

Устойчивость и реконструкция инверсионных пленок (Обзор)

Г. Колмаков¹, К. Коно², А. Левченко³, П. Лейдерер⁴, В. Шикин³

¹*New York City College of Technology, Brooklyn, New York 11201, USA*

²*RIKEN, Hirosawa 2-1, Wako 351-0198, Japan*

³*Институт физики твердого тела РАН, г. Черноголовка, Московская обл., 142432, Россия*

E-mail: shikin@issp.ac.ru

shikinv@yandex.ru

⁴*Universitet Konstanz, Postfach 675, D-78457*

Статья поступила в редакцию 13 июня 2012 г.

Обсуждается ретроспектива формирования понятия устойчивости инверсионных по отношению к силе тяжести жидких пленок. В исходном рэлеевском сценарии развития неустойчивости отсутствует понятие критического состояния, достижение которого ведет к трансформации антипленки из плоской (устойчивой) в гофрированную модификацию при малом изменении ее толщины. Общее понимание происходящего в критической точке и возможность говорить о полномасштабном явлении неустойчивости, включая ее определение и разные сценарии реконструкции антипленок, сложилось лишь в последнее время. Изложена последовательная картина развития капельной неустойчивости на разных ее этапах: от порога возникновения до появления стационарной гофрировки (реконструкция формы поверхности). Расчетная часть работы сопровождается специально выполненными экспериментами, подтверждающими основные выводы теории.

Обговорюється ретроспектива формування поняття стійкості інверсійних по відношенню до сили тяжіння рідких плівок. У початковому релеевському сценарії розвитку нестійкості відсутнє поняття критичного стану, досягнення якого веде до трансформації антиплівки з плоскої (стійкою) в гофровану модифікацію при малій зміні її товщини. Загальне розуміння того, що відбувається в критичній точці, і можливість говорити про повномасштабне явище нестійкості, включаючи її визначення і різні сценарії реконструкції антиплівок, склалося лише останнім часом. Викладено послідовну картину розвитку краплинної нестійкості на різних її етапах: від порогу виникнення до появи стаціонарного гофрування (реконструкція форми поверхні). Розрахункова частина роботи супроводжується спеціально виконаними експериментами, що підтверджують головні висновки теорії.

PACS: 47.10.ad Уравнения Навье–Стокса;

47.20.Ma Межфазная неустойчивость (например, Рэлея–Тейлора).

Ключевые слова: межфазная неустойчивость, закон дисперсии, поверхностное натяжение, реконструкция поверхности.

Содержание

1. Введение	1258
2. Приготовление пленок и возможности наблюдения	1258
2.1. Манипуляции со сверхтекучей пленкой	1259
2.2. Нормальные антипленки	1260
3. Тонкая пленка в инверсионных условиях	1260
3.1. Особенности инверсионной задачи	1260
3.2. Неустойчивость инверсионной пленки	1260
3.3. Реконструкция антипленки бесконечных размеров	1261
3.4. Реконструкция ограниченной нейтральной антипленки	1263
3.5. Реконструкция заряженной инверсионной пленки	1265
4. Заключение	1267
Литература	1268

1. Введение

Одной из простых, но весьма показательных является капельная неустойчивость жидкой пленки в условиях антигравитации. Это явление упоминается еще в работах Рэля [1]. Более предметно эффект обозначен Тэйлором [2] (неустойчивость Рэля–Тэйлора). Речь идет о поведении границы двух жидких сред с разными плотностями ρ_1 , ρ_2 при наличии силы гравитации. Если плотность ρ_1 нижней части жидкости превосходит плотность ρ_2 верхней составляющей, то граница устойчива и остается плоской неограниченное время. Формально ее устойчивости отвечает положительная определенность квадрата частоты $\omega^2(q) > 0$ в законе дисперсии малых колебаний формы границы

$$\omega^2(q) = gq + \frac{\sigma q^3}{(\rho_1 - \rho_2)}, \quad \rho_1 > \rho_2. \quad (1)$$

Здесь q — волновое число колебаний, g — ускорение силы тяжести, σ — поверхностное натяжение на границе двух фаз.

Если теперь инвертировать направление силы тяжести (или поменять местами плотности ρ_1 , ρ_2), стабилизирующее действие гравитации пропадает. Возникает низкочастотная область волновых чисел ($q < q_c$), для которой ($\omega^2(q) < 0$)

$$\omega^2(q) = -gq + \frac{\sigma q^3}{(\rho_1 - \rho_2)}, \quad q_c^2 = (\rho_1 - \rho_2)g / \sigma. \quad (2)$$

Комбинация q_c носит название капиллярного волнового числа для данной границы между двумя жидкостями. Формула (2) предсказывает развитие неустойчивости на внезапно инвертированной поверхности жидкости, в первую очередь на длинах порядка капиллярной. Неявно предполагается также, что процесс развивается в ламинарных условиях.

Наблюдения за развитием неустойчивости Рэля–Тэйлора в 90-е годы, когда она впервые была обнаружена, были организованы следующим образом (см., например, [3,4]). На достаточно большую и по возможности плоскую твердую поверхность наносится капля вязкого (силиконового) масла. Эта капля растекается под действием силы тяжести в максимально тонкую пленку (время растекания зависит от различных условий, не играющих заметной роли в последующем процессе развития неустойчивости и может достигать нескольких суток). Убедившись в остановке процесса расплывания, можно приступить к следующей стадии эксперимента. С этой целью пластина быстро переворачивается так, чтобы пленка масла из «лежачего» попала в «висячее» по отношению к силе тяжести положение. Конечная вязкость масла нужна для возможности реализовать быстрый (по сравнению с характерными временами развития неустойчивости) переворот пластины.

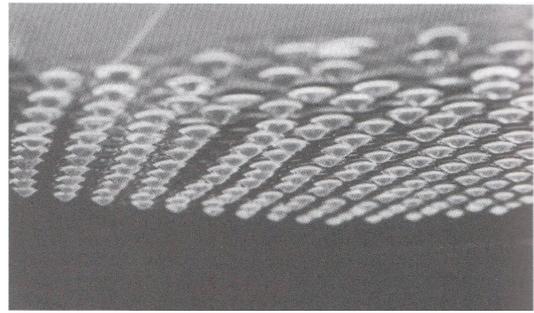


Рис. 1. Система капель [3]. Видимая периодичность не носит обязательного характера. Рождение одновременно большого числа капель — следствие условий наблюдения, отвечающих поздней стадии реконструкции.

Как и ожидалось, исходно плоская неустойчивая поверхность масла начинает деформироваться, принимая гофрированный вид с характерными размерами отдельных капель, имеющими масштаб капиллярной длины. На возникающую квазистационарную реконструированную форму границы конечная вязкость жидкости влиять не должна (подтверждается экспериментально). Типичная картина реконструированной границы висящей пленки представлена на рис. 1.

В изложенном сценарии развития неустойчивости отсутствует исходное критическое состояние, достижение которого ведет к трансформации антипленки из плоской (устойчивой) в гофрированную модификацию при малом изменении ее толщины. Общее понимание происходящего в критической точке и возможность говорить о полномасштабном явлении неустойчивости, включая ее определение и разные сценарии реконструкции антипленок, сложилось лишь в последнее время. Целью работы является изложение последовательной картины развития капельной неустойчивости на разных ее этапах: от порога возникновения до появления стационарной гофрировки (реконструкция формы поверхности).

2. Приготовление пленок и возможности наблюдения

Критическим параметром задачи о капельной неустойчивости оказывается толщина d антипленки, начиная с ее вандерваальсовых значений. Интересующая нас потеря устойчивости возникает в результате конкуренции сил Ван-дер-Ваальса (ВдВ), стабилизирующих однородность толщины пленки, и антигравитации, стремящейся эту однородность нарушить. Под антипленкой мы подразумеваем (уточняя уже использованный выше термин) висящую под твердой подложкой пленку при воздействии на нее силы тяжести, нормальной поверхности пленки (при этом угол θ между направлением силы тяжести и плоскостью пленки равен $\pi/2$). В общем случае произвольных θ конкуренция сил ВдВ и гравитации не носит критического характера.

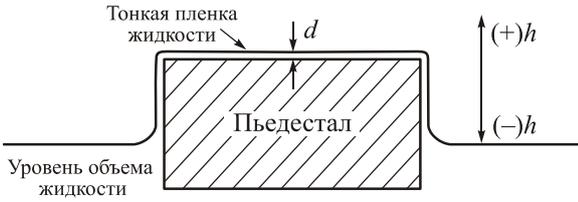


Рис. 2. Получение гелиевой пленки варьированием расстояния h между поверхностью массивной жидкости и пьедесталом, на котором расположена пленка. Величина h положительна, пока уровень жидкости выше плоскости пьедестала, меняя знак в обратном случае.

2.1. Манипуляции со сверхтекучей пленкой

Несколько слов о возможностях приготовления сверхтекучих пленок нужной толщины d (как нормальных, так и инверсионных) с использованием комбинации сил: Ван-дер-Ваальс + гравитация.

Если для простоты ограничиться запаздывающим вариантом сил ВдВ, речь идет о связи

$$f_{\text{ret}} / d^4 = \rho g(d + h). \quad (3)$$

Здесь f_{ret} — константа Ван-дер-Ваальса с учетом запаздывания, высота h определена на рис. 2.

Пока $h > 0$, толщина нейтральной пленки гелия лишь слегка превышает его уровень в резервуаре

$$d \simeq h + f_{\text{ret}} / (\rho g h)^4. \quad (4)$$

Вся подложка погружена в жидкость.

Если же $h < 0$, определение (3) стремится к известной асимптотике

$$d^4 \simeq f_{\text{ret}} / (\rho g h_m), \quad h_m = |h|. \quad (5)$$

В этом пределе вертикальные стенки подложки поднимаются над уровнем массивного гелия, оставаясь покрытыми пленкой гелия, соединяющей ее горизонтальную часть с резервуаром. Отметим, что определение (3) достаточно просто решает фиктивную проблему расходимости $d \propto h_m^{-1/4}$, $h_m \rightarrow 0$. Реально в этом пределе толщина пленки остается конечной

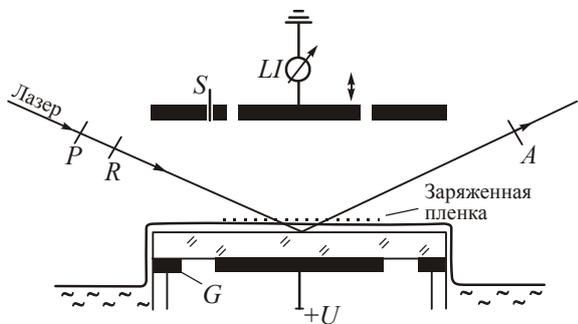


Рис. 3. Схема измерения $d(h)$ с использованием интерферометрии. Схема получения пленки та же, что и на рис. 2. G — охранные кольца; S — источник электронов; P, R — поляризаторы, A — анализатор; LI — измерительная аппаратура.

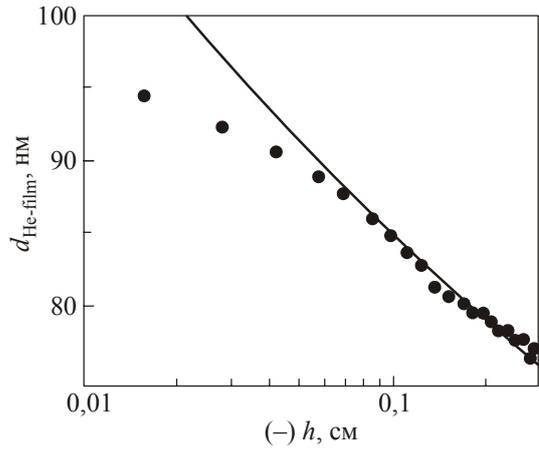


Рис. 4. Отсутствие расходимости в зависимости $d(h)$, полученное в эксперименте [5], сплошная линия — закон $h^{-1/4}$. Обозначение « $(-)h$ » имеет тот же смысл, что и на рис. 2.

$$d_0^5 = f_{\text{ret}} / \rho g. \quad (6)$$

Специальные измерения зависимости $d(h)$ с использованием схемы измерений (рис. 3) подтверждают отсутствие расходимости в ее поведении при $h_m \rightarrow 0$ (см. рис. 4).

С ростом высоты пьедестала происходит смена режима в поведении сил ВдВ. Они перестают быть запаздывающими:

$$f_{\text{ret}} / d^4 \rightarrow f / d^3. \quad (7)$$

Соответственно, равновесная толщина пленки следует из требования

$$f / d^3 = \rho g h_m, \quad (8)$$

замещающего (5).

Эlegantная (пока гипотетическая, предложенная К. Коно) версия развития событий с инверсионной пленкой изображена на рис. 5. В стакан с плоским дном наливается определенное количество гелия, ко-

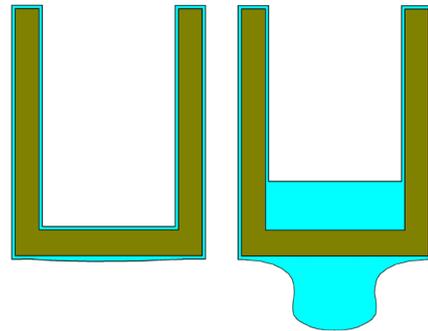


Рис. 5. Два варианта наблюдения за поведением пленки на дне стакана со сверхтекучей жидкостью. В левой части полное количество жидкости аккуратно дозировано. Правый вариант не предполагает такой дозировки. При этом система демонстрирует режим релаксационных колебаний, в котором капля периодически достигает критических размеров и срывается вниз.

торый сразу же начинает сочиться по стенкам, переаливая через края стакана. Далее возможны два сценария. В одном из них в стакане размещен дозированный объем жидкости так, чтобы при ее распространении на всю поверхность стакана толщина пленки на его дне не достигала критического значения. Такая дозировка позволяет, в принципе, проходить все стадии, близкие к критическим и за критическим, почти в равновесных условиях. Параметры капли можно фиксировать в равновесных условиях.

Второй вариант менее прецизионен, но проще в реализации. В стакан помещается произвольное количество гелия. Начинается процесс его стекания по стенкам на дно. Этот цикл заканчивается отрывом критически тяжелой капли гелия. Поступление гелия на дно стакана не прекращается. Начинается новый цикл с рождением очередной капли и т.п.

2.2. Нормальные антипленки

Для нормальных криогенных жидкостей использованный выше автоматический подъем пленки на произвольную высоту становится проблематичным (нет сверхтекучести), и создание инверсионной пленки заданных параметров требует неких альтернативных решений. Практически удобной оказывается методика с использованием в ячейке фиксированного количества данного криогенного газа и конденсацией его в нужном месте, манипулируя локальным перегревом (переохлаждением) соответствующих управляющих электродов. Схема ячейки из [6] представлена на рис. 6.

Количественные детали профилей висящих капель из [6] доступны прямому наблюдению (подробнее см. ниже). Оригинальность такой информации (на фоне данных рис. 1) обусловлена не столько самим фактом обнаружения капли, а ее более сложной конструкцией: ожидается и доказано появление лишь одной капли, несмотря на ярко выраженное неравенство $q_c R \gg 1$ и зависимость «устройства» капли не только от «массивного» параметра q_c из (2). Здесь R — радиус верхней, охлаждаемой пластины (см. рис. 6).

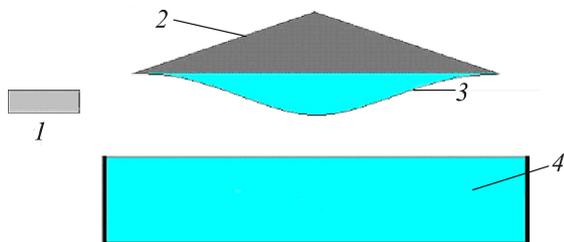


Рис. 6. Схема появления висящей капли на переохлажденном «потолке» ячейки. 1 — камера охлаждения, 2 — медная, охлаждаемая по отношению к объему пластина, 3 — капля водорода, 4 — жидкий водород в металлическом стакане [6].

Важен и прикладной аспект задачи. Для большинства жидких пленок, за исключением сверхтекучих, информация относительно констант ВдВ очень ограничена в связи с отсутствием подходящих явлений, чувствительных к дисперсионным силам. Измерение параметров гравитационных капель в инверсионных условиях позволяет значительно расширить экспериментальные возможности для определения параметров сил ВдВ в нормальных пленках.

3. Тонкая пленка в инверсионных условиях

3.1. Особенности инверсионной задачи

Чисто гравитационное поведение антипленки абсолютно неустойчиво [7]. Учет сил ВдВ ведет к появлению конечного интервала толщин, в пределах которого возможно механическое равновесие однородной пленки. С ростом ее толщины в окрестности критического значения h_* теряется механическая устойчивость пленки, что отражается, в частности, на свойствах закона дисперсии малых колебаний формы поверхности пленки. При этом по аналогии с другими известными случаями (заряженная пленка жидкости [8], устойчивость пленок в задаче о смачивании [9]) неустойчивость инверсионной пленки имеет место в первую очередь на малых волновых числах.

Детали развития неустойчивости и возможности стационарной реконструкции тонкой антипленки качественно не совпадают с происходящим в массивном пределе. Если для массивной заряженной жидкости периодическая реконструкция обусловлена в первую очередь появлением неустойчивости на конечных волновых числах в окрестности так называемой капиллярной длины [10,11], то для тонкой пленки подобные соображения отсутствуют. В известной и близкой по духу работе [12], посвященной изучению свойств жидких капель на поверхности твердого тела, наклоненного под произвольным углом к горизонту, отмечена, в частности, ситуация, когда капля висит на твердом потолке (сила тяжести отрывает жидкость от подложки). Однако постановка задачи [12] (как и результаты [1–4]) исключает предельный переход к задаче об однородной пленке жидкости, так как здесь отсутствуют силы ВдВ.

3.2. Неустойчивость инверсионной пленки

Рассмотрим тонкую пленку жидкости толщиной h , сконденсированную на твердом потолке и имеющую исходную плоскую форму. Равновесные механические свойства пленки определяются двумя факторами: притяжением к потолку ВдВ происхождения, способном удерживать пленку на твердой подложке в плоском состоянии, и гравитацией, ответственной за возможную неустойчивость пленки.

В обычной геометрии (пленка на твердой подложке) потенциал, удерживающий плоский слой жидкости вблизи подложки, формируется давлением ВдВ и гравитацией

$$P = \rho gh - P_w(h). \quad (9)$$

Здесь ρ — объемная плотность жидкости, P_w — давление ВдВ:

$$P_w(\zeta) = \frac{f}{\zeta^3} \left(1 + \frac{\zeta}{d_w} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Выражение (10) для сил Ван-дер-Ваальса записано для общего случая пленки переменной толщины $\zeta(x, y)$. Эта интерполяционная формула, учитывающая эффекты запаздывания, была предложена в [13,14]. Она содержит константу взаимодействия ВдВ f и характерную толщину d_w . Измерение констант f и d_w является сложной экспериментальной задачей. В случае со сверхтекучим гелием они определяются из анализа распространения третьего звука [14]. Для водорода значения f и d_w неизвестны.

Потенциал (9) монотонно возрастает (производная $\partial P / \partial h$ положительна), и потому пленка, лежащая на твердой подложке, абсолютно устойчива.

Для инверсионной пленки комбинация

$$P = -\rho gh - P_w(h) \quad (11)$$

становится немонотонной, проходя через максимум в точке h^* :

$$\partial P / \partial h|_{h^*} = 0. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) существует при любых значениях f и d_w , ибо $\partial P_w(h) / \partial h < 0$. Неустойчивость инверсионной пленки в точке h^* была впервые отмечена авторами работы [15].

Для того чтобы оценить критическую толщину пленки h^* , имеет смысл рассмотреть два предельных случая: $h \ll d_w$ и $h \gg d_w$. В первом случае можно пренебречь эффектами запаздывания, а во втором они будут играть определяющую роль. Тогда для P_w получим:

$$P_w(\zeta) = f / \zeta^3 \quad \text{при } \zeta \ll d_w \quad (13)$$

и

$$P_w(\zeta) = fd_w / \zeta^4 \quad \text{при } \zeta \gg d_w, \quad (14)$$

а для h^* в случае $\zeta(x, y) = h = \text{const}$

$$h^* = (4fd_w / \rho g)^{1/5}, \quad h^* \gg d_w, \quad (15)$$

$$h^* = (3f / \rho g)^{1/4}, \quad h^* \ll d_w. \quad (16)$$

В условиях $h > h^*$ силы ВдВ недостаточны для удержания плоской пленки на потолке, и в задаче возникает неустойчивость. Однако, если пленка с $h > h^*$ перестает быть плоской,

$$\zeta(x) = h + \xi(x), \quad \int_{-L/2}^{+L/2} \zeta(x) dx = Lh \quad (17)$$

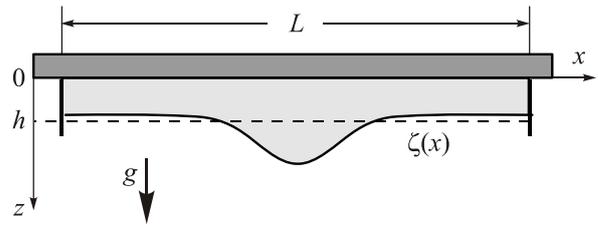


Рис. 7. Схема реконструкции исходно однородной пленки, висящей на жестком потолке.

(L — размеры пленки в горизонтальном направлении), то можно ожидать сохранения механического равновесия в некоем интервале значений параметра δ , характеризующего степень надкритичности

$$\delta = (h - h^*) / h^*. \quad (18)$$

Подобная ситуация возможна в результате появления в балансе сил лапласовского давления, способного стабилизировать форму пленки $\zeta(x)$ и в условиях $h > h^*$, где под h будем понимать в дальнейшем среднюю по поверхности толщину пленки из (17). Схема реконструкции приведена на рис. 7.

Следует отметить, что в общем случае конечной температуры $T \neq 0$ все жидкопленочные образования на потолке неустойчивы. Тем не менее в условиях $T \ll T_0$, где T_0 — температура кипения данной жидкости, можно говорить о метастабильном механическом равновесии, когда на потолке присутствует слой жидкости с $\delta > 0$. Аналогичные соображения используются и в [12] при постановке задачи о свойствах капель на наклонной подложке.

3.3. Реконструкция антипленки бесконечных размеров

Задача о построении решения, описывающего форму поверхности инверсионной пленки при $\delta > 0$, рассмотрена в [16,17]. В этих условиях необходимо помимо силы тяжести и сил Ван-дер-Ваальса учесть силы поверхностного натяжения. Давление на свободной поверхности жидкости определяется при этом выражением

$$P = -\frac{\alpha \Delta \zeta}{[1 + (\nabla \zeta)^2]^{3/2}} - \rho g \zeta - P_w. \quad (19)$$

Функция ζ , описывающая равновесную форму поверхности, является решением уравнения $P = \text{const}$, P из (19). Новая система уравнений, описывающая равновесную форму поверхности, включает условие постоянства давления:

$$\frac{\alpha \Delta \zeta}{[1 + (\nabla \zeta)^2]^{3/2}} + \rho g \zeta + P_w + p = 0 \quad (20)$$

и условие сохранения полного объема жидкости в слое V :

$$\int d^2 r \zeta(r) = V. \quad (21)$$

Заметим, что требование постоянства объема желательнее выполнять со специальной аккуратностью. Интегрирование по объему пленки должно захватывать один из периодов возникающей периодической структуры.

Короткодействующий характер сил ВдВ приводит к тому, что значения h_* , рассчитанные по формулам (15) и (16) с параметрами f и d_w , взятыми из [14], имеют один порядок величины

$$h_* \sim 10^{-4} \text{ см}, \quad (22)$$

что во много раз превосходит $d_w \sim 10^{-6}$ см. Это означает, что при малых значениях δ в (19) можно воспользоваться формулой (14) для P_w . С другой стороны, ниже будет показано, что количественные характеристики реконструкции висящей пленки при $\delta > 0$, рассчитанные с применением (14) и (13), отличаются слабо. Поэтому в дальнейшем, обсуждая картину развития неустойчивости с увеличением δ качественно, мы считаем оправданным использование формулы (13).

Уравнение (20) может быть получено, исходя из вариационного принципа минимума энергии слоя жидкости при дополнительном условии (21). Энергия рассматриваемой системы с учетом сил гравитации, поверхностного натяжения и ВдВ в форме (14) есть

$$\mathcal{E} = \int d^2 \left[\alpha \sqrt{1 + (\nabla \zeta)^2} - \frac{1}{2} \rho g \zeta^2 + \frac{f d_w}{3 \zeta^3} \right]. \quad (23)$$

В равновесии эта энергия имеет экстремальное значение, что выражается требованием

$$\delta \left[\mathcal{E} - p \int d^2 \zeta(r) \right] = 0. \quad (24)$$

При этом условии нормировки (21) учитывается в уравнении (24) с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Роль неопределенного множителя Лагранжа играет в данном случае константа p .

Для получения основных количественных характеристик явления реконструкции можно ограничиться рассмотрением одномерной задачи. Кроме того, будем искать точное решения (20) с P_w в виде (13). В этом случае уравнение (20) имеет первый интеграл:

$$-\frac{\alpha}{[1 + (\zeta')^2]^{1/2}} + \frac{1}{2} \rho g \zeta^2 - \frac{f}{2 \zeta^2} + p \zeta = C_1. \quad (25)$$

Условие нормировки выглядит как

$$\int dx \zeta(x) = S. \quad (26)$$

Здесь C_1 и p — произвольные константы, S — площадь среза пленки в плоскости (x, z) . Полагая угол наклона поверхности к горизонтальной плоскости малым,

$$|\zeta'| \ll 1, \quad (27)$$

что с хорошей точностью выполняется при $h < 10^3 h_*$ и соответствует реальным экспериментальным условиям [17,18], можно упростить уравнение (20):

$$\alpha \zeta'' + \rho g \zeta + \frac{f}{\zeta^3} + p = 0. \quad (28)$$

Первый интеграл (28) примет вид

$$\frac{1}{2} \zeta'^2 + U(\zeta) = C, \quad (29)$$

где

$$U(\zeta) = (\rho g \zeta^4 + 2p \zeta^3 - f) / 2\alpha \zeta^2 \text{ и } C = 1 + C_1 / \alpha. \quad (30)$$

Уравнение (28) при $h > h_*$ имеет нелинейные периодические решения для неограниченной по оси x пленки. Если обозначить через $\zeta = z_i$, $i = 1, \dots, 4$, $z_4 < z_3 < z_2 < z_1$ корни полинома

$$\rho g \zeta^4 + 2p \zeta^3 - 2\alpha C \zeta^2 - f, \quad (31)$$

то такое нелинейное решение в диапазоне значений $z_2 < \zeta < z_1$, отвечающее новому, реконструированному состоянию поверхности, можно записать в интегральной форме:

$$\int_{z_2}^{\zeta} \frac{d\zeta}{\sqrt{2[C - U(\zeta)]}} = x - x_0. \quad (32)$$

Произвольный параметр x_0 появляется здесь вследствие инвариантности исходного уравнения (20) по отношению к сдвигу вдоль оси x .

Уравнения, аналогичные (25)–(32), легко выводятся и для P_w в виде (14).

Интеграл в левой части (32) можно выразить через эллиптические интегралы первого и третьего рода $F(\mu, r)$ и $\Pi(\mu, n, r)$. При этом период нелинейной стационарной волны поверхностной деформации также выражается через эти функции:

$$T = \frac{4a}{\sqrt{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}} \times \left[(z_2 - z_3) \Pi\left(\frac{\pi}{2}, \frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_3}, r\right) + z_3 F\left(\frac{\pi}{2}, r\right) \right]. \quad (33)$$

Располагая решением (31)–(33) одномерной задачи о реконструкции в общем виде, заметим далее, что корни z_i полинома (31) зависят от двух произвольных констант p и C . Условие нормировки (26) дает возможность исключить один из параметров, например параметр p . Таким образом, форма реконструированной поверхности инверсионной пленки определяется однопараметрическим семейством периодических функций. Период поверхностной структуры зависит от параметра C . Возникающая неоднозначность может быть преодолена, если ввести в задачу дополнительные (например, граничные) условия. Одним из таких условий могло бы стать предположение о формировании оди-

ночной стационарной волны деформации (солитона), когда $T \rightarrow \infty$. Однако условие нормировки запрещает существование такого решения, поскольку в этом случае интеграл $\int dx(\zeta(x) - h)$ расходится. Другая возможность выбора — количественный анализ энергии системы. Численный расчет показывает, что в семействе решений (32) энергетически предпочтительным оказывается решение с наибольшим периодом. Смысл этому требованию можно придать, потребовав, чтобы в точках перегиба с $d^2\zeta/dx^2 = 0$ искомого периодического решения выполнялось требование (12).

В условиях $\delta \ll 1$ общее выражении (33) для периода гофрировки T демонстрирует зависимость

$$T \propto 1/\partial P(h)/\partial h, \quad \delta \ll 1, \quad (34)$$

где $P(h)$ взято из (11), h_* — из (12) δ — из (18). Если же $\delta \rightarrow 0$, как и ожидалось, период T (34) расходится.

Среди качественных результатов этой общей части работы обращает на себя внимание заметное различие между периодом T (34), отвечающим появлению гофрировки вдоль теряющей устойчивость тонкой пленки жидкости, и капиллярной длиной $a = (\alpha/\rho g)^{1/2}$, возникающей на поздних стадиях ее реконструкции (см. комментарии к (2) и рис. 1).

3.4. Реконструкция ограниченной нейтральной антипленки

1. При наличии экспериментальных ограничений на размеры ячеек имеют смысл расчеты для слоя жидкости, ограниченного в горизонтальном направлении вертикальными стенками, расположенными на конечном расстоянии L друг от друга

$$-L/2 \leq x \leq L/2. \quad (35)$$

Эффективный угол смачивания стенок жидкостью есть θ . Условие $\theta = 0$, что эквивалентно

$$\zeta'|_{\pm L/2} = 0, \quad (36)$$

позволяет осуществить гладкий переход от $h < h_*$ к $h > h_*$, так как в противном случае ($\theta \neq 0$) при $h < h_*$ поверхность жидкости не была бы плоской вблизи вертикальных стенок. Теперь, в новой геометрии (35), (36), произвольный параметр C в семействе $\zeta(x)$ решений системы (32), (26) может принимать лишь счетное множество значений. Задача состоит в том, чтобы выбрать из этого множества такое значение параметра, которое соответствовало бы форме поверхности с наименьшей энергией.

Значение параметра C , при котором выполняется граничное условие (36), может быть найдено из требования

$$L/T = N,$$

где N — натуральное число. Величина N совпадает с числом максимумов периодической функции $\zeta(x)$ в

интервале $-L/2 < x < L/2$ (начало отсчета помещено в центр ячейки), т.е. реконструированная поверхность представляет собой систему N «капель», соединенных между собой. Для такой системы удобно ввести среднюю толщину слоя

$$h = L^{-1} \int_{-L/2}^{L/2} dx \zeta(x).$$

Численный анализ условий устойчивости инверсионного слоя при средних значениях уровня надкритичности $\delta < 10$, $\delta = h/h_* - 1$, показал, что устойчивым является решение с $N = 1$. Оказалось, что энергия реконструированной пленки с $N = 1$ имеет наибольшее отрицательное по сравнению с другими N значение. Результаты вычислений для $h = 1,78h_*$, $L = 13,3a$ приведены на рис. 8 из [17]. Кривая 1 отвечает профилю поверхности с $N = 1$, а кривая 2 — с $N = 2$. Координаты x и y нормированы на капиллярную длину a и критическую толщину пленки h_* соответственно. Энергия пленки с одним максимумом, выраженная в единицах $E_0 = (\alpha\rho g)^{1/2} h^2/4$, оказалась равной $E_1 = -3,80E_0$, а энергия системы с двумя максимумами — $E_1 = -2,86E_0$.

Кроме того, было проверено, что вторая вариация энергии жидкого слоя с одним минимумом

$$\delta^{(2)}E = \int_{-L/2}^{L/2} dx \delta\zeta(x) \hat{\Lambda} \delta\zeta(x),$$

где

$$\hat{\Lambda} = -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\rho g}{2} + \frac{3f}{\zeta^4(x)}$$

— линейный дифференциальный оператор, положительно определена для значений $L < 13a$ и $h < 10h_*$. Это означает, что малые возмущения реконструированной пленки с $N = 1$ привели бы к увеличению энергии системы, и это говорит о ее устойчивости.

2. В предельном случае $h > 10h_*$ система из N капель имеет очень тонкие перемычки, объем жидкости в

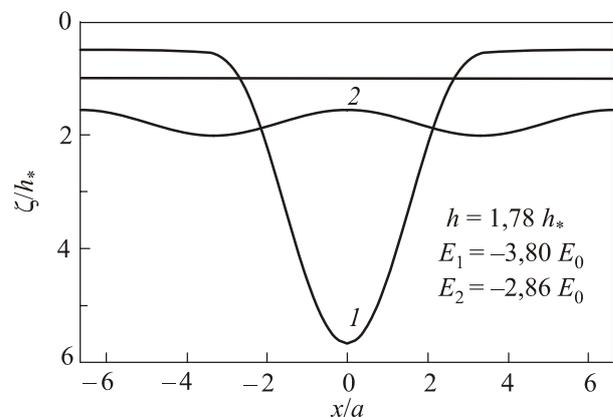


Рис. 8. Варианты профилей поверхности пленки на подложке с фиксированной длиной $\pm L/a$. $N = 1$ (1); $N = 2$ (2).

которых пренебрежимо мал. Это позволяет использовать для описания формы каждой капли решение Френкеля [12]:

$$\zeta(x) = \frac{A_0}{2}(1 + \cos x/a), \quad (37)$$

где

$$A_0 = S/\pi a \quad (38)$$

— вертикальный размер капли, $S = hL$ — двумерный «объем» капли. Энергия капли (37):

$$E_1(S) = -\frac{\alpha}{2\pi a^3} S^2. \quad (39)$$

Полную энергию жидкости можно оценить как сумму энергий отдельных капель. Если полный объем жидкости распределен на N капель, энергия системы есть

$$E = NE_1(S/N) = -\frac{\alpha}{2\pi a^3} \frac{S^2}{N},$$

что означает увеличение энергии с ростом числа капель. Следовательно, и в макроскопическом пределе $h > 10h_*$ существование одиночной капли более выгодно энергетически.

Покажем, что с ростом надкритичности толщина пленки на границах ячейки падает. Для этого найдем универсальную связь между ζ_{\min} и ζ_{\max} при заданном размере одиночной капли L . Так как $\zeta'(L/2) = \zeta'(0)$, из (29) получаем

$$U(\zeta_{\min}) = U(\zeta_{\max}), \quad (40)$$

где U из (30). Предположим теперь, что степень надкритичности достаточно велика, так что основная масса жидкости сосредоточена в капле, а края капли можно считать плоскими. Тогда в уравнении (28) можно пренебречь величиной $\alpha\zeta''$ в точке $\zeta(L/2) = \zeta_{\min}$, откуда получаем

$$p = -\rho g \zeta_{\min} - \frac{f}{\zeta_{\min}^3}.$$

Далее, подставляя значение p в (40), получаем связь между ζ_{\min} и ζ_{\max} :

$$\rho g(\zeta_{\min} + \zeta_{\max}) + \frac{f(\zeta_{\min} + \zeta_{\max})}{\zeta_{\max}^2 \zeta_{\min}^2} - 2\left(\rho g \zeta_{\min} + \frac{f}{\zeta_{\min}^3}\right) = 0. \quad (41)$$

Считая $\zeta_{\min} \ll \zeta_{\max}$ и $\zeta_{\max} \simeq hL/\pi a$, получаем из (41) интерполяционную формулу

$$\zeta_{\min} \sim h_* \delta^{-1/3} \frac{\pi a}{L}, \quad (42)$$

где h_* взята из (16).

Аналогичная формула с учетом запаздывания имеет вид

$$\zeta_{\min} \sim h_* \delta^{-1/4} \frac{\pi a}{L}, \quad (43)$$

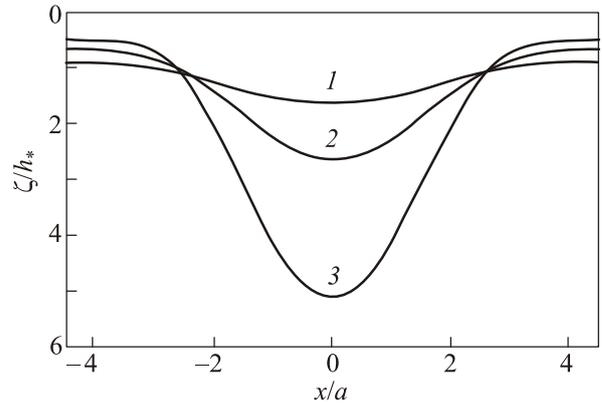


Рис. 9. Изменение формы капли с ростом надкритичности при различных средних толщинах пленки h : $2h_*$ (1); $5h_*$ (2); $7h_*$ (3).

h_* взята из (15). Интерполяционные выражения (42) и (43) указывают на уменьшение толщины краев пленки с ростом надкритичности.

Итак, при переходе через нулевой уровень надкритичности на плоском пьедестале, толщина которого определяется в основном силами Ван-дер-Ваальса, постепенно формируется одиночная капля, высота которой растет, а поперечный размер стремится к $2\pi a$ с ростом надкритичности. В пределе $\delta \gg 1$ эта капля хорошо описывается формулой, полученной Френкелем.

Изменение формы капли с ростом надкритичности демонстрирует рис. 9, взятый из [17]. Средняя толщина пленки для кривых 1, 2 и 3 равна соответственно $h = 2h_*$, $h = 5h_*$, $h = 7h_*$. Видно, что характерный горизонтальный размер капли составляет несколько капиллярных длин и слабо зависит от уровня надкритичности. Толщина жидкого слоя вблизи стенок меньше h_* , и она уменьшается с ростом h . В случае $h \gg h_*$ большая часть объема жидкости концентрируется в капле.

На рис. 10 [17] показана зависимость вертикального размера капли $A = \zeta(0) - \zeta(L/2)$ от параметра надкритичности δ (18) при $L = 9a$. Чтобы сравнить резуль-

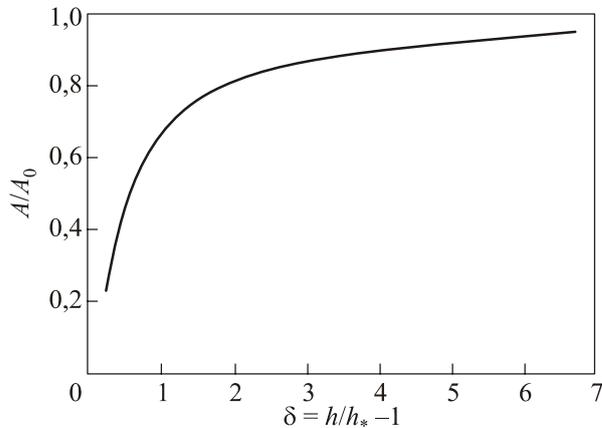


Рис. 10. Вертикальный размер капли в зависимости от надкритичности.

таты [17] с макроскопической моделью [12], высота капли A нормирована на высоту A_0 капли Френкеля из (38). При высоком уровне надкритичности ($\delta \gg 1$) высота капли A близка к высоте капли Френкеля того же объема. При $h \sim h_*$ вертикальный размер капли A значительно отличается от A_0 .

3. Завершая обсуждение проблемы устойчивости нейтральной тонкой пленки в инверсионных условиях, полезно обозначить границы применимости полученных теоретических результатов. Предположение (27), позволившее существенно упростить задачу, означает, что характерные масштабы в горизонтальном и вертикальном направлениях должны значительно различаться. Горизонтальный размер капли имеет порядок капиллярной длины, для жидкого водорода $a \approx 0,2$ см. Характерная толщина пленки может быть оценена через критическую толщину h_* , что для пленки жидкого водорода на диэлектрической подложке составляет $h_* \approx 10^{-4}$ см. Нарушение условия (27) эквивалентно $A/a \sim 1$ или $h \sim a^2/L$ с учетом (38). Из этих оценок ясно, что предложенное описание поведения пленки должно быть верным при

$$\delta < a^2 / L h_* \sim 10^3 \quad (44)$$

или $h < 10^{-2}$ см для $L \sim 10a$.

Условие (27) можно рассматривать как грубый критерий устойчивости системы. Действительно, как отмечено в п. 3 данной главы, классический солитон в неограниченной геометрии в задаче о реконструкции не может существовать из-за расходимости интеграла $\int dx(\zeta(x) - h)$. С другой стороны, в задаче с конечным размером роль «крыльев» ограниченного солитона выглядит несущественной (см. комментарии к рис. 9). Поэтому имеется характерный размер L^* , разделяющий эти предельные случаи. Этот размер соответствует моменту отрыва капли, когда на кривой $\zeta(x)$ появляются точки с $\zeta' \rightarrow \infty$. Условие (44), эквивалентное $\zeta' \sim 1$, означает ослабление сил лапласовского давления, которые вместе с силами ВдВ обеспечивают стабильность системы. В этом смысле неравенство (44) накладывает ограничения сверху на масштаб L при заданном уровне надкритичности. Ясно, что точное решение уравнения (20) без условий (27) дало бы менее жесткие ограничения на L .

Со стороны малых толщин нас ограничивает невозможность считать жидкую среду непрерывной, что соответствует $h > 10^{-7}$ см. Таким образом, полученные результаты можно использовать в макроскопически широком диапазоне толщин пленок 10^{-7} см $< h < 10^{-2}$ см.

3.5. Реконструкция заряженной инверсионной пленки

Полученные результаты о поведении нейтральной инверсионной пленки позволяют сформулировать пригодную для сравнения с экспериментом задачу о рав-

новесной форме заряженной капли в условиях антигравитации. Геометрия рассматриваемой системы (см. рис. 7) соответствует экспериментам [18], когда капля водорода конденсируется на верхней горизонтальной пластине круглого конденсатора и поверхностный заряд полностью экранирует электрическое поле в объеме жидкости. Поверхность пленки сканируется тонким лазерным пучком, позволяющим изучать ее топографию. В результате была определена зависимость высоты и радиуса капли от приложенного напряжения, а также вычислено критическое напряжение, при котором жидкая поверхность теряет устойчивость. Характерная толщина водородного слоя в рассмотренной ситуации значительно превышает критическую толщину h_* , связанную с силами Ван-дер-Ваальса. Как показано выше, в этих условиях толщина слоя жидкости на крыльях капли мала и интегральный вклад тонких краев капли в общий объем жидкости можно не учитывать. Поэтому взаимодействие жидкости с твердой подложкой должно быть учтено только на краях капли в виде граничного условия $\zeta' = 0$, за пределами капли $\zeta = 0$. Приведенные выше результаты анализа поведения реконструированной нейтральной инверсионной пленки позволяют утверждать, что при $h > h_*$ вся жидкость соберется в одну каплю, поскольку только такая структура сохраняет устойчивость в условиях надкритичности. Сингулярный для сил ВдВ предел $\zeta \rightarrow 0$ на крыльях капли Френкеля в действительности порождает некий жидкий пьедестал, толщина которого падает с ростом массы капли, а интегральный вклад в общую массу жидкой пленки несущественен, если L ограничено.

Основные параметры задачи следующие. Форма капли описывается аксиально-симметричной функцией $z = \zeta(|r|)$, d — расстояние между пластинами конденсатора, U — приложенное напряжение. Для эффективного радиуса капли R выполняется соотношение $d/R \ll 1$. Для дальнейших вычислений существенно также, что высота капли A мала по сравнению с d . При этом угол наклона поверхности жидкости к плоскости пластины конденсатора становится величиной второго порядка малости по отношению к d/R : $|\nabla\zeta| \sim \zeta/R \sim (\zeta/d) \times (d/R)$. Электрический потенциал ϕ внутри конденсатора является решением уравнения Лапласа с граничными условиями:

$$\Delta\phi = 0, \quad \phi|_{z=\zeta(r)} = 0, \quad \phi|_{z=d} = U. \quad (45)$$

При условии $\zeta \ll d \ll R$ потенциал $\psi = \phi + E_0 z$, где $E_0 = -U/d$, можно разложить в ряд по малым ζ и после несложных вычислений получить энергию электрического поля в конденсаторе, выраженную через функцию ζ :

$$\mathcal{E}_{el} = \frac{U^2}{8\pi d} \int d^2\mathbf{r} (\zeta^2/d^2 + \zeta^3/d^3). \quad (46)$$

Полная энергия системы, вычисленная с той же точностью по ζ и $\nabla\zeta$, есть

$$\mathcal{E} = \frac{\alpha}{2} \int d^2\mathbf{r} (\nabla\zeta)^2 - \frac{1}{2} \rho g \int d^2\mathbf{r} \zeta^2 - \frac{U^2}{8\pi d} \int d^2\mathbf{r} \left(\frac{\zeta^2}{d^2} + \frac{\zeta^3}{d^3} \right). \quad (47)$$

Устойчивая равновесная форма капли должна соответствовать минимуму энергии (47) при выполнении условия сохранения полного объема жидкости. Зависимость $\zeta(r)$ можно искать в виде

$$\zeta(r) = Af(x), \quad x = \frac{r}{R}. \quad (48)$$

Подстановка пробной функции (48) в (47) дает зависимость энергии системы от вариационных параметров A и R :

$$\mathcal{E} = \frac{\alpha}{2} c_0 A^2 - \left(\frac{1}{2} \rho g + \frac{U^2}{8\pi d^3} \right) c_2 A^2 R^2 - \frac{U^2}{8\pi d^4} c_3 A^3 R^2, \quad (49)$$

$$c_0 = 2\pi \int_0^\infty dx x f'^2(x), \quad c_n = 2\pi \int_0^\infty dx x f^n(x), \quad n > 0. \quad (50)$$

Условие сохранение объема капли V можно выразить через вариационные параметры:

$$c_1 A R^2 = V. \quad (51)$$

Равновесная форма капли определяется теперь из следующих вариационных уравнений:

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}}{\partial R} = 0, \quad (52)$$

где $\tilde{\mathcal{E}} = \mathcal{E} - pAR^2$, p — множитель Лагранжа. Решение уравнений (52) дает зависимость высоты капли от внешнего напряжения:

$$A = k_1 V \left(\frac{U^2}{4\pi d^3} + \rho g \right) \left(\alpha - \frac{k_2 U^2 V}{4\pi d^4} \right)^{-1}, \quad (53)$$

$$k_1 = c_2 / 2c_0 c_1, \quad k_2 = c_3 / c_0 c_1.$$

Для оценки по величине констант, входящих в (53), можно задать функцию $f(x)$ как линейную комбинацию функций Бесселя, удовлетворяющую граничным условиям на краях капли:

$$f(x) = q(J_0(x) - J_0(\beta_1)), \quad 0 < x < \beta_1, \\ f(x) = 0, \quad x > \beta_1. \quad (54)$$

Здесь $\beta_1 \approx 3,83$ — минимальное значение аргумента функции Бесселя первого порядка, при котором функция обращается в нуль; $q = (1 - J_0(\beta_1))^{-1} \approx 0,71$ — нормировочный множитель. Тогда константы, вошедшие в выражения (50) и (53), принимают значения $k_1 = 0,0754$, $k_2 = 0,106$, $c_1 = 18,5$.

Как следует из (53), высота капли A бесконечно возрастает, когда внешнее напряжение достигает значения

$$U_{c2} = \left(\frac{4\pi\alpha d^4}{k_2 V} \right)^{1/2}. \quad (55)$$

При $U > U_{c2}$ уравнения (52) не имеют решения (отсутствует минимум энергии капли), капля теряет устойчивость: поверхность разряжается, и заряды с захваченными каплями жидкости уходят на нижнюю пластину конденсатора.

Зависимость (53) может быть использована также и для описания эволюции формы капли, осаждаемой на нижней пластине конденсатора. Для этого достаточно заменить в выражении (53) знак гравитационной постоянной на противоположный и принять во внимание, что при $U < U_{c1} = \sqrt{4\pi\rho g d^3}$ минимум эффективной энергии \mathcal{E} достигается при $A = 0$:

$$A = 0 \quad \text{при} \quad U < U_{c1} = \sqrt{4\pi\rho g d^3},$$

$$A = k_1 V \left(\frac{U^2}{4\pi d^3} - \rho g \right) \left(\alpha - \frac{k_2 U^2 V}{4\pi d^4} \right)^{-1} \quad \text{при} \quad U > U_{c1}. \quad (56)$$

Как видно из (55), критическое напряжение U_{c2} не зависит от гравитационной постоянной, поэтому в принятом малоугловом приближении оно одинаково для подвешенной и лежащей на пластине капля.

Напомним, что технически простая возможность сравнения двух решений (53) и (56) в области $U > U_{c1}$ осуществляется при достаточно большой толщине пленки в обоих рассматриваемых случаях. Качественная разница между каплями (53) и (56) состоит в том, что при любом U амплитуда висющей капли хорошо определена, а ее края находятся в зоне влияния сил Ван-дер-Ваальса, которые обеспечивают нулевые граничные условия. Для капли (56) вопрос о граничных условиях при малых A остается открытым.

Полученные результаты могут быть использованы для интерпретации экспериментов [18]. В этих экспериментах капля жидкого водорода конденсировалась на верхней охлажденной пластине конденсатора. Такая методика позволяет варьировать толщину жидкого слоя в широких пределах, изменяя температуру подложки и объем газа, введенного в экспериментальную ячейку. В работе [18] изучалась эволюция формы висющей заряженной капли с изменением ее объема и напряжения в конденсаторе.

Рисунок 11 дает общие представления о характере реконструкции инверсионной пленки жидкости. Диаметр потолка ячейки L специально выбран достаточно большим по сравнению с капиллярной длиной a

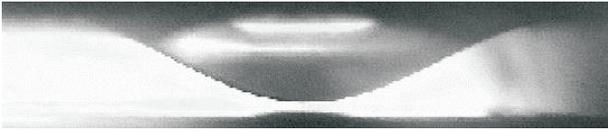


Рис. 11. Фотография висящей заряженной пленки.

($L \geq a$), чтобы сохранилась возможность зарождения нескольких капель. Тем не менее реальный результат всегда оформляется в виде одной капли.

На рис. 12 из [17] показано изменение профиля поверхности жидкости с ростом напряжения U . Объем капли $V = 60 \text{ мм}^3$. Расстояние между пластинами конденсатора d равно 3 мм. Сплошные линии — вариационная функция (54). Несмотря на приближенность вариационного описания, его соответствие экспериментальным данным вполне убедительно.

Рисунок 13 демонстрирует зависимость высоты капли A от напряжения U . Точки соответствуют результатам эксперимента, кривая представляет теоретическую зависимость (53). Наконец на рис. 14 изображена зависимость вертикального размера капли от ее объема при $U = 0$ и $U = 360 \text{ В}$. Кружки и квадраты соответствуют эксперименту, а кривые — расчету по формуле (53). Теория и эксперимент находятся в хорошем соответствии.

4. Заключение

Подведем некоторые итоги. В развитие идей [1–4] намечена и прослежена в деталях общая цепочка событий для инверсионной неустойчивости пленки жидкости. Критической здесь оказывается область толщин, где конкурируют силы Ван-дер-Ваальса и антигравитация (формулы (7), (8)). Параметр надкритичности δ (18), нарастая с нуля, трансформирует период T от его почти бесконечного значения к окончательному масштабу $T \sim a = (\alpha / \rho g)^{1/2}$. Дальнейший рост δ ведет к нарушению формы отдельных капель с их отрывом от твердой подложки. Процесс разрушения капель проте-

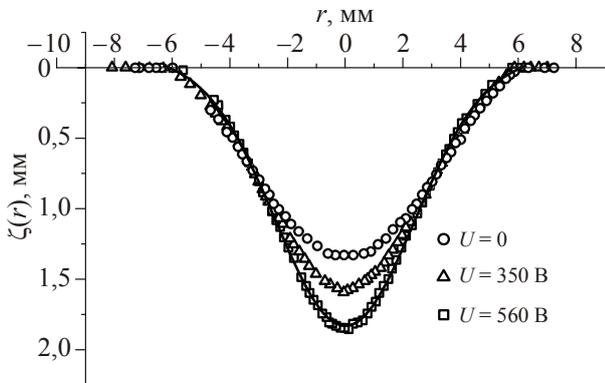


Рис. 12. Изменение профиля поверхности жидкости с ростом напряжения. Точки отвечают экспериментальным данным, сплошные линии — расчет согласно (48)–(54).

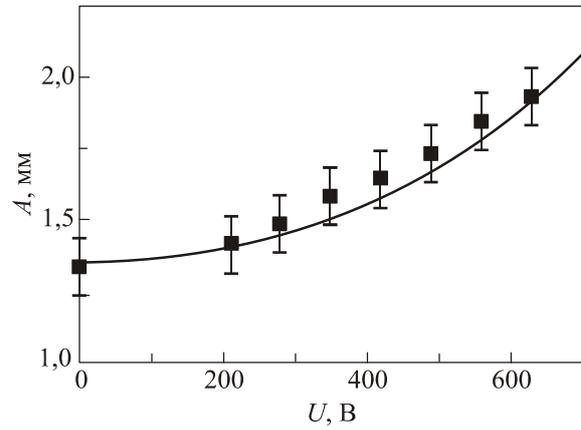


Рис. 13. Зависимость высоты капли от напряжения.

кает по разному для одномерной и цилиндрической геометрии капель и отвечает «смене декораций» (введение в нелинейную динамику капель). Полезно отметить, что обсуждаемая картина развития неустойчивости характерна не только для антипленок. В таком же режиме теряют устойчивость заряженные пленки жидкости [8], нарастает устойчивость пленок в задаче о смачивании [9] и т.п. Антипленка хороша (на фоне других примеров) доступностью наблюдений ее реконструкции на последних, близких ко второму критическому порогу стадиях. В условиях с участием внешнего поля этот процесс содержится в определениях (55), (56).

С экспериментальной точки зрения прогресс в освоении задачи об антипленке на фоне результатов [1–4] и рис. 1 заключается в том, что появились четкие сведения о псевдоначальной стадии реконструкции, когда характерная длина λ ее развития уже не бесконечность, но еще и не массивная капиллярная длина: $q_c^{-1} \leq \lambda < \infty$, где q_c — из (2). Прохождение самой критической точки с использованием хотя бы возможностей рис. 5 остается пока желаемым проектом.

Один из соавторов (В.Ш.) благодарен РФФИ за частичную поддержку в рамках Гранта 12-02-00229-а.

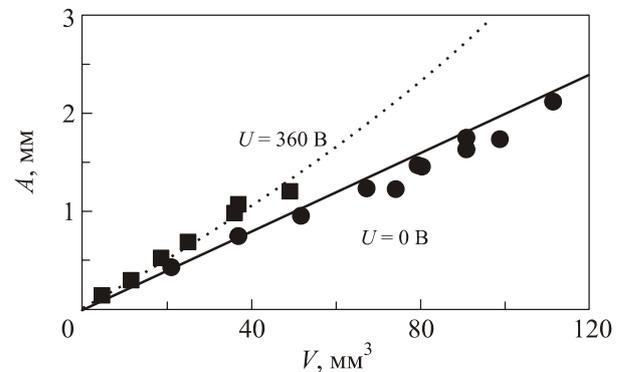


Рис. 14. Зависимость вертикального размера капли A от ее объема V .

1. Lord Rayleigh, *Philos. Mag.* **34**, 145 (1892).
2. G. Taylor, *Proc. Roy. Soc.* **201**, 192 (1950).
3. M. Fermigier, L. Limat, J. Wesfreid, P. Boudinet, and C. Quiliet, *J. Fluid Mech.* **236**, 349 (1992).
4. P. de Genne, F. Brochard-Wyart, and D. Quere, *Gouttes, Bulles, Perles et Ondes*, Belin (2002).
5. J. Klier, F. Schletterer, P. Leiderer, and V. Shikin, *Fiz. Nizk. Temp.* **29**, 957 (2003) [*Low Temp. Phys.* **29**, 716 (2003)].
6. A.A. Levchenko, E. Teske, G.V. Kolmakov, P. Leiderer, L.P. Mezhov-Deglin, and V.B. Shikin, *JETP Lett.* **65**, 572 (1997).
7. Н. Иногамов, А. Демьянов, Э. Сон, *Гидродинамика перемешивания*, Изд-во МФТИ (1999).
8. Д.М. Черникова, *ФНТ* **2**, 1374 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 699 (1976)].
9. V.S. Mitlin, *J. Colloid Interface Sci.* **156**, 491 (1993).
10. Л. Горьков, Д. Черникова, *ДАН СССР* **228**, 829 (1976).
11. В.И. Мельников, С.В. Мешков, *Письма ЖЭТФ* **33**, 222 (1981).
12. Ya.I. Frenkel, *Z. Eksp. Teor. Phys.* **18**, 659 (1948); Ya.B. Aron and Ya.I. Frenkel, *Z. Eksp. Teor. Phys.* **19**, 807 (1949).
13. E. Sabisky and E. Anderson, *Phys. Rev. A* **7**, 720 (1973).
14. S. Putterman, *Superfluid Hydrodynamics*, North Holland Publish Company, New York (1974).
15. V.B. Shikin and E.V. Lebedeva, *J. Low Temp. Phys.* **119**, 469 (2000).
16. G.V. Kolmakov, E.V. Lebedeva, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, and V.B. Shikin, *J. Low Temp. Phys.* **126**, 385 (2002).
17. G.V. Kolmakov, E.V. Lebedeva, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, A.B. Trusov, and V.B. Shikin, *Fiz. Nizk. Temp.* **30**, 79 (2004) [*Low. Temp. Phys.* **30**, 58 (2004)].
18. А.А. Левченко, Г.В. Колмаков, Л.П. Межов-Деглин, М.Г. Михайлов, А.Б. Трусов, *ФНТ* **25**, 333 (1999) [*Low Temp. Phys.* **25**, 242 (1999)].

Stability and reconstruction of inversed gravity films (Review Article)

G. Kolmakov, K. Kono, A. Levchenko, P. Leiderer,
and V. Shikin

The paper traces retrospectively the development of the concept of stability of liquid films formed on downward facing surfaces (inversed gravity films). The original scenario of the instability development proposed by Rayleigh does not contain the concept of critical state after reaching which the flat stable inversed gravity film transforms into a corrugated modification whas the film thickness is slightly increased. Both the general understanding of the events occurred at the critical point and the possibility of discussing the full scale instability including its definition and various scenarios of inversed gravity films reconstructions have been developed only recently. The aim of this study is to outline a consistent picture of droplet instability at its different stages starting from the threshold point and up to the formation of a stationary corugation (surface shape reconstruction). The calculational part of the paper is complemented with a series of specially performed experiments which confirm the main predictions of the theory.

PACS: 47.10.ad Navier–Stokes equations;
47.20.Ma Interfacial instabilities (e.g., Rayleigh–Taylor).

Keywords: interfacial instability, dispersion law, surface tension, surface reconstruction.