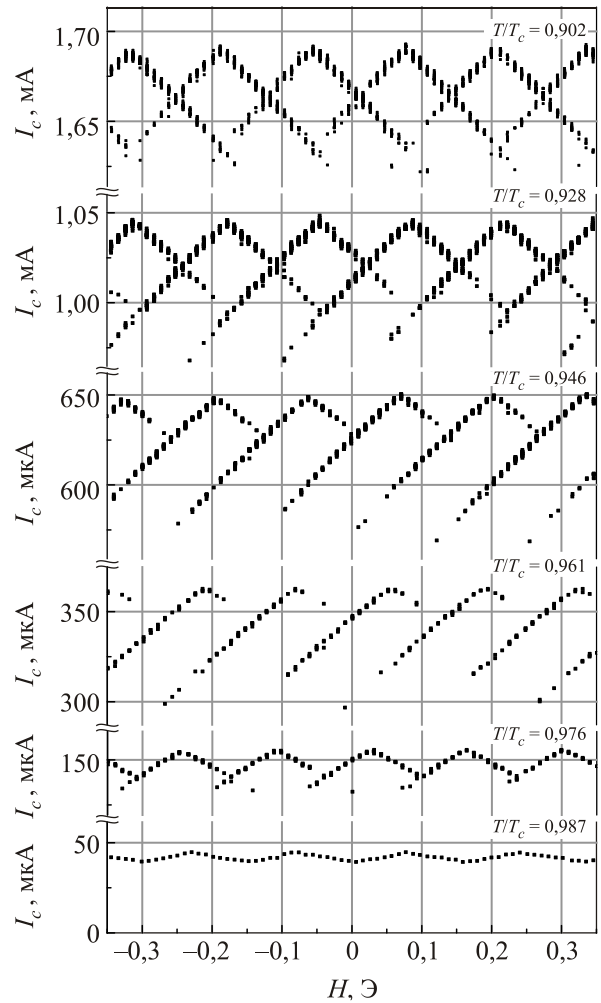


Рис. 5. Зависимость критического тока от магнитного поля для образца с $l = 25$ мкм при различных температурах. Значения критического тока определялись из ВАХ, записанных многократно при одном и том же значении магнитного поля.

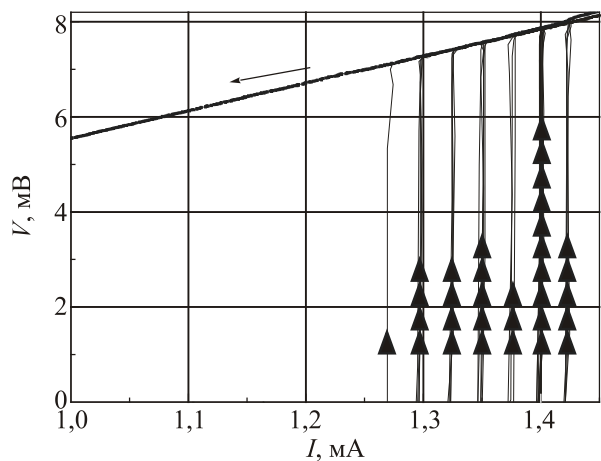


Рис. 6. ВАХ для образца с длиной каналов $l = 55$ мкм ($T/T_c = 0,911, H = 0,6$ Э), полученные при 32-кратной записи ВАХ при постоянном значении магнитного поля. Количество стрелок на каждой кривой соответствует количеству реализаций данного значения критического тока.

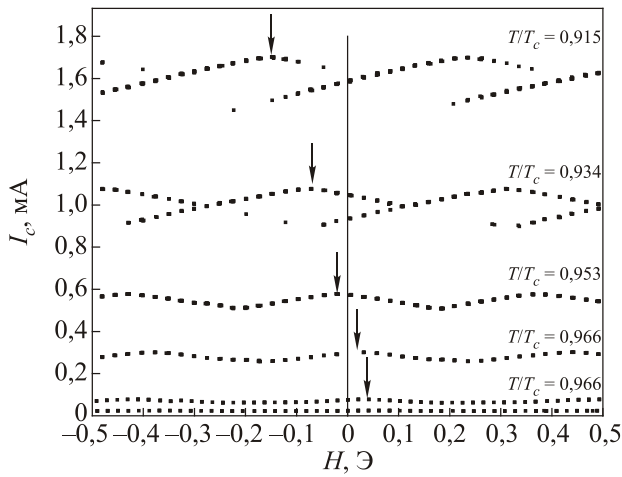


Рис. 7. Смещение максимума критического тока на зависимости $I_c = I_c(H_e)$ при изменении температуры образца с $l = 5$ мкм.

ванного значения магнитного поля (рис. 6). При этом чем длиннее был образец, тем больше ветвей $I_c = I_c(H_e)$ наблюдалось (ср. рис. 7 ($l = 5$ мкм), 5 ($l = 25$ мкм) и 8 ($l = 55$ мкм)).

Эффекты асимметрии (тип II)

Практически для всех образцов (рис. 3, 5, 7 и 8) зависимости $I_c = I_c(H_e)$ характеризовались смещением максимума критического тока относительно точки $H_e = 0$. С изменением температуры величина смещения изменилась (см. рис. 7).

Смещение максимума критического тока сопровождалось асимметрией зависимости $I_c = I_c(H_e)$ по отношению к изменению знака критического тока. Эта

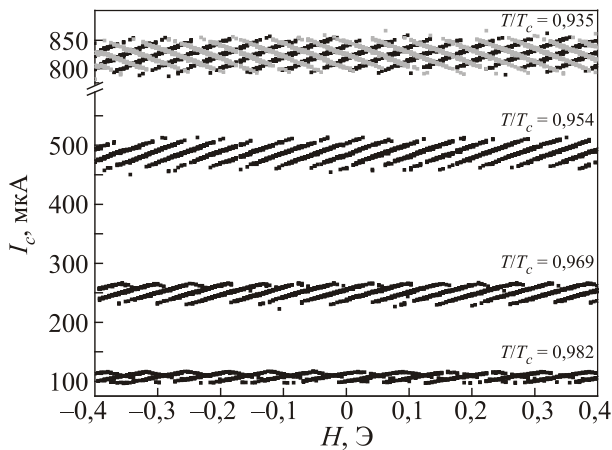


Рис. 8. Зависимости $I_c = I_c(H_e)$ для образца с $l = 55$ мкм при различных температурах и заданном (положительном) направлении транспортного тока (три нижних графика). С понижением температуры зависимости становятся пилообразными. На верхнем графике ($T/T_c = 0,935$) приведена зависимость $I_c = I_c(H_e)$ для двух направлений транспортного тока.

асимметрия возрастала с понижением температуры, и, в конечном счете, графики $I_c = I_c(H_e)$ приобретали пилообразный характер (см. рис. 8), что свидетельствовало о переходе в резистивное состояние лишь одного из двух сверхпроводящих каналов.

Заметим, что изложенные в этом подразделе эффекты наблюдались также в экспериментах [14,15] на специально приготовленных асимметричных образцах. Более того, подобные эффекты давно изучались и подробно обсуждались для случая сверхпроводящих интерферометров с двумя джозефсоновскими контактами, имевшими различные критические токи [18,19]. Следуя аргументам работ [18,19], можно заключить, что и в нашем случае эффекты асимметрии обязаны своим происхождением неравенству критических токов двух сверхпроводящих каналов, связанным, по-видимому, с неизбежным присутствием микроструктурных дефектов.

3. Теория осцилляционного эффекта для случая полностью симметричной системы

Для теоретического объяснения основных экспериментально наблюдаемых особенностей макроскопического осцилляционного эффекта (разд. 2, закономерности типа I) достаточно ограничиться простейшим случаем полностью симметричной системы. В частности, в этом разделе будем считать, что экспериментальный образец, изображенный на рис. 1, обладает полной симметрией относительно отражений в плоскостях $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$, предполагающей, что критические токи сверхпроводящих каналов 1 и 2 одинаковы.

Поскольку во всех измерениях выполнялось условие

$$1 - T/T_c \ll 1, \tag{1}$$

(интервал температур $\Delta T = 0,90 - 0,99 T_c$), при построении теории будем исходить из локальных уравнений Гинзбурга–Ландау [17]. Однако прежде сделаем одну оговорку.

Как следует из микроскопической теории (см., например, [4]), для справедливости локального приближения, помимо условия (1), требуется выполнение еще двух условий. Во-первых, наименьшие линейные размеры системы (толщина пленки t и ширина каналов d) должны удовлетворять неравенству

$$\xi_0 < t, d, \tag{2}$$

где ξ_0 — длина когерентности теории БКШ [20]. Во-вторых, должно выполняться неравенство, обеспечивающее локальную связь сверхпроводящего тока \mathbf{j} с векторным потенциалом \mathbf{A} :

$$\xi_0 < \lambda, \tag{3}$$

где $\lambda = \lambda(T)$ — глубина проникновения Гинзбурга–Ландау. Если неравенство (2) можно считать выпол-

ненным всегда, то неравенство (3) для некоторых образцов будет выполняться лишь на верхнем пределе температурного интервала ΔT . К счастью, это обстоятельство не имеет значения для объяснения осцилляционного эффекта, и мы его игнорируем.

Итак, вновь обратимся к геометрии задачи (рис. 1). Обозначим пространственную область, занимаемую образцом, через Ω (серый цвет на рис. 1). Поскольку образец изготовлен из сверхпроводника первого рода, будет выполняться условие

$$\lambda \ll \xi, \quad (4)$$

где $\xi = \xi(T)$ — длина когерентности Гинзбурга–Ландау.

Сверхпроводящие электроды A и B считаем полубесконечными в направлении оси x (т.е. $L_x \rightarrow \infty$). Остальные линейные размеры системы удовлетворяют условиям, выполняющимся в эксперименте:

$$t, d \ll \xi, \quad (5)$$

$$t, d \sim \lambda, \quad (6)$$

$$w \gg t, d, \quad (7)$$

$$l/2 \gg \xi, \quad (8)$$

$$(L_y - w)/2 \gg \lambda_{\perp}, \quad (9)$$

где λ_{\perp} — глубина проникновения перпендикулярного магнитного поля [4,5,22], для которой в нашем случае справедлива оценка

$$t, d, \lambda < \lambda_{\perp} < \xi. \quad (10)$$

Роль условий (5)–(10) будет ясна из дальнейшего.

Сверхпроводящее состояние описывается уравнением Гинзбурга–Ландау для комплексного параметра порядка $\Delta = \Delta(\mathbf{r})$, непрерывного и однозначного [23] во всей области Ω , который можно представить в следующей форме:

$$\Delta = \Delta_0 f e^{-i\chi}. \quad (11)$$

Здесь $\Delta_0 = \Delta_0(T)$ — вещественный параметр порядка массивного невозмущенного сверхпроводника, а вещественная функция $f = f(\mathbf{r})$ (приведенный модуль параметра порядка) принимает значения в области $(0, 1]$ и удовлетворяет граничному условию:

$$(\nabla f \cdot \mathbf{n})|_{\mathbf{r} \in \partial\Omega} = 0, \quad (12)$$

где $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ — вектор внешней нормали к поверхности $\partial\Omega$. Из условия однозначности параметра порядка следует граничное условие для фазы χ :

$$\oint_{\Gamma} (\nabla \chi \, d\mathbf{r}) = 2\pi N \quad (N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (13)$$

где Γ — произвольный замкнутый, непрерывный контур, охватывающий «окно» в системе. (На рис. 1 изо-

бражен один из таких контуров, лежащий в плоскости $z = 0$.) Напомним, что топологическое число N , фигурирующее в правой части формулы (13), параметризует различные допустимые состояния системы при заданном значении внешнего поля \mathbf{H}_e (см., например, [24]).

Полная система уравнений включает в себя также уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad (14)$$

где $\mathbf{h} = (h_x, h_y, h_z)$ — локальное магнитное поле, подчиненное граничным условиям:

$$\mathbf{h}|_{y=\pm\infty} = \mathbf{h}|_{z=\pm\infty} = (0, 0, H_e), \quad (15)$$

а $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ — соответствующий векторный потенциал. Плотность сверхпроводящего тока \mathbf{j} удовлетворяет условию непрерывности

$$\text{div } \mathbf{j} = 0 \quad (16)$$

и граничному условию

$$(\mathbf{j} \cdot \mathbf{n})|_{\mathbf{r} \in \partial\Omega} = 0. \quad (17)$$

Она дается соотношением Гинзбурга–Ландау

$$\mathbf{j} = \frac{c\Phi_0}{8\pi^2\lambda^2} f^2 \left(\nabla \chi - \frac{2\pi\mathbf{A}}{\Phi_0} \right), \quad (18)$$

где $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ — квант магнитного потока. Отметим, что в силу (17) и симметрии задачи $j_z \equiv 0$. Поэтому логично использовать калибровку

$$A_z \equiv 0, \quad (19)$$

при которой

$$\chi = \chi(x, y). \quad (20)$$

Для удобства будем отмечать величины Δ и \mathbf{j} в области электродов индексами A и B , а в области каналов — индексами 1 и 2:

$$\Delta_{A,B} = \Delta_0 f_{A,B} e^{-i\chi}, \quad \Delta_{1,2} = \Delta_0 f_{1,2} e^{-i\chi}; \quad (21)$$

$$\mathbf{j}_{A,B} = (j_{Ax, Bx}, j_{Ay, By}, 0), \quad \mathbf{j}_{1,2} = (j_{1,2}, 0, 0).$$

В силу граничного условия (12) и сильных неравенств (5) [2,4,8],

$$f_{A,B} = f_{A,B}(x, y), \quad f_{1,2} = f_{1,2}(x). \quad (22)$$

(Отметим, что, ввиду зависимостей (20) и (22), вся зависимость плотностей тока $\mathbf{j}_{A,B}$ и $\mathbf{j}_{1,2}$ от координаты z переносится на компоненты векторного потенциала \mathbf{A} , см. определение (18).)

На границах между электродами и каналами выполняются условия непрерывности

$$\begin{aligned}
 f_1\left(-\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy f_A\left(-\frac{l}{2}, y\right), & f_1\left(\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy f_B\left(\frac{l}{2}, y\right); \\
 f_2\left(-\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{w/2}^{w/2+d} dy f_A\left(-\frac{l}{2}, y\right), & f_2\left(\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{w/2}^{w/2+d} dy f_B\left(\frac{l}{2}, y\right); \\
 \frac{df_1}{dx}\left(-\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy \left[\frac{\partial}{\partial x} f_A(x, y) \right]_{x=-l/2}, & \frac{df_1}{dx}\left(\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy \left[\frac{\partial}{\partial x} f_A(x, y) \right]_{x=l/2}; \\
 \frac{df_2}{dx}\left(-\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{w/2}^{w/2+d} dy \left[\frac{\partial}{\partial x} f_A(x, y) \right]_{x=-l/2}, & \frac{df_2}{dx}\left(\frac{l}{2}\right) &= \frac{1}{d} \int_{w/2}^{w/2+d} dy \left[\frac{\partial}{\partial x} f_A(x, y) \right]_{x=l/2}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Из условия (16) следуют законы сохранения x -компонент плотностей токов

$$\begin{aligned}
 j_1\left(-\frac{l}{2}, y, z\right) &= j_{Ax}\left(-\frac{l}{2}, y, z\right), \\
 j_1\left(\frac{l}{2}, y, z\right) &= j_{Bx}\left(\frac{l}{2}, y, z\right) \left(y \in \left(-\frac{w}{2}-d, -\frac{w}{2}\right), z \in \left(-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right) \right); \\
 j_2\left(-\frac{l}{2}, y, z\right) &= j_{Ax}\left(-\frac{l}{2}, y, z\right), \\
 j_2\left(\frac{l}{2}, y, z\right) &= j_{Bx}\left(\frac{l}{2}, y, z\right) \left(y \in \left(\frac{w}{2}, \frac{w}{2}+d\right), z \in \left(-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right) \right)
 \end{aligned} \tag{24}$$

и

$$\frac{\partial j_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial j_2}{\partial x} = 0 \quad \left(x \in \left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right) \right), \tag{25}$$

а также закон сохранения полного тока I , который можно записать в двух эквивалентных формах:

$$\bar{j}_1 + \bar{j}_2 = J \tag{26}$$

и

$$\begin{aligned}
 \bar{j}_1 &= J/2 + \bar{j}_{\text{circ}}, \quad \bar{j}_2 = J/2 - \bar{j}_{\text{circ}}, \\
 \bar{j}_{\text{circ}} &= \frac{1}{2}(\bar{j}_1 - \bar{j}_2).
 \end{aligned} \tag{27}$$

Здесь $J \equiv I/s$, $s = td$ — площадь поперечного сечения каждого из каналов, а средние плотности токов в каналах определяются соотношениями

$$\begin{aligned}
 \bar{j}_1 &\equiv \frac{1}{s} \int_{-t/2}^{t/2} dz \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy j_1(y, z), \\
 \bar{j}_2 &\equiv \frac{1}{s} \int_{-t/2}^{t/2} dz \int_{w/2}^{w/2+d} dy j_2(y, z).
 \end{aligned} \tag{28}$$

В записи (27) величина \bar{j}_{circ} имеет смысл средней плотности циркулирующего тока.

Для ясного понимания осцилляционного эффекта первого порядка по параметру ξ/l очень важно иметь в виду, что в силу условий (6) плотности токов j_1 и j_2 неоднородны в плоскостях поперечного сечения и не могут быть вынесены из-под знака интеграла в правых частях (28). (Однородность распределения j_1 и j_2 требует выполнение сильных неравенств $t, d \ll \lambda$ [4-6].)

Важно также иметь в виду, что полный ток I может быть выражен через плотности токов $j_{Ax, Bx}$ на боковой поверхности электродов:

$$\begin{aligned}
 I &= \lambda_{\perp} \int_{-t/2}^{t/2} dz \left[j_{Ax}\left(-\infty, \frac{L_y}{2}, z\right) + j_{Ax}\left(-\infty, -\frac{L_y}{2}, z\right) \right] = \\
 &= \lambda_{\perp} \int_{-t/2}^{t/2} dz \left[j_{Bx}\left(\infty, \frac{L_y}{2}, z\right) + j_{Bx}\left(\infty, -\frac{L_y}{2}, z\right) \right].
 \end{aligned} \tag{29}$$

Соотношения (29), справедливые в силу условия (9), по сути, представляют собой строгие определения глубины проникновения λ_{\perp} . Из этих соотношений, закона сохранения (26) и неравенства $d < \lambda_{\perp}$ в левой части оценки (10) немедленно следует, что средняя плотность токов $j_{Ax, Bx}$ на боковой поверхности электродов (правые части соотношений (29) с коэффициентом $1/(2\lambda_{\perp}t)$) строго меньше средней плотности тока в одном из каналов (\bar{j}_1 или \bar{j}_2). По этой причине наблюдаемое в эксперименте критическое значение полного тока $I = I_c$ определяется именно состоянием узких каналов, а не широких электродов.

Чтобы получить еще одно уравнение, связывающее \bar{j}_1 и \bar{j}_2 , необходимо воспользоваться условием (13). Пусть топологическое число N задано. Рассмотрим множество эквивалентных контуров Γ , представляющих собой прямоугольники в плоскостях сечения системы $z = \text{const}$. Координаты вершин прямоугольников в каждой из плоскостей обозначим как $(-x_0, y_1)$, (x_0, y_1) , (x_0, y_2) и $(-x_0, y_2)$: см. рис. 1. Величина x_0 , удовлетворяющая условию $x_0 - l/2 \gg \lambda_{\perp}$, считается заданной, а y_1 и y_2 могут независимо изменяться в пре-

делах ширины каналов. Используя определение (18), выразим градиент фазы $\nabla\chi$ через плотности токов $j_{1,2}$, $j_{Ax,Bx}$ и векторный потенциал \mathbf{A} . Учтем законы сохранения (25) и условия $\mathbf{h} = 0$, $\mathbf{j} = 0$ на сторонах прямоугольников, параллельных плоскости $x = 0$. В результате для каждого из контуров Γ , лежащих в заданной плоскости $z = z_0$, из условия (13) получим:

$$C_1 j_1(y_1, z_0) [1 + \varepsilon_1(y_1, z_0)] - C_2 j_2(y_2, z_0) [1 + \varepsilon_2(y_2, z_0)] = 3\sqrt{3}\pi j_{c0} \frac{\xi}{l} \left(N - \frac{\Phi_{y_1, y_2, z_0}}{\Phi_0} \right), \quad (30)$$

где

$$C_1 \equiv C_1[f_1] = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{f_1^2(x)}, \quad C_2 \equiv C_2[f_2] = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{f_2^2(-x)}; \quad (31)$$

$$\varepsilon_1(y_1, z_0) = \frac{\int_{-x_0}^{-l/2} \frac{dx j_{Ax}(x, y_1, z_0)}{f_A^2(x, y_1)} + \int_{l/2}^{x_0} \frac{dx j_{Bx}(x, y_1, z_0)}{f_B^2(x, y_1)}}{l C_1 j_1(y_1, z_0)} > 0, \\ \varepsilon_2(y_2, z_0) = \frac{\int_{-x_0}^{-l/2} \frac{dx j_{Ax}(-x, y_2, z_0)}{f_A^2(-x, y_2)} + \int_{l/2}^{x_0} \frac{dx j_{Bx}(-x, y_2, z_0)}{f_B^2(-x, y_2)}}{l C_2 j_2(y_2, z_0)} > 0; \quad (32)$$

$$j_{c0} = \frac{c\Phi_0}{12\sqrt{3}\pi^2 \lambda^2 \xi} \quad (33)$$

— критическая плотность сверхпроводящего тока в приближении Гинзбурга–Ландау [4–6], а Φ_{y_1, y_2, z_0} — поток магнитного поля \mathbf{h} через рассматриваемый контур:

$$\Phi_{y_1, y_2, z_0} = \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{-l/2}^{l/2} dx h_z(x, y, z_0) + \lambda_{\perp} \int_{y_1}^{y_2} dy \left[h_z\left(\frac{l}{2}, y, z_0\right) + h_z\left(-\frac{l}{2}, y, z_0\right) \right]. \quad (34)$$

Используя условия непрерывности (24), очевидное неравенство $0 < f_{1,2} \leq f_{A,B} \leq 1$ и определение глубины проникновения λ_{\perp} (см. (29)), легко получаем строгую верхнюю оценку для величин (32):

$$0 < \varepsilon_1(y_1, z_0), \quad \varepsilon_2(y_2, z_0) \leq \frac{2\lambda_{\perp}}{l} < \frac{2\xi}{l} \ll 1. \quad (35)$$

Таким образом, члены $\varepsilon_{1,2}$ могут быть опущены в уравнении (30), содержащем малый параметр ξ/l в правой части. Это уравнение, очевидно, справедливо при произвольных значениях топологического числа N . Поэтому после усреднения будем иметь:

$$C_1 \bar{j}_1 - C_2 \bar{j}_2 = 3\sqrt{3}\pi j_{c0} \frac{\xi}{l} \left(N - \frac{\bar{\Phi}}{\Phi_0} \right) \quad (N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (36)$$

где

$$\bar{\Phi} \equiv \frac{1}{sd} \int_{-t/2}^{t/2} dz_0 \int_{w/2}^{w/2+d} dy_2 \int_{-w/2-d}^{-w/2} dy_1 \Phi_{y_1, y_2, z_0} \quad (37)$$

— поток магнитного поля \mathbf{h} через «окно» в системе, усредненный по всем эквивалентным контурам Γ .

В силу симметрии системы, в состоянии термодинамического равновесия $\bar{\Phi} = \bar{\Phi}(H_e)$, причем $\bar{\Phi}(0) = 0$. В общем случае средний поток $\bar{\Phi}$ может быть представлен в следующем виде:

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_e + \frac{s}{c} \mathcal{L} \bar{j}_{\text{circ}}, \quad (38)$$

где

$$\bar{\Phi}_e = (2\lambda_{\perp} + l)(w + d)H_e \quad (39)$$

— средний поток внешнего поля \mathbf{H}_e , а \mathcal{L} — геометрическая индуктивность системы [25], считающаяся известной.

Для получения замкнутой системы уравнений следует еще указать алгоритм вычисления приведенных параметров порядка $f_{1,2}$, фигурирующих в определении (31). Начнем со строгой постановки задачи, которая включает в себя одномерные уравнения Гинзбурга–Ландау

$$\xi^2 \frac{d^2 f_{1,2}}{dx^2} + \left[1 - f_{1,2}^2 - \frac{4\bar{j}_{1,2}^2}{27j_{c0}^2} \frac{1}{f_{1,2}^4} \right] f_{1,2} = 0 \quad (40)$$

(см. например, [16]) и условия непрерывности (23) на границах с электродами. (Как обычно, черта над величинами $\bar{j}_{1,2}^2$ в уравнениях (40) означает усреднение по координатам y и z .) Покажем теперь, что в нашем случае задача (23), (40) допускает существенное упрощение.

Действительно, влияние границ распространяется лишь на расстояние порядка ξ , малое (в силу условия (8)) по сравнению с длиной каналов l . Напротив, для наших целей достаточно ограничиться рассмотрением основной области $-l/2 + \xi < x < l/2 - \xi$, где можно пренебречь вторыми производными уравнений (40) и игнорировать граничные условия (23). (Это приближение вносит ошибку порядка ξ^2/l^2 , совершенно несущественную с точки зрения осцилляционного эффекта первого порядка по параметру ξ/l .)

Если дополнительно принять приближение $\bar{j}_{1,2}^2 \approx \bar{j}_{1,2}^2$, естественное при наших условиях (6) и (7), то придем к нелинейным алгебраическим уравнениям:

$$f_{1,2}^4 (1 - f_{1,2}^2) = \frac{4\bar{j}_{1,2}^2}{27j_{c0}^2}. \quad (41)$$

Уравнения (26), (27), (36), (38) и (41) не содержат неизвестных физических величин, относящихся к электродам, и легко допускают решение.

Из уравнений (27), (36) и (38) находим:

$$\bar{j}_1 = \frac{J}{2} + \bar{j}_{\text{circ}}, \quad \bar{j}_2 = \frac{J}{2} - \bar{j}_{\text{circ}},$$

$$\bar{j}_{\text{circ}} = \frac{1}{C_1 + C_2 + 2\Lambda} \left[\frac{(C_2 - C_1)J}{2} + \frac{3\sqrt{3}\pi\xi j_{c0}}{l} \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right]$$

$$(N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (42)$$

где

$$\Lambda \equiv \frac{1}{8\pi} \frac{s}{\lambda^2} \frac{\mathcal{L}}{l}, \quad (43)$$

$$C_1 \equiv 1/f_1^2, \quad C_2 \equiv 1/f_2^2, \quad (44)$$

а постоянные $f_{1,2}^2$ удовлетворяют уравнениям (41). Для начала обсудим решение системы (41)–(44) в двух простейших предельных случаях.

Пусть $H_e = 0$, а $J \geq 0$. В состоянии термодинамического равновесия $N = 0$. В силу симметрии, $C_1 = C_2$, и

$$\bar{j}_1 = \bar{j}_2 = J/2. \quad (45)$$

При этом квадрат параметра порядка $f_{J/2}^2 \equiv f_1^2 = f_2^2$ дается решением уравнений (41), в которых следует положить $\bar{j}_1 = \bar{j}_2 = J/2$.

Полный критический ток системы определяется простым выражением:

$$I_c \equiv sJ_c = 2s\bar{j}_c, \quad (46)$$

где \bar{j}_c — критическое значение средней плотности тока в каждом из каналов. Неоднородные плотности $j_{1,2}$ имеют максимальные значения на поверхности каналов. Критическое значение $\bar{j}_{1,2}$ достигается, когда поверхностные плотности $j_{1,2}$ становятся равными критической плотности j_{c0} , определенной формулой (33). Отсюда находим:

$$\bar{j}_c \leq j_{c0}. \quad (47)$$

Заметим, что при полной однородности распределения плотностей $j_{1,2}$ соотношение (47) сводится к строгому равенству. Напротив, в экспериментах на узких каналах всегда реализуется строгое неравенство $\bar{j}_c < j_{c0}$ [5], а в нашем случае справедливо двойное отношение:

$$\frac{\xi}{l} j_{c0} \ll \bar{j}_c < j_{c0}. \quad (48)$$

Пусть теперь $J = 0$, а $H_e \geq 0$. Как и в предыдущем случае $C_1 = C_2$, а средняя плотность циркулирующего тока, индуцированного внешним полем H_e , дается соотношением

$$\bar{j}_{\text{circ}} \equiv \bar{j}_1 = -\bar{j}_2 = \frac{3\sqrt{3}\pi f_{\text{circ}}^2}{2(1 + f_{\text{circ}}^2 \Lambda)} \frac{\xi}{l} j_{c0} \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right), \quad (49)$$

$$(N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

где квадрат параметра порядка $f_{\text{circ}}^2 \equiv f_1^2 = f_2^2$ удовлетворяет уравнениям (41) при условии $\bar{j}_1 = -\bar{j}_2 = \bar{j}_{\text{circ}}$.

Как хорошо известно [8,26], роль топологического числа N заключается в минимизации электромагнитной энергии циркулирующих токов. По этой причине стабильные (равновесные) состояния и низколежащие метастабильные (неравновесные) состояния должны удовлетворять условию

$$\max_N \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| \sim 1. \quad (50)$$

Такие состояния допускают применение теории возмущений по малому параметру ξ/l . В интересующем нас первом приближении имеем: $f_{\text{circ}}^2 = 1 + o(\xi/l)$, и

$$\bar{j}_{\text{circ}} = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2(1 + \Lambda)} \frac{\xi}{l} j_{c0} \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) + o\left(\frac{\xi}{l}\right)$$

$$\left(\max_N \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| \sim 1 \right), \quad (51)$$

где $o(\xi/l)$ обозначает вклад членов порядка $(\xi/l)^n$ с показателями степени $n > 1$.

Важно отметить, что для равновесных и слабонеравновесных состояний максимальное значение \bar{j}_{circ} оказывается много меньше критического значения средней плотности \bar{j}_c в силу условия (48). Однако это заключение может оказаться несправедливым в случае сильнонеравновесных состояний, когда не выполняется условие (50), и теория возмущений по параметру ξ/l становится неприменимой.

В обратном предельном случае чисто равновесных состояний выражение (51) приобретает следующий вид:

$$\bar{j}_{\text{circ}} = -\frac{3\sqrt{3}\pi}{2(1 + \Lambda)} \frac{\xi}{l} j_{c0} \Theta \left(\frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \quad (52)$$

где периодическая кусочно-линейная функция $\Theta = \Theta(x)$ определяется формулой [26]

$$\Theta(x) = \begin{cases} \{x\}, & \{x\} \leq 1/2; \\ -1 + \{x\}, & \{x\} > 1/2, \end{cases} \quad (53)$$

в которой $\{x\}$ обозначает дробную часть x . Из формул (52) и (53), в частности, следует, что переходы между различными равновесными состояниями $N \leftrightarrow N + 1$ происходят при выполнении условия $\bar{\Phi}_e/\Phi_0 = (2N + 1)/2$. В точках переходов $N \leftrightarrow N + 1$ циркулирующий ток \bar{j}_{circ} меняет знак. Изменение знака \bar{j}_{circ} происходит также в точках $\bar{\Phi}_e/\Phi_0 = N$: см. график зависимости $\bar{j}_{\text{circ}} = \bar{j}_{\text{circ}}(\bar{\Phi}_e/\Phi_0)$ на рис. 9, где

$$\bar{\bar{j}}_{\text{circ}} \equiv \frac{\bar{j}_{\text{circ}}}{\frac{3\sqrt{3}\pi}{2(1 + \Lambda)} \frac{\xi}{l} j_{c0}}$$

— приведенная средняя плотность циркулирующего тока. Отметим еще, что абсолютная величина среднего

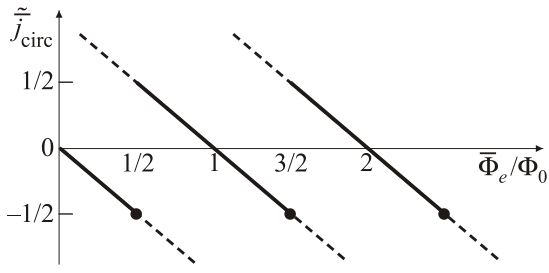


Рис. 9. Зависимость $\bar{j}_{\text{circ}} = \bar{j}_{\text{circ}}(\bar{\Phi}_e/\Phi_0)$. Сплошные линии соответствуют равновесным состояниям, а штриховые линии — метастабильным.

магнитного потока, индуцированного циркулирующим током, в равновесном случае не превышает $\Phi_0/2$:

$$\frac{s}{c} \mathcal{L}|\bar{j}_{\text{circ}}| = \frac{|\Theta(\bar{\Phi}_e/\Phi_0)| \Lambda \Phi_0}{(1 + \Lambda)} \leq \frac{1}{2} \frac{\Lambda \Phi_0}{(1 + \Lambda)} < \frac{\Phi_0}{2}. \quad (54)$$

Перейдем, наконец, к рассмотрению общего случая, когда $J \geq 0$ и $H_e \geq 0$. Заранее очевидно, что средние плотности $\bar{j}_{1,2}$ не могут равняться простым суммам вкладов (45) и (49), поскольку теперь $C_1 \neq C_2$. Однако

интересующие нас линейные части зависимостей $\bar{j}_{1,2} = \bar{j}_{1,2}(\bar{\Phi}/\Phi_0)$ легко находятся с помощью теории возмущений. (При этом, конечно, предполагается выполнение условия (50).)

В первом приближении по малому параметру ξ/l решения уравнений (41) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} f_1^2 &= f_{J/2}^2 - \frac{2\sqrt{3}\pi}{9f_{J/2}^2(1+f_{J/2}^2\Lambda)j_{c0}} \frac{J\xi}{l} \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \\ f_2^2 &= f_{J/2}^2 + \frac{2\sqrt{3}\pi}{9f_{J/2}^2(1+f_{J/2}^2\Lambda)j_{c0}} \frac{J\xi}{l} \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) + o\left(\frac{\xi}{l}\right) \\ &\quad \left(\max_N \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| \sim 1 \right), \end{aligned} \quad (55)$$

где квадрат невозмущенного параметра порядка $f_{J/2}^2$ удовлетворяет уравнению

$$f_{J/2}^4 (1 - f_{J/2}^2) = \frac{J^2}{27j_{c0}^2}. \quad (56)$$

Подстановка формул (55) в выражения (44) и (42) приводит к искомым линейным зависимостям:

$$\begin{aligned} \bar{j}_1 &= \frac{1}{2} \left[J + 3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} j_{c0} \frac{f_J^2}{1+f_{J/2}^2\Lambda} \left(1 - \frac{2}{27f_{J/2}^6(1+f_{J/2}^2\Lambda)} \frac{J^2}{j_{c0}^2} \right) \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right] + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \\ \bar{j}_2 &= \frac{1}{2} \left[J - 3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} j_{c0} \frac{f_{J/2}^2}{1+f_{J/2}^2\Lambda} \left(1 - \frac{2}{27f_{J/2}^6(1+f_{J/2}^2\Lambda)} \frac{J^2}{j_{c0}^2} \right) \left(N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right] + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \\ \max_N \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| &\sim 1. \end{aligned} \quad (57)$$

Как видим, в присутствии транспортного тока амплитуда циркулирующего тока подавляется (ср. вторые члены в формулах (57) с формулой (51)).

Как и следовало, в соответствующих предельных случаях формулы (57) сводятся к формулам (45) и (51).

В общем случае средние плотности \bar{j}_1 и \bar{j}_2 не равны друг другу. Поэтому критическое значение полного тока $I = I_c \equiv sJ_c$ достигается при выполнении очевидного условия

$$\max\{\bar{j}_1, \bar{j}_2\} = \bar{j}_c. \quad (58)$$

Из условия (58) и формул (57) легко получаем:

$$\begin{aligned} J_c \equiv \frac{I_c}{s} &= 2\bar{j}_c - 3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} j_{c0} \frac{f_{\bar{j}_c}^2}{1+f_{\bar{j}_c}^2\Lambda} \left[1 - \frac{8}{27f_{\bar{j}_c}^6(1+f_{\bar{j}_c}^2\Lambda)} \frac{\bar{j}_c^2}{j_{c0}^2} \right] \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \\ \max_N \left| N - \frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right| &\sim 1. \end{aligned} \quad (59)$$

В случае чисто равновесных состояний выражение (59) сводится к формуле

$$J_c \equiv \frac{I_c}{s} = 2\bar{j}_c - 3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} j_{c0} \frac{f_{\bar{j}_c}^2}{1+f_{\bar{j}_c}^2\Lambda} \left[1 - \frac{8}{27f_{\bar{j}_c}^6(1+f_{\bar{j}_c}^2\Lambda)} \frac{\bar{j}_c^2}{j_{c0}^2} \right] \left| \Theta\left(\frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0}\right) \right| + o\left(\frac{\xi}{l}\right), \quad (60)$$

где функция $\Theta = \Theta(x)$ дается определением (53). Как следует из соотношения (47) и уравнения (56), величина $f_{\bar{j}_c}^2$, фигурирующая в правых частях формул (59) и (60), удовлетворяет двойному неравенству:

$$\frac{2}{3} \leq f_{\bar{j}_c}^2 < 1. \quad (61)$$

Из графика зависимости $\Delta \tilde{J}_c = \Delta \tilde{J}_c(\bar{\Phi}_e/\Phi_0)$, представленного на рис. 10, где

$$\Delta \tilde{J}_c \equiv \frac{J_c - 2\bar{j}_c}{3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} j_{c0} \frac{f_{\bar{j}_c}^2}{1+f_{\bar{j}_c}^2} \Lambda \left[1 - \frac{8}{27 f_{\bar{j}_c}^6 (1+f_{\bar{j}_c}^2) \Lambda} \frac{\bar{j}_c^2}{j_{c0}^2} \right]}$$

— приведенная амплитуда осцилляций критического тока, совершенно очевидно, что формулы (59) и (60) совместно дают адекватное теоретическое описание осцилляционного эффекта первого порядка, наблюдавшегося в нашем эксперименте. Как следует из условия (58) и формул (57), критическое значение средней плотности \bar{j}_c достигается попеременно в каждом из контактов, что также подтверждается экспериментом. Так, при положительных значениях циркулирующего тока выполняются условия $\bar{j}_1 = \bar{j}_c, \bar{j}_2 < \bar{j}_c$, а при отрицательных значениях — условия $\bar{j}_2 = \bar{j}_c, \bar{j}_1 < \bar{j}_c$.

Из формул (59) и (60) легко заключить, что условия (6) оптимальны для наблюдения рассмотренного эффекта. Проиллюстрируем это заключение двумя важными примерами.

Обратимся вначале к случаю очень узких и тонких каналов, когда выполняются сильные неравенства $t, d \ll \lambda$, обеспечивающие однородность распределения плотностей токов $j_{1,2}$ и равенство $\bar{j}_c = j_{c0}$. В этом случае, как очевидно, выражения (59) и (60) сохраняют силу, причем $f_{\bar{j}_c}^2 = f_{j_{c0}}^2 = 2/3$. Если к тому же $\Lambda \ll 1$ (пренебрежимо малая экранировка внешнего поля), формула (60) приобретает следующий вид:

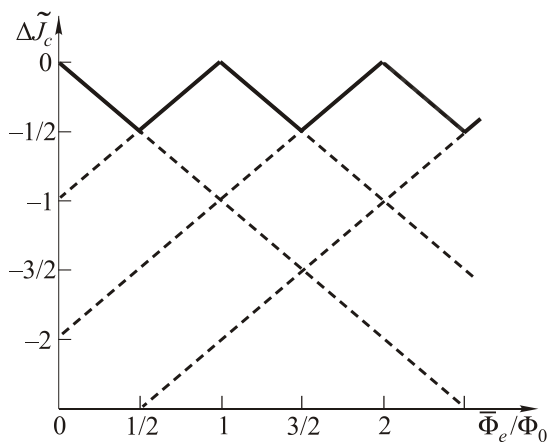


Рис. 10. Зависимость $\Delta \tilde{J}_c = \Delta \tilde{J}_c(\bar{\Phi}_e/\Phi_0)$. Как и на рис. 9, сплошные линии соответствуют равновесным состояниям, а штриховые линии — метастабильным.

$$J_c = 2j_{c0} - \frac{4\pi \xi}{\sqrt{3} l} j_{c0} \Lambda \left| \Theta \left(\frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right| + o \left(\frac{\xi}{l} \right). \quad (62)$$

Как видим, относительная амплитуда осцилляционного эффекта существенно уменьшается за счет появления фактора $\Lambda \ll 1$.

Выражения (59) и (60) сохраняют силу также в случае, когда вместо условий (5) и (6) выполняются условия

$$d \sim \lambda, \quad t \gg \xi. \quad (63)$$

Если при этом выполнено также условие сильной экранировки внешнего поля $\Lambda \gg 1$, то из выражения (60) получим:

$$J_c = 2\bar{j}_c - 3\sqrt{3}\pi \frac{\xi}{l} \frac{j_{c0}}{\Lambda} \left| \Theta \left(\frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right| + o \left(\frac{\xi}{l} \right), \quad (64)$$

откуда следует подавление относительной амплитуды осцилляционного эффекта за счет фактора $\Lambda^{-1} \ll 1$. Интересно отметить, что выражение (64) можно представить в виде, совпадающем по форме с выражением в работе [18], полученным для случая сверхпроводящего интерферометра, содержащего два одинаковых точечных контакта:

$$J_c = 2\bar{j}_c - \frac{2c\Phi_0}{s\mathcal{L}} \left| \Theta \left(\frac{\bar{\Phi}_e}{\Phi_0} \right) \right| + o \left(\frac{\xi}{l} \right). \quad (65)$$

4. Заключение

Представлены результаты экспериментального и теоретического исследования нового макроскопического осцилляционного эффекта в макроскопических двухсвязных сверхпроводящих структурах, не содержащих джозефсоновских контактов.

Экспериментально показано (разд. 2), что критический ток I_c тонкопленочной оловянной структуры, изображенной на рис. 1 и удовлетворяющей условию макроскопичности $l \gg \xi$, при температурах, близких к T_c , обнаруживает периодическую (с периодом Φ_0) зависимость от среднего внешнего магнитного потока $\bar{\Phi}_e$. Все полученные в наших экспериментах зависимости $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$ имели ярко выраженный кусочно-линейный характер и были многозначными (присутствовали ветви, соответствующие метастабильным состояниям). Кроме того, амплитуда осцилляций I_c при заданной температуре оказалась обратно пропорциональной длине сверхпроводящих каналов l .

Отмеченные выше особенности макроскопического осцилляционного эффекта получили строгое объяснение в рамках теории, изложенной в разд. 3. Эта теория основывалась на локальном приближении Гинзбурга–Ландау и относилась к случаю идеально симметричной системы. В конце разд. 3 продемонстрировано, что материал и параметры образцов, использовавшихся в

наших экспериментах, соответствовали оптимальным условиям наблюдения эффекта.

Экспериментально были также замечены связанные с неполной симметрией использовавшихся образцов сдвиги максимумов зависимостей $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$, сопровождавшиеся асимметрией по отношению к изменению знака транспортного тока. На качественном уровне эти эффекты могут быть объяснены неравенством критических токов сверхпроводящих каналов (см. конец разд. 2). Однако их строгое теоретическое описание выходит за рамки настоящей работы и требует отдельного рассмотрения.

Авторы выражают благодарность Ю. Ковалю (Университет Эрланген, Германия) за изготовление высококачественных образцов методом электронной литографии и А.В. Устинову (Технологический Институт Карлсруэ, Германия) за стимулирующее обсуждение экспериментальных результатов.

1. C.N. Yang, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 694 (1962).
2. Н.Н. Боголюбов, *Препринт ОИЯИ*, R-1451, Дубна (1963).
3. W.A. Little and R.D. Parks, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 9 (1962); R.D. Parks and W.A. Little, *Phys. Rev.* **133**, A97 (1964).
4. P.G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Benjamin, New York (1966).
5. M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, McGraw-Hill, New York (1996).
6. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
7. X. Zhang and J.C. Price, *Phys. Rev. B* **55**, 3128 (1997).
8. Ю.С. Ерин, С.В. Куплевакхский, А.Н. Омелянчук, *ФНТ* **34**, 1131 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 891 (2008)].
9. J.E. Zimmerman and A.H. Silver, *Phys. Rev.* **141**, 367 (1966).
10. L. Solymar, *Superconductive Tunnelling and Applications*, Chapman and Hall, London (1972).
11. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, Wiley, New York (1982).
12. A.G. Sivakov, Y. Koval, A.M. Glukhov, A.N. Omelyanchouk, P. Müller, and A.V. Ustinov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 267001 (2003).
13. V.V. Moshchalkov, L. Gielen, M. Dhalle, C. Van Haesendonck, and Y. Bruynseraede, *Nature (London)* **361**, 617 (1993).
14. В.Л. Гуртовой, С.В. Дубонос, С.В. Карпий, А.В. Никулов, В.А. Тулин, *ЖЭТФ* **132**, 297 (2007); В.Л. Гуртовой, С.В. Дубонос, А.В. Никулов, Н.Н. Осипов, В.А. Тулин, *ЖЭТФ* **132**, 1320 (2007).
15. S. Michotte, D. Lucot, and D. Maily, *Phys. Rev. B* **81**, 100503R (2010).
16. J. Fink, V. Grunfeld, and A. Lopez, *Phys. Rev. B* **35**, 35 (1987); H.J. Fink, J. Loo, and S.M. Roberts, *Phys. Rev. B* **37**, 5050 (1988).
17. В.Л. Гинзбург, Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **20**, 1064 (1950).
18. A.Th.A.M. De Waele and R. De Bruyn Ouboter, *Physica* **41**, 225 (1969).

19. T.A. Fulton, L. Dunkleberger, and B.C. Dynes, *Phys. Rev. B* **6**, 855 (1972).
20. J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
21. Б.И. Ивлев, Н.Б. Копнин, *УФН* **142**, 435 (1984).
22. J. Pearl, *Appl. Phys. Lett.* **5**, 65 (1964).
23. См. обсуждение условия однозначности в работе E. Mertzbacher, *Am. J. Phys.* **30**, 237 (1962).
24. R. Rajaraman, *Solitons and Instantons in Quantum Field Theory*, North-Holland, Amsterdam (1982).
25. И.Е. Тамм, *Основы теории электричества*, Наука, Москва (1976).
26. S.V. Kuplevakhsky, A.N. Omelyanchouk, and Y.S. Yerin, *ФНТ* **37**, 842 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 667 (2011)].

Oscillations of the critical superconducting current of thin doubly-connected Sn films in an external perpendicular magnetic field

A.G. Sivakov, A.S. Pokhila, A.M. Glukhov, S.V. Kuplevakhsky, and A.N. Omelyanchouk

The results of experimental and theoretical studies of oscillations of the critical superconducting current of thin doubly-connected Sn films in an external perpendicular magnetic field are presented. The experiments were performed on samples that consisted of two wide electrodes joined together by two narrow channels. The length of the channels l satisfied the condition $l \gg \xi$ (ξ being the Ginzburg–Landau coherence length). At temperatures close to the critical temperature T_c , the dependence of critical current I_c on average external magnetic flux $\bar{\Phi}_e$ has the form of a piece-wise linear function, periodic with respect to flux quantum Φ_0 . The amplitude of I_c oscillations at a given temperature is proportional to the factor ξ/l . Moreover, the dependence $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$ proves to be multivalued, which signifies the presence of metastable states. Based on the Ginzburg–Landau approximation, a theory is constructed that explains the above-mentioned features of the oscillation effect by the example of an ideally symmetric system. Besides, the experiments displayed effects related to the inequality of the critical currents of the superconducting channels, i.e., shifts of the maxima of the dependence $I_c = I_c(\bar{\Phi}_e)$ accompanied by an asymmetry with respect to a change of the direction of the transport current.

PACS: 74.20.De Phenomenological theories (two-fluid, Ginzburg–Landau, etc.);
74.25.Sv Critical currents;
74.78.-w Superconducting films and low-dimensional structures.

Keywords: superconductivity, phase slip center, critical current, magnetic flux quantum, Ginzburg–Landau theory.