

**СУБОПТИМАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ  
СУММЫ ЭЛЛИПСОИДОВ  
И ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЭЛЛИПСОИДА С ГИПЕРСЛОЕМ**

**А.В. ШОЛОХОВ**

Предложен робастный алгоритм эллипсоидальной аппроксимации множества достижимости и построения эллипсоидального множества гарантированной оценки линейной управляемой системы с дискретным временем, на которую действуют внешние возмущения с нестатистически заданными характеристиками. Канал измерения «зашумлен» помехами. Алгоритм работоспособен и при нарушении априорных предположений о начальном состоянии системы. Приведены результаты компьютерного моделирования, показывающие изменение информативности измерений в зависимости от пересечения эллипсоида с гиперслоем и соотношения неопределенности внешнего возмущения и шума наблюдения.

**ВВЕДЕНИЕ**

Решение многих задач управления часто связано с неопределенностью информации, на основе которой необходимо реализовать управление объектом, оптимальное по некоторому критерию. При этом существуют задачи, где неопределенность может быть описана лишь в виде множеств значений, принимающих фазовые переменные состояний объекта управления в каждый момент времени управления и наблюдения.

Рассмотрим следующий пример: пусть наблюдается объект и о его начальном состоянии имеется априорная информация. Кроме того, известны дифференциальные уравнения, описывающие движение объекта и возможности управления им. По этим данным строится множество достижимости объекта, являющееся выпуклым и аппроксимирующееся эллипсоидом. Состояние объекта уточняется по результатам наблюдений, зашумленным помехой с нестатистически заданной неопределенностью. При этом имеют место не все фазовые координаты. Наблюдения, полученные по скалярному неравенству, представляют собой гиперслой в фазовом пространстве состояний. Непустое пересечение эллипсоида состояния и гиперслоя аппроксимируется, в свою очередь, эллипсоидом, который принимается за улучшенную оценку состояния объекта по критерию минимума объема эллипсоида. Иначе оставляется исходный эллипсоид состояния.

Решению данной задачи посвящено множество работ, например [1–6]. Основное внимание в большинстве из них уделяется точности аппроксима-

ции в ущерб вычислительной простоте. Рост размерности пространства множества состояний приводит при этом, если не поступиться точностью, к значительному росту вычислений [7]. При состояниях, близких к вырождению эллипсоида, вычислительные ошибки не позволят уточнить состояние оцениваемого объекта. Здесь предлагается алгоритм для случая, когда наблюдающее устройство не очень сложное и точное, а множество состояний объекта не требуется «сводить в точку». Достаточно, чтобы фазовые координаты объекта находились в заданных границах, т.е. не требуется высокая точность вычислений.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Решается задача оценивания множества состояний линейной динамической системы с учетом апостериорной информации. Рассматривается линейная управляемая система с входным управляющим воздействием и неточно известным начальным состоянием. Дифференциальное уравнение, описывающее движение объекта, представим в виде разностного уравнения в пространстве состояний. Уравнение системы в фазовом пространстве переменных состояния имеет вид

$$x_{j+1} = Ax_j + e_n \zeta_j, |\zeta_j| \leq d, \quad (1)$$

$$x_0 \in E_0 = \{x_0 : (x_0 - \bar{x}_0)^T \bar{H}_0^{-1} (x_0 - \bar{x}_0) \leq 1\}, \quad (2)$$

где  $A$  —  $(n \times n)$ -матрица и  $e_n$  —  $n$ -мерный вектор такие, что пара  $(A, e_n)$  управляема,  $e_n \in R^n$ ;  $\zeta_j \in R^1$  — скалярное управление, ограниченное заданной константой  $d \geq 0$ ;  $j \in T_0, j = 0, 1, \dots, k$  ( $k < \infty$ ) — дискретное время;  $E_0 \subset X_j = R^n$  — компактное множество возможных значений начального состояния;  $\bar{x}_0$  и  $\bar{H}_0^T = \bar{H}_0 > 0$  — заданные  $n$ -мерный вектор и  $(n \times n)$ -матрица соответственно.

Управления  $\zeta_j \in R^1$  заданы на всем интервале  $T_0$ , образуя программу

$$\{\zeta_j \in R^1, j \in T_0\}. \quad (3)$$

Введем уравнение наблюдения

$$y_j = h^T x_j + \xi_j, |\xi_j| \leq c, j = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где  $y_j \in R^1$ ;  $h \in R^n$  — параметр измерительного устройства такой, что пара  $(A, h)$  наблюдаема;  $\xi_j \in R^1$  — ограниченная помеха измерений;  $c \geq 0$  — заданная константа. Уравнение (4) в пространстве  $R^n$  определяет гиперслоем

$$S(y_j, x_j) = \{x_j : (y_j - h^T x_j)^2 \leq c^2\}. \quad (5)$$

Задача состоит в том, чтобы по известным выражениям (1)–(3) построить множество достижимости объекта наблюдения, аппроксимировать его эллипсоидом и по наблюдениям (4) выхода  $y_j$  построить гарантированную эллипсоидальную оценку

$$L_j \supset E_j \cap S_j, L_j = \{x_j : (x_j - \bar{x}_j)^T H_j^{-1} (x_j - \bar{x}_j) \leq 1\}. \quad (6)$$

При этом начальная или априорная оценка известна:  $L_0 \equiv E_0$ .

### АППРОКСИМАЦИЯ СУММЫ ДВУХ ЭЛЛИПСОИДОВ

Согласно работе [1] для оптимальной аппроксимации эллипсоидом суммы двух эллипсоидов, один из которых должен быть невырожденным, а другой может быть вырожденным, решается алгебраическое уравнение  $n+1$ -го порядка. Для получения его коэффициентов необходимо решить характеристическое уравнение и найти собственные числа. В качестве критерия оптимизации принят объем эллипсоида. В нашем случае в качестве невырожденного эллипсоида принимается эллипсоид  $E_j$  множества достижимости системы (1), а вырожденного — эллипсоид, аппроксимирующий множество возможных управлений, значения из которого принимает управление (3) на каждом дискретном шаге. В работе [8] операция суммирования эллипсоидов выполняется следующим образом:

$$Q^+ = \gamma_1 Q_1 + \gamma_2 Q_2, \quad (7)$$

где  $Q^+$  — матрица аппроксимирующего эллипсоида;  $Q_1, Q_2$  — матрицы суммируемых эллипсоидов, а параметры  $\gamma_1, \gamma_2$  удовлетворяют условиям

$$\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1} = 1, \gamma_1 > 0 \text{ и } \gamma_2 > 0. \quad (8)$$

В работе [9] показано, что аппроксимацию по критерию минимума объема, когда один из эллипсоидов представляет собой отрезок, можно получить проще, а именно, определить оптимальные коэффициенты в равенстве (7), решив квадратное алгебраическое уравнение

$$n \delta_j^2 + \kappa_j^2 (n-1) \delta_j - \kappa_j^2 = 0, \quad (9)$$

где

$$\kappa_j^2 = e_n^T H_{j+1|j}^{-1} e_n d^2, H_{j+1|j} = A H_j A^T, \delta_j = \frac{\gamma_{2,j}}{\gamma_{1,j}}, \quad (10)$$

и найдя его максимальный положительный корень

$$\delta_j^+ = d (e_n^T H_{j+1|j}^{-1} e_n)^{1/2} b_j = \kappa_j b_j. \quad (11)$$

Здесь

$$b_j = k_j \frac{\sqrt{\kappa_j^2 (n-1)^2 + 4n - \kappa_j (n-1)}}{2n}. \quad (12)$$

Выражение для матрицы аппроксимирующего эллипсоида при этом

$$H_{j+1} = (1 + \delta_j^+) \left( H_{j+1|j} + \frac{d^2}{\delta_j^+} e_n e_n^T \right). \quad (13)$$

Любое другое значение  $\delta_j^+$ , отвечающее условиям (8), также удовлетворяет (7), но не является оптимальным. Полученное уравнение в частном

случае, когда  $\|e_n\|=1$  и  $H_{j+1|j} \equiv I$ , где  $I$  — единичная матрица, совпадает с уравнением в работе [1].

Как видим, в (9) осталась лишь одна трудоемкая операция — обращение матрицы  $H_{j+1|j}$ . Упростим указанные выражения, для чего воспользуемся неравенством Канторовича для случая вещественного пространства [10].

Если  $A \in R^{n \times n}$  — положительно определенная симметрическая матрица с характеристическими числами  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_N > 0$  и  $x \in R^n$  — единичный вектор, то

$$1 \leq x^T A x x^T A^{-1} x \leq \frac{1}{4} \left( \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_N} \right)^{\frac{1}{2}} + \left( \frac{\lambda_N}{\lambda_1} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2. \quad (14)$$

Отсюда, после подстановки наших обозначений и несложных преобразований, получим неравенство

$$\frac{(e_n^T e_n)^2}{e_n^T H_{j+1|j} e_n} \leq e_n^T H_{j+1|j}^{-1} e_n \leq \frac{(\lambda_1 + \lambda_N)^2}{4\lambda_1 \lambda_N} \frac{(e_n^T e_n)^2}{e_n^T H_{j+1|j} e_n}. \quad (15)$$

Равенство в (15) достигается в случае, когда эллипсоид, выраженный матрицей  $H_j$  квадратичной формы, — шар. Если собственные числа  $\lambda_1$ ,  $\lambda_N$  матрицы  $H_{j+1|j}$  не сильно различаются, то, полагая

$$\kappa_j^2 = e_n^T H_{j+1|j}^{-1} e_n d^2 \approx \frac{(e_n^T e_n)^2 d^2}{e_n^T H_{j+1|j} e_n} \quad (16)$$

в уравнении (9) и находя его максимальный положительный корень  $\tilde{\delta}_j^+$ , получаем субоптимальные параметры  $\tilde{\gamma}_1$ ,  $\tilde{\gamma}_2$ , которые не сильно отличаются от оптимальных и удовлетворяют (8). Соответственно, матрица субоптимального эллипсоида имеет вид

$$H_{j+1} = (1 + \tilde{\delta}_j^+) \left( H_{j+1|j} + \frac{d^2}{\tilde{\delta}_j^+} e_n e_n^T \right). \quad (17)$$

## АППРОКСИМАЦИЯ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОГО МНОЖЕСТВА И ГИПЕРСЛОЯ ЭЛЛИПСОИДОМ

Точное решение данной задачи получено в работе [2]. При этом для определения параметров аппроксимирующего эллипсоида, оптимального по критерию минимума объема, на каждом шаге необходимо решать квадратное уравнение. В [11] приведено другое решение этой задачи, субоптимальное по критерию минимума объема аппроксимирующего эллипсоида, зато требующее меньше вычислений. Однако в нем используются всего лишь два крайних соотношения между расстоянием от центра исходного эллипсоида

до середины гиперслоя и «шириной» гиперслоя. Это не позволяет использовать для уменьшения объема аппроксимирующего эллипсоида наблюдение, когда, например, середина гиперслоя проходит через центр исходного эллипсоида. В данном случае оставляется исходный эллипсоид. Также не используется наблюдение, когда половина исходного эллипсоида принадлежит гиперслою и его середина проходит по границе эллипсоида.

В работе [12] получены выражения для построения аппроксимирующего эллипсоида (6), параметры которых зависят от степени пересечения эллипсоида множества достижимости и гиперслоя.

$$\tilde{x}_{j+1} = \tilde{x}_j + \tau_j \frac{H_j h_j}{e_j} \sigma_j, \quad e_j^2 = h_j^T H_j h_j, \quad \sigma_j = \frac{\Delta_j}{e_j}, \quad (18)$$

$$H_{j+1} = \left( H_j - \tau_j \frac{H_j h_j h_j^T H_j}{e_j^2} \right) \gamma_j^2, \quad (19)$$

$$\gamma_j^2 = 1 + \tau_j \left( \frac{1}{1 - \tau_j} \chi_j^2 - \sigma_j^2 \right), \quad \chi_j^2 = \frac{c^2}{e_j^2}, \quad (20)$$

$$\tau_j = \frac{e_j^2}{q_j^{-1} + e_j^2}, \quad 0 \leq \tau_j < 1, \quad q_j^{-1} \geq c e_j, \quad (21)$$

где  $\Delta_j = y_j - h_j^T \tilde{x}_j$  — расстояние от центра исходного эллипсоида до середины гиперслоя;  $c$  — ограниченная помеха наблюдения согласно (4);  $q_j^{-1} \geq c e_j$  — подстроечный параметр, полученный из условия использования наблюдения (4) в случае, когда гиперслоем лишь касается исходного эллипсоида.

Условие информативности наблюдений [12]

$$(1 - \tau_j) \left( 1 + \tau_j \left( \frac{\chi_j^2}{1 - \tau_j} - \sigma_j^2 \right) \right)^n < 1. \quad (22)$$

Потребуем, чтобы (22) выполнялось, когда половина эллипсоида принадлежит гиперслою. Согласно (21) при  $q_j^{-1} = c e_j$  условие (22) не выполняется.

**Лемма** (о выборе  $\tau_j$ ). Пусть ровно половина исходного эллипсоида принадлежит гиперслою. Тогда для выполнения неравенства (22) необходимо и достаточно

$$\tau_j \leq \frac{1}{1 + n \chi_j^2}, \quad q_j^{-1} = n c^2. \quad (23)$$

**Доказательство.** Пусть ровно половина исходного эллипсоида принадлежит гиперслою. При этом  $\chi_j^2 = \sigma_j^2 \geq 1$ . Тогда (22) примет вид (здесь и далее индексы в выражениях опущены)

$$(1-\tau)\left(1+\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau}\right)^n < 1. \quad (24)$$

Перепишем (24) в виде  $\left(1+\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau}\right)^n < \frac{1}{1-\tau}$ , прологарифмируем его и получим  $n\ln\left(1+\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau}\right) < \ln\frac{1}{1-\tau}$ .

Имея условие  $0 \leq \tau < 1$ , на основании известного неравенства  $\ln(1+\tau) \leq \tau$ ,  $\forall \tau > -1$  придем к следующим выражениям:  $n\ln\left(1+\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau}\right) \leq n\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau}$ ,  $\ln\left(\frac{1}{1-\tau}\right) = \ln((1-\tau)^{-1}) = -\ln(1-\tau) \geq \tau$ , т.е.  $\tau \leq \ln\left(\frac{1}{1-\tau}\right)$ . Потребуем выполнения неравенства

$$n\frac{\tau^2\chi^2}{1-\tau} \leq \tau. \quad (25)$$

Если выполняется (25), то будет выполняться и (24). Из (25) путем преобразований  $n\frac{\tau\chi^2}{1-\tau} \leq 1 \Rightarrow n\tau\chi^2 \leq 1-\tau \Rightarrow n\tau\chi^2 + \tau \leq 1 \Rightarrow (n\chi^2 + 1)\tau \leq 1 \Rightarrow \tau \leq \frac{1}{n\chi^2 + 1}$  получим

$$\tau \leq \frac{1}{1+n\chi^2}. \quad (26)$$

Вынесем общий множитель  $e^2$  в выражении (21). Тогда  $\tau = \frac{1}{q^{-1}/e^2 + 1}$ .

Положив  $q^{-1} = n\chi^2$ , получим (26).

Теперь рассмотрим случай, когда середина гиперслоя проходит через центр исходного эллипсоида, т.е.  $\Delta_j = 0 \Rightarrow \sigma_j = 0$ . Тогда (22) примет вид

$$(1-\tau)\left(1+\frac{\tau\chi^2}{1-\tau}\right)^n < 1 = \left(1+\frac{\tau\chi^2}{1-\tau}\right)^n < \frac{1}{1-\tau}. \quad (27)$$

Аналогично предыдущему случаю, логарифмируя (27), запишем  $n\ln\left(1+\frac{\tau\chi^2}{1-\tau}\right) < \ln\left(\frac{1}{1-\tau}\right)$  и получим  $n\ln\left(1+\frac{\tau\chi^2}{1-\tau}\right) \leq n\frac{\tau\chi^2}{1-\tau} < \ln\frac{1}{1-\tau}$ . Так как  $0 \leq \tau < 1$ , то всегда выполняется неравенство  $\tau < \ln\left(\frac{1}{1-\tau}\right)$ . Потребуем

$n\frac{\tau\chi^2}{1-\tau} \leq \tau$ . Тогда

$$0 < \tau \leq 1 - n\chi^2 \Rightarrow \chi^2 \leq \frac{1}{n}. \quad (28)$$

Отсюда

$$\chi = \frac{c}{e} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow c \leq \frac{e}{\sqrt{n}}. \quad (29)$$

На основании (29) делаем вывод: с увеличением размерности пространства состояний наблюдаемой системы в рассмотренном случае неопределенность наблюдений для сохранения информативности должна стремиться к нулю для того, чтобы аппроксимирующий пересечение эллипсоид был меньше по объему, чем исходный. Легко видеть, что в случае единичного круга ( $n=2, e=1$ ) для сохранения информативности должно быть  $c \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7071$ , что в случае равенства соответствует квадрату, вписанному в исходную единичную окружность.

Проверим, каково максимально возможное значение неопределенности наблюдения  $c$  в этом случае при выборе шага согласно (26). Подставив (26) в (27), получим

$$\frac{n\chi^2}{1+n\chi^2} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 1. \quad (30)$$

Положив  $n=2, e=1, \chi=c$ , после подстановки в (30) получим  $c \approx 0,6325$ . Таким образом, субоптимальный эллипсоид ненамного отличается от оптимального, вычисленного, например, согласно [2], что в объектах, где точность аппроксимации не критична, а простота вычислений и подстройки — необходимое условие, может являться вполне удовлетворительным.

Рассмотрим случай, когда расстояние до середины гиперслоя, т.е.  $\Delta$  увеличивается от нуля до нескольких  $e$ . При этом ширина гиперслоя, т.е.  $c$  увеличивается так, что  $c = \Delta$  постоянно. Таким образом, пересечение эллипсоида и гиперслоя увеличивается до тех пор, пока эллипсоид не будет «погружен» в него наполовину и далее, т.е. ширина гиперслоя увеличивается, а пересечение остается уже неизменным (рис. 1).

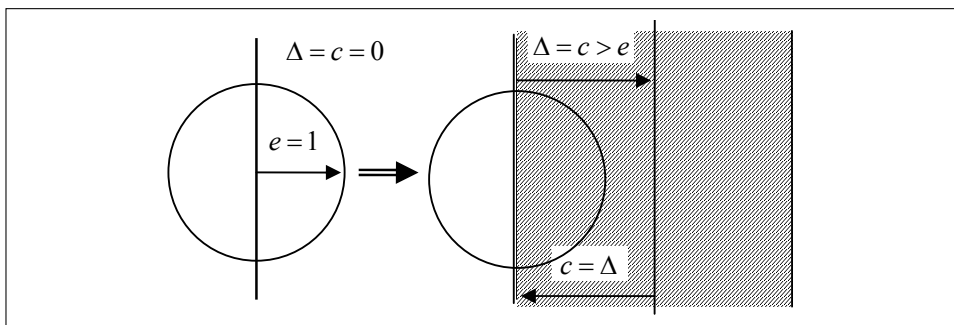


Рис. 1. Пересечение эллипсоида и гиперслоя

Легко видеть из (18), (22) и (26), что середина аппроксимирующего эллипсоида вначале удаляется от центра исходного эллипсоида на расстояние  $\frac{1}{1+n}$  по достижении равенства  $\Delta = e = c$ , а затем, по мере дальнейшего увеличения  $\Delta$ , снова приближается к центру исходного эллипсоида. При этом объем аппроксимирующего эллипсоида все время увеличивается и условие информативности (22) стремится к единице. Аналогично ведет себя аппроксимирующий эллипсоид в случае лишь касания гиперслоя и исходного эллипсоида. При этом, в отличие от условия  $q^{-1} = ce$ , с удалением середины гиперслоя от исходного эллипсоида растет объем аппроксимирующего эллипсоида. Таким образом, выбор шага согласно (26) придает алгоритму робастные свойства, заключающиеся в том, что при расхождении наблюдений и расчетного множества достижимости происходит учет наблюдений.

### ПРИМЕР ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Выполним моделирование алгоритма на конкретном примере. Возьмем систему третьего порядка и зададимся устойчивыми значениями собственных чисел матрицы динамики  $A$ :  $\lambda_l = 0,75; 0,5; -0,5, l = \overline{1, n}$ . По ним построим матрицу  $A$ , имеющую форму Фробениуса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0,1875 & 0,25 & 0,75 \end{bmatrix}.$$

Управления в программе (3) примем равными максимально возможным на всем интервале управления и зададим в виде  $\zeta_j = d(-1)^j$ . Начальное значение  $\bar{x}_0^T = [5 \ -10 \ 12]$  удовлетворяет условию (2), где

$$H_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 900 \end{bmatrix}, \quad \bar{x}_0^T = [0 \ 0 \ 0].$$

Моделирование системы произведем в среде MATLAB. Сначала сравним аппроксимацию множества достижимости тремя алгоритмами согласно работам [1], [9] и по формуле (17) данной статьи. В качестве результата рассмотрим три графика изменений квадратного корня из определителя матрицы  $H_j$ , полученной тремя способами в зависимости от номера  $j$  итерации. Данные построения показаны на рис. 2, где видно, что объем эллипсоидов, построенных по оптимальным алгоритмам [1], [9], совпадает (графики маркированы квадратиками и крестиками соответственно). Объем же аппроксимирующего эллипсоида, согласно (17), не очень отличается от оптимального (график маркирован кружочками).



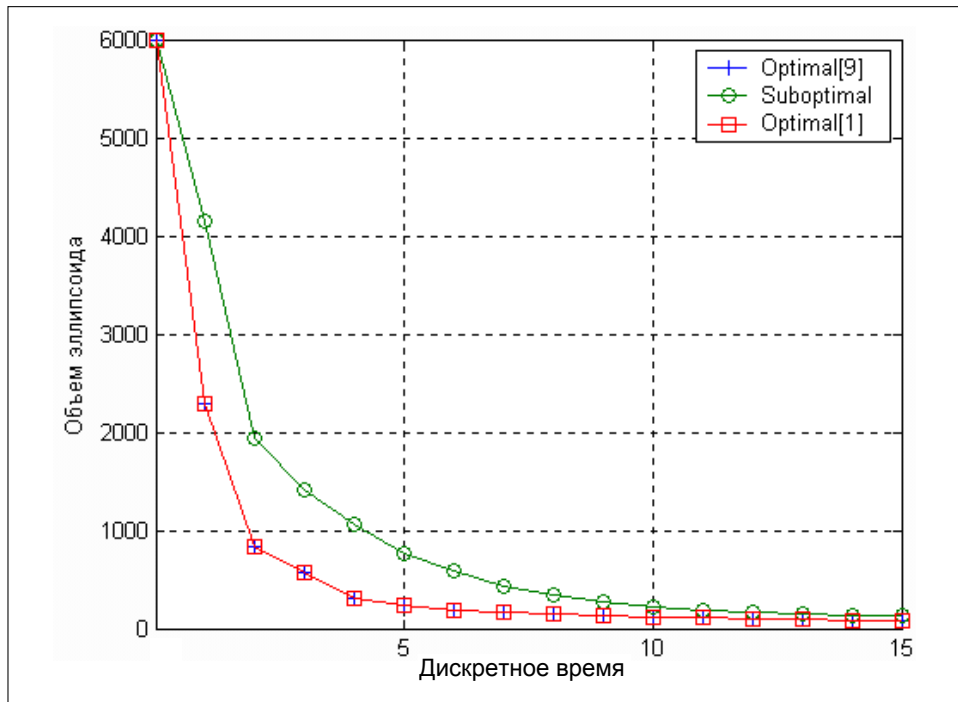


Рис. 2. Уменьшение объема эллипсоида при разном выборе шага

Для исследования информативности примем  $e=1$ ,  $n=2;3;4$  и будем увеличивать  $c$  до  $3e$  (рис. 3).

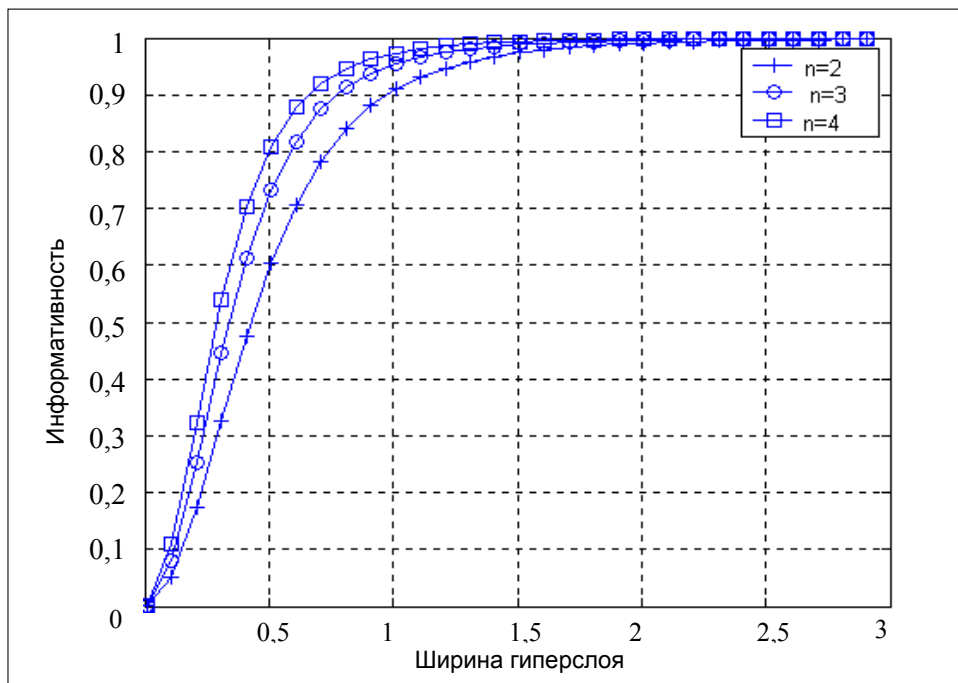


Рис. 3. Изменение информативности от ширины гиперсреза

## ВЫВОДЫ

Получен и исследован робастный алгоритм гарантированного оценивания состояний линейной динамической системы, более простой в вычислительном отношении, чем в работе [2] и более информативный по сравнению с [11]. Алгоритм обладает свойством робастности по отношению к уровню помехи наблюдения, т.е. допускает существенное увеличение уровня помехи по сравнению с размерами эллипсоида множества достижимости и сохранение информативности наблюдения. Данный алгоритм легко и удобно использовать в тех практических случаях, когда измерительная информация неточная и нет возможности наблюдать все фазовые координаты объекта, т.е. в тех случаях, когда увеличение точности вычислений не приводит к существенному уточнению состояния объекта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. — М.: Наука, 1988. — 320 с.
2. Волосов В.В. Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем // Автоматика. — 1991. — № 3. — С. 24–32.
3. Волосов В.В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизация в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных систем управления // Проблемы управления и информатики. — 1996. — № 4. — С. 37–52.
4. Хонин В.А. Гарантированные оценки состояния линейных систем с помощью эллипсоидов // Эволюционные системы в задачах оценивания: Сб. науч. тр. — Свердловск: Уральский научный центр АН СССР, 1985. — С. 104–123.
5. Черноусько Ф.Л. Об оптимальном эллипсоидальном оценивании для динамических систем, подверженных неопределенным возмущениям // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 2. — С. 85–95.
6. Овсеевич А.И., Черноусько Ф.Л. Свойства оптимальных эллипсоидов, приближающих области достижимости систем с неопределенностями // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 4. — С. 8–18.
7. Хонин В.А. О программах, реализующих алгоритмы аппроксимации области достижимости управляемой системы // Динамические задачи оценивания в условиях неопределенности: Сб. науч. тр. — Свердловск: Изд-во АН СССР, Уральское отделение, 1989. — С. 125–129.
8. Schlaepfer F. M., Schweppe F. C. Continuous-time state estimation under disturbances bounded by convex sets // IEEE Trans. Automat. Control. — 1972. — АС-17, № 2. — Р. 197–205.
9. Бакан Г.М., Шолохов А.В. К задаче гарантированного оценивания точности управляемой линейной системы // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 4. — С. 44–51.
10. Маркус М., Минк Х. Обзор по теории матриц и матричных неравенств. — М.: Наука, 1972. — 232 с.
11. Ефименко Н.В., Новиков А.К. Регуляризованные эллипсоидальные наблюдатели и их применение к задаче определения ориентации космического аппарата // Проблемы управления и информатики. — 1998. — № 6. — С. 145–155.
12. Бакан Г.М., Шолохов А.В. К построению робастного алгоритма гарантированного оценивания состояния линейной управляемой системы // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 1. — С. 16–25.

Поступила 21.03.2007