Физика низких температур, 2010, т. 36, № 8/9, с. 1034–1040

Сила Магнуса и инерционные свойства магнитных вихрей в слабых ферромагнетиках

А.К. Звездин, К.А. Звездин

Институт общей физики РАН им. А.М. Прохорова
ул. Вавилова, 38, г. Москва, 119991, Россия
E-mail: zvezdin@gmail.com; konstantin.zvezdin@gmail.com

Статья поступила в редакцию 29 марта 2010 г.

Исследован вопрос о силе Магнуса (гироскопической силе) в слабых ферромагнетиках, действующей на магнитные вихри (линии Блоха), находящиеся в доменных границах. Получена общая формула для силы Магнуса в слабых ферромагнетиках. Показано, что для большинства типов доменных границ сила Магнуса отлична от нуля и определяется средней намагниченностью подрешеток, константами взаимодействия Дзялошинского и обменного взаимодействия между подрешетками. Получены обобщенные выражения для эффективных функций Лагранжа и Рэлея в слабых ферромагнетиках с учетом вихревой структуры последних. Рассмотрен вопрос о массе вихря, величина которой в $YFeO_3$ порядка $m^* \sim 10^{-14}$ г/см. Анализируется динамический прогиб доменной границы при наличии в ней движущегося вихря. Получена формула, описывающая зависимость скорости вихря в покоящейся доменной границе от магнитного поля.

Досліджено питання про силу Магнуса (гіроскопічну силу) у слабких феромагнетиках, що діє на магнітні вихори (лінії Блоха), які перебувають у доменних границях. Отримано загальну формулу для сили Магнуса в слабких феромагнетиках. Показано, що для більшості типів доменних границь сила Магнуса відмінна від нуля та визначається середньою намагніченістю підграток, константами взаємодії Дзялошинського та обмінної взаємодії між підгратками. Отримано узагальнені вирази для ефективних функцій Лагранжа і Релея в слабких феромагнетиках з урахуванням вихорової структури останніх. Розглянуто питання про масу вихору, величина якої в $YFeO_3$ порядку $m^* \sim 10^{-14}$ г/см. Аналізується динамічний прогин доменної границі при наявності в ній вихору, що рухається. Отримано формулу, що описує залежність швидкості вихору в доменній границі, яка покоїться, від магнітного поля.

PACS: **75.10.–b** Общая теория и модели магнитного упорядочения.

Ключевые слова: сила Магнуса, гироскопический вектор, магнитный вихрь, слабый ферромагнетизм, фаза Берри, доменная граница, линия Блоха.

1. Открытие и исследование топологических магнитных солитонов является выдающимся достижением физики магнитных явлений в последние десятилетия. Определяющую и активную роль в этой области всегда играла украинская школа физиков, возглавляемая В.Г. Барьяхтаром. В известной монографии [1] содержится прекрасное изложение основных фактов и богатая библиография, относящаяся к топологическим солитонам и теоретическим основам нелинейной динамики слабых ферромагнетиков. В последнее время большое внимание привлекают к себе магнитные вихри. что связано с их необычными магнитными свойствами и возможными применениями для задач спинтроники и высокоплотной магнитной памяти [2–8]. Одним из примеров магнитных вихрей являются вертикальные линии Блоха, возникающие в доменных границах в области смены направления разворота вектора намагниченности [7–19]. Динамические свойства магнитных вихрей в магнитных пленках (в основном, в эпитаксиальных феррит-гранатовых пленках) детально исследованы [9,12,15,16]). В последние годы появились экспериментальные работы по изучению движения магнитных вихрей в иттриевом ортоферрите ($YFeO_3$) [20–24], который является типичным примером слабого ферромагнетика с ромбической симметрией. Для ортоферритов характерны большие скорости движения доменных стенок (до 20 км/с) [25]. В работах [20–24] экспериментально была исследована зависимость скорости сноса линий Блоха вдоль доменной границы от скорости доменной границы и получен ряд интригующих результатов. Удивительны огромные скорости вихрей, обнаруженные в этих работах. Они достигают 16 км/с, что близко к скорости магнонов в $YFeO_3$. Зависимости скорости вихрей от внешнего магнитного поля и силы Магнуса также весьма нетривиальны; они обусловлены, по мнению авторов [20–24], квазирелятивистскими особенностями динамики солитонов и доменных границ в слабых ферромагнетиках. Вместе с тем теоретическое рассмотрение этой проблемы остается незавершенным и многие экспериментальные данные до сих пор не получили должного объяснения. Центральным вопросом в динамике магнитных вихрей в слабых ферромагнетиках является вопрос о величине и даже о существовании в них [1] гироскопической силы, ответственной за снос магнитного вихря во внешнем поле. Особенного внимания заслуживает и вопрос о массе или общее об инерционных свойствах магнитного вихря. Этой проблематике посвящена данная работа.

2. Для определенности рассматриваем слабые ферромагнетики ромбической симметрии, распространенными представителями которых являются ортоферриты ($YFeO_3$), кристаллические оси которых обозначаются буквами a, b, c. В ортоферритах ось b выделена; вдоль нее направлен вектор Дзялошинского. Это означает, что вдоль этой оси кристалл не имеет спонтанной намагниченности (обусловленной скосом подрешеток).

Динамика магнитных спинов двухподрешеточного слабого ферромагнетика может быть описана при помощи следующих функций Лагранжа и Рэлея:

$$L = \frac{M}{2\gamma}\sum_{i=1}^{2}(1-\cos\theta_i)\dot{\varphi}_i - W, \tag{1}$$

$$R = \frac{\alpha M}{4\gamma}\sum_{i=1}^{2}(\dot{\theta}_i{}^2 + \sin^2\theta_i\ \dot{\varphi}_i{}^2), \tag{2}$$

где θ_i, φ_i — полярные и азимутальные углы магнитных моментов подрешеток, модуль момента которых равен M, $\gamma = 1.73\cdot 10^7$ рад/с — гиромагнитное отношение, α — безразмерный параметр затухания уравнений Ландау–Лифшица в форме Гильберта, W — энергия, зависящая от θ_i, φ_i и их пространственных производных. В теории слабого ферромагнетизма вместо магнитных моментов подрешеток M_i используют безразмерные векторы намагниченности антиферромагнетизма:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2}{2\mathbf{M}},\ \mathbf{l} = \frac{\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2}{2\mathbf{M}} \tag{3}$$

(как правило, $m << l$). При переходе к переменным $\mathbf{m}, \mathbf{l}$ углы ϑ_i, φ_i представляются в виде

$$\theta_1 = \theta + \varepsilon,\ \theta_2 = \pi - \theta + \varepsilon,\ \varphi_1 = \varphi + \beta,\ \varphi_2 = \pi + \varphi - \beta, \tag{4}$$

где θ, φ — полярный и азимутальный углы вектора $\mathbf{l}$, а углы скоса подрешеток $\varepsilon, \beta\ (\varepsilon << 1, \beta << 1)$ определяют вектор $\mathbf{m}$:

$$m_x = \varepsilon\cos\theta\cos\varphi - \beta\sin\theta\sin\varphi,$$

$$m_y = \varepsilon\cos\theta\sin\varphi + \beta\sin\theta\cos\varphi,\ m_z = -\varepsilon\sin\theta\,. \tag{5}$$

Стандартное выражение для энергии слабого ферромагнетика ромбической симметрии [27] имеет вид (в системе координат $x, e, z \parallel a, b, c$-осям соответственно):

$$W = \frac{a}{2}m^2 + A(\nabla\mathbf{l})^2 + A'(\nabla\mathbf{m})^2 + \frac{b_1}{2}l_x^2 + \frac{b_2}{2}l_z^2 +$$

$$+ d_1 m_x l_z + d_2 m_z l_x - M\mathbf{mH}\,, \tag{6}$$

где a — константа, равная обменной энергии между подрешетками, b_1, b_2 — константы анизотропии, d_1, d_2 — константы антисимметричного обмена Дзялошинского (обычно $d_1 \simeq -d_2$), A, A' — константы неоднородного обмена; если учитывать обменное взаимодействие лишь между ближайшими соседями, то $A' = -A$, H — внешнее магнитное поле.

Ниже для определенности рассматриваем доменные границы. в которых вектор антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ переориентируется в плоскости ab (этот выбор не ограничивает общность теории). В этом случае удобно использовать в качестве полярной оси c-ось кристалла, а азимутальный угол отсчитывать от a-оси, тогда для покоящихся и свободно движущихся границ $\theta = \pi/2$, $\beta = 0$. В этом можно убедиться прямой подстановкой этих значений в уравнения Эйлера–Лагранжа (они представляют собой, конечно, полные уравнения Ландау–Лифшица системы), следующие из минимизации действия, определяемого лагранжианом (1) (с учетом диссипативной функции Рэлея (2)).

3. Следующий шаг упрощения задачи — использование длинноволнового приближения. Если характерная длина, на которой происходит изменение углов φ и ε (толщина доменной границы Δ), много больше постоянной решетки a_0, то третьим слагаемым в (6) можно пренебречь по сравнению с первым ($A' \sim aa_0^2$). Тогда функции Лагранжа (1) и Рэлея (2) принимают вид

$$L = \frac{M}{\gamma}\varepsilon\dot{\varphi} - W,\ R = \frac{\alpha M}{2\gamma}(\dot{\varphi}^2 + \dot{\varepsilon}^2), \tag{7}$$

$$W = \frac{M^2\varepsilon^2}{2\chi_\perp} - K'\cos^2\varphi + M(H + H_D\cos\varphi)\varepsilon + A(\nabla\varphi)^2, \tag{8}$$

где $\chi_\perp = M^2/a$ — перпендикулярная восприимчивость, $K' = -b_1/2$, $H_D = -d_1/M$ — поле Дзялошинского. Нетрудно убедиться, что в длинноволновом приближении вторым слагаемым в функции Рэлея (7) можно также пренебречь. Соответствующее условие малости $\alpha\chi_\perp v/\gamma\Delta \lesssim a_0/\Delta << 1$, где v — скорость доменных границ или вихрей ($v < c = \sqrt{2A/\chi_\perp} \simeq 2\cdot 10^6$ см/с), выполняется с большим запасом. Тогда условие экстремума действия по ε дает:

$$m_z = -\varepsilon = \frac{\chi_\perp}{M}\left(H_D\cos\varphi + H - \frac{\dot\varphi}{\gamma}\right). \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (7), получаем

$$L_1 = \frac{\chi_\perp}{2}\left(-\frac{\dot\varphi}{\gamma} + H + H_D\cos\varphi\right)^2 + K'\cos^2\varphi - A(\nabla\varphi)^2, \qquad (10)$$

$$R_1 = \frac{\chi_\perp}{2\dot\gamma^2}\dot\varphi^2. \qquad (11)$$

Здесь и ниже индекс «1» у L и R означает, что соответствующие лагранжиан и функция Рэлея получены в длинноволновом приближении.

Из (10), (11) получаем [28]

$$\partial_t^2\varphi - c^2\nabla^2\varphi + \frac{c^2}{\Delta_0^2}\sin\varphi\cos\varphi + \omega_D\omega_H\sin\varphi =$$

$$= -\gamma\dot H - \alpha\omega_E\partial_t\varphi, \qquad (12)$$

где $c = \gamma\sqrt{2A/\chi_\perp}$, $\Delta_0 = \sqrt{A/K_1}$, $\omega_E = \gamma M/\chi_\perp$, $\omega_H = \gamma H$, $\omega_D = \gamma H_D$, $K_1 = K_1' + \chi_\perp H_D^2/2$. В $YFeO_3$ $c = 2\cdot 10^6$ см/с, $\Delta_0 \sim 10^{-6}$ см.

Уравнения (9)–(12) являются основными уравнениями σ-модели применительно к слабым ферромагнетикам. Поворотом системы координат на произвольный угол можно привести (10), (11) к стандартному виду [29–31]:

$$L_1 = \frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\dot{\mathbf{l}}^2 - W(\mathbf{l},\nabla\mathbf{l}) - \frac{\chi_\perp}{\gamma}((\mathbf{H}+\mathbf{H}_D)[\mathbf{l},\dot{\mathbf{l}}]), \qquad (13)$$

$$R_1 = \frac{\alpha M}{2\gamma^2}\dot{\mathbf{l}}^2. \qquad (14)$$

Уравнения (12)–(14) применимы для произвольных доменных границ (в частности, для *ac*-границ в $YFeO_3$) при надлежащем выборе констант энергии анизотропии.

4. Очевидно, что Лагранжиан (10), соответствующее ему действие и σ-модель недостаточны для описания систем с топологическими дефектами типа магнитных вихрей, так как в их сердцевинах не выполняются условия применимости длинноволнового приближения. Выйти из этого затруднения можно следующим образом. Разобьем пространство переменных поля $\mathbf{l}(\mathbf{r}), \mathbf{m}(\mathbf{r})$ на два подпространства

$$C = C_1 + C_2,$$

где C_2 — сумма подпространств, охватывающих ядра вихрей. Остающемуся после такого выделения многосвязному пространству C_1 длинноволновое приближение и σ-модель вполне адекватны. Тогда полное действие системы S с топологическими дефектами может быть представлено в виде

$$S = S_1 + \sum_n \hbar\Omega_n, \qquad (15)$$

где $S_1 = \int dt L_1$, а

$$\hbar\Omega_n = \frac{M}{2\gamma}\int dt \int_{C_{2n}} d^3x \sum_{i=1}^{2}(1-\cos\theta_i)\dot\varphi_i \equiv$$

$$\equiv \int dt \sum_{i-1}^{2} L_{WZ}^i, \qquad (16)$$

так называемая фаза Берри [32], возникающая при интегрировании кинематического слагаемого исходного лагранжиана* по пространству C_{2n}, содержащему магнитный вихрь. Существенно, что для топологических дефектов типа вихря Ω_n не обращается в нуль при стремлении объема пространства C_2 к нулю. Известно, что в квантовой механике (статистике) фаза Берри определяет фазу соответствующей волновой функции (статистический вес) системы. В нашей задаче фаза Берри определяет силу Магнуса, действующую на магнитный вихрь в нестационарном магнитном окружении. Она может быть получена следующим способом. Опишем стационарное движение вихря функциями

$$\theta_i(\mathbf{r}-\mathbf{X}(\mathbf{t})), \varphi_i(\mathbf{r}-\mathbf{X}(\mathbf{t})), \qquad (17)$$

где $\mathbf{X}$ — радиус-вектор центра вихря, тогда сила Магнуса F_M получается варьированием по $\mathbf{X}$ фазы Берри (16):

$$F_M^\alpha = -\frac{\delta L_{WZ}}{\delta X_\alpha}, \alpha = 1, 2, 3. \qquad (18)$$

Подставляя в (18) (17) и используя соотношения $\dot\theta = -\dot X_\beta\,\partial_\beta\theta, \dot\varphi = -\dot X_\beta\partial_\beta\varphi$, где по совпадающим индексам предполагается суммирование, получаем

$$F_M^\alpha = \frac{M}{2\gamma}\int_{C_2} d^3x \sum_{i=1}^{2}\sin\theta_i\frac{\partial(\theta_i,\varphi_i)}{\partial(x_\alpha,x_\beta)}\dot X_\beta. \qquad (19)$$

Основное значение во многих случаях имеет нормальная к плоскости пластинки компонента вектора гирации G_z. Ниже будем полагать толщину пластинки d_z достаточно малой, чтобы можно было пренебречь за-

* Величину $L_{WZ} = \frac{M}{\gamma}\int d^3x(1-\cos\theta)\dot\varphi$ в квантовой теории называют «Весса-Зумино член» и интерпретируют как вклад в действие, обусловленный магнитным полем, создаваемым монополем Дирака, находящимся в центре сферы $\sum_i^3 m_i^2 = 1$. В рассматриваемой задаче речь должна идти о двух монополях Дирака в шестимерном пространстве.

висимостью q от z. Это допущение не является принципиальным, оно делается для упрощения математических формул. Кроме того, оно находится в соответствии с существующими экспериментами [23], в которых исследовались тонкие пластинки ($d_z \sim$ 30–100 мкм) ортоферрита иттрия. Подставляя в якобианы формулы (19) значения углов из (4), получаем в линейном приближении по углам ε, δ:

$$\mathbf{F}_M = [G, \dot{\mathbf{X}}]d_z, \qquad (20)$$

где вектор гирации равен ($\mathbf{G} = (0, 0, G)$):

$$\mathbf{G} = \frac{M}{2\gamma}\int d^2x([\nabla(\varepsilon\sin\theta), \nabla\varphi] + [\nabla\cos\theta, \nabla\delta]). \qquad (21)$$

Используя свойства якобианов, интегралы в (21) легко вычислить (см. детали в [17]), в результате чего получим:

$$\mathbf{F}_M = \frac{2\pi\chi_\perp H_D Q d_z}{\gamma}[\mathbf{t}, \dot{\mathbf{X}}] = G d_z[\mathbf{t}, \dot{\mathbf{X}}], \qquad (22)$$

где $\mathbf{t}$ — единичный вектор $\mathbf{t} = [\nabla\varphi, \nabla\theta] / |[\nabla\varphi, \nabla\theta]|$, вычисленный в центре вихря, $G = (2\pi M_s Q)/\gamma$, Q — топологический заряд вихря, d_z – толщина пластинки. В $YFeO_3$ $G \sim 3\cdot 10^{-6}$ г/м·с.

Обращает на себя внимание подобие формулы (22) и формулы для силы Ампера в электродинамике. Эта аналогия становится более глубокой, если принять во внимание, что величина (см. (19))

$$B = \phi_0 \sin\theta \frac{\partial(\theta, \varphi)}{\partial(x, y)} = \phi_0 \mathbf{m}[\partial_x \mathbf{m}, \times, \partial_y \mathbf{m}],$$

где $\phi_0 = h / ce$ — квант потока, введенный здесь по соображениям размерности, пропорциональна калибровочному магнитному полю геометрической природы [13], создаваемому не внешним током, а неоднородным распределением магнитных моментов, т.е. в данном случае текстурой $\theta_i(\mathbf{r}), \varphi_i(\mathbf{r})$. Это означает, с другой стороны, что и вектор гирации определяется этим калибровочным полем.

Заметим, что вплоть до недавнего времени в данной научной области существовала противоречивая ситуация. С одной стороны, в ряде теоретических работ утверждалось (см. [1] и цитированную там литературу), что в слабых ферромагнетиках вектор гирации обращается в нуль. Отмечались только следующие исключения из этого правила: гиросила появляется при наличии сильного внешнего магнитного поля [33,34], а также для таких вихрей, в которых магнитные моменты подрешеток в центре вихря становятся параллельными [35]. Однако эксперимент [20–24] демонстрировал наличие гирации в поведении вихрей. Формула (22) разрешает это противоречие в пользу эксперимента.

Аналогично диссипативная функция Рэлея может быть представлена в виде

$$R = R_1 + R_2 = R_1 + \sum_n R_{2n}, \qquad (23)$$

где R_1, R_2 отвечают за диссипацию в областях C_1, C_2 соответственно.

5. В дальнейшем нам понадобятся солитонные решения уравнения (12) (при $H = 0$, $\alpha = 0$) простейшего типа, описывающие свободно движущиеся доменные границы (кинки). Они имеют вид:

$$\varphi = 2\,\mathrm{arctg}\,\exp\left(\eta\frac{x - q(t)}{\Delta}\right). \qquad (24)$$

В этих формулах

$$\eta = \pm 1,\ q(t) = Vt, \Delta = \Delta_0 / \beta,\ \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

V — скорость солитона.

Заметим, что при $H = 0, \alpha = 0$ уравнение (12) инвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца, в которых скорость магнонов c играет роль скорости света в теории относительности:

$$x' = (x - Vt)/\beta, t' = (t - \frac{Vx}{c^2})\beta. \qquad (25)$$

Поэтому динамику доменных границ в слабых ферромагнетиках называют квазирелятивистской. Одним из следствий этого являются релятивистские зависимости толщины и эффективной массы от скорости ($m = m_0\beta$, $m_0 = 4\chi_\perp / \Delta_0\gamma^2$), приводящие к известному насыщению скорости доменной границы с ростом магнитного поля [25,26,28], а также характерная связь плотности энергий и массы доменных границ ($\sigma = mc^2$, в $YFeO_3$ $m_0 \sim 2{,}5\cdot 10^{-13}$ г/см^2)*.

* Приставка «квази» использована, чтобы подчеркнуть частный характер обсуждаемых здесь эффектов, основанных на математической аналогии (точнее, изоморфизме) и не имеющих отношения к общефизической и философской концепции релятивизма. В то же время этот математический изоморфизм интересен и важен, поскольку иллюстрирует первостепенное значение и роль группы преобразований Лоренца в данном контексте. Кроме того, некоторые проявления релятивистских свойств, например анизотропия массы

$$m_\parallel = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad m_\perp = \frac{m_0}{(\sqrt{1 - V^2/c^2})^3},$$

оказываются весьма важными и проявляются в новых интересных следствиях и эффектах, которые по известным причинам не обсуждались активно в специальной теории относительности.

6. Решения (15), (16) вырождены относительно киральности, т.е. направления поворота спинов в доменной границе (по или против часовой стрелки, $\eta = \pm 1$). Поэтому в доменной границе могут соседствовать области с противоположной киральностью. Границу между ними называют линией Блоха. Распределение вектора антиферромагнетизма **l** вокруг линии Блоха образует вихрь (подробнее см., например, [9,17]).

Как отмечено во Введении, основное дифференциальное уравнение (12), полученное в рамках длинноволнового приближения (σ-модель), не описывает полностью магнитный вихрь, так как его ядро выходит за рамки применимости σ-модели. Однако оно может быть использовано весьма эффективно для описания динамики вихря, если размеры его ядра δ_v меньше или порядка толщины доменной границы, что всегда реализуется в ромбических слабых ферромагнетиках ($\delta_v < \Delta = \sqrt{A/K}$).

В этом случае можно перейти к сокращенному описанию динамики доменной границы и вихря, заменяя распределение спинов их «центрами масс», т.е. величинами $q(t)$ для центра границы и $x_0(t)$ для центра вихря и исключить таким образом из детального рассмотрения малую область, соответствующую ядру вихря, заменив ее надлежащими граничными условиями. Подобный подход весьма аналогичен тому, который широко используется в теории вихрей Абрикосова в сверхпроводниках II рода.

7. Для вывода сокращенных уравнений, т.е. уравнений, определяющих $q(x,t)$ и $x_0(t)$, подставим решения (14), (15) в (12), (13) и проинтегрируем последние по объему. Будем считать, что исходная, невозмущенная движущимся вихрем доменная граница плоская, т.е. в рамках сокращенного описания ее уравнение есть $q = \text{const}$. Движущийся вихрь искажает профиль доменной границы, так что q становится функцией x, z. Результатом интегрирования по нормали к доменной границе являются следующие редуцированные функции Лагранжа и Рэлея, зависящие от $q(t,x)$, $x_0(t)$ и x':

$$< L >= -d_z \int \left[\sigma_0 \sqrt{1 + (q')^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}} - \right.$$
$$\left. - \left(\int_0^q 2M_s H(q')dq' \right) + \frac{G}{2\gamma} \dot{q} \eta(x) \right] dx, \qquad (26)$$

$$\langle R \rangle = d_z \int \frac{m_0}{\tau} \left(\sqrt{1 + (q')^2} - \sqrt{1 + (q')^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}} \right) dx, \quad (27)$$

где d_z — толщина пластины, которую ниже полагаем равной единице, $G = (2\pi M_s)/\gamma$.

Используя (26), (27), получаем уравнения движения для $q(t)$:

$$\partial_t (m\dot{q}) - \frac{m}{\tau} \dot{q} - \partial_x \sigma \partial_x q = 2M_s H(q) + \frac{G}{\gamma} \dot{x}_0 \, \delta(x - x_0), \quad (28)$$

где предполагается следующая зависимость $H(q) = H - H'q$. Второе слагаемое в этой формуле введено для того, чтобы обеспечить устойчивость плоской доменной границы относительно изгибных возмущений, что обычно реализуется в эксперименте [23].

8. Рассмотрим конкретный пример. Пусть покоящаяся доменная граница, плоскость которой совпадает с плоскостью *ac*-кристалла (например, $YFeO_3$), содержит изолированную линию Блоха (магнитный вихрь). Внешнее магнитное поле H_a, направленное по оси a, производит давление на магнитный вихрь, в результате чего последний испытывает ускорение. Величина давления $P_a = H_a 2\pi M_s \Delta$ ($\Delta \sim 10^{-6}$ см в $YFeO_3$). В то же время при движении вихря со коростью $\dot{x}_0$ на доменную границу со стороны него действует сила Магнуса перпендикулярно ее плоскости и изгибающая ее. Чем больше $\dot{x}_0$, тем больше изгиб. Этот изгиб обусловливает инерционность вихря. Рассмотрим уравнение движения вихря, учитывая этот эффект. Решение уравнения (28) имеет вид

$$q(x,t) = q_0 \begin{cases} \exp \lambda_-(x - x_0), & x > x_0, \\ \exp \lambda_+(x - x_0), & x < x_0, \end{cases} \qquad (29)$$

где

$$q_0 = \frac{G\,\dot{x}_0}{2\sigma_0 \beta^3 (1 - u^2 - v^2)\lambda_0}, \qquad (30)$$

$$\lambda_\pm = \pm\lambda_0 - \frac{\dot{x}_0 a(v)}{2\tau c^2 (1 - u^2 - v^2)}, \qquad (31)$$

$$\lambda_0 = \frac{\sqrt{(1 - u^2 - v^2)\beta^{-3} + \xi(v) u^2}}{l_H (1 - u^2 - v^2)}, \qquad (32)$$

$$u = \dot{x}_0 / c, \ v = \dot{q} / c, \ F_M = G\dot{x}_0, \ G = \frac{2\pi\chi_\perp H_D}{\gamma},$$

$$\xi(v) = \left(\frac{l_H a(v)}{2\tau} \right)^2.$$

Уравнение (29) описывает волну прогиба доменной границы, в которой прогиб обусловлен *y*-компонентой силы Магнуса F_M^y, действующей со стороны движущегося вихря на доменную границу.

Подставляя (29) в (26) (при $v = 0$) и интегрируя по x, получаем эффективную функцию Лагранжа

$$L_{\text{eff}} = \frac{m^* c^2}{2} \frac{\dot{x}_0^2 / c^2}{\sqrt{1 + (\xi - 1)\dot{x}_0^2 / c^2}} + P_a \dot{x}_0, \qquad (33)$$

где

$$m^* = \frac{G^2 l_H}{2\sigma} = \frac{2\pi^2 M_s^2 l_H}{\sigma\gamma^2}$$

— эффективная масса вихря. При $l_H \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ см, $M_s \sim 10$ Гс, $\sigma \sim 1$ эрг/см^2, что соответствует экспериментальным условиям $YFeO_3$, $m^* \sim 10^{-14}$ эрг/см.

Используя (33), запишем уравнение движения магнитного вихря вдоль доменной границы под действием поля H_a в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L_{\text{eff}}}{\partial \dot{x}_0} = P_a - F_{\text{fr}}, \qquad (34)$$

где сила трения

$$F_{\text{fr}} = \frac{m^* c}{4\tau}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{u^4}{(1-u^2)\sqrt{1+(\xi-1)u^2}}\right)$$

при $u \gtrsim 10^{-2}$ и $F_{\text{fr}} \sim (\pi\sigma\Delta u)/(c\tau)$ при $u \lesssim 10^{-2}$ (см. подробности в [36]).

Из уравнения (34) следует, в частности, зависимость скорости стационарного движения магнитного вихря от поля H_a в виде

$$\beta H_a = \frac{u^2}{(1-u^2)\sqrt{1+(\xi-1)u^2}}, \quad u \gtrsim 10^{-2}, \qquad (35)$$

где $\beta = (8\pi M_s \Delta\tau)/(m^* c)$..

Таким образом, рассмотренная в настоящей работе задача о динамике 2D топологического солитона (магнитного вихря) в слабом ферромагнетике является хорошим примером, иллюстрирующим весьма эффективный метод последовательного редуцирования исходного лагранжиана и функции Рэлея многоподрешеточного магнетика к функциям Лагранжа и Рэлея, зависящих только от координат центров тяжести рассматриваемого 2D солитона. Эта процедура весьма близка по методологии многомасштабного моделирования. Интересным результатом является формула для эффективной массы магнитного вихря. Показано, что она в данном случае определяется величиной его гиротропного вектора.

Работа поддержана проектами РФФИ (09-02-01423, 10-02-90475, 10-02-01162).

1. V.G. Baryahtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, and S. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons,* Springer (1994).
2. A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, *Europhys. Lett*. **69**, 990 (2005).
3. M. Klaui, P.O. Jubert, R. Allenspach, A. Bischof, J.A.C. Bland, G. Faini, U. Rudiger, C.A.F. Vaz, L. Vila, and C. Vouille, *Phys. Rev. Lett*. **95**, 026601 (2005).
4. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto, and T. Ono, *Science* **289**, 930 (2000).
5. J. Shibata, Y. Nakatani, G. Tatara, H. Kohno, and Y. Otani, *JMMM* **310**, 2041 (2007).
6. К.В. Гоньков, К.А. Звездин, А.В. Хвальковский, *Краткие сообщения по физике*, ФИАН, Москва (2008), с. 25.
7. A.V. Khvalkovskiy, J. Grollier, A. Dussaux, Konstantin A. Zvezdin, and V. Cros, *Phys. Rev*. **B80**, 140401 (2009).
8. A.V. Khvalkovskiy, A.N. Slavin, J. Grollier, K.A. Zvezdin, and K.Yu. Guslienko, *App. Phys. Lett*. **96**, 022504 (2010).
9. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
10. A.V. Nikiforov and E.B. Sonin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*. **85**, 642 (1983) [*Sov. Phys. JETP* **58**, 373 (1983)].
11. А.К. Звездин, А.Ф. Попков, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 348 (1984).
12. L.M. Dedukh, V.I. Nikitenko, and E.B. Sonin, *Usp. Fiz. Nauk* **145**, 158 (1985) [*Sov. Phys. Usp*. **28**, 100 (1985)].
13. G.E. Volovik, *Pis'ma ZhETF* **44**, 144 (1986); *J. Phys*. **C20**, L83 (1987).
14. A.K. Zvezdin and A.F. Popkov, *Sov. Phys. JETP* **64**, 1059 (1986).
15. M.V. Chetkin, V.B. Smirnov, A.F. Novikov, I.V. Parigina, A.K. Zvezdin, and S.V. Gomonov, *JETP Lett*. **49**, 204 (1989).
16. M.V. Chetkin, V.B. Smirnov, I.V. Parigina, and A.K. Zvezdin, *Phys. Lett.* **A140**, 428 (1989).
17. A.K. Zvezdin, V.I. Belotelov, and K.A. Zvezdin, *JETP Lett.* **87**, 381 (2008).
18. G.E. Volovik, *The Universe in a Helium Droplet, Clarendon Press*, Oxford (2003), *http://ltl.tkk.fi/personnel/THEORY/-volovik/book.pdf.*
19. A.A. Thiele, *J. Appl. Phys*. **45**, 377 (1974); *Phys. Rev. Lett*. **30**, 230 (1973).
20. М.В. Четкин, Ю.Н. Курбатова, В.Н. Филатов, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 760 (1997).
21. М.В. Четкин, Ю.Н. Курбатова, Т.Б. Шапаева, О.А. Борщеговский, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 527 (2004).
22. M.V. Chetkin, Yu.N. Kurbatova, T.B. Shapaeva, and O.A. Borshagovskii, *Phys. Lett*. **A337**, 235 (2005).
23. М.В. Четкин, Ю.Н. Курбатова, Т.Б. Шапаева, О.А. Борщеговский, *ЖЭТФ* **130**, 181 (2006).
24. М.В. Четкин, Ю.Н. Курбатова, Т.Б. Шапаева, О.А. Борщеговский, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 232 (2007).
25. М.В. Четкин, А.Н. Шалыгин, А. де ла Кампа, *ФТТ* **19**, 3470 (1977).
26. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский, *Письма в ЖТФ* **5**, 853 (1979).
27. К.П. Белов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, Р.З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках*, Наука, Москва (1978).
28. A.K. Zvezdin, *JETP Lett*. **29**, 605 (1979).
29. И.В. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ФНТ* **5**, 759 (1979) [*Sov. J. Low Temp. Phys*. **5**, 361 (1979)].
30. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
31. A.K. Zvezdin, A.A. Mukhin and S.P. Lebedev, *Phys. Inst. Lett*. **12**, 10 (1991).

32. M.V. Berry, *Proc. R. Soc.* (*London*) **A392**, 45 (1984).
33. Ю.В. Мелехов, О.А. Переход, *ФТТ* **27**, 1610 (1985).
34. B.A. Ivanov and D.D. Sheka, *Phys. Rev. Lett*. **72**, 404 (1994).
35. E.G. Galkina, A.Yu. Galkin, and B.A. Ivanov, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 662 (2008) [*Low Temp. Phys*. **34,** 522 (2008)].
36. А.К. Звездин, К.А. Звездин. *Краткие сообщения по физике,* ФИАН, Москва (2010), т. 2.

Magnus force and inertia properties of magnetic vertices in weak ferromagnets

A.K. Zvezdin and K.A. Zvezdin

The question of the Magnus force in weak ferromagnets acting on magnetic vortices (Bloch lines), within domain boundary has been investigated and the general formula of the Magnus force has been derived. It is shown that the Magnus force is non-zero in most types domain boundaries and determined by the average sublattice magnetization, Dzyaloshinskii coupling constants and exchange interaction between the sublattices. Generalized expressions have been obtained for the effective Langrangian and Rayleigh functions in weak ferromagnets allowing for their vortex structure. The mass of a vortex was considered and the value $m^* \sim 10^{-14}$ g/cm was obtained for $YFeO_3$. The dynamic bending of the domain boundary in the presence of a moving vortex has been analyzed. A formula has been obtained, which describes the dependence of the vortex velocity in a motionless domain boundary upon the magnetic-field.

PACS: **75.10.–b** General theory and models of magnetic ordering.

Keywords: Magnus force, magnetic vortex, weak ferromagnetism, domain boundary.