

Влияние прижимающего потенциала на устойчивость электронного кристалла над поверхностью жидкого гелия

В.В. Славин, А.А. Кривчиков

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: slavin@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 23 апреля 2012 г.

Описан механизм нарушения устойчивости электронного кристалла над поверхностью жидкого гелия при прижимающих электрических полях, меньших поля полной компенсации заряда. В рамках одноэлектронной модели и квазиклассического приближения получена зависимость параметра устойчивости электронного кристалла как функции внешнего прижимающего поля. Показано, что при сколь угодно слабой «недокомпенсации» внешнего поля электроны уходят с поверхности гелия как термоактивационным путем, так и посредством туннелирования. Вклад туннелирования резко возрастает при увеличении концентрации электронов. На основе предложенной модели дается объяснение экспериментальных результатов, полученных при измерении электрических свойств электронного кристалла над поверхностью жидкого гелия.

Описано механізм порушення стійкості електронного кристалу над поверхнею рідкого гелію у притискуючих електричних полях, які менші, ніж поле повної компенсації заряду. В рамках одноелектронної моделі та квазікласичного приближення отримано залежність параметра стійкості електронного кристалу як функції зовнішнього притискуючого поля. Показано, що при скільки завгодно слабкій «недокомпенсації» зовнішнього поля електрони вирушають з поверхні гелію як термоактивацийним шляхом, так і за допомогою тунелювання. Внесок тунелювання різко зростає при збільшенні концентрації електронів. На підставі запропонованої моделі дається пояснення експериментальних результатів, що були отримані при вимірюванні електричних властивостей електронного кристалу над поверхнею рідкого гелію.

PACS: 73.20.-z Электронные состояния на поверхностях и границах рвздела;
67.90.+z Другие вопросы в области квантовых жидкостей и твердых тел.

Ключевые слова: электронный кристалл, вигнеровская кристаллизация, жидкий гелий.

1. Введение

Двумерные электронные системы над поверхностью жидкого гелия представляют собой интересные объекты благодаря ряду весьма необычных свойств. Один из наиболее известных объектов данного сорта — вигнеровский кристалл (ВК) [1,2]. Как известно, такое упорядоченное состояние образуется, если потенциальная энергия кулоновского взаимодействия электронов намного превосходит их кинетическую энергию. Критерием этого условия является выполнение неравенства $\Gamma > 137$ [1], где $\Gamma = e^2(\pi n_s)^{1/2}/T$ — так называемый фундаментальный параметр, e — заряд электрона, n_e — концентрация электронов в ВК, а T — температура.

На сегодняшний день существует большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвя-

щенных свойствам ВК. Хорошо известно, что данное электронное состояние устойчиво при прижимающих электрических полях E , превышающих поле полной экранировки заряда ВК [3]:

$$E \geq E_0 = 2\pi en_e.$$

В недавно опубликованной статье [4] изучались электрические свойства системы электронов при возбуждении слабым переменным электромагнитным полем в прижимающих полях, близких к E_0 . Было обнаружено, что при сбросе прижимающего поля амплитуда и фаза детектируемого сигнала изменяются скачкообразно. В настоящей работе предложена модель, описывающая поведение ВК при переходе через E_0 .

2. Модель и гамильтониан

Следуя [3], в одноэлектронном приближении потенциальная энергия системы электронов над поверхностью жидкого гелия может быть записана в виде

$$U = U_1 + U_2 + U_3. \quad (1)$$

Здесь U_1 — потенциал кулоновского взаимодействия электрона, находящегося на расстоянии z от плоскости ВК, со всеми соседями, U_2 — потенциал взаимодействия электрона с гелием, а U_3 — потенциал взаимодействия электрона с внешним электрическим полем.

Пронумеруем все электроны индексом i . Пусть электрон с номером 0 имеет координаты $(0, 0, z)$. Координаты остальных электронов — $(x_i, y_i, 0)$. Тогда потенциал U_1 можно записать в виде

$$U_1(z) = \sum_{i \neq 0} \frac{e^2}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z^2}}.$$

Удобно перейти к безразмерным координатам, введя период решетки ВК a_0 :

$$a_0 = \frac{1}{\sqrt{n_e}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}, \quad (2)$$

где n_e — концентрация электронов. Перейдя к безразмерной переменной

$$r = z/a_0,$$

получаем выражение для потенциала

$$U_1(r) = \frac{e^2}{a_0} \sum_{i \neq 0} \frac{1}{\sqrt{\rho_i^2 + r^2}}, \quad (3)$$

где $\rho_i^2 = (x_i^2 + y_i^2)/a_0^2$.

В континуальном пределе ($r \gg 1$) суммы можно заменить интегралом. В этом случае

$$U_1(r) = U_0 - 2\pi \frac{e^2}{a_0} A \sqrt{\alpha^2 + r^2}, \quad (4)$$

где U_0 , A и α — константы. При $r \gg \alpha$ получаем:

$$U_1(r) \approx U_0 - 2\pi \frac{e^2}{a_0} Ar.$$

С другой стороны, в данном пределе должно получиться выражение для потенциала бесконечной одномерно заряженной пластины

$$U_1(r) = U_0 - 2\pi e^2 a_0 n_e r.$$

Подставляя сюда выражение для n_e из (2), находим значение параметра A :

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Поскольку потенциал определен с точностью до константы, удобно записать U_1 в виде

$$U_1(r) = \frac{e^2}{a_0} \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 + r^2} \right) \quad (5)$$

так, что $U_1(0) = 0$.

На рис. 1 приведена зависимость $U_1(r) - U_1(0)$ для выражения (3) (■). Суммирование проводилось по узлам решетки, содержащей 5000×5000 частиц. Погрешность вычисления при таких размерах не превышает 0,05%. Энергия отображена в единицах e^2/a_0 . На этом же рисунке сплошной линией представлена аппроксимация данного потенциала функцией (5). Наилучший результат получается при $\alpha = 0,6$. Погрешность при этом составляет 0,16%.

Хотелось бы отметить, что энергия ухода электрона на бесконечность (энергия образования вакансии), получаемая из выражения (5), равна

$$\frac{e^2}{a_0} \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{3}} \approx 4,3 \frac{e^2}{a_0},$$

что достаточно хорошо согласуется со значением, приведенным в работе [3] ($4,21(e^2/a_0)$).

Потенциал взаимодействия электрона с гелием U_2 имеет вид

$$U_2(z) = V_0 \theta(-z) - \frac{e^2(\varepsilon - 1)}{4(\varepsilon + 1)z},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость гелия. V_0 — энергия проникновения электрона в гелий. Поскольку в данной статье рассматривается случай не слишком больших прижимающих электрических полей, можно считать эту величину бесконечно большой. Известно, что энергия электрона в потенциале квантуется, и ос-

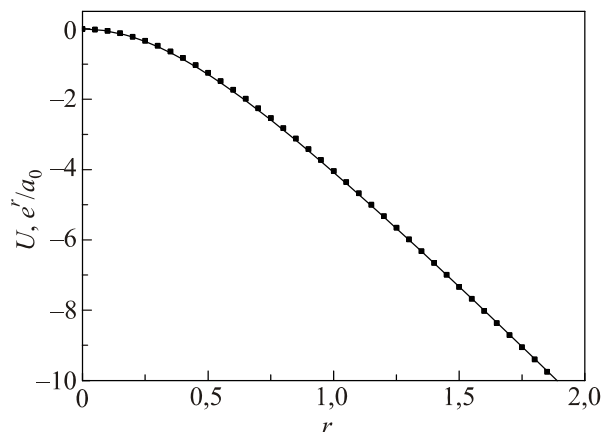


Рис. 1. Зависимость потенциальной энергии кулоновского взаимодействия электрона с окружением от расстояния r . (■) — зависимость $U_1(r) - U_1(0)$, полученная из выражения (3). Сплошная линия — аппроксимация функцией (5) при $\alpha = 0,6$.

новному состоянию соответствует $\langle z \rangle_1 \approx 114 \text{ \AA}$ [5].
Записав U_2 через r , получим

$$U_2(r) = V_0 \theta(-r) - \frac{e^2}{a_0} \frac{(\epsilon - 1)}{4(\epsilon + 1)r} = V_0 \theta(-r) - \frac{e^2}{a_0} \frac{\eta}{r}, \quad (6)$$

где введен параметр

$$\eta = \frac{\epsilon - 1}{4(\epsilon + 1)}.$$

Потенциал взаимодействия электрона с внешним электрическим полем U_3 выбран таким образом, что $U_3(r_1) = 0$, где $r_1 = \langle z \rangle_1 / a_0$.

$$U_3(r) = \frac{e^2}{a_0} E(r - r_1).$$

Введем эффективное прижимающее электрическое поле

$$\tilde{E} = E \frac{\sqrt{3}}{4\pi},$$

тогда $\tilde{E} = 1$ будет соответствовать полю полной экранировки заряда ВК (E_0).

$$U_3(r) = \frac{e^2}{a_0} \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \tilde{E}(r - r_1). \quad (7)$$

Поскольку электронный кристалл находится на расстоянии r_1 от поверхности гелия, в формуле (5) необходимо заменить r на $r - r_1$. Объединяя (5), (6) и (7), получаем выражение для потенциала системы (1)

$$U(\tilde{E}, r) = V_0 \theta(-r) + \frac{e^2}{a_0} f(\tilde{E}, r), \quad (8)$$

где введена безразмерная функция

$$f(\tilde{E}, r) = -\frac{\eta}{r} + \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \left[\tilde{E}(r - r_1) + \alpha - \sqrt{\alpha^2 + (r - r_1)^2} \right]. \quad (9)$$

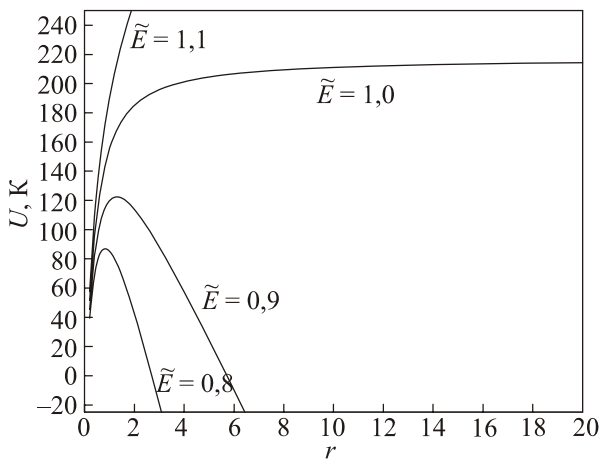


Рис. 2. Зависимость потенциальной энергии (8) от расстояния r при различных значениях эффективного прижимающего поля $\tilde{E} = E\sqrt{3}/4\pi$. Концентрация электронов $n_e = 10^9 \text{ см}^{-2}$.

Вид потенциала (8) при различных значениях прижимающего поля \tilde{E} приведен на рис. 2.

3. Результаты

Как видно на рис. 2, при $\tilde{E} < 1$ потенциал имеет максимум в точке r_{ext} , положение которого зависит от \tilde{E} ,

$$r_{\text{ext}} = r_{\text{ext}}(\tilde{E})$$

и определяется из условия

$$\frac{df(\tilde{E}, r)}{dr} = 0. \quad (10)$$

В основном состоянии электрон отделен потенциальным барьером от области, соответствующей его уходу на бесконечность. Высота этого барьера зависит от \tilde{E} и равна

$$\Delta U(\tilde{E}) = \frac{e^2}{a_0} (f_{\text{ext}} - f_{GS}),$$

где

$$f_{GS} = f(r_1) = -\frac{\eta}{r_1}, \quad f_{\text{ext}} = f(\tilde{E}, r_{\text{ext}}).$$

Следовательно,

$$\Delta U(\tilde{E}) = \frac{e^2}{a_0} \left(f_{\text{ext}} + \frac{\eta}{r_1} \right).$$

Существуют два канала ухода (испарения) электрона с поверхности вигнеровского кристалла: термоактивационный и туннельный. Вероятность первого процесса равна

$$P_1(\tilde{E}) = \exp\left(-\frac{\Delta U(\tilde{E})}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{e^2}{a_0 k_B T} \left(f_{\text{ext}} + \frac{\eta}{r_1} \right)\right). \quad (11)$$

Здесь k_B — постоянная Больцмана. Вероятность второго процесса в квазиклассическом приближении определяется формулой

$$P_2(\tilde{E}) = \exp\left(-\frac{2e\sqrt{2m_e a_0}}{\hbar} S(\tilde{E})\right), \quad (12)$$

где

$$S(\tilde{E}) = \int_{r_1}^{r_2(\tilde{E})} \sqrt{f(\tilde{E}, r) + \frac{\eta}{r_1}} dr, \quad (13)$$

где \hbar — постоянная Планка, а m_e — масса электрона. Поскольку нас интересует случай достаточно слабых прижимающих полей, то с большой точностью можно считать что эффективная масса электрона совпадает с m_e . Положение точки $r_2(\tilde{E})$ определяется из условия

$$f(\tilde{E}, r_2) = f_{GS} = -\frac{\eta}{r_1}. \quad (14)$$

В пределе слабой недокомпенсации заряда ВК, когда $1 - \tilde{E} \ll 1$ (при так называемых малых «сбросах»), положение точки экстремума $r_{\text{ext}} \gg 1$ и выражение (9) можно записать в виде

$$f(\tilde{E}, r) = -\frac{\eta}{r} - \frac{4\pi}{\sqrt{3}}(1 - \tilde{E})(r - r_1). \quad (15)$$

Из (10) находим, что

$$r_{\text{ext}} = \sqrt{\frac{\eta\sqrt{3}}{4\pi(1 - \tilde{E})}}.$$

Следовательно,

$$f_{\text{ext}} = f(\tilde{E}, r_{\text{ext}}) = -\frac{4}{3^{1/4}}\sqrt{\pi\eta(1 - \tilde{E})}$$

и

$$\Delta U(\tilde{E}) = \frac{e^2}{a_0} \left(\frac{\eta}{r_1} - \frac{4}{3^{1/4}}\sqrt{\pi\eta(1 - \tilde{E})} \right). \quad (16)$$

Таким образом, высота энергетического барьера уменьшается корневым образом при $\tilde{E} \rightarrow 1$. Зависимость ΔU от \tilde{E} при $n_e = 10^9 \text{ см}^{-2}$ представлена на рис. 3.

Решая уравнение (14) в приближении (15), получаем

$$r_2 = \frac{\eta}{\frac{4\pi}{\sqrt{3}}(1 - \tilde{E})r_1}$$

и

$$S(\tilde{E}) \sim \sqrt{f_{\text{ext}} + \frac{\eta}{r_1}}(r_2 - r_1) \sim (1 - \tilde{E})^{-1} \quad (17)$$

при $\tilde{E} \rightarrow 1$. График функции $S(\tilde{E})$ также представлен на рис. 3. Как видно на рис. 3, вероятность туннельного прохождения барьера резко увеличивается при уменьшении прижимающего поля вблизи точки $\tilde{E} = 1$.

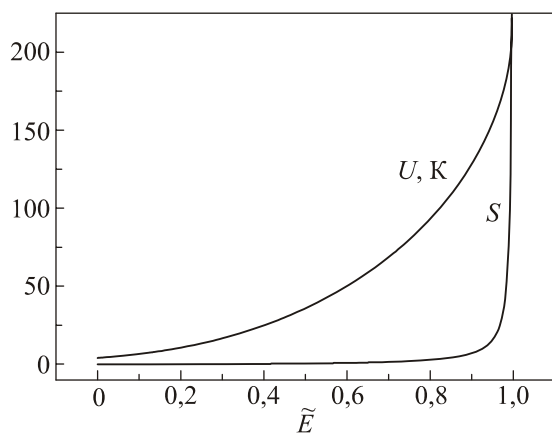


Рис. 3. Зависимость высоты энергетического барьера ΔU (в кельвинах) при $n_e = 10^9 \text{ см}^{-2}$ и туннельного интеграла S (в абсолютных единицах) от прижимающего поля \tilde{E} .

Оба процесса (термоактивационный и туннельный) являются статистически независимыми, и, следовательно, полная вероятность «испарения» электрона равна

$$P(\tilde{E}) = P_1(\tilde{E}) + P_2(\tilde{E}) - P_1(\tilde{E})P_2(\tilde{E}). \quad (18)$$

Поскольку с ростом концентрации n_e уменьшается параметр a_0 , определенный в (2), то из выражений (11) и (12) следует, что вклад туннельных процессов в общую вероятность «испарения» электронов (18) увеличивается. Согласно (16) и (17), зависимость $P(\tilde{E})$ в данном диапазоне прижимающих полей становится более крутой. График $P(\tilde{E})$ при различных n_e приведен на рис. 4.

4. Выводы

Изучен механизм разрушения ВК на поверхности жидкого гелия при прижимающих электрических полях, меньших поля полной компенсации заряда.

В рамках одноэлектронной модели показано, что данное разрушение происходит за счет ухода («испарения») электронов с поверхности ВК. В прижимающих полях, меньших поля полной компенсации заряда, основное состояние электронов над поверхностью жидкого гелия отделено от области свободного движения потенциальным барьером, параметры которого определяются концентрацией электронов и величиной прижимающего поля. При «испарении» электроны преодолевают этот барьер как термоактивационным путем, так и за счет туннелирования.

На основании предложенного механизма можно объяснить результаты, полученные в [4]. В этой работе изучались компоненты комплексной обратной проводимости ВК. При помощи кольцевого электрода, расположенного вблизи границы измерительной ячейки, создавалось слабое электромагнитное поле. Отклик от ВК детектировался при помощи второго (измерительного) кольцевого электрода, расположенного в цен-

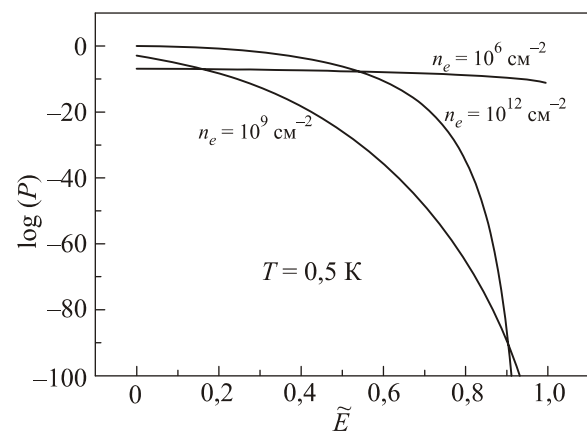


Рис. 4. Зависимость вероятности испарения электрона P от прижимающего поля \tilde{E} при различных концентрациях n_e .

тральной части данной ячейки. Измерения проводились при различных значениях прижимающего поля. В результате были получены зависимости амплитуды и фазы детектируемого сигнала как функция прижимающего поля. При сбросе прижимающего поля наблюдалось скачкообразное изменение этих величин. Мы предполагаем, что данный эффект обусловлен «испарением» электронов с поверхности ВК. Часть этих электронов уходит на верхний электрод, а часть формирует электронное облако, расположенное над поверхностью ВК. Поскольку электропроводность электронного газа выше, чем ВК, то возрастает и детектируемый сигнал. Тот факт, что многократное повторение эксперимента приводит к уменьшению E_0 , также подтверждает наше предположение об «испарении» электронов и их частичном уходе на верхний электрод, кроме того, уход электронов с поверхности приводит к уменьшению площади последнего, а во все формулы, позволяющие определять компоненты обратной проводимости ВК по амплитуде и фазе детектируемого сигнала, входит радиус ВК [6,7].

При возбуждении электронов электрическим полем достаточно большой амплитуды, действующим в плоскости ВК, электронное облако разрушается, поскольку увеличивается кинетическая энергия электронов и часть из них под воздействием прижимающего поля возвращается на поверхность ВК, преодолев энергетический барьер в потенциале (8).

Следует отметить, что при типичных значениях параметров в эксперименте [4] характерные значения $P(\vec{E})$ оказываются микроскопическими, даже с учетом перестройки позиций электронов в плоскости при образовании вакансии [3,8] (см. рис. 4). Скорее всего, процесс «испарения» электронов происходит в основном вблизи границ ВК, где корреляции ослаблены и энергия образования вакансии существенно уменьшается. Кроме того, в данном эксперименте изучалось поведение ВК при малых «сбросах» прижимающего поля ($1 - \tilde{E} \approx 0,1$). В этом случае процесс «испарения» происходит крайне медленно (диффузионным образом) и электрон может потерять корреляционную связь со своим окружением [3], что приводит к уменьшению эффективной высоты потенциального барьера. Тем не менее, поскольку времена проведения эксперимента составляют десятки минут, то данный процесс может оказывать существенное влияние на поведение системы. Мы планируем детально изучить этот вопрос в ближайшем будущем.

Окончательную точку в вопросе об адекватности предложенной модели мог бы дать эксперимент, проведенный при более высокой концентрации электронов

n_e . В соответствии с (11) и (12) скачки амплитуды и фазы детектируемого сигнала должны становиться более резкими с ростом n_e .

Авторы выражают искреннюю благодарность Ю.П. Монарха за плодотворные дискуссии при обсуждении работы.

1. C.C. Grimes and G.A. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 795 (1979).
2. Yu.P. Monarkha and K. Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Berlin (2004).
3. Ю.М. Вильк, Ю.П. Монарха, *ФНТ* **13**, 684 (1987) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **13**, 392 (1987)].
4. К.А. Наседкин, В.Е. Сивоконь, А.С. Неонета, *Письма в ЖЭТФ*, **91**, 652 (2010).
5. В.С. Эдельман, *УФН* **130**, 675 (1980).
6. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 1107 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 845 (1996)].
7. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, А.С. Неонета, *ФНТ* **34**, 761 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 600 (1996)].
8. D.S. Fisher, B.I. Halperin, and R. Morf, *Phys.Rev. B* **20**, 4692 (1979)

The effect of confining potential on stability of an electron crystal over liquid helium

V.V. Slavin and A.A. Krivchikov

A mechanism of stability disturbance is described for the electron crystals over liquid helium in confining electric fields that are less than the field of total charge compensation. The dependence of stability parameter as a function of confining electric fields is obtained in the framework of single-particle model and in the quasi-classical approximation. It is shown that for arbitrarily small «undercompensation» of the electric field the electrons evaporate from the helium surface both by thermal activation and by tunneling. The contribution of the tunneling process increases rapidly with electron concentration. The experimental data on electric properties of electron crystal over helium surface are explained with the use of the proposed model.

PACS: **73.20.-r** Electron states at surfaces and interfaces;
67.90.+z Other topics in quantum fluids and solids.

Keywords: electron crystal, Vigner crystallization, liquid helium.