

## Акустическое переключение квантовых состояний в полупроводниках

Н.С. Аверкиев<sup>1</sup>, И.В. Рожанский<sup>1</sup>, С.А. Тарасенко<sup>1</sup>, М.Б. Лифшиц<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт-Петербург, 194021, Россия

E-mail: averkiev@les.ioffe.ru

igor@quantum.ioffe.ru

<sup>2</sup>Universite Montpellier II, Montpellier, CEDEX 5, France

Статья поступила в редакцию 13 октября 2010 г.

Теоретически исследовано взаимодействие уединенного импульса упругой деформации (акустического солитона) с локализованными дырками в низкоразмерных структурах на основе кремния. Показано, что прохождение солитона через область локализации дырки переводит ее из одного квантово-механического состояния в другое, которое характеризуется другой проекцией углового момента. Эффект обусловлен расщеплением вырожденного в отсутствие возмущения основного состояния дырки под действием упругой деформации. Детальный микроскопический расчет эффекта акустического переключения квантово-механических состояний проведен для дырок, локализованных в квантовой точке или на мелкой примеси акцепторного типа в квантовой яме. Продемонстрировано, что амплитуда акустического солитона, необходимая для полного переворота проекции углового момента дырки, соответствует амплитуде характерных импульсов деформации, создаваемых в экспериментах.

Теоретично досліджено взаємодію відокремленого імпульсу пружної деформації (акустичного солітона) з локалізованими дірками в низькорозмірних структурах на основі кремнію. Показано, що проходження солітона через область локалізації дірки переводить її з одного квантово-механічного стану в інше, яке характеризується іншою проекцією кутового моменту. Ефект обумовлений розщепленням виродженого у відсутності збурювання основного стану дірки під дією пружної деформації. Детальний мікроскопічний розрахунок ефекту акустичного перемикавання квантово-механічних станів проведено для дірок, локалізованих у квантовій точці або на дрібній домішці акцепторного типу у квантовій ямі. Продемонстровано, що амплітуда акустичного солітона, яка необхідна для повного перевороту проекції кутового моменту дірки, відповідає амплітуді характерних імпульсів деформації, що створюються в експериментах.

PACS: 74.20.hb Пьезо-оптические, упруго-оптические, акусто-оптические и фотоупругие эффекты;  
63.20.K— Фононное взаимодействие;  
78.67.De Квантовые ямы.

Ключевые слова: акустический солитон, квантовые точки, квантовые ямы.

### 1. Введение

Переходы между исходно вырожденными состояниями системы под действием внешнего возмущения, действующего в течение короткого периода времени, представляют собой квантовый эффект. Хорошо известный пример переключения квантовых состояний — переход между спиновыми подуровнями электрона при прохождении его через область действия постоянного магнитного поля. В магнитном поле происходит поворот электронного спина на угол, который определяется величиной и временем действия поля [1]. Если исходно спин частицы был ориентирован перпендикулярно маг-

нитному полю и взаимодействовал с полем в течение времени  $T = \pi\hbar / (g\mu_0 B)$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $g$  — эффективный  $g$ -фактор,  $\mu_0$  — магнетон Бора, а  $B$  — индукция магнитного поля, то направление спина изменится на противоположное. Очевидно, что такой эффект перспективно исследовать с целью создания переключающих устройств, а недостатком представляется лишь магнитный характер взаимодействия.

В большом количестве объемных полупроводников и наноструктур на их основе состояния в валентной зоне вырождены не только по спину, но и по проекции орбитального углового момента. Это дает возможность

осуществлять переключение между квантово-механическими состояниями дырок немагнитными воздействиями, например электрическим полем или упругой деформацией. Хотя деформационные явления уже давно используются для определения различных параметров полупроводниковых соединений [2], в последнее время наблюдается повышенный интерес к сверхбыстрой акустоэлектронике. Такое внимание связано с разработкой эффективных методов создания акустических солитонов — одиночных ультракоротких импульсов сжатия, распространяющихся по кристаллу [3–6]. Прохождение таких импульсов деформации через область локализации дырки может переводить ее из одного квантового состояния в другое [7]. Цель данной работы — теоретическое изучение эффекта переключения дырочных состояний в квантово-размерных структурах на основе кремния под действием акустического солитона. Рассмотрены две системы: дырки в кремниевых квантовых точках, встроенных в матрицу SiO<sub>2</sub>, и дырки, локализованные на акцепторах в кремниевой квантовой яме. Статья построена следующим образом. В разд. 2 представлено математическое описание акустических солитонов в твердом теле; показано, что уединенные импульсы деформации могут быть описаны решением уравнения Кортевега–де Вриза. Микроскопическая теория эффекта переключения состояний локализованных дырок в квантовых точках и квантовых ямах развита в разд. 3 и 4. В Заключение обсуждаются возможности экспериментального наблюдения эффекта.

## 2. Акустический солитон

Акустический солитон представляет собой одиночный импульс деформации, распространяющийся в кристалле со скоростью, немного превышающей скорость линейного звука [8]. Как известно, устойчивые уединенные решения волновых уравнений возникают в результате конкуренции нелинейности и дисперсии: нелинейность ответственна за тенденцию к опрокидыванию волны, а дисперсия — за расплывание волнового пакета.

Рассмотрим распространение продольных упругих волн в твердом теле вдоль оси высокой симметрии, например вдоль главной оси кубического кристалла, когда направление смещения атомов совпадает с направлением распространения волны  $x$ . Импульсы деформации именно такого типа изучались в работах [4,8]. В рамках нелинейной теории упругости уравнение, описывающее распространение волн деформации без учета дисперсии, имеет вид [9]

$$\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left( C_2 + C_3 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где  $w = w(x, t)$  — смещение,  $\rho_0$  — плотность кристалла,  $C_2$  и  $C_3$  — комбинации соответствующих упругих констант [10]. Уравнение (1) учитывает эффекты нелинейности в низшем порядке, члены третьего и более высоких порядков малости по вектору смещения опущены.

Для учета дисперсии представим частоту упругих колебаний  $\omega$  в виде разложения по волновому вектору  $k$  и сохраним только линейные и кубические по  $k$  слагаемые:

$$\omega = ck - \gamma k^3, \quad (2)$$

где  $c = (C_2 / \rho_0)^{1/2}$  — скорость продольного линейного звука,  $\gamma$  — положительная константа, которая определяется параметрами материала. Закону дисперсии (2) соответствует следующая модификация волнового уравнения (1):

$$\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left( \rho_0 c^2 + C_3 \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho_0 c \gamma \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}. \quad (3)$$

Продифференцируем уравнение (3) по координате  $x$  и определим деформацию  $u$  стандартным образом:  $u = \partial w / \partial x$ . В результате получим волновое уравнение, описывающее распространение нелинейных волн деформации с учетом дисперсии:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_3 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + C_3 u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\rho_0 c \gamma \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}. \quad (4)$$

Данное уравнение может быть использовано для теоретического изучения акустических солитонов в твердом теле.

Уравнение (4) имеет солитонные решения, присущие классическому уравнению Кортевега–де Вриза (КдВ). Для того, чтобы это продемонстрировать, сделаем в уравнении Кортевега–де Вриза

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \alpha^3} + 6\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = 0 \quad (5)$$

формальную замену переменных:

$$\varphi = \left( \frac{c\rho_0^{2/3} \gamma^{5/3}}{12} \right) u, \quad \tau = \rho_0^{-1/2} t, \\ \alpha = \gamma^{-1/3} \rho_0^{-1/6} (x - ct). \quad (6)$$

Получившееся уравнение

$$\sqrt{\rho_0} \frac{\partial u}{\partial t} + \sqrt{\rho_0} c \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma \sqrt{\rho_0} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{1}{2} \gamma^2 \rho_0^{5/6} c u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

продифференцируем по времени  $t$ , и во всех слагаемых, содержащих первую производную по времени  $\partial u / \partial t$ , заменим производную  $\partial u / \partial t$  ее выражением из (7). В результате преобразований получим волновое уравнение

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = & \rho_0 c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_3 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + C_3 u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\rho_0 c \gamma \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \\ & + \rho_0 \gamma^2 \frac{\partial^6 u}{\partial x^6} + \frac{5C_3 \gamma}{2c} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{3C_3 \gamma}{2c} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{C_3 \gamma}{c} u \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \\ & + \frac{C_3^2}{2\rho_0 c^2} u \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{C_3^2}{4\rho_0 c^2} u^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

которое похоже по структуре на уравнение (4), но содержит дополнительные слагаемые в правой части. Однако можно заметить, что эти дополнительные слагаемые отвечают более высоким порядкам малости по нелинейности и (или) дисперсии, чем первые четыре слагаемых. Они отбрасывались при выводе волнового уравнения (3) и могут рассматриваться как поправки. Таким образом, с точностью до малых поправок, решения уравнения Кортевега–де Вриза (5), в том числе и солитонные, являются также решениями уравнения (3).

Солитонное решение классического нелинейного уравнения (5) хорошо известно, оно имеет вид

$$\varphi(x, \tau) = \frac{b}{2} \operatorname{ch}^{-2} \left[ \frac{\sqrt{b}}{2} (x - b\tau - a) \right],$$

где  $a$  и  $b$  — произвольные константы,  $b > 0$ . Принимая во внимание замену переменных (6), это решение можно переписать в виде выражения для одиночной волны деформации

$$u(x, t) = u_0 \operatorname{ch}^{-2} \left( \frac{x - vt}{L} \right), \quad (9)$$

где  $u_0$ ,  $L = \sqrt{24\gamma\rho_0 c / (C_3 u_0)} \equiv d / \sqrt{|u_0|}$  и  $v = c + C_3 u_0 / (6\rho_0 c)$  — амплитуда, характерный размер и скорость акустического солитона. Для отрицательных значений  $C_3$  солитонное решение возможно только для волны сжатия ( $u_0 < 0$ ). Оценки показывают, что в кремнии  $d \approx 0,15$  нм [8], и характерный размер солитона при амплитуде деформации  $u_0 = -10^{-4} \div -10^{-2}$  составляет  $L \approx 1,5\text{--}15$  нм, а скорость солитона превышает скорость линейного звука  $c = 9 \cdot 10^5$  см/с не более чем на 1 %. Как следует из этих оценок, размер солитона близок к размерам квантовой точки Si в SiO<sub>2</sub> и области локализации дырки на мелком акцепторе в Si. Это позволяет ожидать эффективного взаимодействия локализованных дырок с акустическими солитонами.

### 3. Эффект переключения в сферических квантовых точках

Эффект переключения квантового состояния дырки обусловлен деформационным расщеплением валентной зоны в области нахождения акустического солитона. Поскольку деформация не оказывает непосредственного влияния на спин частиц, эффект переключения квантовых состояний удобно анализировать для структур со слабым спин-орбитальным взаимодействием. Примером таких систем являются квантовые точки Si в матрице SiO<sub>2</sub>, которые имеют сферическую форму с радиусом несколько нанометров [11].

Рассмотрим однократно заряженные квантовые точки. Расчет спектра и волновых функций электронов или дырок в точках можно проводить методом эффективной массы, поскольку размер квантовой точки существенно превосходит постоянную решетки кремния. Будем считать, что потенциальная энергия носителя внутри квантовой точки равна нулю, а на границе меняется скачком. Для эффекта переключения необходимо вырождение состояния по проекции орбитального углового момента, что реализуется для дырочных состояний в сферических точках на основе кремния. В объемном кремнии волновые функции валентной зоны при  $k = 0$  преобразуются по представлению кубической группы  $\Gamma'_{25}$  с базисными функциями:  $\Omega_x = yz$ ,  $\Omega_y = zx$  и  $\Omega_z = xy$ . Гамильтониан, определяющий энергию и собственные функции дырки в квантовой точке в сферическом приближении, имеет вид [11]

$$\hat{H} = (A + 2B)\hat{p}^2 - 3B(\hat{p} \cdot \hat{J})^2 + U\hat{I}, \quad (10)$$

где  $\hat{p}$  — оператор импульса,  $\hat{J}$  — оператор углового момента для частицы с моментом 1,  $\hat{I}$  — единичная матрица  $3 \times 3$ , а  $A$  и  $B$  — параметры, которые могут быть выражены через массы тяжелой и легкой дырок,  $m_h$  и  $m_\ell$  соответственно:

$$A = -\frac{1}{4} \frac{m_h + m_\ell}{m_h m_\ell}, \quad B = -\frac{1}{4} \frac{m_h - m_\ell}{m_h m_\ell}. \quad (11)$$

Потенциал  $U$  равен нулю при  $r < a_0$  и равен  $U_0$  при  $r \geq a_0$ , где  $a_0$  — радиус точки. Для получения более простых окончательных выражений будем считать, что  $U_0 \rightarrow \infty$ , тогда граничное условие на волновую функцию  $\psi$  сводится к обращению в нуль всех компонент  $\psi$  при  $r = a_0$ . Уравнение (10) позволяет определить все состояния дырок. Ниже будем интересоваться основным состоянием, симметрия которого совпадает с симметрией состояния вершины валентной зоны. Это состояние — трехкратно вырожденное и преобразуется как функция углового момента  $J = 1$ , а три соответствующие волновые функции имеют вид

$$\begin{aligned}\psi_1(\mathbf{r}) &= R_1\Omega_x + R_2[(\chi_1 + \chi_2)\Omega_x + \varepsilon_3\Omega_y + \varepsilon_2\Omega_z], \\ \psi_2(\mathbf{r}) &= R_1\Omega_y + R_2[\varepsilon_3\Omega_x + (\chi_1 - \chi_2)\Omega_y + \varepsilon_1\Omega_z], \\ \psi_3(\mathbf{r}) &= R_1\Omega_z + R_2[\varepsilon_2\Omega_x + \varepsilon_1\Omega_y - 2\chi_1\Omega_z],\end{aligned}\quad (12)$$

где угловые части определяются как

$$\begin{aligned}\chi_1 &= (r^2 - 3z^2) / 2r^2, \quad \chi_2 = 3(x^2 - y^2) / 2r^2, \\ \varepsilon_1 &= 3yz / r^2, \quad \varepsilon_2 = 3xz / r^2, \quad \varepsilon_3 = 3xy / r^2,\end{aligned}$$

а огибающие  $R_1$  и  $R_2$  могут быть найдены из решения системы двух дифференциальных уравнений [11]. В исследуемом случае, когда потенциал внутри квантовой точки постоянный, выражения для  $R_1$  и  $R_2$  имеют вид

$$\begin{aligned}R_1(r) &= 2Cj_0(r/r_0) + Dj_0(\beta r/r_0), \\ R_2(r) &= -Cj_2(r/r_0) + Dj_2(\beta r/r_0).\end{aligned}$$

Здесь  $j_0$  и  $j_2$  — сферические функции Бесселя первого рода,  $\beta = \sqrt{m_h/m_\ell}$ , параметр  $r_0$  определяется через энергию состояния  $E$ :  $r_0 = \hbar / \sqrt{2m_h E}$ . Коэффициенты  $C$  и  $D$  и энергия  $E$  находятся из граничных условий. В данном случае считается, что потенциальный барьер бесконечно высокий, так что  $R_1$  и  $R_2$  обращаются в нуль при  $r = a_0$ . Будем считать, что деформация, обусловленная акустическим солитоном, относительно слабая и не приводит к смешиванию состояний с разной энергией. В этом случае достаточно рассчитать воздействие, описываемое деформационным гамильтонианом Бира–Пикуса [2], на волновые функции основного состояния (12). Оценки показывают, что также можно пренебречь и слабым пьезоэлектрическим эффектом, возникающим при распространении солитона в матрице SiO<sub>2</sub>. Для дальнейшего рассмотрения эффекта переключения необходимо конкретизировать форму акустического солитона. В экспериментах, выполненных в структурах на основе GaAs и Si [3–5], солитон представлял собой импульс продольной деформации. Такие деформации описываются компонентой  $u_{xx} \equiv u(x-vt)$ , где  $x$  — направление распространения возмущения. Соответствующая добавка  $V$  к гамильтониану (10) имеет вид

$$V = \begin{bmatrix} \ell & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} u(x-vt), \quad (13)$$

где  $m$  и  $\ell$  — константы деформационного потенциала. Возмущение (13) приводит к расщеплению вырожденного основного состояния и возникновению квантовых биений. Эффект переключения будет проявляться наиболее ярко, если в качестве невозмущенных

состояний выбрать линейные комбинации собственных функций (12), отвечающие определенному значению проекции углового момента дырки:

$$\begin{aligned}\psi_+(\mathbf{r}) &= [\psi_1(\mathbf{r}) + i\psi_2(\mathbf{r})] / \sqrt{2}, \\ \psi_-(\mathbf{r}) &= [\psi_1(\mathbf{r}) - i\psi_2(\mathbf{r})] / \sqrt{2}, \\ \psi_3(\mathbf{r}) &= \psi_3(\mathbf{r}).\end{aligned}$$

Поскольку состояния  $\psi_\pm$  соответствуют проекциям орбитального момента  $\pm 1$ , они по-разному взаимодействуют со светом круговой поляризации.

Под действием проходящего через квантовую точку импульса деформации состояние дырки  $\psi(\mathbf{r}, t)$  будет меняться со временем по закону

$$\psi(\mathbf{r}, t) = c_+(t)\psi_+(\mathbf{r}) + c_-(t)\psi_-(\mathbf{r}) + c_3(t)\psi_3(\mathbf{r}), \quad (14)$$

где коэффициенты  $c_+(t)$ ,  $c_-(t)$  и  $c_3(t)$  определяются выражениями

$$\begin{aligned}c_+(t) &= [a_+ \cos \Phi(t) - ia_- \sin \Phi(t)] e^{-i\Theta(t)}, \\ c_-(t) &= [a_- \cos \Phi(t) - ia_+ \sin \Phi(t)] e^{-i\Theta(t)}, \\ c_3(t) &= a_3 \exp[-i\omega_3(t)].\end{aligned}\quad (15)$$

В формулах (15)

$$\Phi(t) = (\omega_1 - \omega_2) / 2, \quad \Theta(t) = (\omega_1 + \omega_2) / 2,$$

$$\omega_j(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^t V_{jj}(t') dt', \quad j = 1, 2, 3, \quad (16)$$

$V_{jj}(t)$  — матричные элементы возмущения (13) на функциях  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$ ; константы  $a_+ = c_+(-\infty)$ ,  $a_- = c_-(-\infty)$ ,  $a_3 = c_3(-\infty)$  описывают начальное состояние дырки до прихода солитона. Переключение между состояниями  $\psi_+$  и  $\psi_-$  определяется только фазовым сдвигом  $\Phi(t)$ , а фазовые множители  $\Theta(t)$  и  $\omega_3(t)$  являются несущественными. В конечном состоянии, т.е. при  $t = +\infty$ , когда солитон уже полностью прошел через квантовую точку, фазовый сдвиг принимает вид

$$\Phi_f \equiv \Phi(+\infty) = \frac{l-m}{2\hbar} \int d^3\mathbf{r} \left[ R_1^2(r) + \frac{1}{5} R_2^2(r) \right] \int_{-\infty}^{+\infty} u(x-vt) dt. \quad (17)$$

Поскольку среднее значение деформации  $u$  в акустическом солитоне отлично от нуля,  $\Phi_f \neq 0$ , и конечное состояние дырки отличается от начального. Переключение состояния происходит наиболее эффективно, когда амплитуда солитона такова, что полный фазовый сдвиг

$$|\Phi_f| = \pi(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

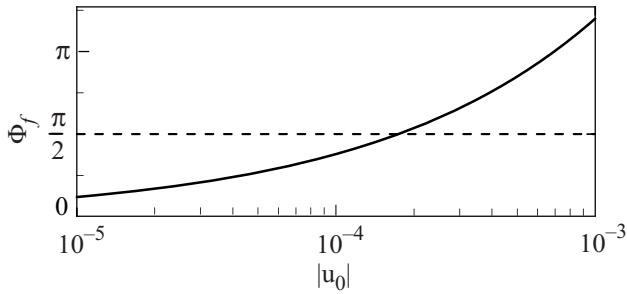


Рис. 1. Зависимость фазового сдвига  $\Phi_f$  от амплитуды деформации  $u_0$ , рассчитанная для сферических квантовых точек Si в матрице SiO<sub>2</sub>. Пунктирная линия соответствует оптимальному для переключения состояний значению  $\Phi_f = \pi/2$ .

В этом случае взаимодействие дырки с солитоном приводит к полному перевороту ее орбитального момента: начальное состояние  $\psi_+(\mathbf{r})$  переходит в состояние  $\psi_-(\mathbf{r})$  и наоборот.

Расчет показывает, что фазовый сдвиг, набираемый в результате прохождения солитона формы КдВ (9) определяется выражением

$$\Phi_f = \frac{l-m}{\hbar} \frac{u_0 L}{v} \left[ \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \int R_1(r)^2 d^3\mathbf{r} \right].$$

На рис. 1 приведена зависимость фазового сдвига  $\Phi_f$  от амплитуды деформации  $u_0$ . Для солитона КдВ эта зависимость имеет вид  $\Phi_f \propto \sqrt{|u_0|}$ . В расчете использованы следующие параметры, соответствующие кремнию: зонные параметры [12]  $A = -4,28\hbar/2m_0$ ,  $B = -0,75\hbar/2m_0$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона, константы деформационного потенциала [2]  $l = -4,9$  эВ,  $m = -1,5$  эВ. Полное переключение соответствует  $\Phi_f = \pi/2$  и достигается при  $u_0 \sim -10^{-4}$ . Именно такое значение амплитуды деформации характерно для наблюдаемых в экспериментах коротких импульсов деформации [4,8].

#### 4. Эффект переключения в квантовых ямах

Эффект переключения квантовых состояний можно наблюдать и при взаимодействии акустического солитона с тяжелой дыркой, локализованной на акцепторе в квантовой яме. Рассмотрим узкую квантовую яму из кремния, в которой энергии размерного квантования дырок и электронов существенно превосходят все остальные энергии. Тогда, вследствие сложной структуры валентной зоны Si, основное состояние дырки оказывается двукратно вырожденным по проекции орбитального углового момента. Соответствующие волновые функции тяжелых дырок, локализованных на акцепторе, имеют вид

$$\psi(r) = [\alpha(\rho)\Omega_x + \beta(\rho)\Omega_y] \zeta(z), \quad (18)$$

где  $\alpha(\rho)$  и  $\beta(\rho)$  — плавные огибающие в плоскости квантовой ямы, вид которых определяется из уравнения Шредингера с гамильтонианом  $2 \times 2$ , описывающим состояния тяжелых дырок;  $\rho$  — радиус-вектор в плоскости квантовой ямы;  $\zeta(z)$  — функция размерного квантования. Анализ показывает, что две волновые функции основного состояния, соответствующие проекциям углового момента  $\pm 1$ , могут быть представлены в виде [7]

$$\begin{aligned} \psi_{\pm}(\rho) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \eta(\rho) + \xi(\rho)e^{\pm 2i\varphi} \right] (\Omega_x + i\Omega_y) + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \eta(\rho) - \xi(\rho)e^{\pm 2i\varphi} \right] (\Omega_x - i\Omega_y). \end{aligned} \quad (19)$$

Плавные функции  $\eta(\rho)$  и  $\xi(\rho)$  в случае произвольного притягивающего потенциала акцептора могут быть найдены численно. Для оценки эффективности переключения можно использовать аналитические выражения для  $\eta$  и  $\xi$  в модели потенциала нулевого радиуса [7]:

$$\begin{aligned} \eta(\rho) = & \frac{\rho_1 \rho_2}{\sqrt{2\pi(\rho_1^2 + \rho_2^2)}} \left[ \frac{K_0(\rho/\rho_1)}{\rho_1^2} + \frac{K_0(\rho/\rho_2)}{\rho_2^2} \right], \\ \xi(\rho) = & \frac{\rho_1 \rho_2}{\sqrt{2\pi(\rho_1^2 + \rho_2^2)}} \left[ \frac{K_2(\rho/\rho_1)}{\rho_1^2} - \frac{K_2(\rho/\rho_2)}{\rho_2^2} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где  $K_0(x)$  и  $K_2(x)$  — функции Макдональда,  $\rho_1 = \sqrt{-(A+2B)/E_0}$ ,  $\rho_2 = \sqrt{(B-A)/E_0}$ ,  $E_0$  — энергия локализации дырки.

Как и в случае дырки в квантовой точке, прохождение акустического солитона через область локализации дырки на акцепторе вызывает переход дырки между состояниями  $\psi_+$  и  $\psi_-$ . Временная эволюция волновой функции описывается формулами (14), (15), в которых  $c_3 = 0$ , а фазовый сдвиг определяется выражением

$$\Phi(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^t \left[ \int \psi_{\pm}^{\dagger}(\rho) V(t') \psi_{\mp}(\rho) d\rho \right] dt', \quad (21)$$

где  $V$  — оператор возмущения (13). В случае солитона КдВ (9) полный фазовый сдвиг  $\Phi_f$  принимает вид

$$\Phi_f = \frac{l-m}{2\hbar} \frac{d\sqrt{|u_0|}}{v} \left[ 1 + \frac{2(A+2B)(A-B)}{3(2A+B)B} \ln \left( \frac{A+2B}{A-B} \right) \right]. \quad (22)$$

Аналитическое выражение (22) получено в модели потенциала нулевого радиуса для акцептора, однако проведенные численные расчеты показывают, что полный фазовый сдвиг очень слабо зависит от конкретной формы локализирующего потенциала для зонных параметров кремния. Это связано с тем, что огибающие волновых функций основного состояния тяжелой дырки оказываются в основном  $s$ -типа, поэтому интеграл, определяю-

щий эффективностью переключения  $\int \eta^2(\rho) d\rho$ , близок к 1 в соответствии с нормировкой волновой функции и слабо зависит от конкретной формы  $\eta(\rho)$ .

Анализ выражения (22) для зонных параметров кремния показывает, что фазовый сдвиг  $\pi/2$ , оптимальный для переключения состояний, достигается для амплитуды деформации  $|u_0| = 1,8 \cdot 10^{-4}$ . В этом случае длина солитона  $L$  оказывается равной 110 Å, что в несколько раз превышает радиус локализации дырки  $a_0$  на акцепторе в кремнии. В приближении  $L \gg a_0$  временная эволюция фазового сдвига  $\Phi(t)$  для солитона (9) принимает вид

$$\Phi(t) = \Phi_f \frac{\text{th}(vt/L) + 1}{2}. \quad (23)$$

Эта зависимость построена на рис. 2, где время по оси абсцисс отложено в единицах времени взаимодействия дырки с солитоном  $\tau = 2(L + a_0)/v$ . Время  $\tau$  составляет несколько пикосекунд, что существенно короче как времени жизни локализованной дырки, так и времени жизни солитона. Такое соотношение времен дает возможность регистрировать эффект переключения дырочных состояний оптическими методами.

### 5. Заключение

В работе продемонстрирована возможность переключения квантово-механического состояния локализованной дырки одиночным импульсом упругой деформации. Данный эффект может быть обнаружен в оптических экспериментах с временным и поляризационным разрешением на сферических квантовых точках Si в матрице SiO<sub>2</sub>. Недавно было показано [13], что полоса фотолюминесценции с максимумом около 3,5 эВ в таких структурах обусловлена прямыми оптическими переходами электронов между состояниями в зоне проводимости и в валентной зоне вблизи точки Г зоны Бриллюэна. Для количественного анализа оптических свойств квантовых точек Si в SiO<sub>2</sub> необходимо знать волновые функции электронов и дырок. Волновые функции дырок были рассмотрены в разд. 2; волновые

функции электронов в зоне проводимости при  $\mathbf{k} = 0$  преобразуются по представлению  $\Gamma_{15}$  (базисные функции  $x, y, z$ ) [14]. Аналогично представленному анализу для валентной зоны можно показать, что и для зоны  $\Gamma_{15}$  основное состояние электронов будет трехкратно вырождено, и волновые функции будут иметь вид (12), однако уравнения для  $R_1$  и  $R_2$  будут другими.

Рассмотрим оптическое возбуждение ансамбля нейтральных квантовых точек циркулярно поляризованным светом, например с поляризацией  $e_+ = (e_x + ie_y)/\sqrt{2}$ . Под действием света  $e_+$  в точках образуются дырки в состояниях  $\psi_+^{(h)}$  и  $\psi_3^{(h)}$  и электроны в состояниях  $\psi_3^{(e)}$  и  $\psi_+^{(e)}$ . Предположим, что через ансамбль точек прошел акустический солитон, и константы деформационного потенциала в валентной зоне и зоне проводимости совпадают. Согласно развитой теории, после прохождения солитона определенной амплитуды дырки из состояния  $\psi_+^{(h)}$  перешли в состояние  $\psi_-^{(h)}$ , электроны из состояния  $\psi_+^{(e)}$  перешли в состояние  $\psi_-^{(e)}$ , а состояния частиц  $\psi_3^{(h)}$  и  $\psi_3^{(e)}$  не изменились. Это означает, что проекция углового момента носителей заряда в каждой точке поменяла знак и, следовательно, круговая поляризация рекомбинационного излучения будет иметь знак, противоположный поляризации возбуждающего света.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, научных программ РАН, грантов Правительства Санкт-Петербурга, президента РФ для поддержки молодых российских ученых (MD-1717.2009.2) и фонда «Династия» – МЦФФМ.

1. *Оптическая ориентация*, Б.П. Захарченя, Ф. Майер (ред.), Наука, Ленинград (1989).
2. Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, Москва (1972).
3. B.C. Daly, T.B. Norris, J. Chen, and J.B. Khurgin, *Phys. Rev.* **В70**, 214307 (2004).
4. A.V. Scherbakov, P.J.S. van Capel, A.V. Akimov, J.I. Dijkhuis, D.R. Yakovlev, T. Berstermann, and M. Bayer, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 057402 (2007).
5. T. Berstermann, C. Bruggemann, M. Bombeck, A.V. Akimov, D.R. Yakovlev, C. Kruse, D. Hommel, and M. Bayer, *Phys. Rev.* **В81**, 085316 (2010).
6. P.J.S. van Capel and J.I. Dijkhuis, *Phys. Rev.* **В81**, 144106 (2010).
7. I.V. Rozhansky, M.B. Lifshits, S.A. Tarasenko, and N.S. Averkiev, *Phys. Rev.* **В80**, 085314 (2009).
8. H.-Y. Hao and H.J. Maris, *Phys. Rev.* **В64**, 064302 (2001).
9. D.C. Wallace, in *Solid State Physics*, H. Ehrenreich, F. Seitz, and D. Turnbull (eds.), Academic, New York (1970).
10. А.М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища Школа, Харьков (1988).
11. A.S. Moskalenko, J. Berakdar, A.A. Prokofiev, and I.N. Yassievich, *Phys. Rev.* **В76**, 085427 (2007).

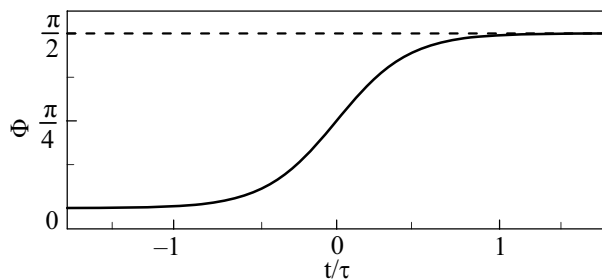


Рис. 2. Зависимость фазового сдвига  $\Phi(t)$  от времени взаимодействия солитона с дыркой, локализованной на акцепторе в квантовой яме.

12. E.L. Ivchenko and G. Pikus, *Superlattices and Other Heterostructures. Symmetry and Optical, Phenomena* Springer, Berlin (1997).
13. A.A. Prokofiev, A.S. Moskalenko, I.N. Yassievich, W.D.A.M. de Boer, D. Timmerman, H. Zhang, W.J. Buma, and T. Gregorkiewicz, *Письма ЖЭТФ* **90**, 856 (2009).
14. И.М. Цидильковский, *Зонная структура полупроводников*, Наука, Москва (1978).

#### Acoustic conversion of quantum states in semiconductors

N.S. Averkiev, I.V. Rozhansky,  
S.A. Tarasenko, and M.B. Lifshits

The interaction between solitary strain pulse (acoustic soliton) and localized holes in silicon-based nanostructures is studied theoretically. It is shown that the acoustic soliton propagating through the hole loca-

lization area changes the hole state to that with a different projection of angular momentum. The microscopic mechanism of the effect is related to the valence band splitting by local elastic strain. We have studied such a state conversion for holes in a quantum dot or localized at acceptors in a quantum well. It is shown that the strain amplitude required for the complete switching of the hole state corresponds to strain pulses studied experimentally.

PACS: 78.20.hb Piezo-optical, elasto-optical, acousto-optical, and photoelastic effects;  
63.20.K– Phonon interactions;  
78.67.De Quantum wells.

Keywords: acoustic soliton, quantum dots, quantum wells.