Физика низких температур, 2010, т. 36, № 8/9, с. 941–946

Квантовая динамика вихря в малой магнитной частице

Б.А. Иванов

Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 36-Б, г. Киев, 03142, Украина
Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, пр. Глушкова, 2, г. Киев, 03127, Украина
E-mail: bivanov@i.com.ua

Е.Г. Галкина

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, Украина

А.Ю. Галкин

Институт металлофизики НАН Украины, пр. Вернадского, 36, г. Киев, 03142, Украина

Статья поступила в редакцию 28 декабря 2009 г.

В рамках подхода коллективных переменных, на основе уравнения Тиля для координаты центра вихря, построено точное решение задачи о квантовой динамике вихря в малой магнитной частице круговой формы. Показано, что, используя динамику вихря в магнитной частице, можно создавать мезоскопические квантовые системы с заданным распределением уровней энергии и управлять интенсивностью переходов между этими уровнями изменением геометрии частицы.

У рамках підходу колективних змінних, на основі рівняння Тіля для координати центра вихору побудовано точне рішення задачі про квантову динаміку вихору в малій магнітній частинці кругової форми. Показано, що, використовуючи динаміку вихору в магнітній частинці, можна створювати мезоскопічні квантові системи із заданим розподілом рівнів енергії та керувати інтенсивністю переходів між цими рівнями зміною геометрії частинки.

PACS: 75.10.Jm Квантовые спиновые модели, включая квантовую спиновую фрустрацию;
75.45.+j Макроскопические квантовые явления в магнитных системах;
03.75.Lm Туннелирование, эффект Джозефсона, конденсаты Бозе–Эйнштейна в периодических потенциалах, солитоны, вихри, топологические экситоны.

Ключевые слова: уравнение Тиля, квантовая динамика вихря, мезоскопические квантовые системы.

Вихри как магнитные солитоны с нетривиальной топологией представляют интерес для развития фундаментальной физики магнетизма, см. [1–4]. Интерес к магнитным вихрям возник в семидесятых годах 20-го столетия, когда стало понятно, что в двумерных легкоплоскостных магнетиках вихри (или связанные вихревые пары) играют роль нелинейных (солитонных) элементарных возбуждений системы [2,4] и приводят к фазовому переходу Березинского–Костерлица–Таулесса для двумерной среды [5,6], см. также обзоры [1,4]. В настоящее время хорошо разработаны основные представления динамики и термодинамики солитонов [1,2,4], в том числе неравновесной термодинамики и кинетики солитонного газа [7–9], но анализ проводился в основном в рамках классической механики и термодинамики.

В последние годы широко исследуются свойства субмикронных магнитных частиц круговой формы (их часто называют магнитными точками), сделанных из магнитомягких материалов на немагнитной подложке [10]. Интерес к этим объектам связан, прежде всего, с возможным применением в системах динамической магнитной памяти и устройствах спинтроники. Для таких частиц с диаметром от примерно 100 нм до нескольких микрон в основном состоянии реализуется магнитный вихрь. Энергетическая выгодность вихрей определяется тем, что вихревые конфигурации намагниченности не создают размагничивающего поля. Для малых образцов двумерных ферромагнетиков круговой формы вихри могут создаваться за счет поверхностной анизотропии [11]. Использование частиц в вихревом состоянии и их упорядоченных массивов планируется для создания новых поколений устройств записи и обработки информации [10].

Спецификой динамики вихрей по сравнению с обычными частицами или нетопологическими солитонами является наличие гироскопической силы (гиросилы), такого же типа, как сила Лоренца. Присутствие гиросилы является общим свойством для различных вихрей — в сверхтекучих системах [12] и сверхпроводниках [13], в том числе высокотемпературных [14,15], для оптических вихрей [16], для вихрей в ферромагнетиках [17], см. также обзоры [1,4]. В то же время инерционные эффекты, ведущие к ньютоновской динамике солитонных возмущений, для этих систем пренебрежимо малы. Это приводит к ряду особенностей в динамике вихрей как классической, так и квантовой. Отметим определяющую роль гиросилы в проблеме устойчивости движения вихревой линии и движущейся решетки вихрей [18,19], а также в ряде квантовых задач, о квантовом депиннинге вихрей в сверхпроводниках [14,20], взаимодействии вихревых пар [21] и динамике магнитных вихрей в двумерных решеточных моделях магнетиков [22].

В этой работе изучены квантовые свойства вихря в малой магнитной частице на основе подхода коллективных переменных. Показано, что задача о движении вихря сводится к специфической точно решаемой задаче о квантовом нелинейном осцилляторе.

При описании магнитных вихрей в ферромагнетике обычно используют модель ферромагнетика с чисто одноосной симметрией (ось C_∞ в спиновом пространстве), что необходимо для выполнения основного условия существования вихрей, а именно, непрерывного вырождения задачи по направлению спина в легкой плоскости. Структуру вихря проще всего описать на основе феноменологического макроскопического подхода, предполагая, что направления спинов медленно меняются в пространстве и состояние системы определяется заданием намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$, $|\mathbf{M}(\mathbf{r},t)| = M_s = \text{const}$, как функции координат и времени, M_s — намагниченность насыщения [23]. Будем считать, что распределение намагниченности зависит от двух координат, что справедливо не только для двумерных магнетиков, но и для достаточно тонких магнитных частиц, с толщиной L меньшей, чем 30–40 нм. Удобно использовать нормированную намагниченность $\mathbf{m}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}(\mathbf{r},t)/M_s$, $\mathbf{m}$ — единичный вектор, и записывать ее в угловых переменных θ, φ

$$\mathbf{m} = \mathbf{e}_z \cos\theta + \sin\theta(\mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi). \qquad (1)$$

Динамика намагниченности ферромагнетика описывается хорошо известными уравнениями Ландау–Лифшица без затухания:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \frac{\gamma}{M_s}\left[\mathbf{m}, \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}}\right],$$

где $\gamma = g\mu_B/\hbar$ — гиромагнитное отношение, g — фактор Ланде, μ_B — магнетон Бора [23]. В терминах переменных θ, φ эти уравнения могут быть получены из функционала энергии

$$W = \frac{L}{2}\int d^2x\{A[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2] + K_e\cos^2\theta\}, \qquad (2)$$

где $K_e > 0$ — эффективная константа легкоплоскостной анизотропии, A — обменная константа, по порядку величины $A = JS^2a_0^2$, J — обменный интеграл, S — спин атома, a_0 — постоянная решетки, интегрирование производится в плоскости магнетика. Статические уравнения Ландау–Лифшица, следующие из выражения для этой энергии, имеют вихревое решение

$$\varphi = q\chi + \varphi_0, \theta = \theta(r), \qquad (3)$$

где r, χ — полярные координаты в плоскости магнетика, φ_0 — произвольная постоянная, q — целое число, определяющее π_1 — топологический заряд вихря, функция $\theta(r)$ описывается обыкновенным дифференциальным уравнением, см. детали в обзорах [1,3]. Вдали от вихря $\theta(r) \to \pi/2$, а существенные отклонения $\theta(r)$ от равновесного значения $\theta = \pi/2$ локализованы во внутренней области (коре вихря). Размер кора вихря определяется величиной r_0, $r_0 = \sqrt{A/K_e}$, и при малой анизотропии, $K_e \ll J$, величина r_0 существенно превышает величину постоянной решетки a_0. В центре вихря $\cos\theta(0) = \pm 1 = p$, p называется поляризацией вихря, величина $p \cdot q$ играет роль π_2 — топологического заряда вихря. В безграничном магнетике, рассматриваемом в приближении сплошной среды, энергия вихря не зависит от его положения. Решение для вихря, расположенного в некоторой точке $\mathbf{X} = (X, Y)$, получается из (3) заменой $\mathbf{r} \to |\mathbf{r} - \mathbf{X}|$, т.е. $r^2 \to (x-X)^2 + (y-Y)^2$, $\chi \to \operatorname{arctg}[(y-Y)/(x-X)]$.

Для малых частиц возникает взаимодействие вихря с границей, которое является достаточно слабым при достаточно большом размере системы, характерные частоты меньше частот магнонных мод. Это обусловливает медленную динамику спинов, которую можно представить в виде движения вихря как целого, без изменения его структуры. Поэтому при описании низкочастотной динамики вихря естественно использовать метод коллективных переменных, выбирая в качестве переменных координаты вихря X, Y или двумерный вектор $\mathbf{X}$ и считая их зависящими от времени. Такой подход может быть обоснован на основе стандартной теории возмущений для солитонов, он надежно верифицирован на основе прямого численного моделирования динамики вихря в больших решеточных системах [4,24,31]. Подобный подход также хорошо описывает экспериментально наблюдаемую низкочастотную динамику вихрей в субмикронных магнитных частицах (магнитных точках) [25,26].

Основной особенностью динамики вихрей в упорядоченных средах является появление гироскопической силы $\mathbf{F}_G = [d\mathbf{X}/dt, \mathbf{G}], \mathbf{G} = G\mathbf{e}_z$, действующей на вихрь, движущийся со скоростью $\mathbf{V} = d\mathbf{X}/dt$. Наличие гиросилы надежно установлено для ферромагнетиков, гидродинамических вихрей в нормальной или сверхтекучей жидкости, сверхпроводников, а также вихрей в нелинейной оптике. Для ферромагнетиков гироскопическая константа G определяется выражением

$$G = \frac{M_s L}{\gamma} \int \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{2\pi L M_s}{\gamma} (p \cdot q), \tag{4}$$

в котором интегрирование производится по всей области изменения переменных θ, φ в вихре. Фактически, входящий в (4) интеграл есть π_2 — топологический инвариант для вихря, см. подробнее [1,3]. В значении гиросилы появляется комбинация введенных выше целочисленных индексов q и p, произведение $p \cdot q$ численно равно π_2 — топологическому заряду вихря. Наиболее энергетически выгодным вихрям отвечает минимальное значение топологического заряда $q = 1$, поэтому величина $p \cdot q = \pm 1$.

В основном приближении по временным производным динамика внеплоскостного вихря является чисто гироскопической и может быть описана уравнением [17]

$$[\mathbf{G}, d\mathbf{R}/dt] = \mathbf{F}_e, \tag{5}$$

где $\mathbf{F}_e$ — внешняя сила, действующая на вихрь (в физике магнитных вихрей это уравнение называют уравнением Тиля). При потенциальном движении $\mathbf{F}_e = -\nabla U$, $U = U(X,Y)$ — потенциал вихря, который может быть обусловлен взаимодействием вихря с границами системы; для кристаллических магнетиков потенциал $U = U(X,Y)$ включает в себя и потенциал решеточного пиннинга [22]. Применимость простого уравнения (5) позволяет пренебрегать инерционными эффектами в динамике вихря. Такое приближение дает хорошие результаты при описании вынужденного движения вихрей в сверхпроводниках и сверхтекучих системах, а также применяется для анализа движения плазмы в достаточно сильном магнитном поле. Как уже упоминалось, для вихрей в ферромагнетиках оно согласуется со всей совокупностью данных, численных и экспериментальных, касающихся низкочастотной динамики вихрей. Поэтому далее в работе мы будем исходить из простейшего гироскопического уравнения (5).

Интересные статические и особенно динамические эффекты возникают при наличии внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$, направленного параллельно избранной оси системы (вдоль трудной оси магнетика), что отвечает добавлению к гамильтониану (1) зеемановского слагаемого $W_H = -HM_s L \int d^2x \cdot \cos\theta$. Для существования вихревых решений нужно, чтобы величина поля была достаточно мала, $H < H_a$, где $H_a = K_e / M_s$ — поле анизотропии. При наличии поля $H < H_a$ основному состоянию системы отвечает $\cos\theta = \cos\theta_0 = H / H_a$. Существуют два типа вихрей, более выгодные («легкие вихри») с $\cos\theta(0) = +1$ и менее выгодные («тяжелые вихри»), в которых при $r = 0$ величина $\cos\theta = -1$ [24,27]. Далее мы обсуждаем только более выгодные легкие вихри, для которых при увеличении магнитного поля размер кора увеличивается, а энергия вихря уменьшается. Константа гиросилы $G = G(H)$ уменьшается с ростом магнитного поля,[27,24]

$$G(H) = G\,(1 - H / H_a)\,. \tag{6}$$

Происхождение этой зависимости понятно, она непосредственно следует из общего выражения (4), с учетом того факта, что в конусном вихре намагниченность покрывает лишь часть полусферы $\mathbf{m}^2 = 1$, $(\mathbf{m}, \mathbf{H}) > 0$.

В соответствии с (5), динамика вихря при наличии внешнего потенциала $U(X,Y)$ описывается уравнениями

$$G\frac{dX}{dt} = -\frac{\partial U(X,Y)}{\partial Y}, \quad G\frac{dY}{dt} = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial Y}, \tag{7}$$

где X, Y — координаты центра вихря. Общим свойством вихрей в различных моделях упорядоченных сред является то, что движение вихря возникает только из-за наличия внешней силы и отсутствует при $U(X,Y) = 0$. Иными словами, из этого уравнения непосредственно следует «вмороженность» вихря в конденсат, т.е. отсутствие свободного движения вихря.

Для квантового анализа этой динамической задачи полезно перейти к гамильтонову формализму. Уравнения (7) могут быть представлены как уравнения Эйлера–Лагранжа с функцией Лагранжа вида $L = \hat{G} - U$, где $\hat{G} = (G/2)[(dX/dt)Y - (dY/dt)X]$. Стандартное кинетическое слагаемое в нашем случае отсутствует. Гироскопическое слагаемое $\hat{G}$ формально совпадает с тем, что в стандартной калибровке для вектор-потенциала магнитного поля описывает динамику частицы с зарядом e, находящейся под влиянием постоянного магнитного поля $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$, $G = eB/c$, c — скорость света. В данной задаче удобнее исходить из калибровки Ландау, впервые использованной для квантового описания движения электрона в магнитном поле, см. [28], и записать лагранжиан в виде

$$L = G \cdot Y \frac{dX}{dt} - U(X,Y). \tag{8}$$

Для такого лагранжиана канонический импульс P, сопряженный координате X, есть $P = GY$, и функция Гамильтона системы $\mathcal{H} = \mathcal{H}(P, X)$ совпадает с потенциалом $U(X,Y)$, в котором сделана замена $Y \to P/G$. Соответствующее уравнение Гамильтона:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X}, \quad \frac{dX}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P} \tag{9}$$

имеет очевидный интеграл движения

$$\mathcal{H}(P, X) = U\left(X, \frac{P}{G}\right) = \text{const.} \tag{10}$$

Классические уравнения Гамильтона (9) отвечают динамической системе с одной степенью свободы, и для любого потенциала $U(X,Y)$ их решение может быть записано в квадратурах и проанализировано с использованием метода фазовой плоскости. Для различных потенциалов $U(X,Y)$ динамика этой системы демонстрирует особенности, которые не проявляются для стандартных динамических систем механики с параболической зависимостью гамильтониана от импульса, $\mathcal{H}_{\text{mech}} = P^2/2m + U(X)$. Это свойство ярко выражено в рассмотренном в работе [22] примере вихря, движущегося в потенциале решеточного пиннинга $U(X,Y)$. В этом случае периодичность потенциала пиннинга по двум координатам трансформируется в периодическую зависимость функции Гамильтона от координаты и импульса, и задача сводится к известной модели Харпера [29,30], для которой известен точный квантовый спектр.

Для описания динамики уединенного вихря в магнитной частице удобно использовать стандартное представление динамических переменных через бозевские операторы рождения и уничтожения $a^\dagger$ и a с коммутатором $[a, a^\dagger] = 1$:

$$X = \sqrt{\frac{\hbar}{2A}}(a + a^\dagger), \quad P = GY = i\sqrt{\frac{\hbar A}{2}}(a^\dagger - a), \tag{11}$$

где постоянная A выбирается из соображений удобства. Подобное представление использовалось для описания взаимодействий вихревых пар в гидродинамике [21]. Подставляя эти выражения в $U(X,Y)$, можно получить выражение для гамильтониана задачи в терминах операторов a и $a^\dagger$. Для наиболее простого случая центрально-симметричного потенциала $U = U(|\mathbf{X}|)$, $|\mathbf{X}|^2 = X^2 + Y^2$, удобно выбрать $A = G$, тогда

$$|\mathbf{X}|^2 = \hbar\left(a^\dagger a + aa^\dagger\right)/G = 2\hbar\left(a^\dagger a + 1/2\right)/G.$$

В этом случае для любого радиально-симметричного потенциала вида $U(|\mathbf{X}|) = F(|\mathbf{X}|^2)$, где F — аналитическая функция, гамильтониан содержит только степени оператора числа бозонов $a^\dagger a$,

$$\mathcal{H} = F\left[\frac{\hbar}{G}\cdot(2a^\dagger a + 1)\right], \tag{12}$$

и является диагональным в стандартном базисе $a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$, $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ Собственные значения гамильтониана E_n определяются значениями функции F, взятой в фиксированных точках

$$\mathcal{H}|n\rangle = E_n|n\rangle, \; E_n = F\left[\frac{\hbar}{G}(2n+1)\right]. \tag{13}$$

В дальнейшем мы рассмотрим две физически интересных модели, к которым применима развитая здесь теория. Одной модели отвечает вихрь в образце двумерного ферромагнетика с легкоплоскостной анизотропией и фиксированными граничными условиями на краях образца. Такую систему можно реализовать как островок магнетика на подложке. Вторая модель отвечает магнитной точке в форме тонкого диска, $L \ll R$, где R и L — радиус и толщина частицы, сделанной из магнитомягкого материала. Для этой модели основную роль играет нелокальное магнитное дипольное взаимодействие. Для обеих моделей потенциал $U(|\mathbf{X}|)$ может быть представлен в универсальной форме:

$$U(|\mathbf{X}|) = -\frac{E_0}{2}\ln\left(1 - \frac{|\mathbf{X}|^2}{\alpha^2 R^2}\right), \tag{14}$$

где коэффициент $\alpha \ge 1$. Ясно, что надо рассматривать только значения $|\mathbf{X}| \le R$. Характерную энергию E_0 удобно записать через частоту колебаний вихря в линейном приближении ω_0, значение которой известно для физически интересных систем, и значение гироконстанты G, $E_0 = \omega_0 G\alpha^2 R^2$.

Приведем конкретные значения для указанных выше случаев. Для круглого островкового образца двумерного ферромагнетика $\alpha = 1$, т.е. энергия системы неограниченно возрастает при $|\mathbf{X}|^2 \to R^2$, а частота $\hbar\omega_0 = JS^2 a_0^2/R^2$, a_0 — постоянная решетки [31,32]. Для тонкой магнитной точки $\omega_0 = 20\gamma M_s L/9R$, см. [25], для общего потенциала предложено эмпирическое выражение с $\alpha = 2$ [33]. В этом случае значение ω_0 мало в меру малости параметра формы L/R. Для этих двух систем спектр собственных значений можно записать единым образом:

$$E_n = \frac{\hbar\omega_0}{Q}\ln\left[\frac{2}{2 - Q(2n+1)}\right], \; Q = \frac{2\hbar}{\alpha^2 G R^2}, \tag{15}$$

здесь безразмерный параметр Q определяет степень нелинейности системы. Прежде всего заметим, что естественное условие $|\mathbf{X}| < R$ дает $Q(n + 1/2) < 1$. Поэтому при малых $Q \ll 1$ система имеет большое число уровней энергии, $n \le 1/Q$, и даже для немалых $n \ll 1/Q$ в главном приближении получается обычный результат линейной теории, $E_n = \hbar\omega_0(n+1/2)$. Если же величина $Q \sim 1$, то общее число уровней невелико, а нелинейность проявляется, в частности, в том, что уже при малых $n \sim 1$ спектр не является эквидистантным. Для реализации этого режима важно, что значение константы G может быть сильно уменьшено, что увеличивает Q, при приложении внешнего магнитного поля, см. (6). Важно отметить, что при увеличении поля растет не только параметр Q, но и частота линейных колебаний вихря $\omega_0(H) = \omega_0(1+H/H_a)$ [24].

Макроскопические (точнее, мезоскопические) квантовые системы с конечным числом уровней и неэквидистантным спектром привлекают большое внимание как потенциальные элементы квантовых компьютеров (кубиты) [34]. Основным условием проявления когерентных квантовых эффектов в динамике является условие малости температуры, $T \ll T_q = \hbar\omega_0$. Даже для типичного макроскопического образца, магнитной частицы в форме диска, сделанной из пермаллоя с радиусом R = = 120 нм, толщиной L = 40 нм, значение ω_0 = 6 ГГц и соответствующая температура $T_q = 0,2$ К, что согласуется со значениями порядка 20–30 мК, которые обсуждаются как рабочая температура уже реализованных сверхпроводящих кубитов [35]. К сожалению, для этих систем величина Q мала, и получение значений $Q \sim 1$, даже с использованием внешнего поля, затруднительно. Для островковых систем двумерных ферромагнетиков условия реализации квантовой динамики могут быть значительно лучшими [11]. Для них температура T_q выше и получение квантового режима $Q \sim 1$ более реально, но вихри в этих системах пока экспериментально не реализованы, и мы их не обсуждаем.

Отметим принципиальное отличие модели вихря в симметричной частице от стандартного случая механического нелинейного осциллятора, которому отвечает гамильтониан $\mathcal{H}_{\text{mech}} = P^2/2m + U(X)$. Для механического осциллятора точная диагонализация возможна только в линейном приближении. Если представить $U(X)$ в виде полинома от X^2, в гамильтониане возникают слагаемые типа $(a^\dagger)^n(a)^m$ с $m \neq n$, содержащие произведения неравного числа операторов рождения и уничтожения. Конечно, гамильтониан нелинейного осциллятора может быть диагонализован приближенно, скажем, в некотором порядке теории возмущений, или даже при использовании выборочного суммирования бесконечного числа членов ряда теории возмущений. Однако даже в последнем случае возможны непертурбативные эффекты, которые могут давать некоторую вероятность перехода между найденными уровнями [36]. Как следствие, в такой системе обязательно возникают процессы релаксации. Уникальной особенностью динамики вихря в модели с радиально-симметричым потенциалом $U(|\mathbf{X}|)$ является то, что гамильтониан диагонализируется точно, и формула (13) определяет точные квантовые состояния системы (естественно, процессы релаксации возникают при выходе за рамки чисто магнитной модели, например, при учете спин-решеточного взаимодействия [23], но обсуждение этого вопроса выходит за рамки этой работы). Еще одна интересная особенность модели динамики вихря состоит в том, что для любого радиально-симметричного потенциала гамильтониан зависит только от одной комбинации операторов, и не возникает обычной проблемы упорядочения некоммутирующих операторов при переходе от классической модели к квантовой.

Если форма магнитной частицы, содержащей вихрь, отклоняется от круговой, например, имеет более низкую поворотную симметрию с осью C_n, $n > 2$, в энергии возникают нелинейные слагаемые, не сводящиеся к радиально-симметричному случаю $U = U(|\mathbf{X}|)$. Например, для частицы с осью четвертого порядка, $n = 4$, потенциал $U(X,Y)$ в линейном приближении радиально-симметричен, но его нелинейная часть может содержать инвариант четвертой степени X^2Y^2. В этом случае в гамильтониане системы возникают слагаемые типа $(a^\dagger)^n(a)^{4-n}$ с неравным числом операторов a и $a^\dagger$, которые описывают переходы между уровнями. Таким образом, используя динамику вихря в магнитной частице, можно не только создавать мезоскопические квантовые системы с заданным характером уровней энергии, но и управлять интенсивностью переходов между этими уровнями изменением геометрии частицы.

Мы благодарны В.Г. Барьяхтару, А.С. Бакаю и А.С. Ковалеву за полезное обсуждение вопросов, затронутых в нашей статье.

Работа поддержана грантом 220–10 в рамках совместной программы Национальной академии наук Украины и Российского фонда фундаментальных исследований.

1. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, in: *Sov. Sci. Rev. Sec. A. Phys*., I.M. Khalatnikov (ed.) (1992), v. 16.
2. V.G. Baryakhtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, and S.N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons. Experiment and Theory*, *Springer Tract in Modern Physics,* Springer-Verlag, Berlin (1994), v. 139.
3. A.M. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны,* Наукова думка, Киев (1983); A.M. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep*. **194**, 117 (1990).
4. F.G. Mertens and A.R. Bishop, in: *Nonlinear Science at the Dawn of the 21th Century*, P.L. Christiansen and M.P. Soerensen (eds.), Springer-Verlag, Berlin (2000).
5. В.Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970); там же **61**, 1144 (1971).
6. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless *J. Phys*. **C6**, 1181 (1973).
7. А.С. Абызов, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **76**, 1700 (1979); V.G. Baryakhtar, B.A. Ivanov, and K.A. Safaryan, *Solid Status*

Commun. **72**, 1117 (1989); V.G. Baryakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii, and E.Yu. Melekhov, *Phys. Rev*. **B56**, 619 (1997).
8. B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Lett*. **A146**, 190 (1990).
9. I.V. Baryakhtar, V.G. Baryakhtar, and E.N. Economou, *Phys. Lett*. **A207**, 67 (1995); V.G. Baryakhtar, *Physica* **B159**, 20 (1989).
10. R. Skomski, *J. Phys. Condens. Matter* **15**, R841 (2003).
11. V.E. Kireev and B.A. Ivanov, *Phys. Rev*. **B68**, 104428 (2003).
12. R.J. Donnely, *Quantized Vortices in Helium II, Cambridge Studies Low Temperature Physics*, A.M. Goldman, P.V.E. McClintock, and M. Springford (eds.), Cambridge University Press, Cambridge (1991).
13. P.G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, W.A. Benjamin, Inc., New York–Amsterdam (1966).
14. G. Blatter, M.V. Feigelman, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys*. **66**, 1125 (1994).
15. E.H. Brandt, *Fiz. Nizk. Temp.* **36**, 5 (2010) [*Low Temp. Phys*. **36**, 2 (2010)].
16. Yu.S. Kivshar and B. Luther-Davids, *Phys. Rep*. **298**, 81 (1998).
17. A.A. Thiele, *Phys. Rev. Lett*. **30**, 239 (1973).
18. A. Yu. Galkin and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. Lett*. **83**, 3053 (1999); *Phys. Rev*. **B66**, 054507 (2002).
19. A.Yu. Galkin, B.A. Ivanov, and I.B. Levit, *Phys. Lett*. **A342**, 318 (2005).
20. Pink Ao and D.J. Thouless, *Phys. Rev. Lett*. **72**, 132 (1994); M.J. Stephen, *Phys. Rev. Lett*. **72**, 1534 (1994).
21. В.Ю. Забурдаев, А.С. Романов, К.В. Чукбар, *УФН* **17**5, 881 (2005).
22. А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **131**, 888 (2007).
23. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
24. B.A. Ivanov and G.M. Wysin, *Phys. Rev*. **B65**, 134434 (2002).
25. K.Yu. Guslienko, B.A. Ivanov, Y.Otani, H. Shima, V. Novosad, and K. Fukamichi, *J. Appl. Phys*. **91**, 8037 (2002).
26. C.E. Zaspel, B.A. Ivanov, P.A. Crowell, and J. Park, *Phys. Rev*. **B72**, 024427 (2005).
27. Б. А. Иванов, Д.Д. Шека, *ФНТ* **21**, 1148 (1995) [*Low Temp. Phys*. **21**, 881 (1995)].
28. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика, Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
29. P.G. Harper, *Proc. Phys. Soc*. **A68**, 879 (1955).
30. M. Wilkinson, *J. Phys*. **A27**, 8123 (1994).
31. B.A. Ivanov, H.J. Schnitzer, F.G. Mertens, and G.M. Wysin, *Phys. Rev*. **B58**, 8464 (1998).
32. A.S. Kovalev, F.G. Mertens, and H.J. Schnitzer, *Eur. Phys. J.* **B33**, 133 (2003).
33. D.D. Sheka, Y. Gaididei, and F.G Mertens, in: *Electromagnetic, Magnetostatic, and Exchange-Interaction Vortices in Confined Magnetic Structures*, E. Kamenetskii (ed.), Research Signpost (2008).
34. J.Q. You and F. Nori, *Phys. Today* **58**, 42 (2005); G. Wendin and V. Shumeiko, in: *Handbook of Theoretical and Computational Nanotechnology*, M. Rieth and W. Schommers (eds.) ASP, Los Angeles (2006).
35. T. Yamamoto, Yu.A. Pashkin, O. Astafiev, Y. Nakamura, and J. Tsai, *Nature* **425**, 941 (2003); A. Izmalkov, M. Grajcar, E. Ilichev, Th. Wagner, H.G. Meyer, A.Yu. Smirnov, M.H.S. Amin, A.M. van den Brink, and A.M. Zagoskin, *Phys. Rev. Lett*. **93**, 037003 (2004).
36. А.И. Вайнштейн, В.И. Захаров, В.А. Новиков, М.А. Шифман, *УФН* **136**, 553 (1979).

Quantum dynamics of a vortex in a small magnetic particle

B.A. Ivanov, E.G. Galkina, and A.Yu. Galkin

Within the approach of collective variables based on the Thiele equation, an exact solution of the problem of quantum dynamics of vortex in a small circular magnetic particle is obtained. It is shown that the vortex dynamics in the circular magnetic particle may be used to create mesoscopic quantum systems with a pre-selected distribution energy level and to exert control over intensity of transitions between these levels by changing the particle geometry.

PACS: 75.10.Jm Quantized spin models, including quantum spin frustration;
75.45.+j Macroscopic quantum phenomena in magnetic systems;
03.75.Lm Tunneling, Josephson effect, Bose–Einstein condensates in periodic potentials, solitons, vortices, and topological excitations.

Keywords: Thiele equation, quantum dynamics of a vortex, mesoscopic quantum systems.