

Влияние магнитодипольного взаимодействия на свойства магнитного вихря в частицах малого размера

А.С. Ковалев, Я.Е. Прилепский

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: kovalev@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 4 июня 2003 г., после переработки 11 августа 2003 г.

Предложены и рассмотрены два типа плакетных систем, моделирующих вихрь в легкоплоскостном двумерном гейзенберговском ферромагнетике при учете диполь-дипольного взаимодействия магнитных моментов решетки. Первый плакет описывает систему со спинами границы, фиксированными в легкой плоскости перпендикулярно «поверхности» магнетика, во втором плакете спины границы фиксированы параллельно «поверхности». Изучены свойства статического вихревого упорядочения намагниченности и трансформация спектров собственных мод плакетов при изменении величины параметров легкоплоскостной обменной анизотропии и диполь-дипольного взаимодействия. Показано, что области устойчивости различных вихревых решений на плоскости параметров анизотропии и диполь-дипольного взаимодействия для данных двух плакетов существенно отличаются. Проанализированы отличия динамики и структуры вихревых решений при учете дипольного взаимодействия от результатов, полученных при рассмотрении только обменного взаимодействия.

Запропоновано і розглянуто два типи плакетних систем, що моделюють вихор у легкоплоскощинному двовимірному гейзенбергівському ферромагнетичу при урахуванні диполь-дипольної взаємодії магнітних моментів ґратки. Перший плакет описує систему зі спінами границі, фіксованими в легкій площині перпендикулярно «поверхні» магнетичу, у другому плакеті спіни границі фіксовані паралельно «поверхні». Вивчено властивості статичного вихорового упорядкування намагніченості і трансформація спектрів власних мод плакетів при зміні величини параметрів легкоплоскощинної обмінної анизотропії і диполь-дипольної взаємодії. Показано, що області стійкості різних вихорових рішень на площині параметрів анизотропії та диполь-дипольної взаємодії для даних двох плакетів істотно відрізняються. Проаналізовано відмінності динаміки і структури вихорових рішень при урахуванні дипольної взаємодії від результатів, одержаних при розгляді тільки обмінної взаємодії.

PACS: 75.10.Hk, 75.30.Ds, 75.70.Kw, 75.50.Xx

1. Введение

Дипольное взаимодействие играет важную роль в стабилизации дальнего порядка низкоразмерных магнетиков и, в частности, двумерных магнитных систем, а также в формировании структуры упорядоченного состояния магнитных сред [1,2]. Взаимное влияние локальной анизотропии, короткодействующего обменного и дальнедействующего дипольного взаимодействий (последнее, к тому же, само анизотропно по своей природе) приводит к

большому разнообразию особенностей магнитного упорядочения подобных структур. В частности, упорядочение намагниченности в системе, определяемое диполь-дипольным взаимодействием (ДДВ), отличается от упорядочения, получаемого при учете только обменного взаимодействия. Без учета дальнедействующего ДДВ невозможно объяснение образования доменной структуры в магнитном образце [3], однако форма самой доменной стенки определяется только конкуренцией величины обмена и ло-

кальной анизотропии. В связи с этим нелинейные топологические возбуждения в различных магнитоупорядоченных средах на протяжении многих лет теоретически рассматривались в рамках классической гейзенберговской модели с учетом только обменного взаимодействия и различных видов анизотропии [4,5]. Последнее обстоятельство также связано с вычислительными трудностями при учете слабо убывающего с расстоянием ДДВ, хотя существуют работы, в которых изучалось влияние нелокального взаимодействия на нелинейную динамику магнетиков [6]. (В одномерных системах нелокальные взаимодействия также могут быть приближенно учтены введением эффективного локального анизотропного члена [7].) Обменное приближение часто позволяет дать хорошее качественное, а иногда и количественное объяснение для большого числа экспериментальных данных, касающихся нелинейных свойств магнетиков [8].

Несмотря на несомненные успехи использования анизотропных обменных моделей для теоретического описания свойств магнитоупорядоченных сред, при исследовании реальных систем часто возникают ситуации, когда необходим строгий учет ДДВ. Лишь при его учете возможно правильное определение и исследование сложного неоднородного упорядочения намагниченности в основном состоянии для реальных магнитных структур, где, за счет наличия полей рассеивания, начинает играть важную роль геометрия образца [9]: даже при условии однородного распределения намагниченности в образце конечного размера появляются неоднородные (в случае неэллипсоидального тела) размагничивающие поля, которые лишь качественно можно учесть путем введения анизотропных размагничивающих факторов (см. [10] и ссылки в ней). Нелокальные взаимодействия играют важную роль при исследовании свойств магнитных пленок [11]. В некоторых редкоземельных соединениях, называемых «дипольными магнетиками» [12], обменное взаимодействие аномально мало, и абсолютно необходимо учитывать нелокальное взаимодействие. Именно ДДВ ответственно за стабильность сложных неоднородных состояний разнообразных малых магнитных частиц, пространственный размер которых колеблется от десятков до нескольких сотен нанометров (так называемых «магнитных нанодотов» и сходных с ними объектов) [13,14]. Нанодоты являются кандидатами для создания различных устройств, в основе которых лежат «магнитологические» схемы [15,16], высокочувствительных магнитных сенсоров [17], спинтронных устройств и т.д. [18]. Большой интерес привлекает исследова-

ние распространения солитонных магнитных импульсов в системах нанодотов [15,19].

Благодаря наличию полей рассеивания, в нанодотах, выполненных в виде цилиндра с малой высотой, может реализовываться устойчивое состояние с вихрем в центре каждого дота [13,14]. Исследованию вихрей в двумерных ферромагнетиках в рамках обменной модели с легкоплоскостной анизотропией посвящено большое число работ [21–32] (большой список литературы приведен в обзоре [25]). В частности, значительный интерес вызывают необычные динамические свойства магнитных вихрей [22,25,31,32], трансформация спектра собственных мод двумерного магнетика конечного размера [24–26,29–31] и активация магнитных мод магнетика с вихрем внешним воздействием [24,27,28]. Следующим естественным шагом в теоретическом исследовании магнитных вихрей является учет в рассмотрении ДДВ, поскольку именно оно является важным при экспериментальном исследовании вихрей в нанодотах. Вихреподобные структуры наблюдали при численном изучении двумерного монослоя конечного размера в случае, когда ДДВ доминировало над энергией анизотропии (см. [33] и ссылки в ней). На существование решений типа вихрей для двумерных систем в случае учета ДДВ указывалось в [20,34] (см. также [1]). Важной теоретической задачей является выяснение того, насколько модифицируются результаты обменного приближения при учете дальнего действия и в какой степени данные, полученные без учета ДДВ, можно применять при описании свойств реальных систем.

В настоящей работе анализируются свойства статического вихревого решения и спектр собственных линейных мод в плакетных моделях, изображенных на рис. 1 и 2 (т.е. для двух координационных сфер квадратной спиновой решетки), но, в отличие от предыдущих работ подобного рода [26,27,30,35], учитывается ДДВ узельных спинов. Такие модели иногда называют «моделями ядра вихря» (core model); это отражает тот факт, что в широком интервале значений анизотропии ядро вихря (область, в которой градиенты намагниченности велики) имеет малый размер, и для правильного описания свойств системы достаточно рассмотреть свойства спинов только вблизи центра вихря. Как было показано ранее [26,27], в обменном приближении спектр собственных магнитных мод и структура вихревого решения, возникающего в подобных плакетных системах, имеют хорошее качественное сходство с аналогичными свойствами двумерных систем большого размера. Вопрос о спектре линейных собственных мод магнитных нанодотов, содержащих вихрь, является в настоящий момент предметом активной

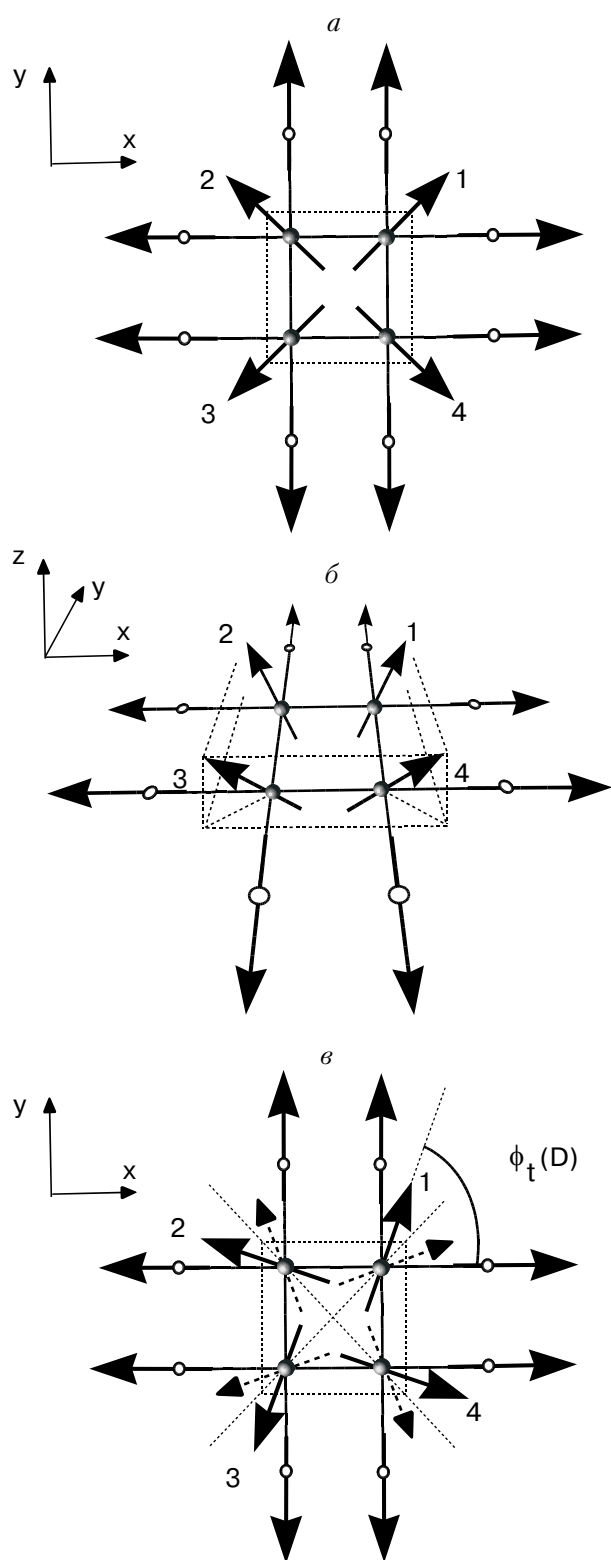


Рис. 1. Плакет I со спинами границы, фиксированными перпендикулярно ее «поверхности» (незаполненные кружки соответствуют фиксированным спинам): распределение спинов в плоском вихре (а); трехмерный вид распределения спинов во внеплоскостном вихре (плоскостное распределение спинов в ВВ аналогично ПВ случаю, см. текст) (б); распределение спинов в «закрученном» плоском вихре (в). Пунктирные стрелки соответствуют ЗПВ противоположной «киральности».

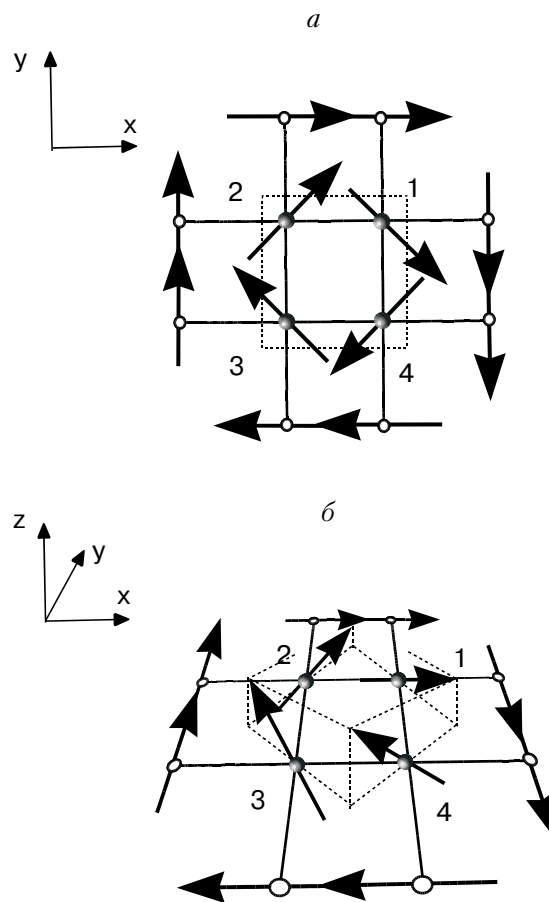


Рис. 2. Плакет II со спинами границы, фиксированными параллельно «поверхности» (незаполненные кружки соответствуют фиксированным спинам): распределение спинов в плоском вихре (а); трехмерный вид распределения спинов во внеплоскостном вихре (плоскостное распределение спинов в ВВ аналогично ПВ, см. текст) (б).

дискуссии (см. [36] и обсуждение в тексте статьи) и интенсивных экспериментальных исследований [37]. Данные о вихревой структуре, динамике и спектрах нанодотов с вихрем чрезвычайно важны для понимания физической природы процесса динамического перемагничивания, который потенциально может использоваться при резонансной смене состояния магнитного дота (т.е. в магнитологических элементах). Однако, как указывалось выше, прямой расчет свойств нелинейных возбуждений в реальных системах зачастую довольно сложен (даже в обменном приближении), и поэтому построение упрощенных моделей, способных дать аналитическое объяснение результатам экспериментальных и численных исследований, представляет важную задачу с точки зрения фундаментальных исследований свойств магнетиков.

В принципе, изучение систем, подобных рассматриваемой в настоящей работе, имеет и самостоятель-

ный интерес в связи с исследованием так называемых «магнитных молекул» [38]. Фиксация спинов внешней координационной сферы в направлении, перпендикулярном (плакет I) и параллельном (плакет II) «поверхности» плакета (см. рис. 1), может объясняться наличием сильной поверхностной анизотропии, аналогичной возникающей на поверхности тонких пленок [2,39]. Если рассматривать плакет как систему, моделирующую свойства магнитной молекулы, то наличие такой анизотропии может быть связано с сильным влиянием «матрицы» (немагнитного окружения) на магнитные атомы внешней координационной сферы.

1. Модель и структура вихревого решения

1.1. Уравнения спиновой динамики и особенности вихревого решения в обменном приближении

В рамках классической дискретной гейзенберговской модели гамильтониан двумерного ферромагнетика с легкоплоскостной обменной анизотропией при учете ДДВ магнитных моментов решетки имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_J + \mathcal{H}_D = -J \sum_{i,\delta} (S_i^x S_{i+\delta}^x + S_i^y S_{i+\delta}^y + \lambda S_i^z S_{i+\delta}^z) +$$

$$+ D \sum_{i,j} \left(\frac{\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j}{r_{ij}^3} - 3 \frac{(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right), \quad (1)$$

где \mathbf{S}_i — узельный классический спин (в дальнейшем модуль спинового вектора полагается одинаковым для всех узлов и равным единице), индексы i, j пробегают все узлы двумерной спиновой решетки, δ нумерует ближайших соседей i -го узла. Константа обменного взаимодействия J положительна в случае ферромагнетика, и параметр обменной анизотропии λ в случае легкоплоскостной симметрии изменяется в пределах $0 \leq \lambda \leq 1$; $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ — вектор, соединяющий i -й и j -й спиновые узлы (измеряемый в единицах межузельного расстояния), а D — константа ДДВ. В размерных единицах $D = (\mu_B g)^2 / 2a_0^3$, μ_B — магнетон Бора, g — гиромагнитное отношение (фактор Ланде), a_0 — межузельное расстояние, т.е. физическим является случай $D > 0$. Динамика классического вектора намагниченности описывается уравнениями Ландау–Лифшица [3–5] (УЛЛ). Для описания пространственной ориентации вектора \mathbf{S} удобными переменными являются z -проекция спина на «тяжелую» ось $m_i = S_i^z$ и азимутальный угол спина $\varphi_i = \arctg(S_i^y / S_i^x)$; в этих переменных УЛЛ приобретают гамильтонов вид, а φ_i и m_i играют роль канонически сопряженных эффективных координат и импульсов для гамильтониана $\mathcal{H}(m_i, \varphi_i)$. Для введенных переменных УЛЛ выглядят следующим образом:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \sum_{\delta} \left(\frac{m_{\perp\delta} m_i}{m_{\perp i}} \cos \varphi_{i\delta} - \lambda m_{\delta} \right) + D \sum_j \frac{1}{r_{ij}^3} \left(m_j + \frac{1}{2} \frac{m_{\perp j} m_i}{m_{\perp i}} [\cos \varphi_{ij} + 3 \cos(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})] \right), \quad (2)$$

$$\frac{dm_i}{dt} = - \sum_{\delta} m_{\perp i} m_{\perp\delta} \sin \varphi_{i\delta} - D \sum_j \frac{m_{\perp i} m_{\perp j}}{2r_{ij}^3} [\sin \varphi_{ij} + 3 \sin(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})], \quad (3)$$

где $m_{\perp i} = \sqrt{1 - m_i^2}$, $\varphi_{ik} = \varphi_i - \varphi_k$, $\cos \alpha_{ij} = (r_i \cos \chi_i - r_j \cos \chi_j) / r_{ij}$, χ_i — азимутальная координата i -го спинового узла. В уравнениях (2), (3) время измеряется в единицах J^{-1} и сделана перенормировка $D/J \rightarrow D$, т.е. изменению перенормированного D формально соответствует изменение J и a_0 .

В двумерном ферромагнетике, при наличии легкоплоскостной анизотропии (как обменной, так и одноионной), топологическим дефектом является магнитный вихрь. В длинноволновом пределе решение УЛЛ для статического магнитного вихря в бесконечной системе при учете только обменной части

гамильтониана (1) было получено в работах [21,22] (см. также [32]). В полярных координатах (r, χ) , связанных с центром вихря, оно имеет вид $\phi = \chi + C$, $m = m(r)$, где C — произвольная постоянная, а для $m(r)$ не существует аналитического выражения. Для больших r z -проекция намагниченности вихря экспоненциально убывает, а в центре вихря достигает значения $m = \pm 1$ (разные знаки соответствуют разной поляризации вихря); такой вихрь называют внеплоскостным вихрем (ВВ)*. При учете дискретности системы, в зависимости от величины анизотропии возможен и другой тип вихрей: при

* В формулах соответствующие величины отмечены индексом «OP» — «out-of-plane».

сильной анизотропии $\lambda < \lambda_c$ ($\lambda_c \approx 0,7$ для квадратной решетки, для других типов решеток это значение несколько отличается [23,32]) устойчивой является плоскостная конфигурация вихря (ПВ)* с $m \equiv 0$. При меньшей величине анизотропии статический вихрь переходит во внеплоскостную конфигурацию (ВВ) [23,25,30,32]. При континуальном описании ПВ не существует, так как энергия его ядра логарифмически расходится в центре вихря, в то время как энергия ВВ остается конечной. В дискретной модели энергия ядра ПВ конечна и он устойчив при $\lambda < \lambda_c$. При учете ДДВ инвариантность гамильтониана системы (1) по отношению к однородному повороту спинов в легкой плоскости отсутствует. В цилиндрических магнитных нанодотах требование отсутствия полей рассеяния (минимизация магнитодипольного взаимодействия) приводит к фиксации значения константы для устойчивого вихревого решения $C = \pm \pi/2$ (см., например, [36]), где разные знаки отвечают разной киральности вихря.

1.2. Моделирование вихревых свойств с помощью плакетного рассмотрения

В рассматриваемых плакетах I и II (рис. 1) четыре спина внутренней (первой) координационной сферы плакета могут изменять свою пространственную ориентацию, а спины второй координационной сферы фиксированы в «легкой» плоскости перпендикулярно (рис. 1) и параллельно (рис. 2) «поверхности» плакета (его боковым границам). Даже в обменном приближении вихревое состояние для таких плакетов за счет фиксации спинов внешней сферы в вихревой конфигурации является основным. Для нахождения его явного вида необходимо найти статическое решение системы уравнений (2), (3) для четырех нефиксированных спинов с номерами $i = 1, 2, 3, 4$. В обменном приближении ($D = 0$) ПВ конфигурации соответствует решение $\varphi_i = \pi/4 + \pi(i-1)/2$ для плакета I и $\varphi_i = -\pi/4 + \pi(i-1)/2$ для плакета II, $m_i = 0$ (рис. 1,а и 2,а); ПВ устойчив в интервале значений параметра анизотропии $0 \leq \lambda \leq \lambda_c = \cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2 \approx 0,71$. Отличие критического значения анизотропии λ_c от полученного в работах [26,28] обусловлено несколько иной фиксацией внешних спинов. Этот факт не является принципиальным, поскольку он влечет только незначительное количественное изменение результатов, не влияя на качественное соответствие. Все аналитические выражения из [26,28] для плакетов с фиксированной границей остаются в силе, если в

них положить $\lambda_c = \sqrt{2}/2$. Статическое распределение направлений подвижных спинов для ВВ в обменном приближении (рис. 1,б и 2,б) дается следующими выражениями: как и для ПВ $\varphi_i = \pi/4 + \pi i/2$ для плакета I и $\varphi_i = -\pi/4 + \pi i/2$ для плакета II, а для z -проекции в обоих плакетах имеем $m_i \equiv m = \sqrt{1 - (\lambda_c/\lambda)^2}$.

Спектр плакетов, аналогичных рассматриваемым в настоящей работе, исследован в [24,26,28] в обменном приближении. Он содержит четыре значения частоты (полное число мод равно количеству степеней свободы гамильтоновой системы, т.е. количеству свободных спинов), которые классифицируются дискретным «азимутальным волновым числом» k , принимающим значения $k = 0, 1, 2$. Спектр плакетов в области устойчивой ПВ конфигурации ($\lambda < \lambda_c$) содержит три значения частоты Ω , т.е. три ветви зависимости $\Omega_k = \Omega_k(\lambda)$ (мода с $k = 1$, т.е. первая азимутальная, двукратно вырождена). В области устойчивости ВВ вырождение первых азимутальных мод ($k = 1$) снимается и частотные зависимости для них расщепляются в дублет, причем спиновая волна нижней ветви дублета бежит по часовой стрелке, а верхней ветви — против. Частотные зависимости Ω и зависимости соотношения амплитуд поперечных и продольных колебаний спинов для всех мод даются формулами (8)–(21) из [28]. (Эти зависимости также можно получить, положив в соответствующих формулах настоящей работы $D = 0$.) Заметим, что в бесконечной системе значение параметра анизотропии $\lambda = 1$ является критическим: магнитная анизотропия становится легкой и магнитный вихрь исчезает. В предложенной плакетной модели вихревое состояние фиксируется граничными условиями. Поэтому в этой модели вихрь существует и при $\lambda > 1$. Но по аналогии с бесконечной системой все зависимости от λ приведены ниже только для области $\lambda < 1$.

Целью настоящей работы является исследование структуры и устойчивости различных вихревых конфигураций плакетов и спектров линейных возбуждений при учете ДДВ.

2. Плакет I с фиксированной границей при учете диполь-дипольного взаимодействия

2.1. Статические вихревые конфигурации и уравнения динамики собственных мод

Учетом ДД часть гамильтониана \mathcal{H}_D и рассмотрим влияние ДДВ на статические ПВ и ВВ конфи-

* В формулах «IP» — «in-plane»

гурации плакета I. Учитывая симметрию вихревых решений сделаем подстановку $m_i = m$, $\varphi_i = \varphi + \pi(i-1)/2$ в уравнения (2), (3), положив в них равными нулю производные по времени. В результате, для переменных m и φ получим систему двух обыкновенных нелинейных уравнений:

$$\frac{m(1+aD)}{m}(\sin \varphi + \cos \varphi) - 2\lambda m + D \frac{m}{8}(\sqrt{2} + 16 - 3(\sqrt{2} + 8)\sin 2\varphi) = 0, \quad (4)$$

$$m_{\perp}(\cos \varphi - \sin \varphi) \left(1 + aD - \frac{3D}{8} m_{\perp}(\sqrt{2} + 8) \times (\cos \varphi + \sin \varphi) \right) = 0, \quad (5)$$

где $a = 7/4 - 1/2\sqrt{2} - 13/25\sqrt{5} \approx 1,164$ — численная константа.

Первое решение этой системы соответствует, как и ранее, ПВ конфигурации (рис. 1,а): $\varphi = \pi/4$, $\varphi_i = \pi/4 + \pi(i-1)/2$, $m = 0$. Решение для ВВ конфигурации (рис. 1,б) выглядит следующим образом: выражение для φ аналогично полученному для ПВ, а для статической внеплоскостной намагниченности m имеем выражение

$$m(\lambda; D) = 2 \frac{\sqrt{(\lambda - \tilde{\lambda}_c(D))[\lambda + 1/\sqrt{2} + D(1 + 1/2\sqrt{2} + a\sqrt{2})/2]}}{2\lambda + D(1 + 1/2\sqrt{2})}. \quad (6)$$

Естественно, существует аналогичный ВВ с отрицательной поляризацией, т.е. с $m_i = -m(\lambda; D)$. Критическое значение параметра анизотропии, разделяющее области существования ПВ и ВВ, становится теперь функцией параметра ДДВ:

$$\tilde{\lambda}_c(D) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \right) D, \quad (7)$$

и соответствующая граница на плоскости параметров (D, λ) изображена на рис. 5,а линией 1. Однако, как будет показано ниже, рассмотренные вихри с $\varphi = \pi/4$ существуют лишь при достаточно слабом ДДВ. С ростом дипольного взаимодействия вихрь трансформируется в конфигурацию с $\varphi \neq \pi/4$, которую будем называть «закрученным» вихрем (в формулах « t » — twisted, см. рис. 1,в). Рассмотрим закрученный плоскостной вихрь (ЗПВ). Решение уравнений (4), (5), описывающее статическое распределение намагниченности в ЗПВ, следующее: $m = 0$, $\varphi = \varphi_t(D)$, $\varphi_i = \varphi_t + \pi(i-1)/2$,

$$\varphi_t(D) = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \left(1 - \frac{8(D - D_c)}{3\sqrt{2}DD_c(\sqrt{2} + 8)} \right), \quad (8)$$

где $D_c = (3\sqrt{2} + 3/4 - a)^{-1} \approx 0,261$. Решения типа ЗПВ могут существовать лишь при $D > D_c$ (см. линию 2 на рис. 5,а). Двойной знак \pm в (8) объясняется вырождением ЗПВ по своей эффективной «киральности»: в точке перехода ПВ–ЗПВ и ВВ–ЗПВ появляются два устойчивых ЗПВ решения, т.е. происходит бифуркация решений по углу φ . Отщепление устойчивых решений от неустойчивых при ПВ–ЗПВ переходе (т.е. при переходе через значение $D = D_c$ при фиксированном λ из области устойчивого ПВ в область устойчивого ЗПВ) происходит корневым образом: при $D - D_c \ll D_c$ имеем

$$\varphi_t(D) \approx \frac{\pi}{4} \pm \frac{4}{D_c} \sqrt{\frac{(D - D_c)}{3\sqrt{2}(\sqrt{2} + 8)}}. \quad (9)$$

Бифуркационная диаграмма для ВВ–ЗПВ перехода более необычна (см. разд. 2.4.).

Отметим, что уравнения (4) и (5) допускают непрерывно вырожденные решения и для закрученных внеплоскостных вихрей. Таким решениям на плоскости параметров (D, λ) отвечает линия $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*(D)$, где $\tilde{\lambda}_c^*(D)$ определяется формулой

$$\tilde{\lambda}_c^*(D) = D(5 + 1/\sqrt{2})/2. \quad (10)$$

На этой прямой уравнения (4), (5) удовлетворяются тождественно, если m и φ связаны соотношением

$$m_{\perp} = \frac{8}{3D(\sqrt{2} + 8)} \frac{1 + aD}{\cos \varphi + \sin \varphi}, \quad (11)$$

т.е. при фиксированном D каждому $\pm m$ из допустимого интервала $0 \leq m \leq 1$ отвечает определенное значение φ (или $\pi/2 - \varphi$). Для $\varphi = \pi/4$ ЗВВ непрерывно переходит в ВВ (для λ , принадлежащих прямой $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*(D)$), для $m = 0$ ЗВВ переходит в ЗПВ. Как будет видно из приведенного ниже анализа устойчивости различных вихревых конфигураций плакета, такое непрерывно вырожденное решение может реализоваться на прямой $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*(D)$ только для $D > D_c$.

Хотя мы и получили зависимости характеристик статических вихревых решений от параметров модели, это не означает, что найденные ПВ и ВВ решения устойчивы во всех соответствующих интервалах значений λ ($\lambda < \tilde{\lambda}_c(D)$ для ПВ и $\tilde{\lambda}_c(D) < \lambda < 1$ для ВВ). Устойчивые решения должны соответствовать не экстремуму, а минимуму гамильтониана $\mathcal{H}(m_i, \varphi_i)$. Из анализа выражения (8) следует, что $\varphi_t = \pi/4$ при $D = D_c$ и можно предположить, что при $D > D_c$ ПВ станет неустойчив. Для нахождения истинных областей устойчивости ВВ, ПВ и ЗПВ (в терминах λ и D) необходимо проанализировать значения частот собственных мод плакета в ПВ, ВВ и ЗПВ конфигурациях и их зависимость от λ и D (для анализа устойчивости ПВ и ВВ решений для плакета в обменном приближении см. [26,28]).

Система линеаризованных над статическим вихревым состоянием динамических уравнений в общем виде записывается следующим образом: вводя малые добавки μ и ν к статическим решениям, $m_i(t) = \mu_i(t) + m_i$, $\varphi_i(t) = \nu_i(t) + \varphi_i$, из (2), (3) в линейном по μ и ν приближении получаем:

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_i = & \sum_{\delta} \left\{ \left[\mu_i \frac{m_{\perp\delta}}{m_{\perp i}^3} - \mu_{\delta} \frac{m_i m_{\delta}}{m_{\perp i} m_{\perp \delta}} \right] \cos \varphi_{i\delta} - (\nu_i - \nu_{\delta}) \frac{m_i m_{\perp\delta}}{m_{\perp i}} \sin \varphi_{i\delta} - \mu_{\delta} \lambda \right\} + \\ & + D \sum_j \frac{1}{2r_{ij}^3} \left\{ \left[\mu_i \frac{m_{\perp j}}{m_{\perp i}^3} - \mu_j \frac{m_i m_j}{m_{\perp i} m_{\perp j}} \right] [\cos \varphi_{ij} + 3 \cos(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})] - \right. \\ & \left. - \frac{m_i m_{\perp j}}{m_{\perp i}} [(\nu_i - \nu_j) \sin \varphi_{ij} + 3(\nu_i + \nu_j) \sin(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})] + 2\mu_j \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_i = & \sum_{\delta} \left\{ \left[\mu_i \frac{m_i m_{\perp\delta}}{m_{\perp i}} + \mu_{\delta} \frac{m_{\delta} m_{\perp i}}{m_{\perp \delta}} \right] \sin \varphi_{i\delta} - (\nu_i - \nu_{\delta}) \cos \varphi_{i\delta} \right\} + \\ & + D \sum_j \frac{1}{2r_{ij}^3} \left\{ \left[\mu_i \frac{m_i m_{\perp j}}{m_{\perp i}} + \mu_j \frac{m_j m_{\perp i}}{m_{\perp j}} \right] [\sin \varphi_{ij} + 3 \sin(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})] - \right. \\ & \left. - m_{\perp i} m_{\perp j} [(\nu_i - \nu_j) \cos \varphi_{ij} + 3(\nu_i + \nu_j) \cos(\varphi_i + \varphi_j - 2\alpha_{ij})] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

В явном виде для плакета I в ПВ либо ВВ конфигурации имеем следующую систему:

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1 = & \frac{\sqrt{2}}{m_{\perp 1}^3} (1 + aD)\mu_1 + (D - \lambda)(\mu_2 + \mu_4) + D \frac{\mu_3}{2\sqrt{2}} + m \left(1 + \frac{D}{2} \right) (\nu_4 - \nu_2) + \\ & + \frac{D}{m_{\perp 1}^2} \left[\frac{3}{2} m^2 (\mu_2 + \mu_4) + \frac{m^2}{\sqrt{2}} \mu_3 - \left(3 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \mu_1 \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{\mu}_1 = \left(-\sqrt{2}(1 + aD)m_{\perp 1} + Dm_{\perp 1}^2 \left[3 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \right) \nu_1 + m \left(1 + \frac{D}{2} \right) (\mu_4 - \mu_2) + Dm_{\perp 1}^2 \left[\frac{3}{2} (\nu_2 + \nu_4) + \frac{\nu_3}{2\sqrt{2}} \right]. \quad (15)$$

Уравнения, пригодные в области устойчивого ЗПВ, получаются из (12), (13) аналогично (с учетом симметрии ЗПВ):

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1 = & \mu_1 (1 + aD) (\sin \varphi_t + \cos \varphi_t) + (D - \lambda) (\mu_2 + \mu_4) + \\ & + D \frac{\mu_3}{2\sqrt{2}} - \frac{D\mu_1}{8} (\sqrt{2} + 3(8 + \sqrt{2}) \sin 2\varphi_t), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1 = & -\nu_1 (1 + aD) (\sin \varphi_t + \cos \varphi_t) + \frac{D\sqrt{2}}{8} (\nu_1 - \nu_3) + \\ & + \frac{3D}{8} \sin 2\varphi_t ([8 + \sqrt{2}]\nu_1 + 4[\nu_2 + \nu_4] + \sqrt{2}\nu_3). \end{aligned} \quad (17)$$

Три пары уравнений, дополнительных к (14), (15) и к (16), (17), получаются при циклической перестановке индексов.

2.2. Собственные моды и область устойчивости плоскостного вихря

Классификация собственных мод плакета с учетом ДДВ не отличается от проведенной ранее в обменном приближении [26,28]. Наиболее важной яв-

ляется симметричная мода (с $k=0$ и наименьшей частотой), для которой решение имеет вид $\nu_i = \nu^0 \sin \Omega t$, $\mu_i = \mu^0 \cos \Omega t$ и зависимость частоты от параметров λ и D сводится к следующей:

$$\Omega_0^{IP}(\lambda; D) = \sqrt{2\sqrt{2}D_c^{-1}(\tilde{\lambda}_c(D) - \lambda)(D_c - D)}. \quad (18)$$

Обращение частоты Ω_0^{IP} в нуль определяет границы области устойчивости ПВ: в нашей модели они задаются неравенствами $0 < \lambda < \tilde{\lambda}_c(D)$, $0 < D < D_c$ (область, ограниченная линиями 1 и 2 на рис. 5,а). Соотношение амплитуд колебаний спинов перпендикулярно легкой плоскости и в этой плоскости μ^0/ν^0 для симметричной моды в ПВ области зависит от λ и D следующим образом:

$$\mu^0/\nu^0 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}(D_c - D)}{D_c(\tilde{\lambda}_c(D) - \lambda)}}. \quad (19)$$

Это отношение стремится к бесконечности при $\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_c(D)$, что свидетельствует о переходе в новое устойчивое состояние (ВВ) после ПВ-ВВ перехода.

Напротив, из-за симметрии ЗПВ отношение (19) стремится к нулю при $D \rightarrow D_c$ (тенденция к изменению плоскостного упорядочения).

Для двукратно вырожденной (в ПВ области значений D и λ) первой азимутальной моды, полагая $v_i = v^{1,2} \sin(\chi_i - \Omega t)$, $\mu_i = \mu^{1,2} \cos(\chi_i - \Omega t)$, имеем:

$$\Omega_{1,2}^{IP}(\lambda; D) = \sqrt{\left(\sqrt{2} + D \left[\sqrt{2a} - 3 - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right]\right)} \times \sqrt{\left(\sqrt{2} + D \left[\sqrt{2a} - 3 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right]\right)}. \quad (20)$$

Наконец для второй азимутальной моды ($v_i = v^3 \sin(2\chi_i - \Omega t)$, $\mu_i = \mu^3 \cos(2\chi_i - \Omega t)$) выражение, определяющее зависимость ее частоты от параметров λ и D , следующее:

$$\Omega_3^{IP}(\lambda; D) = \sqrt{\left(\sqrt{2} + 2\lambda + D \left[a\sqrt{2} - 5 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right]\right)} \times \sqrt{\left(\sqrt{2} + D \left[a\sqrt{2} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right]\right)}. \quad (21)$$

Соотношения (20), (21) справедливы только в области ($0 < \lambda < \tilde{\lambda}_c(D)$, $0 < D < D_c$), где ПВ устойчив.

2.3. Собственные моды и область устойчивости внеплоскостного вихря

Как показано ранее, ВВ может быть устойчивым только в интервале $\lambda > \tilde{\lambda}_c(D)$. Однако, как будет найдено ниже, область устойчивости ВВ имеет дополнительные ограничения с ростом параметра ДДВ. Рассмотрим спектр частот системы (12), (13) для ВВ области.

Зависимость частоты симметричной моды от параметров λ и D удобно записать следующим образом:

$$\tilde{m}(\lambda; D) = \begin{cases} m(\lambda; D), & \text{при } (0 < D_c, \lambda > \tilde{\lambda}_c) \text{ и при } (D_c < D, \lambda > \tilde{\lambda}_c^*), \\ 0, & \text{при } (D_c < D, \lambda < \tilde{\lambda}_c^*) \text{ и при } (D < D_c, \lambda < \tilde{\lambda}_c), \end{cases} \quad (25)$$

где $m(\lambda, D)$ определяется формулой (6). Интересно отметить особенность выражения (25) и отличие его от (6). Для области значений параметра $0 < D < D_c$ зависимость статической внеплоскостной намагниченности ВВ от λ имеет стандартный бифуркационный вид: эта зависимость отщепляется корневым образом от ПВ решения $m(\lambda; D) = 0$ в точке, где ПВ перестает быть устойчивым, т.е. при $\lambda \cong \tilde{\lambda}_c(D)$. В области $D > D_c$, на границе области существования устойчивого ВВ, т.е. на линии

$$\Omega_0^{OP}(\lambda; D) = 2 \sqrt{\frac{(\lambda - \tilde{\lambda}_c(D))(\lambda - \tilde{\lambda}_c^*(D)) \left(2\lambda + \sqrt{2} + D \left[a\sqrt{2} + 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right]\right)}{2\lambda + D \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}}, \quad (22)$$

где $\tilde{\lambda}_c^*(D)$ определена выражением (10), и соотношение амплитуд колебаний разной поляризации для этой моды имеет вид

$$\mu^0/v^0 = m_{\perp}(\lambda; D) \sqrt{\frac{\lambda - \tilde{\lambda}_c^*(D)}{\lambda - \tilde{\lambda}_c(D)}} \times \sqrt{\frac{2\lambda + D(1 + 1/\sqrt{2})}{2\lambda + \sqrt{2} + D(a\sqrt{2} + 1 + 1/2\sqrt{2})}}. \quad (23)$$

Из выражения (22) видно, что устойчивая ВВ конфигурация существует только при одновременном выполнении двух условий: $\lambda > \tilde{\lambda}_c(D)$ и $\lambda > \tilde{\lambda}_c^*(D)$. (При одновременном выполнении противоположных неравенств ВВ решение не существует.) Зависимость $\tilde{\lambda}_c^*(D)$ (10) изображена на рис. 5,а в виде прямой 3, разделяющей области существования ВВ и ЗПВ. Все три критические зависимости $\tilde{\lambda}_c(D)$, $\tilde{\lambda}_c^*(D)$ и $D = D_c$ сходятся в одной точке $D_* = D_c$, $\lambda_* = \tilde{\lambda}_c^*(D_c) = \tilde{\lambda}_c(D_c) = 8\sqrt{2}/([12\sqrt{2} + 3 - 4a][5\sqrt{2} + 1])$. Таким образом, для ВВ зависимость критического значения параметра анизотропии от параметра ДД взаимодействия является нелинейной функцией:

$$\lambda_c(D) = \begin{cases} \tilde{\lambda}_c(D) & \text{при } 0 < D < D_c, \\ \tilde{\lambda}_c^*(D) & \text{при } D_c < D. \end{cases} \quad (24)$$

Соответственно, выражение для внеплоскостной намагниченности имеет вид

$\tilde{\lambda}_c^*(D)$ (прямая 3 на рис. 5,а), происходит скачок внеплоскостной намагниченности на конечную величину $\delta m(D)$. Этот скачок обращается в нуль в точке (D_*, λ_*) и растет корневым образом при $D - D_c \ll D_c$:

$$\delta m \approx \frac{2\sqrt{2}\sqrt{1 + 4\sqrt{2}}}{\sqrt{3}[3 + 4\sqrt{2}]} \frac{\sqrt{D - D_c}}{D_c}.$$

Зависимости внеплоскостной намагниченности от λ при $D < D_c$ и $D > D_c$ приведены на рис. 3. Как вид-

но из выражения (23), при $D > D_c$ отношение μ^0/v^0 при $\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_c(D)$ стремится к нулю, т.е. колебания спинов происходят в азимутальном направлении, и вихрь имеет тенденцию к «закручиванию» (т.е. переходу в ЗПВ конфигурацию с $\varphi \neq \pi/4$). При $D < D_c$ и $\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_c(D)$ отношение μ^0/v^0 стремится к бесконечности, и вихрь имеет тенденцию к изменению внеплоскостной конфигурации и превращению в ПВ.

Учитывая данные об области устойчивости ВВ, рассмотрим более высоколежащие моды. Для ВВ этот вопрос приобретает важное значение, поскольку уже в обменном приближении модуль частоты первой азимутальной моды может быть меньше частоты симметричной моды [29,31]. Вследствие понижения симметрии системы в области устойчивого ВВ снимается вырождение первых азимутальных мод. Зависимости частот этих мод от параметров λ и D следующие:

$$\Omega_{1,2}^{OP}(\lambda; D) = 2m(\lambda; D) \left(1 + \frac{D}{2} \right) \mp \sqrt{U_1(\lambda; D)W_1(\lambda; D)}, \quad (26)$$

где

$$U_1(\lambda; D) = \frac{\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} + D \left(\frac{a\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} - 3 - \frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{m^2(\lambda; D)}{\sqrt{2}} \right), \quad (27)$$

$$W_1(\lambda; D) = \sqrt{2}m_{\perp}(\lambda; D) + Dm_{\perp}(\lambda; D) \left(a\sqrt{2} - m_{\perp}(\lambda; D) \left(3 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \right).$$

Подкоренное выражение в (26) остается положительным во всей области ($\lambda > \tilde{\lambda}_c$, $\lambda > \tilde{\lambda}_c^*$) существования ВВ, и дополнительной неустойчивости относительно нарастания азимутальных мод не возникает. Однако отметим качественное отличие поведения нижней ветви частотной зависимости первой азимутальной моды при учете ДДВ, изображенной на рис. 5, а, от вида этой зависимости, полученной в обменном приближении [24,29,31]: на плоскости параметров λ и D существует область, где частота этой моды меняет знак. (Знак частоты азимутальных мод свидетельствует о направлении вращения бегущей спиновой волны, т.е. в этой области параметров спиновая волна этой моды начинает вращаться против часовой стрелки, как и волна верхней ветви дублета первых азимутальных мод.) Область смены знака частоты отмечена штриховкой на рис. 5. Такой особенностью обладают аналогичные системы (как плакетные [26], так и системы большого размера [29,31]) в обменном

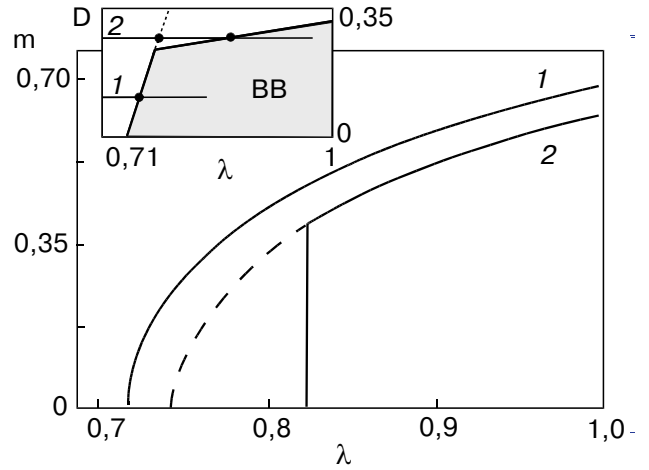


Рис. 3. Изменение зависимости внеплоскостной намагниченности статического ВВ (25) для плакета I от параметра λ с увеличением величины D . Приведенные зависимости соответствуют значениям $D = 0,1$ (сплошная линия 1) и $D = 0,29 > D_c$ (линия 2, на которой пунктирная часть отвечает области неустойчивости ВВ). На вставке приведена область устойчивости ВВ (заштрихована).

приближении, но со свободными спинами на границе. Интересно отметить следствие этого факта применительно к системам большого размера. Как было показано в работе [31], направление вращения волны нижней первой азимутальной моды (называемой трансляционной голдстоуновской модой) можно трактовать, как малоамплитудное вращение центра ВВ, при условии, что радиальная собственная функция этой моды достаточно хорошо локализована в ядре вихря. Направление вращения этой моды (а следовательно, и малоамплитудного вращения вихря) полностью определялось типом граничных условий: отрицательное значение частоты должно соответствовать фиксированной границе, положительное — свободной. Поскольку в нашем случае в системе с фиксированными спинами на границе частота этой моды может стать положительной, а тип граничных условий выбирает определенное (в нашем случае противоположное) направление вращения вихря, то можно сделать вывод, что в этой области параметров λ и D направление ее вращения нельзя ассоциировать с направлением вращения вихря. Это, в свою очередь, может быть, если радиальная собственная функция этой моды не локализована в ядре вихря. Таким образом, если полученный эффект изменения направления вращения нижайшей первой азимутальной моды при учете ДДВ действительно имеет место в системах большого размера со спинами, фиксированными перпендикулярно «поверхности», то мож-

но предположить, что в этой области параметров собственная функция этой моды плохо локализуется в ядре вихря, и саму эту моду нельзя считать ответственной за малоамплитудное вращение центра ВВ. Интересно отметить, что для указанной моды существует узкий промежуток значений параметра D , близкий к D_c , где с ростом λ частота может поменять знак дважды. Подобного рода зависимости не наблюдаются в обменном приближении для систем со свободной границей.

Для второй азимутальной моды имеем

$$\Omega_3^{OP}(\lambda; D) = \sqrt{F_1(\lambda; D)G_1(\lambda; D)}, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} F_1(\lambda; D) &= \frac{\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} + 2\lambda + \\ &+ D \left(\frac{a\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} - 2 - \frac{1}{2\sqrt{2}} - 3 \frac{1+m^2(\lambda; D)}{m_{\perp}^2(\lambda; D)} \right), \\ G_1(\lambda; D) &= \sqrt{2}m_{\perp}(\lambda; D) + \\ &+ Dm_{\perp}(\lambda; D) \left(a\sqrt{2} - m_{\perp}(\lambda; D) \frac{3}{2\sqrt{2}} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Отношение амплитуд всех азимутальных мод не имеет особенностей в области устойчивого ВВ, а все полученные частотные зависимости для азимутальных мод верны только в области устойчивого ВВ: $\lambda_c(D) < \lambda$. С ростом D значения собственных частот в ПВ и ВВ областях параметров λ и D понижаются. Это свидетельствует о том, что в этой области параметров увеличение ДДВ ослабляет силу связей и влияние ДДВ противоположно влиянию обмена.

2.4. Собственные моды и область устойчивости закрученного плоскостного вихря

Рассмотрим спектр собственных мод плакета в области устойчивого ЗПВ. Из приведенного выше анализа можно заключить, что домен устойчивости ЗПВ в терминах λ и D определяется неравенствами $\lambda < \tilde{\lambda}_c^*(D)$, $D > D_c$. Зависимость частоты симметричной моды от параметров λ и D определяется выражением

$$\begin{aligned} \Omega_0^t &= \sqrt{\frac{16D}{3D_c}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(D - D_c)(\tilde{\lambda}_c^*(D) - \lambda)[D(3\sqrt{2} + 3/4 + a) + 1]}{\sqrt{2} + 8}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Частота этой «мягкой» моды обращается в нуль с корневой особенностью в точках $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*(D)$ (переход ЗПВ–ВВ) и при $D = D_c$ (переход ЗПВ–ПВ). Соотношение амплитуды колебаний спинов пер-

пендикулярно легкой плоскости к амплитуде колебаний в плоскости дается формулой

$$\begin{aligned} \mu^0/v^0 &= \sqrt{\frac{4}{3DD_c}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(D - D_c)[D(3\sqrt{2} + 3/4 + a) + 1]}{(\lambda - \tilde{\lambda}_c^*(D))(\sqrt{2} + 8)}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Из выражения (31) можно судить о симметрии новых решений, которые будут устойчивы при значениях D и λ вне интервалов устойчивости ЗПВ: при $\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_c^*(D)$, т.е. при ЗПВ–ВВ переходе, это отношение обращается в бесконечность, что свидетельствует о тенденции спинов к выходу из плоскости, а при $D \rightarrow D_c$, т.е. при ЗПВ–ПВ переходе, это отношение стремится в нуль, что говорит о тенденции к смене плоскостного упорядочения.

Зависимость частоты первой азимутальной моды от параметра D (от величины анизотропии λ она не зависит) следующая:

$$\Omega_{1,2}^t = \frac{\sqrt{(8\sqrt{2}[1 + aD]^2 + 3D^2[3 - 2^{-3/2}]) (3 + 2^{-3/2})}}{\sqrt{2} + 8}. \quad (32)$$

Для самой высокой второй азимутальной моды имеем:

$$\Omega_3^t = \sqrt{\left(2\lambda + D \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) \left(\frac{8 - \sqrt{2}}{8 + \sqrt{2}} \frac{8(1 + aD)^2}{3D(8 + \sqrt{2})} + \frac{3D}{2\sqrt{2}} \right)}. \quad (33)$$

В области устойчивости ЗПВ значения собственных частот растут с увеличением D , т.е. эффективная сила межспиновых связей с ростом D увеличивается. Это свидетельствует о том, что в этой области ДДВ является доминантным. При ЗПВ–ПВ переходе частотные зависимости азимутальных мод терпят излом, при ЗПВ–ВВ переходе частотные зависимости, за исключением «мягкой» нулевой моды, испытывают скачок. Причина этого заключается в том, что при ВВ–ЗПВ переходе мы имеем достаточно необычную пороговую бифуркационную диаграмму, изображенную на рис. 4. При фиксированном значении $\lambda > \lambda_*$ и изменении параметра D (рис. 4,а) основная бифуркация происходит в точке на линии $D = \tilde{D}_c^*$, где два устойчивых ВВ с разной поляризацией и нулевой киральностью скачком превращаются в два устойчивых ЗПВ с разной киральностью и нулевой поляризацией. При этом в точках на линиях D_c и D_c^* имеются нереализующиеся бифуркации, в которых возникают два неустойчивых ЗПВ с разной киральностью (при

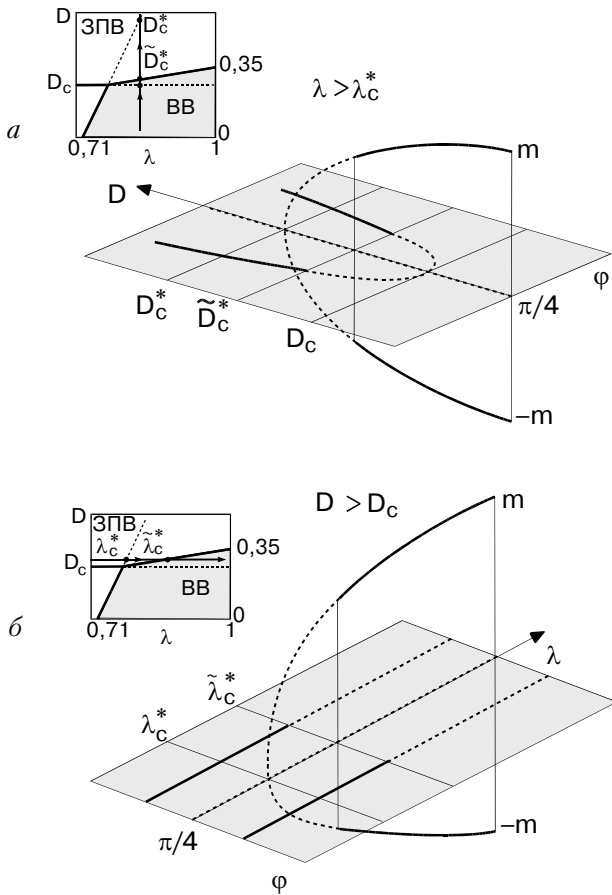


Рис. 4. Бифуркационные диаграммы ЗПВ–ВВ перехода (устойчивые решения выделены сплошной линией, неустойчивые – пунктирной). ВВ–ЗПВ переход с изменением параметра D при постоянном λ . \tilde{D}_c^* отвечает значению D на прямой $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*(D)$ (а). ЗПВ–ВВ переход с изменением λ при постоянном D (б). На вставках схематически приведены линии на плоскости параметров λ и D , отвечающие каждой диаграмме.

$D = D_c$) и два неустойчивых ВВ с нулевой киральностью (при $D = D_c^*$). При фиксации значения $D > D_c$ (рис. 4,б) основной бифуркации (на линии $\lambda = \tilde{\lambda}_c^*$), при которой скачком меняется поляризация и киральность вихря, предшествует нереализуемая бифуркация, в которой возникают два неустойчивых ВВ решения с нулевой киральностью.

Из всех приведенных в этом разделе зависимостей предельным переходом D можно получить выражения для частот чисто дипольной системы. В частности, ЗПВ при учете только дипольного взаимодействия имеет конфигурацию: $m = 0, \phi = \pi/4 - \arccos(4a/[3 + 4\sqrt{2}]) \approx -0,069\pi$, либо $m = 0, \phi = \pi/4 + \arccos(4a/[3 + 4\sqrt{2}]) \approx 0,569\pi$.

3. Плакит II с фиксированной границей при учете диполь-дипольного взаимодействия

3.1. Статические вихревые конфигурации и уравнения динамики собственных мод

Для плакета II (рис. 2) со спинами границы, фиксированными параллельно боковым границам плакета, статические вихревые конфигурации ($m_i = m, \phi_1 = \phi, \phi_i = \phi + \pi(i - 1)/2$) определяются парой уравнений, заменяющих систему уравнений (4), (5):

$$\frac{m(1 - bD)}{m} (\cos \phi - \sin \phi) - 2\lambda m + D \frac{m}{8} (\sqrt{2} + 16 - 3(\sqrt{2} + 8) \sin 2\phi) = 0, \quad (34)$$

$$m_{\perp} (\cos \phi + \sin \phi) \times \left(1 - bD - \frac{3D}{8} m_{\perp} (\sqrt{2} + 8) (\cos \phi - \sin \phi) \right) = 0, \quad (35)$$

где $b = \frac{7}{8} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{8}{25\sqrt{5}} \approx 0,0248$ – численная константа.

Как и в случае плакета I, уравнения (34), (35) допускают решения для статического ПВ со структурой, аналогичной ПВ в плакете I в обменном приближении (рис. 2,а), т.е. с $m = 0$ и $\phi = -\pi/4$. Возможно также решение для ВВ, аналогичное решению в обменном приближении (рис. 2,б) с $\phi = -\pi/4$ и

$$m = 2 \frac{\sqrt{(\lambda - \lambda_c(D)) \left(\lambda - D \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + 5 + b\sqrt{2} \right] / 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)}}{2\lambda - D(1/\sqrt{2} + 5)}. \quad (36)$$

Из (36) видно, что ВВ существует при одновременном выполнении неравенств $\lambda > \lambda_c(D)$, $\lambda > \tilde{\lambda}_c(D)$, где

$$\lambda_c(D) = D(1/\sqrt{2} + 5 - b\sqrt{2})/2 + 1/\sqrt{2}, \quad (37)$$

$$\tilde{\lambda}_c(D) = D(1/\sqrt{2} + 5 + b\sqrt{2})/2 - 1/\sqrt{2}. \quad (38)$$

Критические значения параметров D^* и λ^* , при которых происходит смена зависимостей $\lambda_c(D)$ на $\tilde{\lambda}_c(D)$ на границе области существования ВВ, равны соответственно $D^* = 1/b$ и $\lambda^* = (10 + \sqrt{2})/4b$. На рис. 5,б приведена лишь область параметра анизотропии $0 < \lambda < 1$ с линией $\lambda_c(D)$, поскольку $\lambda^* \approx 115 \gg 1$. Ниже будет показано, что ВВ устойчив только в области параметров $\lambda > \lambda_c(D)$, $\lambda > \tilde{\lambda}_c(D)$. На самой границе области существования ВВ зависимость внеплоскостной намагниченности (36) имеет стандартный для ПВ–ВВ перехода бифуркационный вид.

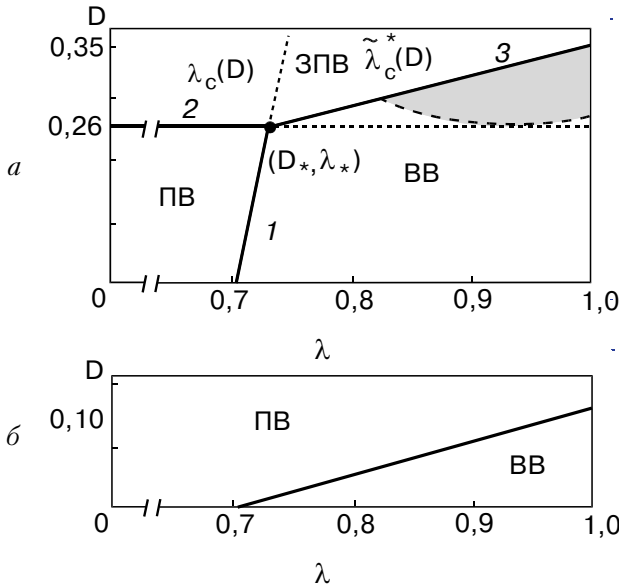


Рис. 5. Области устойчивых вихревых решений на плоскости параметров λ и D для разных плакетов. Области устойчивости ПВ, ВВ и ЗПВ в плакете I, разделенные зависимостью $\lambda_c(D)$ (24). Пунктиром выделена область параметров, где изменяется знак частоты нижней первой азимутальной моды, эта кривая определяется уравнением $\Omega_1^{OP}(\lambda; D) = 0$, где Ω_1^{OP} дается выражением (26), (а); области устойчивости ПВ и ВВ в плакете II, разделенные прямой $\lambda_c(D)$ (37), (б).

Плакет II также допускает решения в виде ЗПВ и ЗВВ. Решение для ЗПВ следующее: $m = 0$ и $\varphi = \varphi_t(D)$, где функция φ_t дается формулой

$$\varphi_t(D) = \pm \arccos\left(\frac{8}{3\sqrt{2}D} \frac{1-bD}{\sqrt{2}+8}\right) - \frac{\pi}{4}. \quad (39)$$

Кроме того, у системы (34), (35) формально существует два решения типа закрученного ВВ (ЗВВ), распределение намагниченности в котором дается формулами $\varphi = \varphi_t^{OP}(\lambda; D)$, $m = m_t(\lambda; D)$,

$$\begin{aligned} \varphi_t^{OP}(\lambda; D) &= \pm \arccos\left(\frac{8}{3\sqrt{2}D} \frac{1-bD}{m_{\perp}^t(\lambda; D)(\sqrt{2}+8)}\right) - \frac{\pi}{4}, \\ m_t(\lambda; D) &= \sqrt{\frac{2(\lambda - \lambda_c^t(D))}{2\lambda + D(1 + 2^{-3/2})}}, \\ \lambda_c^t(D) &= \frac{8(1-bD)^2}{3D(\sqrt{2}+8)} - D(1 + 2^{-3/2})/2, \end{aligned} \quad (40)$$

где $m_{\perp}^t = \sqrt{1 - m_t^2}$. Однако, как можно показать, ЗПВ и ЗВВ неустойчивы при всех значениях параметров D и λ из рассматриваемых интервалов. Таким образом, устойчивыми в плакете II являются лишь ВВ и ПВ, что будет продемонстрировано ниже.

Для выяснения устойчивости различных вихревых конфигураций необходимо исследовать спектр линейных возмущений над ними. Динамические уравнения для собственных мод в ПВ и ВВ конфигурациях выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \frac{\sqrt{2}}{m^3} (1-bD)\mu_1 + (D-\lambda)(\mu_2 + \mu_4) + \\ &+ D \frac{\mu_3}{2\sqrt{2}} + m\left(1 + \frac{D}{2}\right)(v_4 - v_2) - \frac{D}{m^2} \left[\frac{3}{2} m^2 (\mu_2 + \mu_4) + \right. \\ &\left. + \frac{m^2}{2\sqrt{2}} \mu_3 - \left(3 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \mu_1 \right], \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1 &= \left(-\sqrt{2}(1-bD)m - Dm^2 \left[3 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right] \right) v_1 + \\ &+ m \left(1 + \frac{D}{2} \right) (\mu_4 - \mu_2) - Dm^2 \left[\frac{3}{2} (v_2 + v_4) + \frac{v_3}{\sqrt{2}} \right], \end{aligned} \quad (42)$$

и остальные три пары уравнений при циклической перестановке индексов.

3.2. Собственные моды и область устойчивости плоскостного вихря

Зависимость частоты нулевой симметричной моды для области устойчивого ПВ плакета II определяется выражением

$$\Omega_0^{IP} = \sqrt{2(\lambda_c(D) - \lambda)(\sqrt{2} + D[6 + 3/2\sqrt{2} - b\sqrt{2}])}. \quad (43)$$

В точке ПВ–ВВ перехода на линии $\lambda = \lambda_c(D)$ при $\lambda < \lambda_*$ эта зависимость обращается в нуль с корневой особенностью (обычная бифуркация). При $\lambda > \lambda_*$ переход носит более сложный характер, но так как $\lambda_* \gg 1$, в дальнейшем этот процесс не будет рассматриваться. Соотношение амплитуд колебаний спинов в нулевой моде в перпендикулярных направлениях имеет обычный для ПВ–ВВ перехода вид

$$\mu^0/v^0 = \sqrt{\frac{(\sqrt{2} + D[3/2\sqrt{2} - b\sqrt{2}])}{2(\lambda_c(D) - \lambda)}}, \quad (44)$$

что свидетельствует о тенденции к смене внеплоскостного упорядочения при $\lambda \rightarrow \lambda_c(D)$ ($\mu^0/v^0 \rightarrow \infty$ на этой линии). Для двукратно вырожденной первой азимутальной моды имеем

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2}^{IP} &= \sqrt{(\sqrt{2} + D[3 - b\sqrt{2}])} \times \\ &\times \sqrt{(\sqrt{2} + D[3 - b\sqrt{2} - 1/2\sqrt{2}])}. \end{aligned} \quad (45)$$

Для второй азимутальной моды получаем следующую зависимость:

$$\Omega_3^{IP} = \sqrt{(\sqrt{2} + 2\lambda + D[1 + 1/\sqrt{2} - b\sqrt{2}])} \times \sqrt{(\sqrt{2} + D[3/2\sqrt{2} - b\sqrt{2}])}. \quad (46)$$

Отношения амплитуд азимутальных мод не имеют особенностей, а их частоты остаются вещественными при всех λ и D . Значения частот с ростом D увеличиваются, т.е. рост D приводит к стабилизации ПВ. Отметим, что ПВ в плакете II устойчив даже для чисто дипольной системы, т.е. из всех выражений, полученных в данном разделе, предельным переходом D можно получить выражения для дипольной системы. Причина устойчивости такой конфигурации, в отличие от плакета I, заключается в том, что именно в такой конфигурации плакета отсутствуют поверхностные «магнитостатические заряды», т.е. минимизируется получаемый в континуальном пределе магнитодипольный вклад; сама плотность магнитостатических зарядов определяется компонентой намагниченности, перпендикулярной поверхности образца.

3.3. Собственные моды и область устойчивости внеплоскостного вихря

Для ВВ области ($\lambda_c(D) < \lambda$, $\tilde{\lambda}_c(D) < \lambda$) для нулевой симметричной моды получаем следующую зависимость:

$$\Omega_0^{OP} = 2\sqrt{\frac{(\lambda - \lambda_c(D))(\lambda - \tilde{\lambda}_c(D))(2\lambda + D)}{2\lambda - D(5 + 1/\sqrt{2})}}, \quad (47)$$

где $\tilde{\lambda}_c(D)$ определяется выражением (38). Эта зависимость обращается в нуль с корневой особенностью в точке ВВ–ПВ перехода $\lambda = \lambda_c(D)$ (при $\lambda < \lambda_*$). Соотношение амплитуд колебаний разной поляризации для этой моды имеет стандартный вид для ВВ–ПВ перехода:

$$\mu^0/\nu^0 = \frac{m_{\perp}(\lambda; D)}{2} \sqrt{\frac{(2\lambda + D)(2\lambda - D[5 + 1/\sqrt{2}])}{(\lambda - \lambda_c(D))(\lambda - \tilde{\lambda}_c(D))}}, \quad (48)$$

и стремится к бесконечности на линии перехода $\lambda = \lambda_c(D)$.

Частоты первых азимутальных мод определяются выражением (26) с заменой $U_1, W_1 \rightarrow U_2, W_2$, где

$$U_2(\lambda; D) = \frac{\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} + D \left[\frac{1}{m_{\perp}^2(\lambda; D)} \left(\frac{m^2(\lambda; D)}{2\sqrt{2}} + 3 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{b\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right],$$

$$W_2(\lambda; D) = \sqrt{2}m_{\perp}(\lambda; D) + Dm_{\perp}(\lambda; D) \left(m_{\perp}(\lambda; D) \left[3 - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right] - b\sqrt{2} \right). \quad (49)$$

Зависимость частоты второй азимутальной моды от D и λ дается формулой (28) с заменой $F_1, G_1 \rightarrow F_2, G_2$, где

$$F_2(\lambda; D) = \frac{\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} + 2\lambda + D \left(\frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{3m(\lambda; D)}{m_{\perp}^2(\lambda; D)} - \frac{b\sqrt{2}}{m_{\perp}^3(\lambda; D)} - 2 \right),$$

$$G_2(\lambda; D) = \sqrt{2}m_{\perp}(\lambda; D) + Dm_{\perp}(\lambda; D) \left(\frac{3m_{\perp}(\lambda; D)}{2\sqrt{2}} - b\sqrt{2} \right). \quad (50)$$

Частоты азимутальных мод остаются вещественными при всех λ и D , и учет этих мод не сужает области устойчивости ВВ. Отношения амплитуд колебаний спинов в перпендикулярных направлениях не имеют особенностей в области устойчивости ВВ. Отметим, что для плакета II частота нижней ветви дублета азимутальных мод остается отрицательной во всем интервале устойчивости ВВ, как и в обменном приближении (т.е. волна, соответствующая этой моде, вращается по часовой стрелке, как и сам вихрь). Это может означать, что учет ДД взаимодействия при фиксации внешних спинов параллельно границе плакета не приводит к делокализации волновой функции, отвечающей этой моде, как это было предсказано для систем с перпендикулярной фиксацией спинов.

Заключение

В настоящей работе на примере двух спиновых плакетов рассмотрены свойства статического вихревого упорядочения намагниченности и трансформация спектров линейных собственных мод в легкоплоскостном двумерном гейзенберговском ферромагнетике при одновременном учете обменного и дипольного взаимодействий. Поскольку ранее при анализе аналогичных плакетных систем малого размера в обменном приближении оказалось, что свойства статических вихревых решений и особенности спектра таких систем в вихревой конфигурации качественно сходны с аналогичными свойствами систем большого размера [26,28], то имеются основания предполагать наличие качественного сходства полученных результатов для плакета с данными для систем большого размера. Основные результаты статьи сводятся к следующим.

1. При фиксации поверхностных спинов перпендикулярно границе (плакет I), что имеет место при наличии большой поверхностной анизотропии образца или при сильном влиянии окружающей магнитную молекулу «матрицы», может существовать новый устойчивый тип вихрей (ЗПВ), который отсутствует в обменном приближении. Причина этого заключается в том, что учет ДДВ снимает вырождение основного состояния и делает выгодным упорядочение намагниченности параллельно боковой границе образца. При граничных условиях, соответствующих плакету II, учет ДДВ приводит к тому, что единственно возможным становится «азимутальное» распределение намагниченности в вихрях.

2. Получены диаграммы устойчивости в плакетах, представленные на рис. 5. Показано, что когда ДДВ становится доминирующим, единственно устойчивыми типами вихрей становятся ЗПВ в плакете I и ПВ в плакете II. Это связано с тем обстоятельством, что учет ДДВ приводит к дополнительной эффективной легкоплоскостной анизотропии. Показано, что ПВ–ВВ переход в плакетах имеет стандартный бифуркационный вид с корневым нарастанием статической внеплоскостной намагниченности решения, а ПВ–ЗПВ переход в плакете I с корневым нарастанием угла закручивания. Вместе с тем продемонстрировано, что ВВ–ЗПВ переход в плакете I сопровождается скачком внеплоскостной намагниченности.

3. Рассмотрены и проанализированы особенности спектров собственных мод плакетов, которые могут возникать при учете ДДВ. Увеличение значения параметра D приводит к уменьшению величин частот всех собственных мод для плакета I в ВВ и ПВ конфигурациях и для плакета II в ВВ конфигурации. В области устойчивости ЗПВ для плакета I и ПВ для плакета II значения частот увеличиваются с ростом D . Необходимо отметить различие в поведении отношения амплитуд плоскостных и внеплоскостных колебаний для симметричной моды при $\lambda \rightarrow \lambda_c(D)$ для ВВ в плакете I: в области $D < D_c$ это отношение $\mu^0/v^0 \rightarrow \infty$, а для $D > D_c$ имеем $\mu^0/v^0 \rightarrow 0$, что может быть важным при построении упрощенных слабонелинейных моделей. Интересной особенностью спектра собственных частот линейных спиновых мод плакета I является изменение направления вращения волны нижайшей первой азимутальной моды при определенных значениях параметров D и λ . Если такой эффект имеет место в системах большого размера, то он может приводить к делокализации этой моды вне ядра ВВ. Напротив, поведение частотной зависимости этой моды для плакета II аналогично той, что имеет место в обменном приближении. Таким образом, можно предположить, что

результаты, полученные в обменном приближении, могут быть пригодны и при учете ДДВ для качественного анализа больших систем с «внешними» спинами, параллельными границе образца.

Работа выполнена при частичной поддержке программы INTAS-99 (грант № 167). Авторы признательны М.М. Богдану за интерес к работе и ценные замечания.

1. В.М. Розенбаум, В.М. Огненко, А.А. Чуйко, *УФН* **161**, №10, 79 (1991).
2. K. De'Bell, A.V. MacIsaac, and J.P. Whitehead, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 225 (2000).
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *К теории магнитной проницаемости ферромагнитных тел*, в кн.: Л.Д. Ландау, *Собр. тр.*, Наука, Москва (1969), т. 1, с. 128; У.Ф. Браун, *Микромагнетизм*, Наука, Москва (1979).
4. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
5. А.М. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
6. А.С. Ковалев, А.М. Косевич, И.В. Манжос, *ЖЭТФ* **94**, 222 (1988); V.V. Kisiliev and A.P. Tankeev, *J. Phys: Cond. Matter* **7**, 2087 (1995); *ibid.* **8**, 10219 (1996).
7. А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
8. A.J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **40**, 191 (1991).
9. R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye, and M.E. Welland, *Europhys. Lett.* **48**, 221 (1999).
10. A. Aharoni, *J. Appl. Phys.* **83**, 3432 (1997).
11. M. Sparks, *Phys. Rev.* **B1**, 3831 (1970); Б.А. Калиникос, *Изв. ВУЗов: Физика* **8**, 42 (1981); В.А. Kalinikos and A.N. Slavin, *J. Phys.* **C19** 7013 (1986); S.O. Demokritov, B. Hillerbrands, and A.N. Slavin, *Phys. Rep.* **348**, 441 (2001).
12. А.Г. Андерс, С.В. Волоцкий, С.В. Старцев, А. Фергер, А. Орендачева, *ФНТ* **21**, 52 (1995).
13. R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye, M.E. Welland, and D.M. Tricker, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999); R.P. Cowburn, *J. Phys.* **D33**, R1 (2000).
14. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, R. Shigeto, and T. Ono, *Science* **289**, 930 (2000).
15. R.P. Cowburn and M.E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000); R.P. Cowburn, *J. Magn. Magn. Mater.* **242–245**, 505 (2002).
16. S. Tehrani, E. Chen, M. Durlam, M. DeHerrera, J.M. Slaughter, J. Shi, and G. Kerszykowski, *J. Appl. Phys.* **85**, 5822 (1999).
17. R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye, and M.E. Welland, *J. Appl. Phys.* **87**, 7082 (2000).
18. <http://www.dapra.mil/dso/thrust>

19. И.Р. Каретникова, И.М. Нефедов, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман, И.А. Шершавский, *ФТТ* **43**, 2030 (2001).
20. П.И. Белобров, В.А. Воеводин, В.А. Игнатченко, *ЖЭТФ* **88**, 889 (1985); А.А. Fraerman and M.V. Sapozhnikov, *J. Magn. Magn. Mater.* **192**, 191 (1999).
21. А.М. Косевич, В.П. Воронов, И.В. Манжос, *ЖЭТФ* **84**, 148 (1983).
22. А.В. Никифоров, Э.Б. Сонин, *ЖЭТФ* **83**, 642 (1983).
23. G.M. Wysin, *Phys. Lett.* **A240**, 95 (1998).
24. Я.Е. Прилепский, *Свойства вихрей в двумерных легкоплоскостных ферромагнетиках*, Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук, Харьков (2003).
25. F.G. Mertens and A.R. Bishop, *Nonlinear Sciences at the Dawn of the 21st Century. Lecture Notes in Physics*, P.L. Christiansen, M.P. Soerensen, and A.C. Scott (eds.), Springer, Berlin (2000), p. 137.
26. А.С. Ковалев, Я.Е. Прилепский, *Вестник ХНУ, сер. Физика* **417**, 32 (1998); *там же* **440**, 25 (1999).
27. А.С. Ковалев, Я.Е. Прилепский, *ФНТ* **28**, 1292 (2002); Yu. Gaididei, T. Kampeter, F.G. Mertens, and A.R. Bishop, *Phys. Rev.* **B59**, 7010 (1999); *ibid.* **61**, 9449 (2000).
28. А.С. Ковалев, Я.Е. Прилепский, *ФНТ* **29**, 71 (2003).
29. G.M. Wysin and A.R. Völkel, *Phys. Rev.* **B52**, 7412 (1995).
30. G.M. Wysin, *Phys. Rev.* **B49**, 8780 (1994).
31. В.А. Иванов, Н.Ж. Schnitzer, F.G. Mertens, and G.M. Wysin, *Phys. Rev.* **B58**, 8464 (1998).
32. M.E. Gouvea, G.M. Wysin, A.R. Bishop, and F.G. Mertens, *Phys. Rev.* **B39**, 11840 (1989).
33. E.Y. Vedmedenko, H.P. Oepen, A. Ghazali, J.-C.S. Levy, and J. Kirschner, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5884 (2000).
34. J.-C.S. Levy, *Phys. Rev.* **B63**, 104409 (2001).
35. С.Е. Zaspel, С.М. MacKennan, and S.R. Snaric, *Phys. Rev.* **B53**, 11317 (1996).
36. В.А. Иванов and С.Е. Zaspel, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1261 (2002).
37. V. Novosad, M. Grimsditch, K.Yu. Guslienko, P. Vavassori, Y. Otani, and S.D. Bader, *Phys. Rev.* **B66**, 052407 (2002).
38. L. Thomas, F. Lioni, R. Ballou, D. Gatteschi, R. Sessoli, and B. Barbara, *Nature* **383**, 145 (1996); J. Kortus, M.R. Pedersen, C.S. Hellberg, and S.N. Khanna, *J. Eur. Phys.* **D16**, 177 (2001); N. Fujima, *ibid.*, 185 (2001).
39. A. Moshel and K.D. Usadel, *Phys. Rev.* **B49**, 12868 (1994).

The influence of magneto-dipole interaction on magnetic vortex properties in small-size particles

A.S. Kovalev and J.E. Prilepsky

Two types of plaquette systems which mimic a vortex in a 2D easy-plane Heisenberg ferromagnet with the account of the dipole-dipole interaction of the lattice magnetic moments are proposed and considered. The first plaquette describes a system with the borderline spins fixed within the easy plane perpendicularly to the magnet «surface». The second plaquette has the borderline spins fixed parallel to its «surface». We study the properties of static vortex ordering and the transformation of the plaquette eigenmodes by varying the parameters of easy-plane anisotropy and dipole interaction. It is shown that the regions of stability for different vortex solutions on the plane of the anisotropy and dipole-dipole interaction parameters differ essentially. We analyze the differences in dynamics and structure between the vortex solutions taken account of dipole-dipole interaction, and the exchange-approximated results.